

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ  
FÍSICA EXPERIMENTAL 1 (FI72N)

GUSTAVO FONTES LEWIN

MARCUS VINÍCIUS ALMEIDA PIRES

## **EXPERIMENTO 1: DETERMINAÇÃO DA MASSA ESPECÍFICA DE UM CORPO**

CURITIBA

2022

## 0.1 INTRODUÇÃO

A fim de obter a medida de uma determinada grandeza com certa confiabilidade, é recomendável realizar a medição repetidas vezes, e submetê-las a processos estatísticos que visam garantir o grau de confiança da medição. A razão disso está na possibilidade do aparecimento de variáveis que possam influenciar no resultado observado – por exemplo, relacionadas a imprecisões do instrumento de medição. A incerteza da medição se torna uma preocupação ainda mais significativa quando a grandeza a ser determinada é calculada a partir de outras medições, as quais também podem estar sujeitas a incertezas. Ou seja, ocorre uma propagação de incertezas.

Com isso em vista, esse experimento utilizou diferentes corpos de prova, com a suposição prévia de serem do mesmo material, cujo objetivo foi:

- Medir as dimensões X, Y e Z dos corpos, por meio de diferentes instrumentos de medição;
- Calcular os volumes dos corpos e a incerteza propagada a partir das incertezas de X, Y, Z;
- Medir as massas dos corpos, com o uso de uma balança;
- Por fim, calcular as massas específicas dos corpos e a incerteza propagada a partir das incertezas de massa e volume.

Dessa maneira, o resultado final esperado é que todos os corpos, por serem em teoria do mesmo material, apresentem a mesma massa específica. O relatório está organizado da seguinte maneira: a seção 0.2 descreve a parte teórica utilizada para a realização do experimento. Os resultados são expostos em 0.3 e 0.4 contém as conclusões acerca dos resultados.

## 0.2 METODOLOGIA

Nesta seção, serão descritos os materiais empregados (0.2.1) e os procedimentos teóricos seguidos para determinar as grandezas avaliadas (0.2.2).

### 0.2.1 Materiais

Em um primeiro momento, percebeu-se que os corpos de prova (15 ao total) eram de material de constituição metálica, porém, perceptivelmente, com variações em tamanho e no grau de oxidação.

A tabela 1 exibe os instrumentos de medição empregados, bem como as respectivas incertezas de precisão do próprio equipamento, o que define-se convencionalmente como a metade da menor escala do equipamento.

Instrumento	Régua	Paquímetro	Micrômetro	Balança
Incerteza ( $\sigma_B$ )	0,5 mm	0,05 mm	0,001 mm	0,01 g

**Tabela 1:** Instrumentos de medição

Os corpos de prova foram então divididos em 3 grupos de 5. Então, as medições espaciais do grupo 1 foram obtidas com régua, as do grupo 2 com paquímetro e as do grupo 3 com micrômetro. Em adição a isso, todas as amostras tiveram suas massas determinadas pela balança.

### 0.2.2 Equações de propagação

De acordo com (VUOLO, 1996), uma grandeza genérica  $w$ , função de quaisquer outras grandezas  $x, y, z$ , é representada de acordo com a equação 1.

$$w = w(x, y, z) \quad (1)$$

As incertezas correspondentes a  $x, y, z$  são simbolizadas, respectivamente, por  $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ . No caso de os erros de  $x, y, z$  serem independentes entre si, a incerteza padrão em  $w$  é simbolizada por  $\sigma_w$  e é aproximada de acordo com a equação 2.

$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z}\right)^2 \sigma_z^2 \quad (2)$$

No caso do experimento em questão, é preciso calcular a propagação de incerteza para o volume dos corpos (a ver em 0.2.2.1) e para a massa específica dos corpos (a ver em 0.2.2.2).

