

Nome: Gustavo da Silva de Souza. CTII 348.

## Tarefa Básica - Cones

01. (UEL) Um pedaço de cartolina possui um semicírculo de raio 20 cm. Com essa cartolina um menino constrói um chapéu cônico e o coloca com a base apoiada sobre uma mesa. Qual a distância do bico do chapéu à mesa?



$$P = \frac{2\pi r}{2} = \pi \cdot 20 = 20\pi$$

$$r_{\text{base}} = r_{\text{semicírculo}}$$

$$r_{\text{semicírculo}} = \text{hipotenusa} = 20 = g$$

$$R: \text{Letra (A)} \quad 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} g^2 &= h^2 + r^2 \\ 20^2 &= h^2 + 10^2 \\ h^2 &= 400 - 100 \\ h &= \sqrt{300} \end{aligned}$$

$$h = 10\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\begin{array}{r|l} 300 & 2 \\ \hline 150 & 2 \\ 75 & 3 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ \hline 1 & \end{array}$$

02. (UEL) A altura de um cone circular reto é 12 cm e seu volume é  $64\pi \text{ cm}^3$ . A geratriz desse cone mede, em cm,

$$V = 64\pi \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h \Rightarrow 64\pi = \frac{1}{3} \pi \cdot r^2 \cdot 12$$

$$r^2 = \frac{64}{4} \Rightarrow r = 4$$

$$g^2 = r^2 + h^2 \Rightarrow g^2 = 4^2 + 12^2 = 160 \Rightarrow g = \sqrt{160} = 4\sqrt{10}$$

$$R: \text{Letra (B)} \quad 4\sqrt{10}$$

$$\begin{array}{r|l} 160 & 2 \\ \hline 80 & 2 \\ 40 & 2 \\ 20 & 2 \\ 10 & \end{array}$$

03. (UEL) Num cone reto, o raio da base tem a mesma medida da altura e a área da base é  $36\pi \text{ cm}^2$ . O volume desse cone, em centímetros cúbicos, é  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h$

$$A_{\text{base}} = \pi r^2$$

$$36\pi = \pi r^2$$

$$\boxed{r = 6 = h}$$

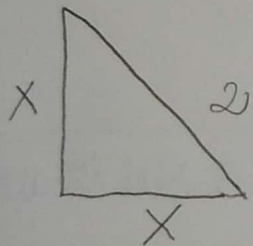
R: Letra (A).

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 6^2 \cdot 6$$

$$V = \frac{1}{3} \pi \cdot 36 \cdot 6$$

$$\boxed{V = 72\pi}$$

04. (UEL) Considere um triângulo retângulo e isósceles cuja hipotenusa mede  $2\text{ cm}$ . Girando-se esse triângulo em torno da hipotenusa, obtém-se um sólido cujo volume, em centímetros cúbicos, é



$$r = 1$$

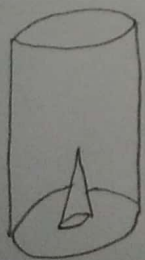
$$h = 1$$

$$V = 2 \cdot V_{\text{cone}} \Rightarrow V = 2 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h \right)$$

$$\boxed{V = \frac{2\pi}{3}}$$

R: Letra (E).

05. (MACK) Considere o recipiente da figura, formado por um cilindro reto de raio  $3$  e altura  $10$ , com uma concavidade inferior na forma de um cone, também reto, de altura  $3$  e raio de base  $1$ . O volume de um líquido que ocupa



$$V_{\text{cilindro}} = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 = 90\pi \rightarrow \text{Metade} = 45\pi$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot 1^2 \cdot 3 = \pi$$

$$\text{Metade } V_{\text{cilindro}} - V_{\text{cone}} = 45\pi - \pi = \boxed{44\pi}$$

