



Universidade de Brasília – UnB
Faculdade UnB Gama – FGA
Engenharia Eletrônica

Caracterização e Simulação de Amplificadores Valvulados

Autor: Gustavo Caltabiano Eichler
Orientador: Professor Doutor Daniel Chaves Café

Brasília, DF
2019



Gustavo Caltabiano Eichler

Caracterização e Simulação de Amplificadores Valvulados

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA

Orientador: Professor Doutor Daniel Chaves Café

Brasília, DF

2019

Gustavo Caltabiano Eichler

Caracterização e Simulação de Amplificadores Valvulados/ Gustavo Caltabiano Eichler. – Brasília, DF, 2019-

48 p. : il. (algumas color.) ; 30 cm.

Orientador: Professor Doutor Daniel Chaves Café

Trabalho de Conclusão de Curso – Universidade de Brasília – UnB

Faculdade UnB Gama – FGA , 2019.

1. Modelagem. 2. Amplificadores Valvulados. I. Professor Doutor Daniel Chaves Café. II. Universidade de Brasília. III. Faculdade UnB Gama. IV. Caracterização e Simulação de Amplificadores Valvulados

CDU 02:141:005.6

Gustavo Caltabiano Eichler

Caracterização e Simulação de Amplificadores Valvulados

Monografia submetida ao curso de graduação em Engenharia Eletrônica da Universidade de Brasília, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Eletrônica.

Trabalho aprovado. Brasília, DF, 10 julho de 2019 – Data da aprovação do trabalho:

Professor Doutor Daniel Chaves Café
Orientador

João Paulo Leite
Convidado 1

José Edil Guimarães de Medeiros
Convidado 2

Brasília, DF
2019

Dedico este trabalho aos que presenciaram diariamente e acreditaram que com esforço, confiança e perseverança os objetivos possam ser alcançados sempre que se deseja.

Agradecimentos

Agradeço primeiramente ao Prof. Dr. Daniel Chaves Café por todos as orientações, apoio, confiança e incentivos aos estudos e escrita deste trabalho.

Agradeço aos meus pais, José e Mônica, e minhas irmãs Bruna e Juliana por todo o apoio e confiança dados durante os estudos.

Agradeço a minha namorada, Luisa, por todo o apoio e suporte durante o período em que estive estudando.

Agradeço à Universidade de Brasília e todos os professores por proporcionar todo o conhecimento e educação necessária para a formação deste trabalho.

Resumo

O trabalho desenvolvido consistiu em utilizar as séries de Volterra como principal técnica para modelagem de sistemas não lineares. A criação de sinais capazes de extrair os parâmetros necessários para modelar um amplificador valvulado por meio da aplicação direta do modelo de *Hammerstein*. Amplificadores valvulados são componentes fundamentais na amplificação de áudio, as características físicas de uma válvula modificam ligeiramente os sons amplificados resultando em timbres com características e nuances que se sobressaem em relação aos timbres obtidos com a utilização de amplificadores transistorizados. Os sons desses equipamentos é moldado tanto por suas características elétricas, como os filtros utilizados, tipos de válvula, capacitores, como por sua construção física, como tamanho da caixa e dos alto falantes. O objetivo deste trabalho é reproduzir as mesmas características elétricas, como a não linearidade do sistema.

Complementando o trabalho anterior que contemplou a comparação de técnicas de modelagem com uma abordagem teórica para cada técnica citada, o desenvolvimento de uma metodologia para extrair os parâmetros não lineares, este trabalho tem como objetivo específico a criação de um modelo e a comparação com o sistema real modelado.

Palavras-chaves: Modelagem, Amplificadores Valvulados, Séries de Volterra.

Abstract

This work consists of modelling non-linear systems through the use of Volterra Series and the creation of signals to extract the kernels of Volterra Series from the device under test to apply in a Hammerstein Model. Tube guitar amps has unique characteristics on processing sounds that differentiate from the sound of transistorized amps. The main objective of this work is to reproduce these unique characterists in an virtual model.

Complementing a previous work in comparing different techniques of non-linear modelling, a methodology was developed to build a virtual model and compare to the real tube amp.

Key-words: Tube amps, Volterra Series, Non-linear modelling.

Lista de ilustrações

Figura 1 – (a): Line 6 Axsys 212. (b): Line 6 Pod	21
Figura 2 – Principais componentes de um amplificador de guitarra	22
Figura 3 – SansAmp GT2 .Fonte: Manual do Usuário do SansAmp GT2	23
Figura 4 – Amplificador Kemper Profiling Amp	24
Figura 5 – Função não linear proposta por Araya e Suyama	27
Figura 6 – Elementos básicos de um circuito e suas representações em grandezas de onda. Autor (FETTWEIS, 1986).	29
Figura 7 – Em cima: Frequência instantânea f_i . Embaixo: <i>swept signal</i> sincronizado. Autor: (NOVÁK et al., 2010b)	37
Figura 8 – Diagrama de blocos do método baseado em convolução não linear. Autor: (NOVÁK, 2009)	38
Figura 9 – Resposta ao impulso do sistema em análise. Autor: (NOVÁK, 2009)	39
Figura 10 – Módulo da resposta frequencial dos impulsos. Autor:(NOVÁK, 2009)	39
Figura 11 – Amplificador Blackstar HT-5 C	40
Figura 12 – Diagrama de conexão do sistema de caracterização	41
Figura 13 – Modelo de <i>Hammerstein</i> . Retirado de: (GUDUPUDI; BEAUGEANT; EVANS, 2014)	41
Figura 14 – Fluxograma do programa desenvolvido	42
Figura 15 – Superior: Sinal senoidal de 1 kHz utilizado para testar os modelos. Inferior: Em azul está o sinal distorcido pelo amplificador físico, em laranja a saída do modelo de <i>Hammerstein</i>	43
Figura 16 – Resposta em frequência dos modelos	44
Figura 17 – núcleos obtidos	45

Lista de tabelas

Tabela 1 – Propriedades obtidas após processamento	44
Tabela 2 – Resultados obtidos	44

Sumário

1	INTRODUÇÃO	21
2	MODELAGEM DE SISTEMAS NÃO LINEARES	27
3	METODOLOGIA	38
3.1	Caracterização	38
3.2	Metodologia utilizada para caracterizar um modelo	39
4	RESULTADOS	43
5	CONCLUSÃO	46
	REFERÊNCIAS	47

1 Introdução

A engenharia envolvida por trás da música sempre foi um assunto presente e causador de grandes mudanças. Seguindo uma tendência muito forte nos dias atuais, a engenharia modernizou o mundo da música tirando-a de um mundo analógico e introduzindo ao cenário digital, não só o modo como escutamos as músicas passou a ser digital, mas também o modo como se toca os instrumentos. Em 1996, a modelagem digital de amplificadores valvulados ganhou vida com o lançamento de um amplificador produzido pela *Line 6*, uma empresa americana de instrumentos e acessórios para guitarra. Pela primeira vez na história, um amplificador utilizava um software embarcado em um chip *DSP* (chip digital dedicado para processamento de sinais) como principal componente para modificar o som e os parâmetros de um amplificador (WHITE et al., 2006). O *Axsys 212*, mostrado na figura 1, como era chamado, foi um amplificador pioneiro que abriu uma gama de estudos e pesquisas na área de processamento de sinais de áudio.

Apesar de toda a inovação, a grande revolução na modelagem de amplificadores começou a ser feita dois anos após o lançamento do *Axsys 212*, com a criação de um simulador portátil de amplificadores, o *POD*, também da *Line 6*, mostrado na figura 1. A qualidade das simulações de amplificadores valvulados na época aumentou consideravelmente e passaram a ser utilizadas para a realização de gravações em estúdios profissionais, onde a qualidade de som é um parâmetro essencial. O uso desses simuladores ganhou grande visibilidade e espaço entre os amplificadores analógicos pelo fato de ser um dispositivo portátil, leve e com uma variedade enorme de timbres, uma vez que um único simulador contém dezenas de modelos de amplificadores diferentes. A modelagem de amplificadores busca extrair todas as características de um amplificador valvulado que personalizam o som produzido pela guitarra.



(a)



(b)

Figura 1 – (a): Line 6 Axsys 212. (b): Line 6 Pod

As válvulas foram muito utilizadas em amplificadores até a invenção dos transistores que tomaram conta da maioria dos amplificadores produzidos atualmente, porém músicos experientes e treinados são capazes de perceber diferenças entre os sons produzidos por amplificadores valvulados e transistorizados. Alguns estudos evidenciam a preferência dos músicos pelos valvulados, onde a diferença predominante para os amplificadores transistorizados é a resposta em frequência de sinais com alta intensidade, ou seja, como amplificador modifica sons graves e agudos (BUSSEY; HAIGLER, 1981).

A modelagem desses amplificadores busca caracterizar, com a maior fidelidade possível, o modo como as válvulas tratam sinais de áudio. Como a saturação, ou distorção, gerada pelas válvulas é muito mais suave do que as distorções geradas por transistores, os amplificadores valvulados tendem a ter um som mais agradável ao ouvido humano.