#### 0.2.2.1 Incerteza no volume

O volume dos corpos é uma função dada de acordo com a equação 3, em que as variáveis  $X, Y, Z$  representam a altura, comprimento e largura do corpo de

prova.

$$V = V(X, Y, Z) = XYZ \quad (3)$$

A partir disso, são calculadas as derivadas parciais de V, mostradas nas equações 4, 5 e 6.

$$\frac{\partial V}{\partial X} = YZ \quad (4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial Y} = XZ \quad (5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial Z} = XY \quad (6)$$

Então, obtém-se a relação para a incerteza no volume dos corpos (equação 7), em que  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  correspondem às incertezas dos instrumentos de medição – régua, paquímetro ou micrômetro (ver tabela 1).

$$\sigma_V^2 = (YZ\sigma_x)^2 + (XZ\sigma_y)^2 + (XY\sigma_z)^2 \quad (7)$$

#### 0.2.2.2 Incerteza na massa específica

A massa específica (d) é determinada de acordo com a equação 8, em que m é a massa e V o volume.

$$d = d(m, V) = \frac{m}{V} \quad (8)$$

As equações 9 e 10 exibem as expressões para as derivadas parciais da massa específica.

$$\frac{\partial d}{\partial m} = \frac{1}{V} \quad (9)$$

$$\frac{\partial d}{\partial V} = \frac{-m}{V^2} \quad (10)$$

Por fim, conclui-se que a incerteza na massa específica é dada conforme a equação 11, em que  $\sigma_m$  corresponde à incerteza da balança (ver tabela 1) e  $\sigma_V$  à

incerteza calculada sobre o volume (conforme exposto em 0.2.2.2).

$$\sigma_d^2 = (\frac{1}{V}\sigma_m)^2 + (\frac{-m}{V^2}\sigma_V)^2 \tag{11}$$

### 0.3 RESULTADOS

Esta seção contém as medições coletadas e calculadas dos diferentes grupos de amostras.

#### 0.3.1 Grupo 1 (régua)

A tabela 2 contém as medidas referentes ao grupo da régua e a imagem 1 exibe graficamente os valores de massa e volume de cada corpo. O coeficiente angular calculado da curva linearizada (i.e. massa específica) foi igual a 7,44 g/cm³.

Medida	X ± σ <sub>X</sub> (mm)	Y ± σ <sub>Y</sub> (mm)	Z ± σ <sub>Z</sub> (mm)	V ± σ <sub>V</sub> (mm³)	m ± σ <sub>m</sub> (cm³)	d ± σ <sub>d</sub> (g/cm³)
CP1	30 ± 0,5	19 ± 0,5	22 ± 0,5	12,5 ± 0,5	109,87 ± 0,01	8,8 ± 0,4
CP2	26 ± 0,5	20 ± 0,5	21 ± 0,5	10,9 ± 0,4	96,97 ± 0,01	8,9 ± 0,3
CP3	32 ± 0,5	20 ± 0,5	22 ± 0,5	14,1 ± 0,5	118,59 ± 0,01	8,4 ± 0,3
CP4	22 ± 0,5	20 ± 0,5	21 ± 0,5	9,2 ± 0,4	85,56 ± 0,01	9,3 ± 0,4
CP5	23 ± 0,5	21 ± 0,5	19 ± 0,5	9,2 ± 0,4	80,51 ± 0,01	8,8 ± 0,4

Tabela 2: Medidas coletadas com régua

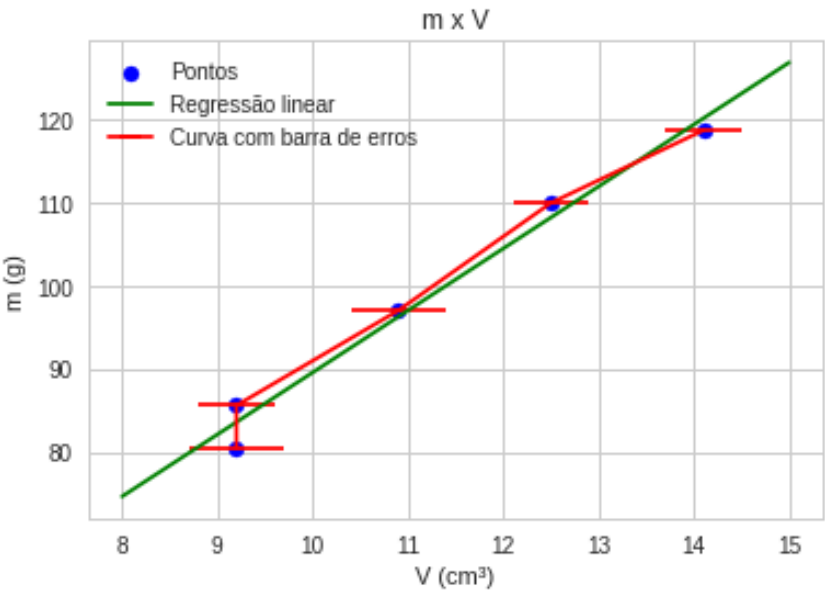


Figura 1: Gráfico de massa por volume (medidas coletadas com régua)

