

Fila MG1

Classe FilaMG1

Calcula valores esperados para as variáveis aleatórias de uma fila MG1. Deve ser chamada com 3 argumentos:

- taxa de chegada das tarefas
- média do tempo de serviço
- desvio padrão do tempo de serviço

Um objeto da classe FilaMG1 oferece os seguintes atributos:

- lb: taxa de chegada
- E_S: média do tempo de serviço
- DP_S: desvio padrão do tempo de serviço
- C_S: coeficiente de variação do tempo de serviço (DP_S/E_S)
- ro: $lb * E_S$
- U: taxa de utilização do sistema
- E_Ns: valor esperado de Ns (quantidade média de tarefas servidas)
- E_Nq: valor esperado de Nq (tamanho médio da fila)
- E_N: valor esperado de N (quantidade média de tarefas no sistema)
- E_S: valor esperado de S (tempo de serviço médio)
- E_W: valor esperado de W (tempo de espera médio na fila)
- E_R: valor esperado de R (tempo de resposta médio)

```
from math import sqrt
class FilaMG1:
    def __init__(self, lb, E_S, DP_S):
        if (lb >= 1/E_S):
            raise ValueError('Lambda deve ser menor do que 1/E_S')
        self.lb = float(lb)
        self.E_S = float(E_S)
        self.DP_S = DP_S
        self.ro = lb * E_S
        self.CV_S = DP_S / E_S
```

```

        # valor esperado de Ns (tamanho medio da fila)
        self.E_Ns = self.ro
        # valor esperado de Nq (tamanho medio da fila)
        self.E_Nq = (self.ro**2)*(1 + self.CV_S**2) / (2*(1 -
self.ro))
        # valor esperado de N quantidade media de tarefas no sistema)
        self.E_N = self.E_Nq + self.E_Ns
        # valor esperado de W (tempo médio de espera na fila)
        self.E_W = (self.ro*self.E_S) * (1 + self.CV_S**2) / (2*(1 -
self.ro))
        # valor esperado de R (tempo de resposta medio)
        self.E_R = self.E_S + self.E_W

```

Exemplo 1

Um sistema com um único servidor está sujeito a uma taxa de chegada de 30 tarefas por minuto, sendo exponencial a distribuição do tempo entre duas chegadas consecutivas. Não há informação sobre a função de densidade do tempo de serviço, mas sabe-se que o tempo de serviço médio é 1,2 segundos e que a variância do tempo de serviço é 0,5. Calcular:

- O número médio de tarefas na fila.
- O tempo médio de espera na fila.

Criar a fila

- $\lambda = \frac{30}{60} = 0,5$
- $E[S] = 1,2$
- $DP[S] = \sqrt{0,5}$

```

lb = 0.5
E_S = 1.2
DP_S = 0.5**(1/2)
fila = FilaMG1(lb, E_S, DP_S)

```

Calcular o número médio de tarefas na fila

```

print(fila.E_Nq)

0.6062500000000001

```

Calcular o tempo médio de espera na fila

```

print(fila.E_W)

1.2125000000000001

```

Exemplo 2

O número médio de tarefas na fila em um sistema M/D/1 é 0,82, e o tempo de serviço médio é 1,2 segundos. Calcular:

- O tempo na fila médio.
- O tempo de resposta médio. Obs: A fila MD1 é uma fila MG1 com desvio padrão do tempo de serviço igual a 0.

Dados:

- $E[S] = 1,2$
- $E[N_q] = 0,82$

Calcula ρ e λ :

- $E[N_q] = \frac{\rho^2}{2(1-\rho)}$
- $\frac{\rho^2}{2(1-\rho)} = 0,82$
- $\rho^2 = 0,82 \cdot 2(1-\rho)$
- $\rho^2 = 1,64 - 1,64\rho$
- $\rho^2 + 1,64\rho - 1,64 = 0$
- $\rho = 0,694$
- $\rho = \lambda \cdot E[S]$
- $0,694 = \lambda \cdot 1,2$
- $\lambda = \frac{0,694}{1,2} = 0,5784$

Criar a fila

```
# Dados
E_S = 1.2
DP_S = 0
E_Nq = 0.82

# Cálculo de ro e lambda
ro = (-1.64+sqrt(1.64**2-4*(-1.62)))/2
print(ro)
lb = ro/1.2
print(lb)
```

```
# Criar a fila
fila = FilaMG1(lb, E_S, DP_S)

0.694067369703211
0.5783894747526759
```

Calcular tempo médio na fila e tempo de resposta médio

```
print(f'Tempo médio na fila = {fila.E_W}')
print(f'Tempo de resposta médio = {fila.E_R}')
```

```
Tempo médio na fila = 1.361216099825418
Tempo de resposta médio = 2.561216099825418
```

Formativa

Considere a seguinte fila com um único servidor: o tempo entre chegadas é distribuído exponencialmente com média de 10 milissegundos e o tempo de serviço tem distribuição uniforme com um máximo de 9 milissegundos e um mínimo de 7 milissegundos. Calcular:

- o tempo médio de espera na fila (dica: o tempo de espera na fila é medido pela variável W)
- o número médio de tarefas na fila (dica: medido pela variável N_q)
- o tempo médio de resposta (dica: medido pela variável R)

Dica - para a variável S (tempo de serviço) com distribuição uniforme com parâmetros a e b :

- $E[S] = \frac{a+b}{2}$
- $V[S] = \frac{(a-b)^2}{12}$

Criar a fila

```
# Coloque seu código aqui
a = 7
b = 9
lb = 1/10
```

Calcular tempo médio na fila

```
E_S = (a + b) / 2
DP_S = (((a - b) ** 2) / 12) ** (1 / 2)
fila = FilaMG1(lb, E_S, DP_S)
print(f'Tempo médio na fila = {fila.E_W}')
```

```
Tempo médio na fila = 16.083333333333334
```

Calcular numero médio de tarefas na fila

```
print(f'Número médio de tarefas na fila = {fila.E_Nq}')
```

Número médio de tarefas na fila = 1.6083333333333338

Calcular tempo médio de resposta

```
print(f'Tempo médio de resposta = {fila.E_R}')
```

Tempo médio de resposta = 24.083333333333334