Os amplificadores valvulados, basicamente, são compostos por:

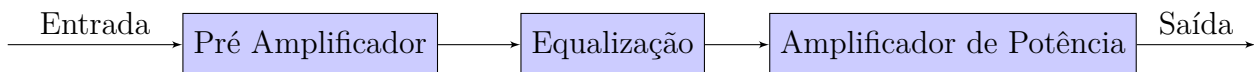


Figura 2 – Principais componentes de um amplificador de guitarra

- Pré amplificação: é o primeiro estágio de amplificação onde ocorre a primeira saturação, ou seja o primeiro estágio não linear, geralmente composto por válvulas do tipo triodo e um controle de volume;
- Equalização: Parte linear encarregada de filtrar o sinal, geralmente é dividida em 3 bandas, sendo essas, graves, médios e agudos;
- Potência: é responsável por mais um estágio de amplificação, geralmente composto de pentodos, onde a saturação ocorre devido a uma forte não linearidade presente nas válvulas;

A modelagem de cada um dos estágios mostrados na figura 2 pode ser separada em duas classes:

- Sistemas Lineares: Equalização;
- Sistemas Não Lineares: Pré amplificação e Amplificação de potência;

A modelagem de amplificadores pode ser baseada então em algumas categorias como: aproximação por caixa preta (*black box approach*), análise de todos os componentes discretizados (*white box approach*), função de transferência linear e não linear entre muitas outras que podem ser vistas com mais detalhes em (PAKARINEN; YEH, 2009).

Além da modelagem digital é possível também modelar amplificadores de forma analógica. Em 1993 a empresa Tech 21, lançou um pedal de guitarra (SansAmp GT2) que incorporava as características do som de um amplificador valvulado, como a incorporação de harmônicos e distorções simétricas causadas pelas válvulas. Com uma operação muito simples o SansAmp GT2, mostrado na figura 3, possui três modelos de amplificadores diferentes, cada um desses amplificadores modelados foram baseados em amplificadores famosos sendo eles: Mesa/Boogie para o California, Marshall para o *British* e Fender para o *Tweed*. Cada um dos amplificadores possui três opções de timbre, com a chave MOD, é possível escolher três modos que modificam a distorção do sinal. Também existe a opção de alterar a emulação da posição do microfone que supostamente estaria captando o som do amplificador. Além dessas opções o pedal conta com um controle de volume, um equalizador de duas bandas e um ajuste de ganho.

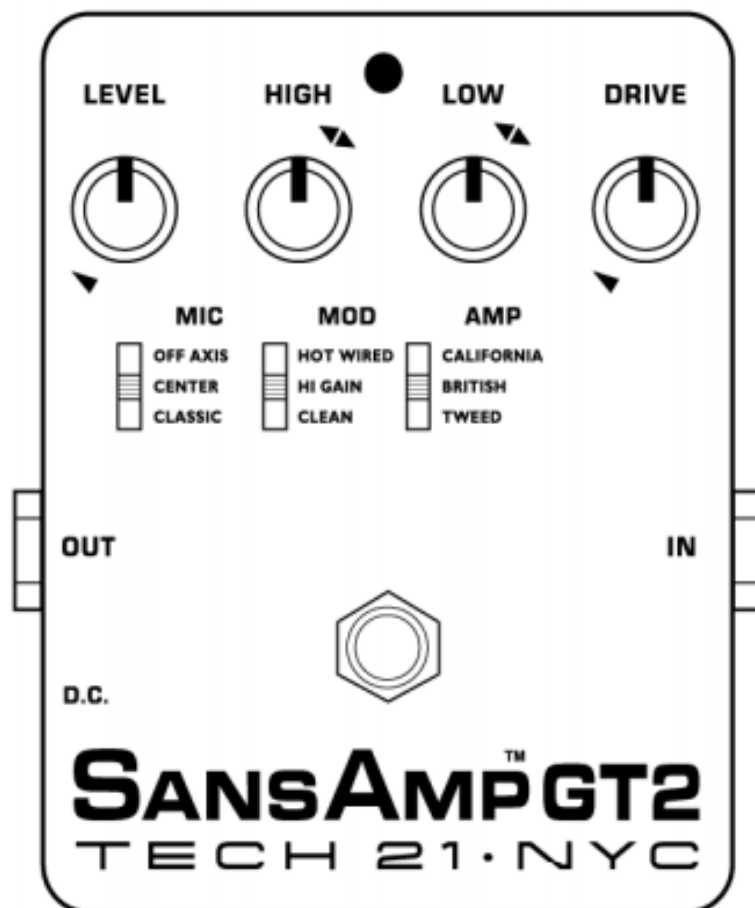


Figura 3 – SansAmp GT2 .Fonte: Manual do Usuário do SansAmp GT2

O problema a ser abordado

Os amplificadores de guitarra sempre foram um dos principais elementos entre todos os equipamentos necessários para um guitarrista. É indispensável para um som de qualidade, um amplificador que possua bons timbres e, na história dos amplificadores existem modelos que ficaram consagrados por timbres únicos e diferenciados. Até pouco tempo atrás, para se reproduzir o som de um amplificador de época - como são chamados os modelos com timbres diferenciados - era necessário possuir o amplificador em questão. O surgimento de técnicas de processamento digital de sinais permitiu reproduzir características desses amplificadores em dispositivos pequenos e portáteis, possibilitando assim, uma grande variedade de modelos de amplificadores famosos sem o problema de ter que se possuir os modelos físicos. Desde a sua criação, a modelagem digital de amplificadores valvulados vem se reinventando desde a sua criação. Sempre inovando na forma com que os amplificadores são modelados e na qualidade do som. O surgimento do *Kemper Profiling Amp*, em 2013, mostrado na figura 4, trouxe uma nova visão ao mundo da modelagem de amplificadores. Este dispositivo realiza, em tempo real, a emulação de amplificadores valvulados através do método de caixa preta, ou seja, sem conhecer o circuito do amplificador e nem quais componentes constituem o amplificador (KEMPER, 2014).



Figura 4 – Amplificador Kemper Profiling Amp

O *Kemper* é capaz de modelar qualquer amplificador de guitarra de forma automática. Através da aplicação e gravação de sinais de teste, cria-se um modelo com características que imitam um amplificador real e salva em sua memória permitindo ao usuário utilizar o modelo posteriormente.

A modelagem feita por esse amplificador depende então de se possuir o amplificador de referência para que os sinais possam ser aplicados e o amplificador então pode gerar o modelo digitalizado do amplificador. Para contornar o problema de ter que possuir todos os amplificadores que se deseja modelar, é possível inserir modelos já prontos através

do compartilhamento de arquivos via Internet. Uma pessoa que já tenha realizado uma modelagem de um amplificador qualquer, pode disponibilizar para todos os usuários do *Kemper* um arquivo que contém um certo amplificador modelado, com isso é possível inserir vários modelos no amplificador.

O *Kemper*, faz uso de técnicas que modelam apenas como o amplificador modifica e distorce o som, ou seja, são técnicas que relacionam o sinal de entrada do amplificador com a saída, independente da forma e dos componentes eletrônicos utilizados na construção do amplificador a ser modelado. De forma semelhante, este trabalho busca modelar amplificadores através de técnicas que permitam criar modelos através de uma relação da entrada e saída de um amplificador real.

As séries de Volterra, criada por Vito Volterra em 1930, é uma das primeiras de caracterização sistemática de sistemas não lineares, essencialmente é uma extensão da convolução de sistemas lineares para sistemas não lineares (CHENG et al., 2017). Como as válvulas que compõem os amplificadores são dispositivos não lineares, que funcionam através do efeito termoiônico, o modelo de *Hammerstein* da série de Volterra é ideal para realizar a modelagem de um amplificador valvulado

Objetivos

Objetivos Gerais

O método e os sinais utilizados pelo *Kemper* permanecem em segredo da empresa. Além disso as técnicas de modelagem como amplificadores são complexas e dependem de um conhecimento muito específico para serem aplicadas. Técnicas não paramétricas que poderiam ser utilizadas de forma automatizada, extraem os parâmetros lineares dos amplificadores. No entanto, a principal característica de um amplificador valvulado é a não linearidade do sistema e a consequente distorção gerada.

O estudo sobre séries de Volterra foi uma das formas encontradas para se analisar e caracterizar sistemas não lineares, como amplificadores valvulados. Essa série permite a realização de uma análise de sistemas não lineares por meio de coeficientes chamados núcleos da série de Volterra. Esses núcleos são respostas ao impulso do amplificador em análise e, apesar da sua difícil obtenção, podem ser obtidos através de diferentes formas que serão abordadas nos próximos capítulos.

Sabendo que a maior parte dos estudos de modelagem tem foco em características lineares dos amplificadores, este trabalho tenta melhorar a modelagem de amplificadores de áudio incluindo componentes não-lineares desses amplificadores. Nossa intenção é que essa modelagem se aproxime mais do som real dos amplificadores de época.

Objetivos Específicos

- Extrair os parâmetros necessários para a modelagem de um amplificador;
- Criar um modelo digital de um amplificador;
- Avaliar o desempenho do modelo criado.

Este trabalho é organizado como se segue. O capítulo 2 sumariza as técnicas de modelagem de amplificadores mais conhecidas, introduz a teoria necessária para a utilização das séries de Volterra e define a escolha do sinal para extrair as características de um amplificador

2 Modelagem de sistemas não lineares

A modelagem de sistemas não lineares pode ser feita de diversas formas, cada uma com vantagens e desvantagens próprias. As técnicas de modelagem não linear mais relevantes serão revisadas a seguir, apresentando um panorama geral de como elas funcionam e como são aplicadas.