R: Letra (E)  $44\pi$

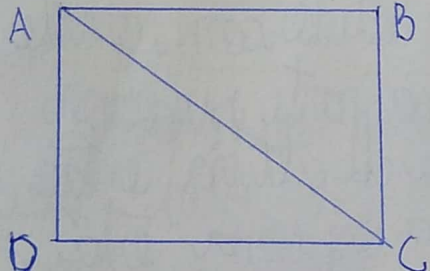
06. (MACK) Um prisma e um cone retos têm bases de mesma área. Se a altura do prisma é  $\frac{2}{3}$  da altura do cone, a razão entre o volume do prisma e o volume do cone é

$$\frac{V_{\text{Prisma}}}{V_{\text{Cone}}} = \frac{(2\pi r^2 \cdot h_2)/3}{(\pi r^2 \cdot h_2)/3} = \frac{2\pi r^2 \cdot h_2}{\pi r^2 \cdot h_2} \cdot \frac{3}{3} = \boxed{2} //$$

R: Letra (A) 2.

07. (MACK) O retângulo ABCD da figura fez uma rotação completa em torno de BC.

A razão entre os volumes dos sólidos gerados pelos triângulos ABC e ADC é



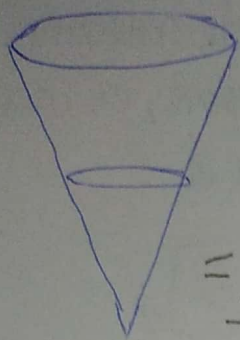
$$\frac{V_{ABC}}{V_{\text{cilindro}} - V_{ABC}} = \frac{\frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h}{\pi r^2 \cdot h - \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h} \gg$$

$$\gg = \frac{\left( \frac{\pi r^2 h}{3} \right)}{\frac{3\pi r^2 \cdot h - \pi r^2 \cdot h}{3}} = \frac{\pi r^2 h}{3} \cdot \frac{3}{2\pi r^2 h} = \boxed{\frac{1}{2}} //$$

R: Letra (E)  $\frac{1}{2}$ .

## Tarefa Básica - Tópicos

03. (FUVEST) - Um copo tem a forma de um cone com altura 8 cm e raio da base 3 cm. Queremos enchê-lo com quantidades iguais de suco e de água. Para que isso seja possível, a altura  $x$  atingida pela primeira camada colocada deve ser:



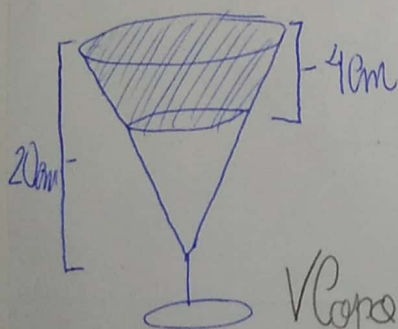
$$V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot h \Rightarrow V_{\text{cone}} = \frac{1}{3} \pi \cdot 3^2 \cdot 8 =$$

$$= \frac{1}{3} \pi \cdot 9 \cdot 8 = 24 \pi \text{ cm}^3 \quad \left| \text{O líquido ocupava } 12 \pi \text{ cm}^3 \right.$$

$$\frac{V}{v} = \frac{H^3}{h^3} \Rightarrow \frac{24\pi}{12\pi} = \frac{8^3}{h^3} \Rightarrow 2 = \frac{512}{h^3} = h^3 = \sqrt[3]{256}$$

$$h = 4 \sqrt[3]{4} \quad \text{R: Letra (E).}$$

Q2. (MACKENZIE - 2005) - Uma mistura de leite batido com sorvete é servida em um copo, como na figura. Se na parte superior do copo há uma camada de espuma de 4 cm de altura, então a porcentagem do volume do copo ocupada pela espuma está melhor aproximada na alternativa:



$$\frac{V_{\text{Sorvete}}}{V_{\text{Copo}}} = \left( \frac{16}{20} \right)^3 = \left( \frac{4}{5} \right)^3 = \frac{64}{125} \Rightarrow V_{\text{Sorvete}} = \frac{64}{125}$$

$$V_{\text{Copo}} = V_{\text{Sorvete}} + V_{\text{espuma}} \Rightarrow V_{\text{Copo}} = \frac{64}{125} V_{\text{Copo}} + V_{\text{espuma}}$$

