

Nome: Gustavo da Silva de Souza. CTII 348.

Tarefa Básica - Esfera e Duas Partes

01. (F.C. Chagas) A esfera é um sólido geométrico gerado

R: Letra (C) Pela rotação de um semi-círculo em torno do seu diâmetro.

02. (PUC-SP) Qual o raio de uma esfera 1 milhão de vezes maior (em volume) que uma esfera de raio 1?

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow \frac{4\pi r^3}{3} = 1000000 \cdot \frac{4\pi}{3} \Rightarrow \boxed{r=100}$$

R: 100 Vezes Maior.

03. (CESGRANRIO) A razão entre os volumes de uma esfera de raio R e um cilindro equilátero de raio $2R$ é

$$\frac{V_{\text{esfera } r=R}}{V_{\text{cilindro } r=2R}} =$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 \cdot h$$

$$\text{Raio} = 2r$$

$$\text{Altura} = 4r$$

$$V_{\text{cilindro}} = \pi (2r)^2 \cdot 4r = \pi 16r^3$$

$$\frac{V_e}{V_c} = \frac{4\pi r^3}{3} \times \frac{1}{\pi 16r^3} = \frac{4\pi r^3}{3\pi 16r^3} = \frac{1}{3 \cdot 4} = \boxed{\frac{1}{12}}$$

R: Letra (E) 1/12.

04. (UFMG) Duas bolas metálicas, cujos raios medem 1 cm e 2 cm, são fundidas e moldadas em forma de um cilindro circular cuja altura mede 3 cm. O raio do cilindro, em cm é

$$V_{\text{esfera 1}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 1^3}{3} = \frac{4\pi}{3} \quad \bigg| \quad V_{\text{esfera 2}} = \frac{4 \cdot \pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32\pi}{3}$$

$$V_{\text{total}} = V_1 + V_2 = \frac{4\pi}{3} + \frac{32\pi}{3} = \frac{36\pi}{3} = 12\pi \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h \quad | \quad 12\pi = \pi r^2 \cdot h \Rightarrow 12\pi = \pi \cdot r^2 \cdot 3 \Rightarrow 4 = r^2$$

R.º Letra (B) 2.

$$\boxed{r=2}$$

05. (FUVEST) Um recipiente cilíndrico cuja raio da base é 6 cm contém água até uma certa altura. Uma esfera de aço é colocada no interior do recipiente ficando totalmente submersa. Se a altura da água subiu 1 cm, então o raio da esfera é

$$V_1 = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 36 \cdot h$$

$$V_2 = \pi r^2 \cdot (h+1) = \pi \cdot 36h + \pi \cdot 36 - \pi \cdot 36h = 36\pi$$

$$V_3 = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow 36\pi = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow \frac{108}{4} = r^3 \Rightarrow r^3 = 27 = \boxed{3}$$

R.º Letra (C) 3 cm.

06. (F.C. CHAGAS) Uma esfera de volume $288\pi \text{ cm}^3$, deve ser acondicionada numa caixa com a formata de um cubo. O menor valor possível para a aresta do cubo é

$$288\pi = \frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow \frac{864}{4} = r^3 \Rightarrow r^3 = 216 \Rightarrow r = 6$$

$$\text{Aresta} = 2 \cdot r = 2 \cdot 6 = \boxed{12}$$

R.º Letra (E) 12.

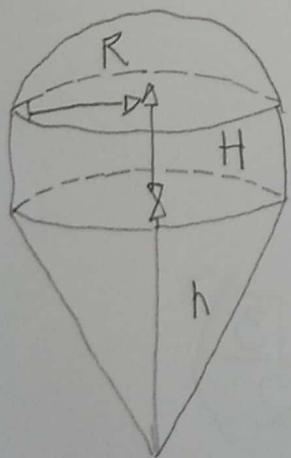
07. (UFRRGS) Uma panela cilíndrica de 20 cm de diâmetro está completamente cheia de massa para doce, sem exceder a sua altura de 16 cm. O número de doces em formato de bolinhas de 2 cm de raio que se podem obter com toda a massa é

$$V_{\text{panela}} = A_b \cdot h = 10^2 \cdot \pi \cdot 16 = 1600\pi$$

$$V_{\text{bolinha}} = \frac{4\pi \cdot 2^3}{3} = \frac{32\pi}{3}$$

$$\frac{V}{v} = 1600\pi \cdot \frac{3}{32\pi} = \boxed{150} \quad \text{R: Letra (D) 150.}$$