Static Wave Shaping

Static Wave Shaping significa modelagem estática de ondas. Esta técnica é consiste em aplicar um mapeamento da não linearidade do sistema relacionando a variável de entrada com uma variável de saída. A implementação dessa técnica se dá pela modelagem de equações que representam a não linearidade, como por exemplo:

$$y = \frac{3x}{2} \left(1 - \frac{x^2}{3}\right) \quad (2.1)$$

Essa equação proposta por (ARAYA; SUYAMA, 1996) é implementada para se obter distorção de um sinal. A distorção se dá pela alimentação do sinal, que tem sua amplitude normalizada entre -1 e 1, na equação não linear através dos coeficientes de escala (PAKARINEN; YEH, 2009). A função mostrada acima é descrita na imagem 5, onde ela apresenta uma certa linearidade para sinais pequenos de entrada e uma parte não linear quando se aproxima dos limites de x, entre -1 e 1.

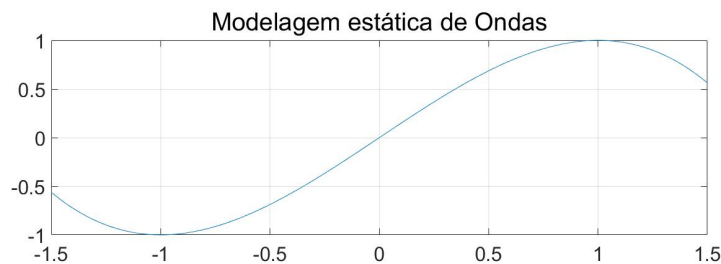


Figura 5 – Função não linear proposta por Araya e Suyama

Um outro estudo realizado por (MÖLLER; GROMOWSKI; ZÖLZER, 2002) apresenta um algoritmo para medir funções de transferências não lineares através de simulações utilizando o *PSPICE*. O objetivo central do estudo era realizar uma mimica dos estágios de amplificação de um *VOX AC 30*. Combinando simulações do esquemático elétrico do amplificador e exportando os dados obtidos para o *MATLAB*.

Lookup Table Nonlinearity

A equação 2.1 pode ser também implementada através de uma técnica onde são pré computados os valores de saída para um valor determinado de entrada. A vantagem dessa técnica é a possibilidade de alterar os valores pré computados de maneira livre, sendo assim totalmente customizável (PAKARINEN; YEH, 2009). A quantidade de dados que as tabelas contém está diretamente relacionada a resolução, ou seja, a qualidade e quantidade de detalhamento do som. Essa técnica foi utilizada pela Digidesign em um sintetizador que tinha como uma de suas funções, emular o som de uma guitarra distorcida.

Estudos mais recentes realizados com *Lookup Tables* aproximam as tabelas com modelos *Hammerstein*, que consistem em uma não linearidade estática, seguida por um filtro linear (JARDIN; BAUDOIN, 2007). Esses modelos de *Hammerstein* serão abordados mais detalhadamente posteriormente.

Análise nodal

Através das Leis de Kirchhoff é possível obter o comportamento dos circuitos eletrônicos, utilizando modelos acurados dos componentes que compõem os amplificadores é possível relações aproximadas entre as tensões e as correntes que circulam pelo circuito (PAKARINEN; YEH, 2009). Através de uma matriz de condutâncias, as tensões se relacionam com as correntes da seguinte forma:

$$Gv = c \quad (2.2)$$

Onde G na equação 2.2 é a matriz de condutâncias, v é um vetor para cada voltagem no circuito e c é o vetor que representa qualquer fonte de corrente em cada nó do circuito. Cada tipo de componente do circuito (resistor, capacitor, indutor, indutância mútua de transformadores, diodos, transistores) contribui com uma linha da matriz G . As correntes nas fontes de voltagem dependem de equações auxiliares que são adicionadas em colunas e linhas do sistema descrito acima. Esse método é chamado também de *K-Method*, referindo-se as leis de Kirchhoff.

$$c = M_1x + M_2u + M_3i \quad (2.3)$$

Para aplicar o *K-method*, a variável C na equação 2.2 é descrita pela equação 2.3, onde é necessário escolher como as variáveis de estado \mathbf{x} , as voltagens entre os capacitores e as correntes de indutores. A variável \mathbf{u} , representa as fontes de corrente e voltagem presentes na entrada do circuito. Dispositivos não lineares contribuem com correntes não lineares \mathbf{i} que são computadas por uma função vetorial \mathbf{f} que mapeia as tensões controladas pelas correntes nos terminais dos dispositivos (YEH; ABEL; SMITH, 2010). Como as

correntes não lineares são dependentes das voltagens nos terminais de cada dispositivo não linear, a variável \mathbf{i} é escrita em função de \mathbf{v} . Então é possível modificar a equação 2.2 por:

$$Gv = M_1x + M_2u + M_3i(v) \quad (2.4)$$

Essa técnica de modelagem, no entanto, depende da quantidade de nós que compõem o circuito para estimar o gasto computacional. Circuitos de amplificadores valvulados tendem a ser complexos e assim compromete a aplicação dessa técnica em tempo real.

Wave Digital Filters

Wave Digital Filters são uma classe de filtros digitais onde é possível mapear seus parâmetros através das grandezas elétricas, como a tensão e a corrente. Cada elemento de um circuito elétrico possui uma representação em forma de filtro e através do uso de adaptadores é possível conectar diferentes filtros, como se fossem elementos de um circuito elétrico (PAKARINEN; YEH, 2009). A construção de circuitos utilizando a técnica de *Wave Digital Filters* se mostra eficiente e promissora para aplicações em tempo real, apesar de existirem algumas barreiras e topologias que não são mapeadas facilmente pela técnica.

O princípio por trás de *Wave Digital Filters* é a transformação das variáveis de Kirchhoff, tensão \mathbf{v} e corrente \mathbf{i} , em parâmetros utilizados na criação dos filtros, chamados de variáveis de onda (reflectância e incidência) (JAROMIR, 2012).

A figura 6 resume as transformações para cada componente básico de um circuito.

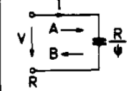
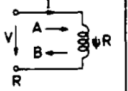
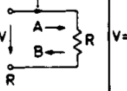
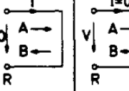
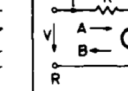
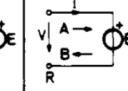

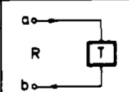
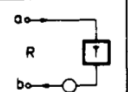
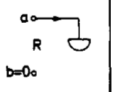
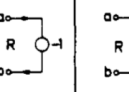
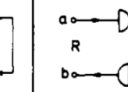
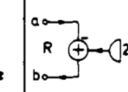

Capacitance	Inductance	Resistance	Short-circuit	Open-circuit	Resistive source	Voltage source
$V = IR / \psi$	$V = \psi R$	$V = RI$	$V = 0$	$I = 0$	$V = E + RI$	$V = E$
						
$B = z^{-1}A$	$B = -z^{-1}A$	$B = 0$	$B = -A$	$B = A$	$B = E$	$B = 2E - A$
$b(t_n) = a(t_n - T)$	$b(t_n) = -a(t_n - T)$	$b = 0$	$b = -a$	$b = a$	$b = e$	$b = 2e - a$
						

Figura 6 – Elementos básicos de um circuito e suas representações em grandezas de onda. Autor (FETTWEIS, 1986).

Séries de Volterra

É um método analítico que usa uma ferramenta matemática chamada séries de Volterra para modelar um sistema não linear. Série de Volterra é, por definição, uma convolução multidimensional da entrada do sistema com uma matriz de resposta não linear. Enquanto a resposta ao impulso em sistemas lineares caracteriza por completo um sistema e permite prever uma resposta para uma determinada entrada, em sistemas não lineares, esse tipo de caracterização não consegue identificar as não linearidades, caracterizando assim somente a parte linear do sistema. As Séries de Volterra permitem caracterizar, através de funções especiais, chamadas de *kernels*, a parte não linear do sistema. Os núcleos correspondem a resposta multidimensional ao impulso dos coeficientes não lineares do sistema. (PAKARINEN; YEH, 2009)

As séries de Volterra podem ser consideradas também como uma expansão em séries de Taylor com os coeficientes do polinômio substituídos por convoluções multidimensionais representando assim o efeito de memória de sistemas não lineares de acordo com a ordem de não linearidade (PAKARINEN; YEH, 2009)

Definição no domínio do tempo

Em sistemas lineares a convolução é representada por:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau)d\tau = h(t) * x(t) \quad (2.5)$$

Onde $x(t)$ é a entrada do sistema, $y(t)$ é a saída e $h(t)$ é a resposta ao impulso do sistema. Aplicando a transformada de Fourier tem-se que:

$$Y(j\omega) = H(j\omega)X(j\omega) \quad (2.6)$$

Assim, a resposta ao impulso $h(t)$ na equação 2.5 e a resposta em frequência $H(j\omega)$ em 2.6 contém toda a informação necessária para se caracterizar um sistema (CHENG et al., 2017)

Para sistemas não lineares, se a energia contida no sinal $x(t)$ é limitada, significa que o sinal pode ser representado por Séries de Volterra.

$$y(t) = h_0 + \sum_{n=1}^N \int_a^b \cdots \int_a^b h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{j=1}^n x(t - \tau_j) d\tau_j \quad (2.7)$$

Os coeficientes h_n são os *kernels*. O termo h_0 é chamado de constante de ordem zero. É interessante notar que se todos os *kernels*, exceto o de primeira ordem, forem iguais a zero, o sistema em análise é puramente linear.