0.3.2 Grupo 2 (paquímetro)

A tabela 3 contém as medidas referentes ao grupo do paquímetro e a imagem 2 exibe graficamente os valores de massa e volume de cada corpo. O coeficiente angular calculado da curva linearizada (i.e. massa específica) foi igual a 7,89 g/cm<sup>3</sup>.

Medida	$X \pm \sigma_X$ (mm)	$Y \pm \sigma_Y$ (mm)	$Z \pm \sigma_Z$ (mm)	$V \pm \sigma_V$ (mm <sup>3</sup> )	$m \pm \sigma_m$ (cm <sup>3</sup> )	$d \pm \sigma_d$ (g/cm <sup>3</sup> )
CP1	22,03 ± 0,05	23,01 ± 0,05	21,00 ± 0,05	10,65 ± 0,04	80,78 ± 0,01	7,58 ± 0,03
CP2	24,08 ± 0,05	21,01 ± 0,05	22,03 ± 0,05	11,15 ± 0,04	85,91 ± 0,01	7,70 ± 0,03
CP3	33,01 ± 0,05	19,01 ± 0,05	19,015 ± 0,05	11,93 ± 0,05	93,61 ± 0,01	7,85 ± 0,03
CP4	23,80 ± 0,05	21,10 ± 0,05	22,10 ± 0,05	11,10 ± 0,04	85,54 ± 0,01	7,71 ± 0,03
CP5	27,60 ± 0,05	21,10 ± 0,05	22,2 ± 0,05	12,93 ± 0,05	98,78 ± 0,01	7,64 ± 0,03

