

Pesquisa de Algoritmo Estocástico para o Problema U-Curve

Gustavo Estrela

Universidade de São Paulo e Texas A&M University

7 de Setembro de 2016

Objetivo

- ▶ Estudo do algoritmo IUBB.
- ▶ Implementação de uma variante estocástica do IUBB.

O Algoritmo IUBB

- ▶ Baseado no UBB.
- ▶ Duas ideias principais:
 - ▶ Atualização iterativa de cadeias ótimas.
 - ▶ Uso da bisecção na procura do mínimo de uma cadeia.

Introdução do erro

- ▶ Assumimos erro com distribuição normal com média zero e variância σ^2 .
- ▶ Efeitos do erro no algoritmo IUBB.

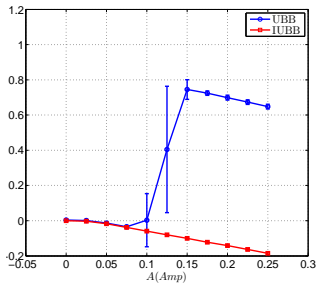


Figura 1: Efeito de um erro senoidal nos algoritmos UBB e IUBB [3]

Algoritmo de Bisecção Mid-neighbour

- ▶ Não usa informação sobre o erro.
- ▶ Ideia de restringir o espaço de busca como uma bisecção.
- ▶ Conceito de confiança sobre a diferença observada entre elementos avaliados.
- ▶ Decide em qual porção do espaço de busca o mínimo está baseado nas diferenças entre os elementos que estão no meio da cadeia, no meio da primeira metade da cadeia e no meio da segunda metade da cadeia.
- ▶ Quando a confiança não é "suficiente", divide-se a cadeia em dois pedaços e resolve-se o problema em ambas partes.

Algoritmo Estocástico I

- ▶ Mantém uma função massa de probabilidade f que diz a probabilidade de um elemento da cadeia ser o elemento de custo mínimo.
- ▶ A cada iteração, avaliam-se x , y e z tal que $F(x) = 1/4$, $F(y) = 1/2$ e $F(z) = 3/4$.
- ▶ Baseado nos custos de x , y e z decide se o mínimo está a direita ou a esquerda de y e atualiza os valores de f .
- ▶ Esse método não se mostrou eficiente pois as atualizações de f são tão caras.

Bisecção Probabilística Mid-neighbour

- ▶ Utiliza informação sobre o erro.
- ▶ Semelhante ao Mid-neighbour avalie os elementos x e y que são, respectivamente, os elementos do primeiro e terceiro quarto da cadeia.
- ▶ Suponha que o custo observados são $c'(x)$ e $c'(z)$. Se $c'(x) < c'(z)$ ($c'(z) < c'(x)$), calculamos $P(c(x) < c(z))$ ($P(c(z) < c(x))$) e se essa probabilidade for alta, podemos os elementos da cadeia que contém z (estão contidos por x).
- ▶ Se essa probabilidade não for alta, dividimos a cadeia no meio e resolvemos ambas as partes.

Bisecção Probabilística Mid-neighbour

- ▶ Seja o erro no elemento w da cadeia representado por ϵ_w .
Então $c'(w) = c(w) + \epsilon_w$.

- ▶ Cálculo de $P(c(x) < c(z))$

$$\begin{aligned}P(c(x) < c(z)) &= P(c'(x) - \epsilon_x - c(z) + \epsilon_z < 0) \\&= P(\epsilon_x - \epsilon_z > c'(x) - c'(z))\end{aligned}$$

- ▶ Para dizer se essa probabilidade é alta ou não, usamos um parâmetro do algoritmo. Se o parâmetro for 2σ (σ^2 variância do erro), por exemplo, teremos que $P(c(x) < c(z))$ será considerada "alta" se for maior que

$P(\epsilon_x - \epsilon_z > -2\sigma) \approx 0.841$, o que é o mesmo que exigir que $c'(x) - c'(z)$ seja menor do que -2σ .