Definição no Domínio Discreto

Na maioria das vezes, utiliza-se computadores para realizar os cálculos das séries de Volterra. Devido a complexidade dos sistemas não lineares, facilmente os cálculos se tornam inviáveis de serem realizados analiticamente. Para que o computador possa realizar os cálculos é necessário uma representação discreta da série de Volterra

As séries de Volterra em tempo discreto são definidas como:

$$y[n] = h_0 + \sum_{p=1}^P \sum_{\tau_1=a}^b \dots \sum_{\tau_p=a}^b h_p(\tau_1, \dots, \tau_p) \prod_{j=1}^p x(n - \tau_j) \quad (2.8)$$

Essa equação é capaz de descrever sistemas não lineares com memória e sua implementação computacional se dá por um método bem simples e direto através de um algoritmo que represente os somatórios mostrados na equação 2.8.

Domínio da frequência

Para sistemas lineares, a resposta em frequência facilita bastante a análise e modelagem de sistemas. Infelizmente para os não lineares a resposta em frequência não ajuda na análise nem na modelagem. Para isso, desenvolveu-se, baseado em Séries de Volterra, alguns conceitos para se analisar sistemas não lineares no domínio da frequência. Conceitos como Função de Resposta em Frequência Generalizada, Função da Resposta em Frequência Não Linear da Saída entre outras que serão apresentadas a seguir:

Função de Resposta em Frequência Generalizada

A Função de Resposta em Frequência Generalizada, também conhecida como *Generalized frequency response function (GFRF)* em inglês, é definida como a Transformada de Fourier multidimensional dos núcleos de Volterra e pode ser representada por:

$$H_n(\omega_1, \dots, \omega_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) e^{-j(\omega_1 \tau_1 + \dots + \omega_n \tau_n)} d\tau_1 \dots d\tau_n \quad (2.9)$$

A transformada inversa pode ser feita como:

$$h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) = \frac{1}{(2\pi)^n} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} H_n(\omega_1, \dots, \omega_n) e^{j(\omega_1 \tau_1 + \dots + \omega_n \tau_n)} d\omega_1 \dots d\omega_n \quad (2.10)$$

Usando a Função de Resposta em Frequência Generalizada tem-se que a saída de um sistema não linear é representada no domínio da frequência como:

$$Y(\omega) = \sum_{n=1}^{\infty} Y_n(\omega) \quad (2.11)$$

Onde, $Y_n(\omega)$ é:

$$Y_n(\omega) = \frac{1}{(2\pi)^{n-1}} \int_{\omega_1, \dots, \omega_n = \omega} H_n(\omega_1, \dots, \omega) \prod_{i=1}^n U(\omega_i) d\sigma_{n\omega} \quad (2.12)$$

Para as equações 2.12 e 2.11, $Y(\omega)$ é todo o espectro da saída do sistema, $U(\omega)$ é o espectro da entrada do sistema, $Y_n(\omega)$ representa a n-ésima ordem da resposta em frequência da saída do sistema, $\sigma_{n\omega}$ representa todo o campo de integração satisfazendo a restrição $\omega_1, \dots, \omega_n = \omega$.

Em sistemas lineares, a função da resposta em frequência pode ser deduzida utilizando a transformada de Laplace, através das equações diferenciais dinâmicas (CHENG et al., 2017). (BEDROSIAN; RICE, 1971) propôs um método de análise dos harmônicos gerados por distorções em sistemas de comunicação, porém o método de análise proposto só é válido para sistemas de uma única entrada. Vários outros estudos buscaram estender as pesquisas de (BEDROSIAN; RICE, 1971) para múltiplas entradas como as pesquisas de (SWAIN; BILLINGS, 2001) e (HE et al., 2013).

Função da Resposta em Frequência não linear da Saída

Uma das principais características da Função de Resposta em Frequência Generalizada é que ela é multidimensional. A quantidade de dimensões presentes em um sistema torna a função muito mais complicada de se medir, mostrar e interpretar do que a resposta em frequência de um sistema linear. Para isso foi proposto uma função de uma dimensão na frequência que permite uma análise de sistemas não lineares de forma semelhante a sistemas lineares. A NOFRF (*Nonlinear output frequency response function*) é definida como:

$$G_n(\omega) = \frac{\int_{\omega_1 + \dots + \omega_n = \omega} H_n(\omega_1, \dots, \omega_n) \prod_{i=1}^n U(\omega_i) d\sigma_{n\omega}}{\int_{\omega_1 + \dots + \omega_n = \omega} \prod_{i=1}^n U(\omega_i) d\sigma_{n\omega}} \quad (2.13)$$

Sob a condição que:

$$U_n(\omega) = \int_{\omega_1 + \dots + \omega_n = \omega} \prod_{i=1}^n U(\omega_i) d\sigma_{n\omega} \neq 0$$

Sendo assim a resposta em frequência do sistema, pelo conceito introduzido pela NOFRF é dada por:

$$Y(\omega) = \sum_{n=1}^N Y_n(\omega) = \sum_{n=1}^N G_n(\omega) U_n(\omega) \quad (2.14)$$

A variável $U_n(\omega)$ é definida da mesma forma como é mostrada na equação 2.13. A grande vantagem da NOFRF é representar um sistema em uma única dimensão. É

importante perceber que a NOFRF não está relacionada somente a as características do sistema, mas também está relacionada a entrada do sistema, refletindo em uma contribuição combinada entre o sistema e a entrada do sistema com o comportamento da resposta em frequência da saída do sistema (CHENG et al., 2017).

Relação entre as Séries de Volterra e outros modelos não lineares

Existem várias relações que aproximam as Séries de Volterra com modelos de sistemas não lineares como as séries de Taylor, séries de Wiener, modelos de Hammerstein, Wiener-Hammerstein e outros mais.

Séries de Taylor

É um dos métodos mais típicos para se descrever a realação não linear entre duas variáveis. Assumindo que a relação entre duas variáveis y e u pode ser decrita pela função $y = f(u)$. Se a função f no ponto u_0 é infinitamente diferenciável, então nos limites de u_0 , a variável y pode ser expressa como uma série de potências da variável u . Especialmente quando $u_0 = 0$ as séries de Taylor são denominadas Séries de Maclaurin e são representadas da seguinte forma(CHENG et al., 2017):

$$\begin{aligned} y &= f(0) + f'(0)u + \frac{f''(0)}{2!}u^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}u^n + \dots \\ y &= \sum_{i=0}^{\infty} \frac{f^{(i)}(0)}{i!}u^i \end{aligned} \quad (2.15)$$

De acordo com a definição das Séries de Volterra, a função dos núcleos da série é a função delta de Dirac multidimensional e pode ser escrita como:

$$h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) = a_n \delta(\tau_1) \dots \delta(\tau_n) \quad (2.16)$$

A equação 2.7 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} a_n \delta(\tau_1) \dots \delta(\tau_n) \prod_{j=1}^n x(\tau - \tau_j) d\tau_1 \dots d\tau_n \\ y(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} a_n x^n(t) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Neste caso a série de Volterra se degenera em uma série ordinária, similar a série de Taylor. O atraso τ_j representa o efeito da entrada atual e da entrada passada na saída presente. Se os núcleos forem escolhidos da mesma forma como a equação 2.16, significa que somente quando todos os atrasos $\tau_j = 0$ a função dos núcleos seria diferente de 0. Isso implica que entradas passadas não podem afetar a resposta atual do sistema. O fato das

séries de Volterra levar em consideração diferentes atrasos faz ela ser uma extensão das séries de Taylor que leva em consideração efeitos de memória e a dinâmica do sistema, enquanto as séries de Taylor só conseguem representar a não linearidade estática do sistema (CHENG et al., 2017).

Séries de Wiener

Em alguns casos as séries de Volterra apresentam algumas desvantagens na análise e modelagem de sistemas não lineares. A região de convergência é bem estreita, e a identificação do núcleo é uma tarefa difícil. Para evitar a difícil convergência das séries de Volterra, as séries de Wiener é essencialmente a expansão ortogonal de séries de funções para sistemas não lineares invariantes no tempo e possuem uma relação próxima com as séries de Volterra. Dado que a representação da série Wiener é conhecida, então cada ordem da série Volterra pode ser derivada adicionando cada ordem da série Wiener. Dado que a representação da série de Volterra é conhecida, então cada ordem da série de Wiener pode ser obtida aplicando o procedimento de ortogonalização de Gram-Schmid.

$$\begin{cases} y(t) = G_0 + \sum_{n=1}^{\infty} G_n[x(t)] \\ G_n[x(t)] = G_{0,n} + G_{1,n}[x(t)] + \dots + G_{n,n}[x(t)] \end{cases} \quad (2.18)$$

Onde $x(t)$ é a entrada, G_0 é a componente de ordem zero, $G_n[x(t)]$ é a n -ésima componente G que é constituída pela n -ésima ordem da série não homogênea de Volterra, e $G_{r,n}(\tau_1, \dots, \tau_r)(r \leq n)$ pode ser representado como:

$$G_{r,n}[x(t)] = \int_0^{\infty} \dots \int_0^{\infty} G_{r,n}(\tau_1, \dots, \tau_r) x(t - \tau_1) \dots x(t - \tau_r) d\tau_1 \dots d\tau_r \quad (2.19)$$

Onde $G_{r,n}(\tau_1, \dots, \tau_r)(r \leq n)$ na equação 2.19 é a função dos núcleos de Wiener.