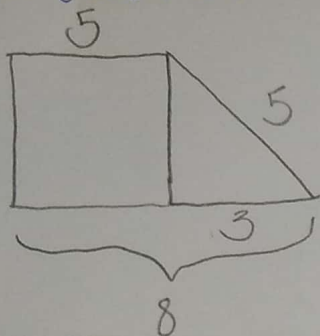
$$V_{\text{espuma}} = \frac{61V}{125} \cong 0,488V \cong \boxed{48\%}$$

R: Letra (C) 50%

Q3. (MAUA) Um cone circular reto de altura  $h$  é seccionado por um plano paralelo à base. Calcule, em função de  $h$  (distância do vértice à base do cone), a distância desse plano ao vértice do cone para que os volumes das duas partes resultantes sejam iguais.

$$\frac{\frac{1}{2} \frac{VI}{VI}}{\frac{1}{2} \frac{VI}{VI}} = \left(\frac{h}{H}\right)^3 = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = \frac{h}{H} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{\sqrt[3]{4}}{2} \Rightarrow h = \frac{H \sqrt[3]{4}}{2}$$

04. Um tronco de pirâmide quadrangular regular tem apótema da base maior medindo 8 cm e o apótema da base menor mede 5 cm. Se o apótema do tronco de pirâmide é 5 cm, determine a altura deste tronco.



$$5^2 = 3^2 + h^2$$

$$25 - 9 = h^2$$

$$h = \sqrt{16}$$

$$h = 4$$

R: 4 cm.

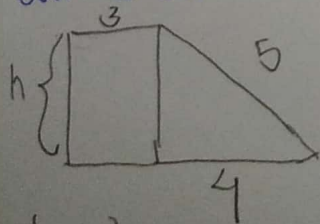
05. Determine a área total e o volume de um tronco de cone circular reto, sabendo que os raios das bases medem 2 m e 5 m e a altura é 4 m.

$$A_{\pm} = A_B + A_b + A_L = \pi R^2 + \pi r^2 + (2\pi r + 2\pi R) \cdot g$$

$$= 25\pi + 4\pi + (10\pi + 4\pi) \cdot 5 = 29\pi + 35\pi = 64\pi \text{ m}^2$$

$$V_{\pm} = \frac{\pi h}{3} \cdot (R^2 + Rr + r^2) = \frac{\pi \cdot 4}{3} \cdot (25 + 10 + 4) = 52\pi \text{ cm}^2$$

06. (U. SÃO JUDAS TADEU) - Em um tronco de cone, os raios das bases medem 3 cm e 7 cm, e a geratriz mede 5 cm. a) Volume desse tronco, em cm<sup>3</sup> é:



$$h = 3$$

$$V_{\pm} = \pi(49 + 21 + 9) = 79\pi$$

R: Lebra (D).

07. (UNESP) - Um cone reto tem raio da base  $R$  e altura  $H$ . Secciona-se esse cone por um plano paralelo à base e distante  $h$  do vértice, obtendo-se um cone menor e um tronco de cone, ambos de mesmo volume. Então:

$$\frac{R}{H} = \frac{r}{h} \Rightarrow r = \frac{Rr}{H} \quad \left| \quad V_c = \frac{\pi R^2 H}{3}\right.$$

$$V_{\text{cone}} = \frac{\pi r^2 h}{3} = \frac{\pi \left(\frac{Rr}{H}\right)^2 h}{3} = \frac{\pi R^2 h^3}{3H^2}$$

$$V_g = V - v = \frac{\pi R^2 H}{3} - \frac{\pi R^2 h^3}{3H^2} = \frac{\pi R^2 (H^3 - h^3)}{3H^2}$$

$$\frac{\pi R^2 h^3}{3H^2} = \frac{\pi R^2 (H^3 - h^3)}{3H^2} \Rightarrow h^3 = H^3 - h^3 \Rightarrow 2h^3 = H^3$$

$$\Rightarrow h^3 = \frac{H^3}{2} \Rightarrow h = \frac{\sqrt[3]{H^3}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} \Rightarrow \boxed{h = \frac{H \sqrt[3]{4}}{2}}$$

R<sup>o</sup> Letras (A)