PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ
Escola Politécnica
Disciplina: Tomada de Decisão usando Modelagem Matemática

Nome completo: **Gustavo Furini**

Nome completo: **Leonardo Nervino**

Nome completo: **Lucca Libanori**

Data: 29/05/2024

AVALIAÇÃO SOMATIVA – EXERCÍCIOS 05 - AS07

Ex 01: Uma liga de atletas profissionais faz exames antidoping em seus atletas, 15% dos quais usam doping. Esse teste, entretanto, tem confiabilidade de 97%, isto é, um usuário de doping terá um teste positivo com probabilidade 0,97 e um negativo com probabilidade 0,03 e um não usuário acusará um teste negativo com probabilidade 0,97 e positivo com probabilidade 0,03.
Crie um diagrama de árvore de probabilidades para determinar a probabilidade posterior de cada um dos resultados a seguir para o teste realizado em um atleta.

a) O atleta é um usuário de doping, já que o teste é positivo.

b) O atleta não é um usuário de doping, já que o teste é positivo.

c) O atleta é um usuário de doping, já que o teste é negativo.

d) O atleta não é um usuário de doping, já que o teste é negativo.

___/___/___

S T Q Q S S D

Ex 01.

0,15 - probabilidade de ser usuário de doping

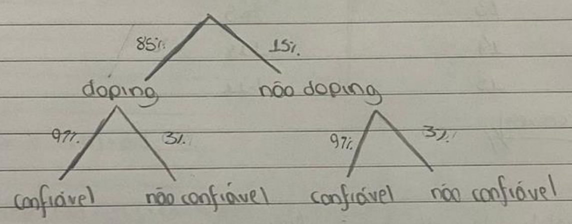
0,85 - probabilidade de não ser usuário de doping

0,97 - probabilidade do teste ser positivo dado que o atleta é usuário de doping

0,03 - probabilidade do teste ser negativo dado que o atleta é usuário de doping

0,97 - probabilidade do teste ser negativo dado que o atleta não é usuário de doping

0,03 - probabilidade do teste ser positivo dado que o atleta não é usuário de doping



a) $\dfrac{(0,15 \cdot 0,97)}{(0,85 \cdot 0,03) + (0,15 \cdot 0,97)} = \dfrac{0,1455}{0,171} \cong 0,851$ //

b) $\dfrac{(0,03 \cdot 0,85)}{(0,85 \cdot 0,03) + (0,15 \cdot 0,97)} = \dfrac{0,0255}{0,171} \cong 0,149$ //

c) $\dfrac{(0,03 \cdot 0,15)}{(0,15 \cdot 0,03) + (0,85 \cdot 0,97)} = \dfrac{0,0045}{0,829} \cong 0,0054$ //

d) $\dfrac{(0,97 \cdot 0,85)}{(0,15 \cdot 0,03) + (0,85 \cdot 0,97)} = \dfrac{0,8245}{0,829} \cong 0,9946$ //

spiral

Ex 02: Jéssica Alves é a gerente da MSG Store. Ela precisa reabastecer seu estoque de morangos. Seu fornecedor regular é capaz de fornecer quantas caixas ela quiser. Entretanto, pelo fato de esses morangos já estarem muito maduros, ela precisará vendê-los no dia seguinte e, depois, jogar fora o que não for vendido. Ela estima que será capaz de vender 12, 13, 14 ou 15 caixas, amanhã. Ela pode comprar os morangos a R$ 7 por caixa e vendê-los a R$ 18 por caixa. E agora precisa decidir quantas caixas deve comprar.
Ela consultou registros anteriores da loja referentes a vendas diárias de morangos. Com base nisso, ela estima que as probabilidades previas sejam 0,1, 0,3, 0,4, e 0,2 para vendas de 12, 13, 14 e 15 caixas de morangos, amanhã.

a) Desenvolva uma formulação de análise de decisão para esse problema identificando as alternativas de decisão, os estados de natureza e a tabela de prêmios.
b) Quantas caixas de morango Jean deve comprar, caso use o critério do prêmio maximin?

c) Quantas caixas ela deve comprar de acordo com o critério de probabilidade máxima?

d) Quantas caixas ela deve comprar de acordo com a regra de decisão de Bayes?

e) Ela imagina que tem as probabilidades prévias corretas para venda de 12 e 15 caixas, porém, não está segura em relação às probabilidades prévias para 13 e 14 caixas. Reaplique a regra de decisão de Bayes quando as probabilidades prévias para 13 e 14 caixas forem:

(i) 0,2 e 0,5;

(ii) 0,4 e 0,43 e

(iii) 0,5 e 0,2.

S T Q Q S S D

__/__/__

Ex 02:

a)

Caixas comprados	12 ven	13 ven	14 Ven	15 ven
12	$(12\cdot18)-(12\cdot7)=132$	$(12\cdot8)-(12\cdot7)=132$	$(12\cdot18)-(12\cdot7)=132$	$(12\cdot18)-(12\cdot7)=132$
13	$(12\cdot18)-(13\cdot7)=125$	$(13\cdot8)-(13\cdot7)=142$	$(13\cdot18)-(13\cdot7)=143$	$(13\cdot18)-(13\cdot7)=143$
14	$(12\cdot18)-(14\cdot7)=118$	$(13\cdot8)-(14\cdot7)=136$	$(14\cdot18)-(14\cdot7)=154$	$(14\cdot18)-(14\cdot7)=154$
15	$(12\cdot18)-(15\cdot7)=111$	$(13\cdot8)-(15\cdot7)=147$	$(14\cdot18)-(15\cdot7)=147$	$(15\cdot18)-(15\cdot7)=165$

b)