Sendo que cada ordem de G é mutuamente ortogonal, podendo ser expressa como:

$$\begin{aligned} E(G_n[x(t)]G_m[x(t)]) &= 0 \\ n &\neq m \end{aligned} \quad (2.20)$$

Um método de identificação direta dos núcleos de Wiener foi proposto por Lee e Schetzen em (LEE; SCHETZEN, 1965).

$$G_{n,n}(\tau_1, \dots, \tau_n) = \frac{1}{x! \sigma_x^{2n}} \overline{\left(y(t) - \sum_{i=1}^{n-1} G_i[x(t)] \right) x(t - \tau_1) \dots x(t - \tau_n)} \quad (2.21)$$

Onde a barra indica a média sobre o tempo e σ_x^2 é variância da entrada.

Modelo de Hammerstein

O modelo de *Hammerstein* é constituído por um subsistema não linear estático seguido por um subsistema linear e pode ser modelado como:

$$y = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)x(t - \tau)d\tau \quad (2.22)$$

$$x(t) = F(u(t)) \quad (2.23)$$

Onde $u(t)$ é a entrada do sistema, $y(t)$ é a saída e $F(\cdot)$ é a função não linear. De acordo com as equações 2.22 e 2.23, a relação entre a entrada e a saída do sistema é dada por:

$$\begin{aligned} y(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \sum_{n=1}^N a_n [u(t - \tau)]^n d\tau = \\ &= \sum_{n=1}^N \int_{-\infty}^{\infty} a_n h(\tau) [u(t - \tau)]^n d\tau = \\ y(t) &= \sum_{n=1}^N y_n(t) \end{aligned} \quad (2.24)$$

Onde,

$$y_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \cdots \int_{-\infty}^{\infty} (a_n h(\tau_1) \sigma(\tau_1 - \tau_2) \cdots \sigma(\tau_1 - \tau_n) / [\Delta\tau]^{n-1}) u(t - \tau_n) \cdots u(t - \tau_n) d\tau_1 \cdots d\tau_n \quad (2.25)$$

O modelo de Hammerstein então é uma série de Volterra truncada com as funções de núcleos sendo:

$$\begin{aligned} h_n(\tau_1, \cdots, \tau_n) &= a_n h(\tau_1) \sigma(\tau_1 - \tau_2) \cdots \sigma(\tau_1 - \tau_n) / [\Delta\tau]^{n-1} \\ &= a_n h(\tau) / [\Delta\tau]^{n-1} \end{aligned} \quad (2.26)$$

ou

$$h_n(\tau_1, \cdots, \tau_n) = \begin{cases} 0, & \tau_1 \neq \tau_n \\ a_n h(\tau_1) \sigma(\tau_1 - \tau_2) \cdots \sigma(\tau_1 - \tau_n) / [\Delta\tau]^{n-1}, & \tau_1 = \tau_n \end{cases} \quad (2.27)$$

A equação 2.27 mostra que somente os núcleos que formam a diagonal principal de uma matriz de núcleos são diferentes de zero. (CHENG et al., 2017)

Convergência das Séries de Volterra

Para identificar se as séries de Volterra são convergentes é necessário levar em conta dois aspectos. O primeiro aspecto é analisar se a série é convergente e o segundo é se a representação da série é convergente. A solução do primeiro aspecto define se o

sistema pode ser aproximado por séries de Volterra. A convergência média quadrática é definida como: dada uma sequência de variáveis X_1, X_2, X_3, \dots que converge para uma variável X em média quadrática é:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[(X_n - X)^2] = 0 \quad (2.28)$$

Onde $E[X]$ é a média finita.

Se a convergência média quadrática da saída do sistema e do modelo for selecionada, as classes mais gerais de sistemas podem ser recuperados. Neste caso, efeitos não lineares como descontinuidades e saturação podem ser modelada por séries de Volterra. Escolhendo a convergência uniforme, somente a saturação não linear pode ser modelada. A solução do segundo aspecto pode ser usada para analisar a precisão da aproximação, a ordem de truncamento da série pode ser escolhida de acordo com o requisito de precisão de aproximação. A ideia básica para achar a região de convergência é procurar uma região de convergência de séries de potência que seja mais restritiva que a região de convergência das séries de Volterra.

Supondo que para todo o tempo $|u(t)| < K$ e

$$\int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} |h_n(\tau_1, \dots, \tau_n)| d\tau_1 \dots d\tau_n \leq a_n$$

de acordo com a definição da série de Volterra, a saída do sistema segue a equação a seguir:

$$|y(t)| \leq \sum_{n=0}^{\infty} a_n K^n \quad (2.29)$$

Caso a série de potência do lado direito da equação 2.29 seja convergente então a série de Volterra também será.

A identificação dos núcleos de Volterra

Um dos principais problemas para a modelagem de sistemas usando as séries de Volterra é a identificação dos núcleos que caracterizam a série. Para identificar os núcleos é necessário excitar o amplificador a ser modelado com um sinal que consiga saturar as válvulas de tal forma que ocorra a distorção do amplificador. Proposto por Farina em (FARINA; BELLINI; ARMELLONI, 2001), a aplicação de um sinal senoidal exponencial que varre a frequência audível (*Swept Sines*) em um amplificador é capaz de extrair os núcleos da série e assim, é possível separar a resposta a cada harmônico do amplificador (SCHMITZ; EMBRECHTS, 2017). Algumas modificações foram propostas ao modelo de Farina, corrigindo a formulação do sinal e evitando uma divergência entre as fases dos sinais (NOVÁK, 2009).

Swept Sines são sinais senoidais que com o passar do tempo variam a sua frequência instantânea, cobrindo uma faixa do espectro de frequências. São muito usados na área de comunicação em sonares e radares, mas também podem ser utilizado em sistemas de áudio para cobrir toda a frequência audível.

Um sinal desse tipo que aumenta a sua frequência exponencialmente é definido como:

$$x(t) = \sin(2\pi f_1 L[\exp(\frac{t}{L})]) \quad (2.30)$$

Onde, a frequência instantânea é dada por:

$$f_i(t) = f_1 \exp(\frac{t}{L}) \quad (2.31)$$

o atraso de grupo t_f é a função inversa da frequência instantânea f_i e é dada por:

$$t_f(f) = L \ln(\frac{f_i}{f_1}) \quad (2.32)$$

A duração de tempo T do sinal $x(t)$ pode ser expressa em função da frequência f_1 e da frequência f_2 que são, respectivamente, a frequência em que o sinal começa e a frequência em que o sinal termina (NOVAK et al., 2010a).

$$T = L \ln(\frac{f_2}{f_1}) \quad (2.33)$$

A imagem abaixo mostra como a frequência do sinal varia com o passar do tempo.

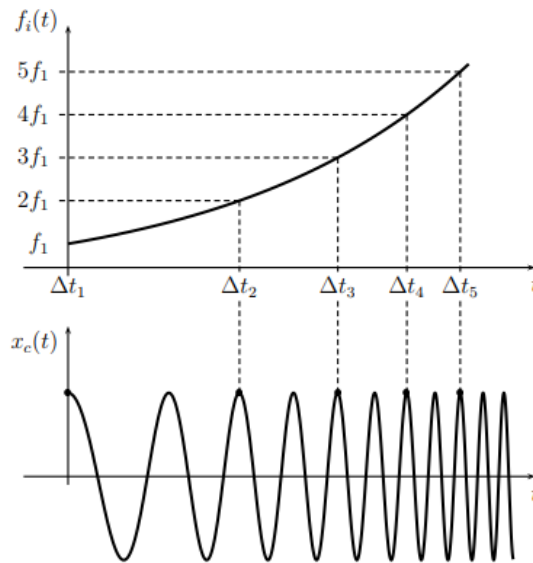


Figura 7 – Em cima: Frequência instantânea f_i . Embaixo: *swept signal* sincronizado. Autor: (NOVAK et al., 2010b)

3 Metodologia

3.1 Caracterização

O método de caracterização foi baseado nos experimentos realizados por (FARINA; BELLINI; ARMELLONI, 2001) e utiliza o sinal de excitação de um sistema não linear descrito na subseção 2. O método consiste em excitar o sistema em análise com um *Swept Sine* e gravar a saída do sistema. Em seguida realiza-se uma inversão temporal do sinal de excitação que é utilizado para realizar uma convolução com a resposta gravada do sistema em análise. Após essa convolução, obtém-se uma função constituída por respostas ao impulso seguidas conforme a figura 9.