08. (CESESP) Pretende-se construir um tanque com a forma e dimensões da figura abaixo. Sabendo-se que a hemisféria, o cilindro circular reto e o cone reto, que constituem o referi do tanque, têm igual volume, assim, dentre as alternativas, a única que corresponde as relações existentes entre as dimensões indicadas



$$\begin{array}{l} V_h \\ V_{\text{cilindro}} \\ V_{\text{cone}} \end{array} \left| \begin{array}{l} \frac{2\pi R^3}{3} = \frac{1}{3} \pi R^2 \cdot h \Rightarrow 2R = h \\ \frac{2\pi R^3}{3} = \pi R^2 \cdot H \Rightarrow 2R = 3H \end{array} \right.$$

$$\frac{2\pi R^3}{3} = \pi R^2 \cdot H \Rightarrow 2R = 3H$$

$$\boxed{2R = h = 3H}$$

R: Letra (D).

Tarefa Básica - Inscrição e Circunscrição de Sólidos

01. (UFMG) - Qual a altura de um cone reto inscrito numa esfera que apresenta superfície de $100\pi \text{ m}^2$ e sabendo-se que a geratriz do cone vale $\sqrt{30} \text{ m}$

$$A = 4\pi R^2 \quad R^2 = r^2 + (h-R)^2 \quad \left| \begin{array}{l} g^2 = h^2 + r^2 \\ (\sqrt{30})^2 = h^2 + r^2 \\ h^2 + r^2 = 30 \end{array} \right.$$

$$R^2 = \frac{100\pi}{4\pi} \quad R^2 = r^2 + h^2 - 2h \cdot R + R^2$$

$$R = \sqrt{25} \quad R = \frac{r^2 + h^2}{2h}$$

$$R = 5 \quad 5 = 30/2h$$

$$\boxed{h = 3m} \quad R = 3 \text{ metros.}$$

02. (MACK) - A razão entre a área de uma superfície esférica e a do cubo circunscrito é:

$$\text{A superfície do cubo} = 6a^2$$

$$r_{\text{esfera}} = \frac{a}{2}$$

$$\text{A superfície da esfera} = 4\pi r^2 = 4\pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 4\pi \frac{a^2}{4} = \pi a^2$$

$$\frac{\pi a^2}{6a^2} = \boxed{\frac{\pi}{6}}$$

R: Letra (A) $\pi/6$.

03. (EPUC) - A razão entre o volume de uma esfera de raio R e o de um cubo nela inscrito é dada por

$$\frac{V_{\text{esfera de } r=R}}{V_{\text{cubo inscrito}}} \quad \left| \begin{array}{l} \text{diagonal cubo} = 2R \\ \text{diagonal cubo} = a\sqrt{3} \end{array} \right.$$

$$\frac{2R = a\sqrt{3}}{R = \frac{a\sqrt{3}}{2}} \quad \frac{V_e}{V_c} = \frac{4}{3} \pi r^3 \times a^3 = \frac{4\pi r^3}{3a^3} = \frac{4\pi}{3a^3} \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^3$$

$$= \frac{4\pi a^3 \cdot 3\sqrt{3}}{3a^3 \cdot 8} = \frac{12\sqrt{3}}{24} = \boxed{\frac{\sqrt{3}\pi}{2}}$$

R: Letra (B).

04. (MAUA) - Qual o volume de um cilindro equilátero inscrito num cone circular reto de base 3m e altura 12m.

$$\begin{array}{l|l}
 V_{\text{cilindro}} = A_{\text{base}} \cdot h & h = \text{diâmetro} (= 2r) \\
 V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 \cdot 2r & \bullet \text{ Razões de semelhança} \\
 V_{\text{cilindro}} = \pi \cdot 2^2 \cdot 2 \cdot 2 & \frac{r}{R} = \frac{12-2r}{12} \Rightarrow \frac{r}{3} = \frac{12-2r}{12} \\
 \boxed{V_{\text{cilindro}} = 16\pi} &
 \end{array}$$

$$R = 16\pi \text{ m}^3$$

$$12r = 36 - 6r$$

$$18r = 36$$

$$\boxed{r = 2}$$

05. (FCCMG) - Num trapézio isósceles, a base maior mede 4cm, a base menor mede 2cm e a altura 1cm. Qual o volume da sólido gerada pela revolução de 360° da superfície do trapézio em torno da base maior?

$$V = \frac{h \cdot \pi}{3} \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$$

$$V = \frac{1\pi}{3} \cdot (4^2 + 4 \cdot 2 + 2^2)$$

$$V = \frac{1\pi}{3} \cdot 16 + 8 + 4$$

$$V = \frac{1\pi}{3} \cdot 28 \Rightarrow \boxed{V = \frac{28\pi}{3} \text{ cm}^3}$$