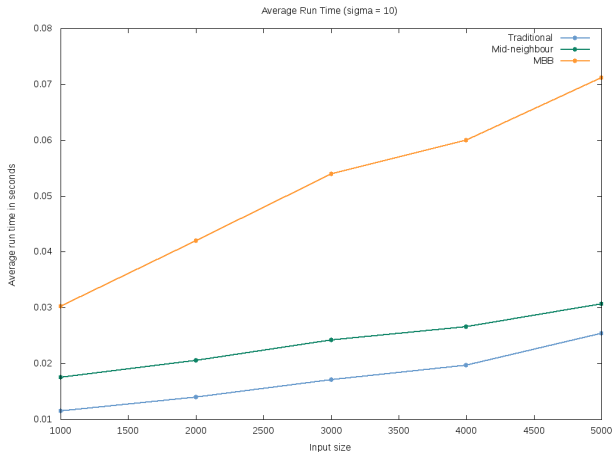
Bisecção Probabilística Mid-neighbour

Atividades futuras:

- ▶ Como estimar o valor de σ .
- ▶ Criar uma variação do IUBB que utiliza esta bisecção.
- ▶ Testar o novo algoritmo com instâncias reais.

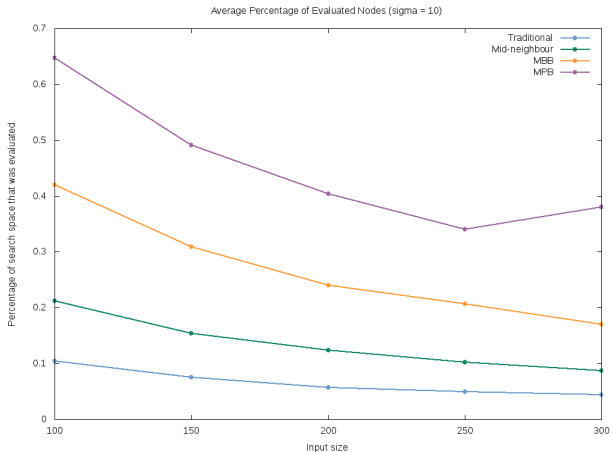
Resultados

► Tempo de execução:



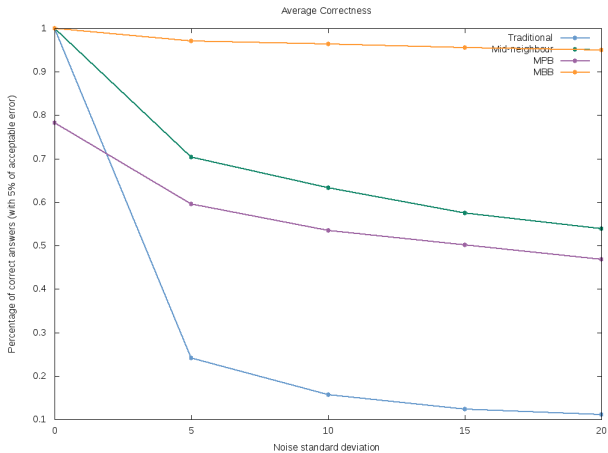
Resultados

► Porcentagem do espaço de busca com calculo de custo:





Resultados

► Corretude:



Referências

-  Reis, Marcelo S. “Minimization of decomposable in U-shaped curves functions defined on poset chains—algorithms and applications.” PhD thesis, Institute of Mathematics and Statistics, University of São Paulo, Brazil, (2012).
-  Reis, Marcelo S., Carlos E. Ferreira, and Junior Barrera. “The U-curve optimization problem: improvements on the original algorithm and time complexity analysis.” arXiv preprint arXiv:1407.6067, (2014).
-  Atashpaz-Gargari, Esmaeil, Ulisses M. Braga-Neto, and Edward R. Dougherty. “Improved branch-and-bound algorithm for U-curve optimization.” 2013 IEEE International Workshop on Genomic Signal Processing and Statistics (GENSIPS), (2013).