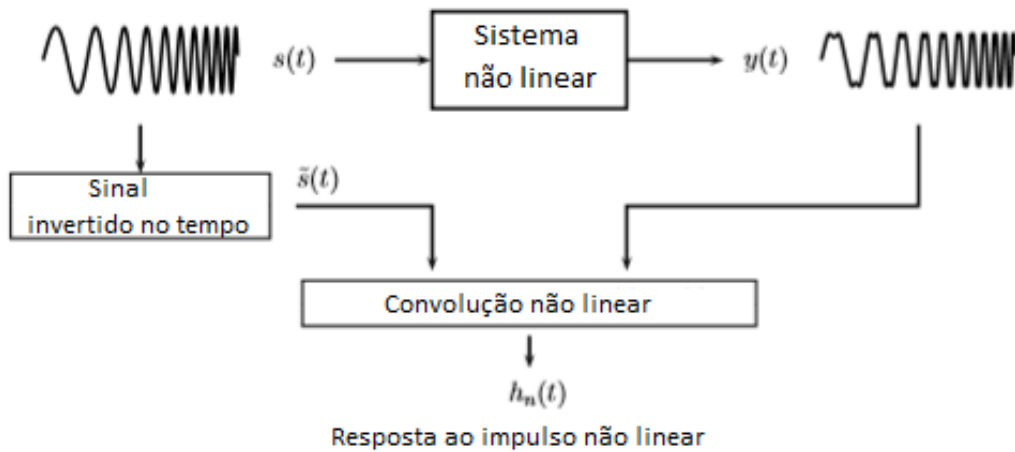


Figura 8 – Diagrama de blocos do método baseado em convolução não linear. Autor: (NOVÁK, 2009)

A figura 8 mostra os sinais $s(t)$ e $y(t)$ que são respectivamente, o sinal senoidal que varia exponencialmente na frequência e a saída do sistema em análise. O sinal $\bar{s}(t)$ é o sinal $s(t)$ invertido temporalmente. A convolução entre $y(t)$ e $\bar{s}(t)$ pode ser expressa por:

$$y(t) * \bar{s}(t) = \sum_{m=1}^{\infty} h_m(t + \Delta t_m) \quad (3.1)$$

Onde, h_m é a resposta não linear ao impulso e Δt_m é a diferença de tempo entre a primeira resposta impulsional e a m -ésima resposta do sistema, onde a primeira resposta define a

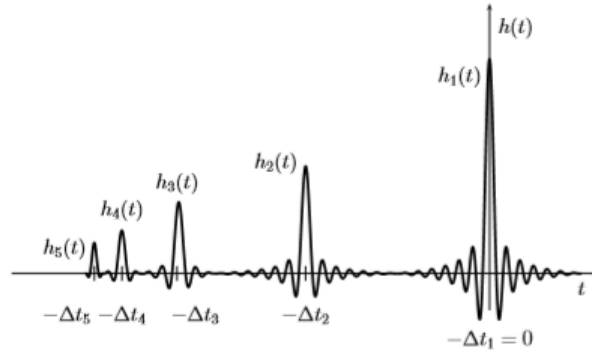


Figura 9 – Resposta ao impulso do sistema em análise. Autor: (NOVÁK, 2009)

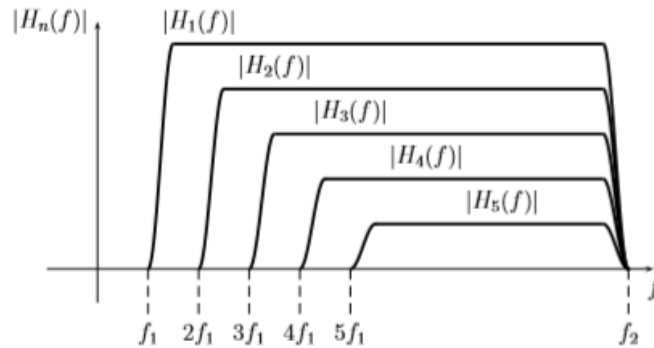


Figura 10 – Módulo da resposta frequencial dos impulsos. Autor: (NOVÁK, 2009)

parte linear do sistema em análise. Dessa forma é possível separar temporalmente cada resposta ao impulso, a partir do valor de Δt_m como mostra a figura abaixo:

Através do uso da Transformada de Fourier de cada resposta ao impulso é obtida a resposta frequencial de cada impulso como mostra a figura 10

Na figura 10, as frequências f_1 e f_2 são as frequências em que o sinal de excitação começa e termina, respectivamente.

3.2 Metodologia utilizada para caracterizar um modelo

Utilizando o método de caracterização proposto por Farina em (FARINA; BELLINI; ARMELLONI, 2001) e por Novak em (NOVAK et al., 2010a), que consiste em alimentar um sistema não linear com um sinal senoidal que varia a sua frequência de forma exponencial, criou-se um modelo de amplificador virtual com as características de um modelo físico.

O amplificador utilizado para a caracterização, mostrado na figura 11, é um *Blackstar* HT-5 C, composto por uma válvula 12BH7 no pré amplificador e uma ECC83 na parte de amplificação de potência. Diferente da tentativa de caracterização realizada em traba-



Figura 11 – Amplificador Blackstar HT-5 C

lhos passados, a caracterização foi feita gravando a saída do pré amplificador, simplificando a quantidade de equipamentos utilizados, evitando ao máximo a captação de ruídos para tentar obter o sinal mais limpo de interferências possíveis.

A criação do sinal de teste foi feita segundo a equação 2.30, utilizando o programa Matlab para computar a função e gerar o arquivo de áudio em formato *.wav*. O tempo de duração do sinal foi de 20 segundos, gerando 882000 amostras, devido a frequência de amostragem de 44,1 kHz que foi igualada a frequência da interface de áudio USB utilizada durante o processo de gravação dos sinais.

O sinal exponencial então foi exportado em uma trilha mono, para o programa Audacity, que é um editor, gravador e reproduzidor de áudio e configurada para enviar o sinal para a saída da interface. Utilizando a interface de áudio M-audio *Fast Track Pro*, conectou-se a saída do pré amplificador presente no *Blackstar* à entrada de áudio da interface, através de um cabo P10. A saída da interface, por onde o sinal exponencial é enviado do computador, foi conectada à entrada de instrumentos do amplificador. No software Audacity, foi criada uma segunda trilha de áudio armada para gravar o sinal na entrada da interface.

A figura 12 mostra como foram feitas as conexões entre computador, interface e amplificador.

Após a gravação do sinal exponencial na saída do pré amplificador, o arquivo contendo as informações foi exportado para o Matlab onde foi processado e convoluído com o sinal exponencial invertido para obtenção dos núcleos, como mostra a figura 8. Seguindo a extração dos núcleos, separou-se cada impulso obtido para a construção do modelo de *Hammerstein* do amplificador, exemplificado na figura 13

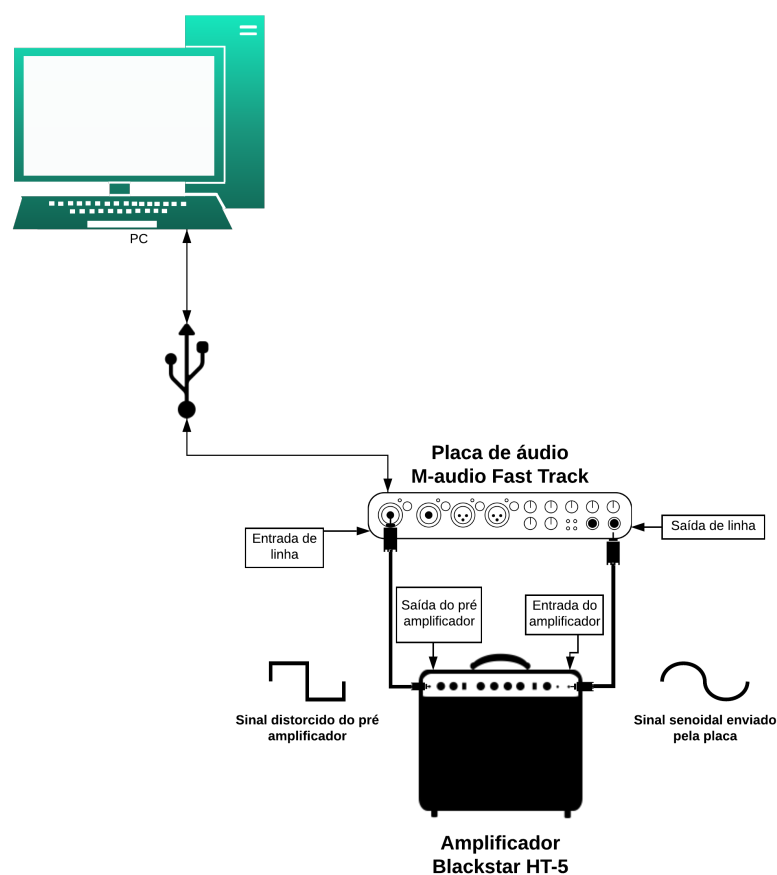


Figura 12 – Diagrama de conexão do sistema de caracterização

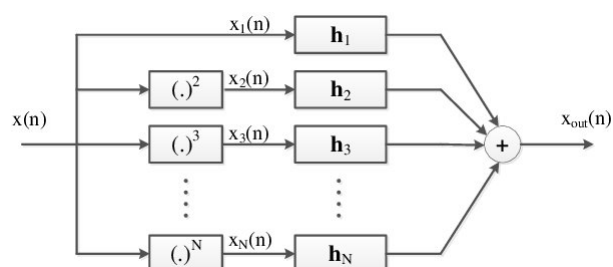


Figura 13 – Modelo de *Hammerstein*. Retirado de: (GUDUPUDI; BEAUGEANT; EVANS, 2014)

A ordem do sistema, ou seja, a quantidade de núcleos utilizados para construir o modelo de *Hammerstein*, foi ajustada para utilizar 11 núcleos. A saída do sistema então foi obtida, com a convolução de 11 sinais, cada um elevado a um expoente, cujo valor máximo é determinado pela ordem do sistema, com o núcleos associado a cada expoente. Esses sinais são somados e resultando em um único sinal de áudio que representa a saída final do modelo caracterizado. A figura 14 exemplifica o funcionamento do algoritmo criado para a simulação do amplificador caracterizado.