Tabela 3: Medidas coletadas com paquímetro

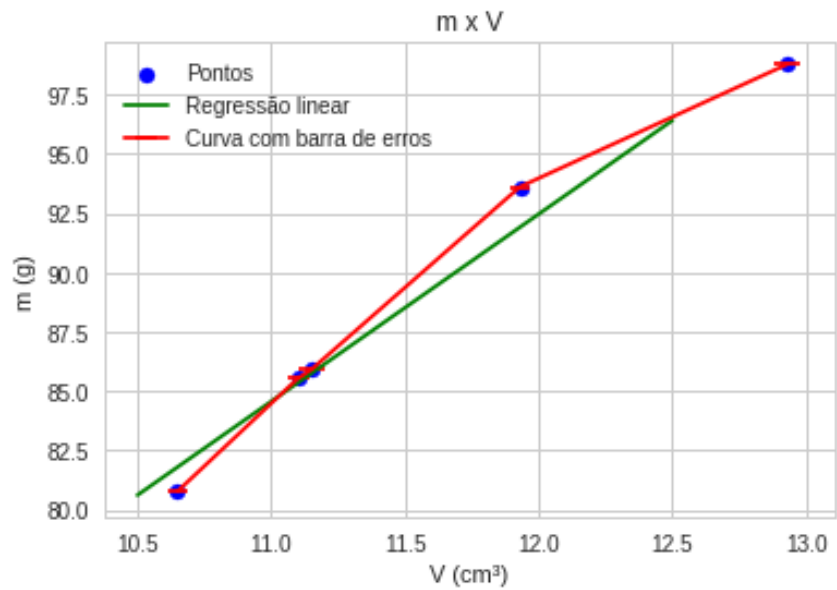


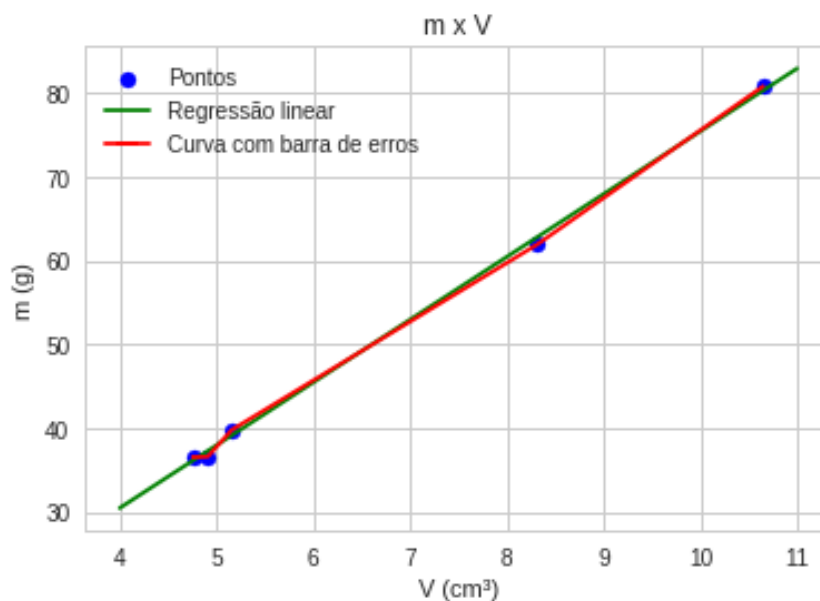
Figura 2: Gráfico de massa por volume (medidas obtidas com paquímetro)

0.3.3 Grupo 3 (micrômetro)

A tabela 4 contém as medidas referentes ao grupo do micrômetro e a imagem 3 exibe graficamente os valores de massa e volume de cada corpo. O coeficiente angular calculado da curva linearizada (i.e. massa específica) foi igual a 7,49 g/cm<sup>3</sup>.

Medida	$X \pm \sigma_X$ (mm)	$Y \pm \sigma_Y$ (mm)	$Z \pm \sigma_Z$ (mm)	$V \pm \sigma_V$ (mm <sup>3</sup> )	$m \pm \sigma_m$ (cm <sup>3</sup> )	$d \pm \sigma_d$ (g/cm <sup>3</sup> )
CP1	22,196 $\pm$ 0,001	21,076 $\pm$ 0,001	10,166 $\pm$ 0,001	4,7557 $\pm$ 0,001	36,51 $\pm$ 0,01	7,690 $\pm$ 0,003
CP2	22,128 $\pm$ 0,001	21,202 $\pm$ 0,001	10,466 $\pm$ 0,001	4,9102 $\pm$ 0,001	36,57 $\pm$ 0,01	7,448 $\pm$ 0,003
CP3	20,791 $\pm$ 0,001	22,134 $\pm$ 0,001	11,208 $\pm$ 0,001	5,1578 $\pm$ 0,001	39,76 $\pm$ 0,01	7,708 $\pm$ 0,002
CP4	22,108 $\pm$ 0,001	17,067 $\pm$ 0,001	22,035 $\pm$ 0,001	8,3142 $\pm$ 0,001	61,90 $\pm$ 0,01	7,445 $\pm$ 0,001
CP5	22,038 $\pm$ 0,001	23,120 $\pm$ 0,001	20,90 $\pm$ 0,001	10,648 $\pm$ 0,001	80,78 $\pm$ 0,01	7,586 $\pm$ 0,001

**Tabela 4:** Medidas coletadas e calculadas a partir do micrômetro



**Figura 3:** Gráfico de massa por volume (medidas obtidas com micrômetro)

#### 0.4 CONCLUSÕES

Conforme observado na imagem 1, foi evidenciada a limitação de precisão da régua, pois dois corpos de massas diferentes foram registrados com o mesmo volume. A partir das incertezas de volume dos diferentes equipamentos, exibidas nas tabelas 2, 3 e 3, é possível perceber que o micrômetro possui um valor 90% menor de incerteza que o do paquímetro, enquanto a incerteza do paquímetro é por sua vez 90% menor que a da régua.

Além disso, considerando a densidade de 7,49 g/cm<sup>3</sup> dos corpos avaliados com o instrumento mais preciso (paquímetro), é possível sugerir que os corpos de prova sejam constituídos de uma liga ferrosa, como o ferro fundido ( $d = 7,4 \text{ g/cm}^3$ ).

Por conseguinte, a atividade prática serviu para confirmar a necessidade da utilização de instrumentos de medição precisos.

## REFERÊNCIAS

VUOLO, José Henrique. **Fundamentos da teoria de erros**. [S.l.]: Editora Blucher, 1996.