Caixas comprados	Lucro mínimo
12	$\boxed{132}$
13	125
14	118
15	111

Comprar 12 caixas//

c) maior probabilidade 14 caixas - 40%

Caixas comprados	Lucro 14 caixas vendidas
12	132
13	143
14	$\boxed{154}$
15	147

compra 14 caixas//

d)

Para 12:

$(0,1 \cdot 132) + (0,3 \cdot 132) + (0,4 \cdot 132) + (0,2 \cdot 132) = 132$

Para 13

$(0,1 \cdot 125) + (0,3 \cdot 143) + (0,4 \cdot 143) + (0,2 \cdot 143) = 141,2$

Para 14

$(0,1 \cdot 118) + (0,3 \cdot 136) + (0,4 \cdot 154) + (0,2 \cdot 154) = 145$

Para 15

$(0,1 \cdot 111) + (0,3 \cdot 129) + (0,4 \cdot 147) + (0,2 \cdot 165) = 141,6$

14 caixas

e) i) $P(13) = 0,2$ e $P(14) = 0,5$

Para 12

$(0,1 \cdot 132) + (0,2 + 132) + (0,5 \cdot 132) + (0,2 \cdot 132) = 132$

Para 13

$(0,1 \cdot 125) + (0,2 + 143) + (0,5 \cdot 143) + (0,2 \cdot 143) = 141,2$

Para 14

$(0,1 \cdot 118) + (0,2 \cdot 136) + (0,5 \cdot 154) + (0,2 \cdot 154) = 146,8$

Para 15

$(0,1 \cdot 111) + (0,2 \cdot 129) + (0,5 \cdot 147) + (0,2 \cdot 165) = 143,4$

ii) $P(13) = 0,4$ e $P(14) = 0,43$

Para 12

$(0,1 \cdot 132) + (0,4 \cdot 132) + (0,43 \cdot 132) + (0,2 \cdot 132) = 132$

Para 13

$(0,1 \cdot 125) + (0,4 \cdot 143) + (0,43 \cdot 143) + (0,2 \cdot 143) = 131,9$

Para 14:

$(0,1 \cdot 118) + (0,4 \cdot 136) + (0,43 \cdot 154) + (0,2 \cdot 154) = 163,22$

Para 15:

$(0,1 \cdot 111) + (0,4 \cdot 129) + (0,43 \cdot 147) + (0,2 \cdot 165) = 158,91$

Ex 03: Um novo tipo de avião está para ser comprado pela Força Aérea e o número de motores de reposição para ser encomendado precisa ser determinado. A Força Aérea precisa encomendar esses motores de reposição em lotes de cinco unidades, e ela pode optar apenas por 15, 20 ou 25 motores de reposição. O fornecedor desses motores possui duas fábricas, e a Força Aérea deve se decidir antes de saber qual fábrica será usada. Entretanto, a Força Aérea sabe de experiência passada que dois terços de todos os tipos de motores de avião são produzidos na Fábrica A e apenas um terço é produzido na Fábrica B. A Força Aérea também sabe que o número de motores de reposição exigido quando a produção acontece na Fábrica A é aproximado por uma distribuição de Poisson com média $\theta = 21$, ao passo que o número de motores de reposição necessários quando a produção ocorre na Fábrica B é aproximado por uma distribuição de Poisson com média $\theta = 24$. O custo de um motor de reposição comprado agora é de US$ 400.000, ao passo que o custo de um motor de reposição comprado posteriormente é de US$ 900.000. Os motores de reposição devem ser fornecidos sempre que forem requisitados, e os motores não utilizados serão desmanchados quando os aviões se tornarem obsoletos. Custos de posse e juros devem ser desprezados. Com base nesses dados, os custos totais (prêmios negativos) foram calculados como a seguir:

	Estado de natureza	
Alternativa	$\theta = 21$	$\theta = 24$
Pedido 15	$1{,}155 \times 10^7$	$1{,}414 \times 10^7$
Pedido 20	$1{,}012 \times 10^7$	$1{,}207 \times 10^7$
Pedido 25	$1{,}047 \times 10^7$	$1{,}135 \times 10^7$

Monte o digrama de decisão e determine a alternativa ótima segundo a regra de decisão de Bayes.

S T Q Q S S D __/__/__

iii) $P(13) = 0,5$ e $P(14) = 0,2$

Para 12:

$(0,1 \cdot 132) + (0,5 \cdot 132) + (0,2 \cdot 132) + (0,2 \cdot 132) = 132$ //

Para 13

$(0,1 \cdot 125) + (0,5 \cdot 143) + (0,2 \cdot 143) + (0,2 \cdot 143) = 141,2$ //

Para 14

$(0,1 \cdot 118) + (0,5 \cdot 136) + (0,2 \cdot 154) + (0,2 \cdot 152) = 141,4$ //

Para 15

$(0,1 \cdot 111) + (0,5 \cdot 129) + (0,2 \cdot 147) + (0,2 \cdot 165) = 138$ //

Ex 03:

Alternativas

- 15 $\theta = 21 = 2/3$
- 20 $\theta = 24 = 1/3$
- 25

Para 15

$2/3 \cdot 1,155 \cdot 10^7 + 1/3 \cdot 1,414 \cdot 10^7 = 12413333,33$ //

Para 20

$2/3 \cdot 1,012 \cdot 10^7 + 1/3 \cdot 1,207 \cdot 10^7 = 10.770.00$ //

Para 25

$2/3 \cdot 1,047 \cdot 10^7 + 1/3 \cdot 1,135 \cdot 10^7 = 10.763.333,33$ //

Menor custo é pedir 25 motores //