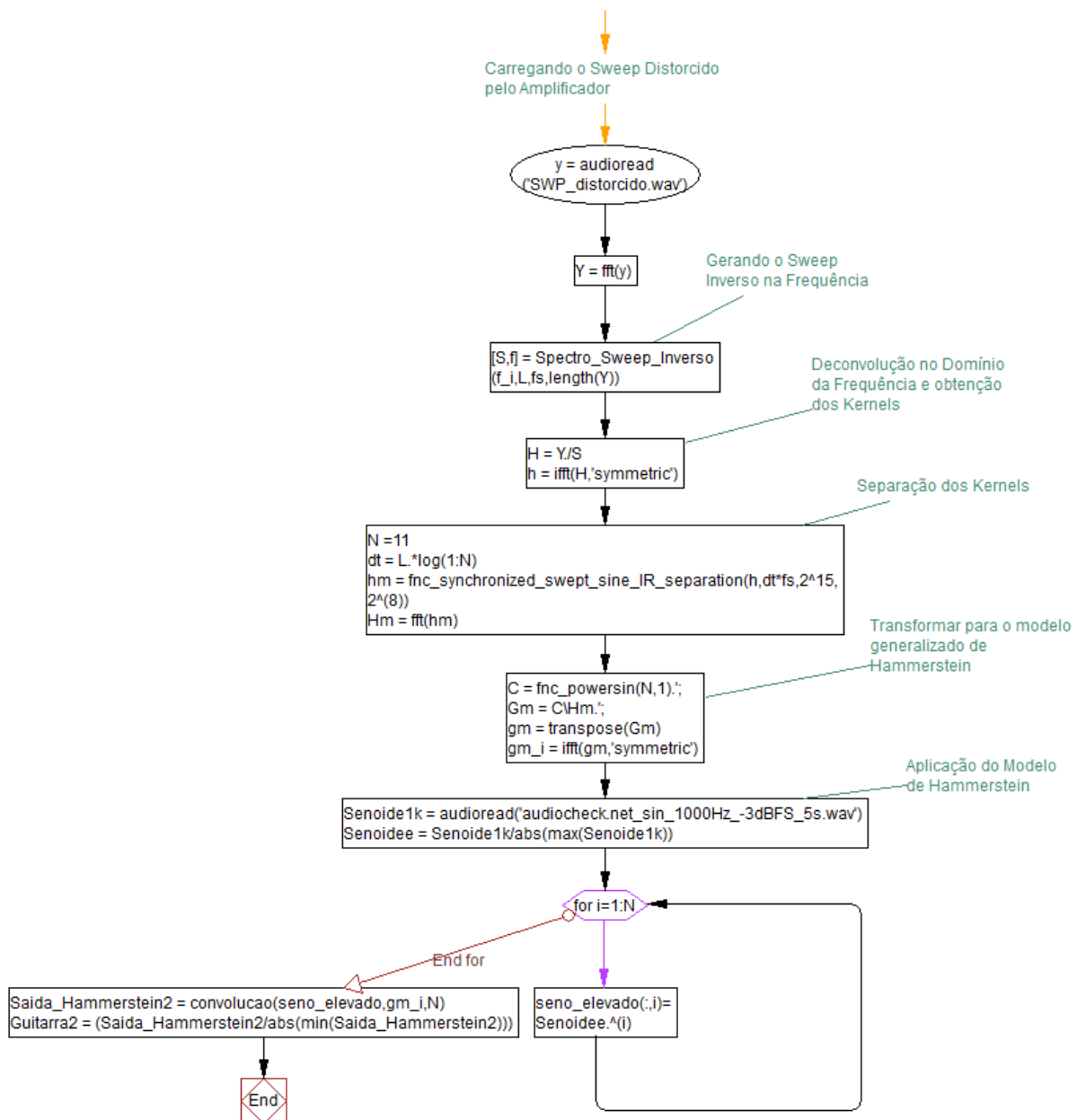


Figura 14 – Fluxograma do programa desenvolvido

4 Resultados

A montagem do sistema de *Hammerstein*, permitiu que fosse criada um modelo virtual do amplificador. Para verificar o funcionamento e performance do sistema criado, foi utilizado um único sinal de entrada para o amplificador real e o modelo virtual. O sinal de teste aplicado foi uma senoide de 1 kHz, mostrada na figura 15, na parte superior da imagem. Na parte inferior da figura 15, em azul está plotado a saída gravada do amplificador físico, em laranja, sobrepondo quase que por completo a cor azul, é a saída do modelo virtual do amplificador.

Para medir valores mais concretos entre as saídas gravadas do modelo real e físico, foi aplicado aos sinais gravados de cada modelo, a Transformada de Fourier para visualizar a resposta em frequência dos amplificadores. Na figura 16, na parte superior é mostrada a resposta frequencial do amplificador físico, já na parte inferior, a resposta frequencial do modelo. Através desse tipo de análise, é possível ter uma ideia das diferenças de intensidade entre os harmônicos gerados pelo modelo físico e pelo modelo de *Hammerstein*. A tabela 1, mostra as medidas realizadas para cada harmônico entre os modelos, como se trata de um valor de intensidade de som, a unidade utilizada para os valores está de *decibels*.

Os dados das tabelas mostram pequenas divergências entre os modelos, como no sexto harmônico, onde foi obtido o maior erro entre todos. Alguns harmônicos, como no

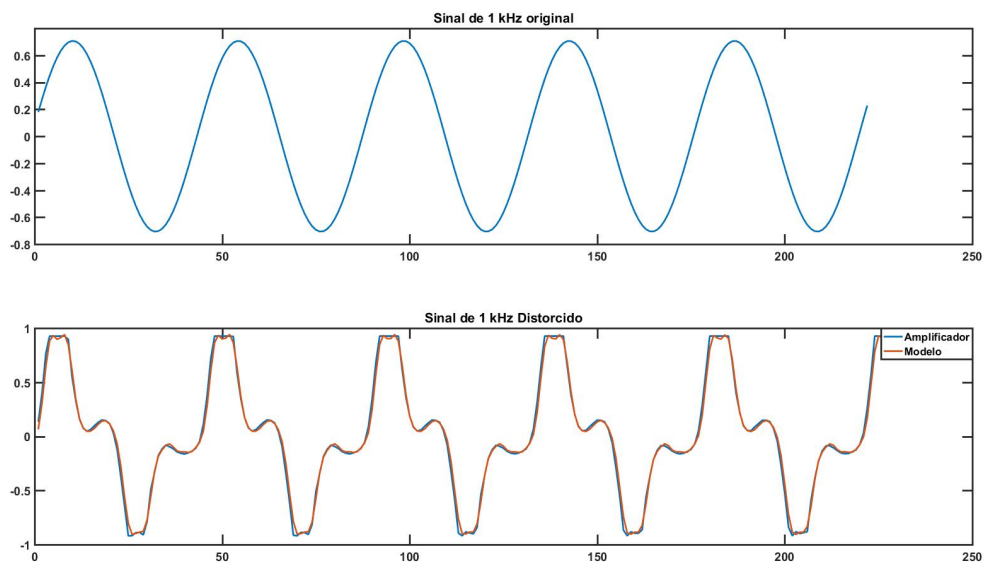


Figura 15 – Superior: Sinal senoidal de 1 kHz utilizado para testar os modelos. Inferior: Em azul está o sinal distorcido pelo amplificador físico, em laranja a saída do modelo de *Hammerstein*

Tabela 1 – Propriedades obtidas após processamento

Harmônico	Amplificador (dB)	Modelo(dB)	Diferença (dB)	% erro
Fundamental	48,20	48,36	-0,16	0%
2°	39,06	38,99	0,06	0%
3°	16,1	45,67	0,43	1%
4°	37,09	37,65	-0,56	-2%
5°	33,45	34,60	-1,15	-3%
6°	33,73	31,84	1,89	6%
7°	36,68	36,42	0,26	1%
8°	35,49	34,22	1,27	4%
9°	35,90	34,84	1,06	3%
10°	32,44	32,06	0,37	1%
11°	32,07	30,67	1,39	4%

Tabela 2 – Resultados obtidos

caso do Fundamental e de outros, ultrapassa o valor do harmônico produzido pelo amplificador real. Por se tratar de uma digitalização, passando de um meio físico para um meio virtual, pela utilização de cabos e conectores e de uma interface de áudio, que realiza uma amostragem do sinal através de um conversor analógico digital, é de extrema dificuldade criar um modelo fiel, que consiga modificar o som de modo idêntico ao amplificador real, porém esse modelo pode alcançar resultados próximos o suficiente, possibilitando o uso de modelos desenvolvidos através dessa técnica.

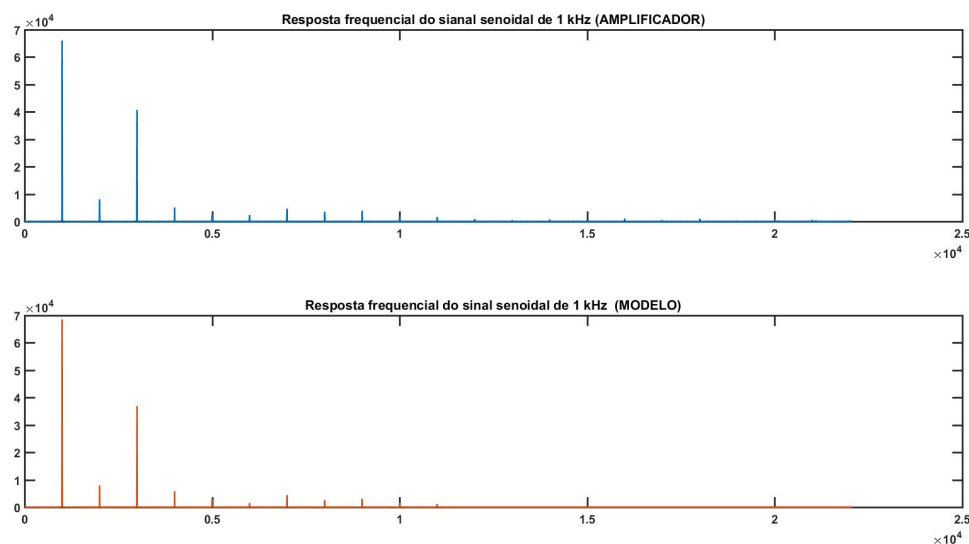


Figura 16 – Resposta em frequência dos modelos

Além de todos os equipamentos, cabos e conectores utilizados para a gravação dos sinais, existe uma relação máxima entre a ordem do modelo e a viabilidade de separação dos núcleos. O primeiro *kernel*, observado bem no centro da figura 17 é separado por uma

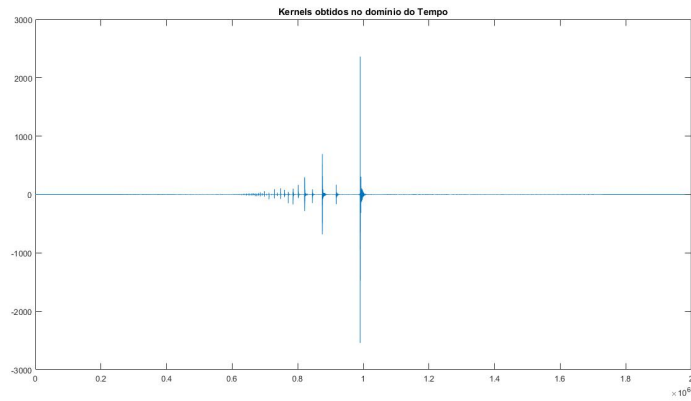


Figura 17 – núcleos obtidos

distância razoável do segundo *kernel*, mas com o passar dos núcleos essa distância diminui, assim como suas intensidades, podendo ser considerado apenas ruído. A separação entre eles é dada pela equação 3.1, onde o Δt_m é definido por:

$$\Delta t_m = L \ln(m), \quad (4.1)$$

O parâmetro L na equação 4.1 é definido pelos parâmetros iniciais do sinal de excitação do sistema durante a caracterização e pode ser calculado através da equação 2.33

Além da intensidade dos núcleos diminuir, eles tendem a estreitar os espaços, dificultando a separação de cada *kernel* com a utilização de sistemas que utilizam ordens elevadas.

5 Conclusão

Neste trabalho, buscou-se caracterizar um amplificador valvulado de guitarra criando um modelo virtual que possuísse as características principais do amplificador utilizado como molde. Para isso utilizou-se o método de caracterização de sistemas não lineares através do uso de Séries de Volterra. A identificação dos núcleos da Série de Volterra para a modelagem do sistema utilizando o modelo de *Hammerstein*, foi feita com a aplicação de um sinal senoidal variando exponencialmente na frequência, um *Swept Sine* explicado na seção ???. Ao aplicar o *Swept Sine* no amplificador e gravar sua saída, é obtido um *Swept Sine* distorcido. A obtenção dos núcleos é feita pela convolução do *Swept Sine* invertido no tempo, levando ao resultado mostrado na figura 17. Cada *kernel* é separado em impulsos, que posteriormente são transformados em filtros, conforme a figura 13 mostra. A reconstrução da saída através do modelo de *Hammerstein* é feita elevando o sinal de entrada conforme a quantidade de núcleos utilizados na montagem do modelo. A acurácia do sistema foi medida através da aplicação de uma senoide pura com frequência de 1 kHz, comparando o sistema o modelo virtual com o amplificador molde. As respostas gravadas, tiveram os harmônicos medidos para permitir uma visualização numérica entre os modelos, os resultados foram contabilizados na tabela 1.

O modelo apresenta um bom desempenho na construção de um sinal senoidal distorcido, os harmônicos são construídos de forma semelhante ao modelo físico. A figura 15 mostra que existem harmônicos que não foram emulados devido a ordem escolhida do sistema, apenas 11 harmônicos foram emulados. Como os harmônicos perdem intensidade com o aumento da frequência, a influência daqueles com elevadas frequências é pequena na construção do sinal.

A aplicação do modelo em um sistema que funcione em tempo real ainda é um pouco dificultada pelo gasto computacional para processar todo o método de aplicação do sistema de *Hammerstein*, inviabilizando um sistema de baixa latência.

A utilização de redes neurais aparenta ser uma solução para a criação de um modelo fiel a modelagem de sistemas não lineares, podendo desenvolver aplicações operando em tempo real com baixa latência. Arquiteturas implementadas com redes neurais podem ser treinadas com um conjunto de dados que fornece a resposta frequencial do amplificador utilizado como molde.

Referências

- Araya e Suyama. *Sound effector capable of imparting plural sound effects like distortion and other effects*. 1996. 5570424. Disponível em: <<https://patents.google.com/patent/US5570424A/en>>. Citado na página 27.
- BEDROSIAN, E.; RICE, S. O. The output properties of volterra systems (nonlinear systems with memory) driven by harmonic and gaussian inputs. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 59, n. 12, p. 1688–1707, 1971. Citado na página 32.
- BUSSEY, W.; HAIGLER, R. Tubes versus transistors in electric guitar amplifiers. In: IEEE. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, IEEE International Conference on ICASSP'81*. [S.l.], 1981. v. 6, p. 800–803. Citado na página 22.
- CHENG, C. et al. Volterra-series-based nonlinear system modeling and its engineering applications: A state-of-the-art review. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Elsevier, v. 87, p. 340–364, 2017. Citado 6 vezes nas páginas 25, 30, 32, 33, 34 e 35.
- FARINA, A.; BELLINI, A.; ARMELLONI, E. Non-linear convolution: A new approach for the auralization of distorting systems. Citeseer, 2001. Citado 3 vezes nas páginas 36, 38 e 39.
- FETTWEIS, A. Wave digital filters: Theory and practice. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 74, n. 2, p. 270–327, 1986. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 29.
- GUDUPUDI, L.; BEAUGEANT, C.; EVANS, N. Characterisation and modelling of non-linear loudspeakers. In: . [S.l.: s.n.], 2014. p. 134–138. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 41.
- HABER, R.; KEVICZKY, L. *Nonlinear system identification. 1. Nonlinear system parameter identification*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 1999. v. 7. Nenhuma citação no texto.
- HE, F. et al. Spectral analysis for nonstationary and nonlinear systems: A discrete-time-model-based approach. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, v. 60, p. 2233–2241, 03 2013. Citado na página 32.
- JARDIN, P.; BAUDOIN, G. Filter lookup table method for power amplifier linearization. *Vehicular Technology, IEEE Transactions on*, v. 56, p. 1076 – 1087, 06 2007. Citado na página 28.
- JAROMIR, M. *Real time digital simulation of guitar amplifiers as audio effects*. Tese (Doutorado) — Brno University of Technology, Brno, 2012. Citado na página 29.
- KEMPER, C. *Musical instrument with acoustic transducer*. [S.l.]: Google Patents, 2014. US Patent 8,796,530. Citado na página 24.
- LEE, Y.; SCHETZEN, M. Measurement of the wiener kernels of a non-linear system by cross-correlation. Taylor & Francis, 1965. Citado na página 34.

- MÖLLER, S.; GROMOWSKI, M.; ZÖLZER, U. A measurement technique for highly nonlinear transfer functions. In: *Proc. of the Int. Conf. on Digital Audio Effects (DAFx-02)*. [S.l.: s.n.], 2002. p. 26–28. Citado na página 27.
- NOVÁK, A. *Identification of nonlinear systems in acoustics*. Tese (Doutorado) — Le Mans, 2009. Citado 4 vezes nas páginas 15, 36, 38 e 39.
- NOVAK, A. et al. Nonlinear system identification using exponential swept-sine signal. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 59, n. 8, p. 2220–2229, 2010. Disponível em: <<https://doi.org/10.1109/TIM.2009.2031836>>. Citado 2 vezes nas páginas 37 e 39.
- NOVAK, A. et al. Chebyshev model and synchronized swept sine method in nonlinear audio effect modeling. In: *Proc. 13th Int. Conference on Digital Audio Effects (DAFx-10)*. [S.l.: s.n.], 2010. Citado 2 vezes nas páginas 15 e 37.
- PAKARINEN, J.; YEH, D. T. A review of digital techniques for modeling vacuum-tube guitar amplifiers. *Computer Music Journal*, MIT Press, v. 33, n. 2, p. 85–100, 2009. Citado 5 vezes nas páginas 22, 27, 28, 29 e 30.
- SCHMITZ, T.; EMBRECHTS, J.-J. Hammerstein kernels identification by means of a sine sweep technique applied to nonlinear audio devices emulation. *Journal of the Audio Engineering Society*, Audio Engineering Society, v. 65, n. 9, p. 696–710, 2017. Citado na página 36.
- SWAIN, A.; BILLINGS, S. Generalised frequency response function matrix for mimo nonlinear systems. *International Journal of Control - INT J CONTR*, v. 74, p. 829–844, 05 2001. Citado na página 32.
- WHITE, P. et al. *Line 6: Inside the Tone Modelling Factory*. 2006. Disponível em: <<https://www.soundonsound.com/people/line-6-inside-tone-modelling-factory>>. Citado na página 21.
- YEH, D. T.; ABEL, J. S.; SMITH, J. O. Automated physical modeling of nonlinear audio circuits for real-time audio effects—part i: Theoretical development. *IEEE transactions on audio, speech, and language processing*, IEEE, v. 18, n. 4, p. 728–737, 2010. Citado na página 28.