

Universidade Federal de Goiás
Instituto de Informática

Processamento Digital de Imagens

Prof Fabrízio Alphonsus A M N Soares

2012

Capítulo 2 – Fundamentos da Imagem Digital

Definição de Imagem:

Uma imagem pode ser definida como uma função bidimensional $f(x, y)$

Onde:

- x e $y \rightarrow$ coordenadas espaciais
- Amplitude de f em qualquer par de coordenadas $(x, y) \rightarrow$ *intensidade* ou *nível de cinza* da imagem naquele ponto.

Capítulo 2 – Fundamentos da Imagem Digital

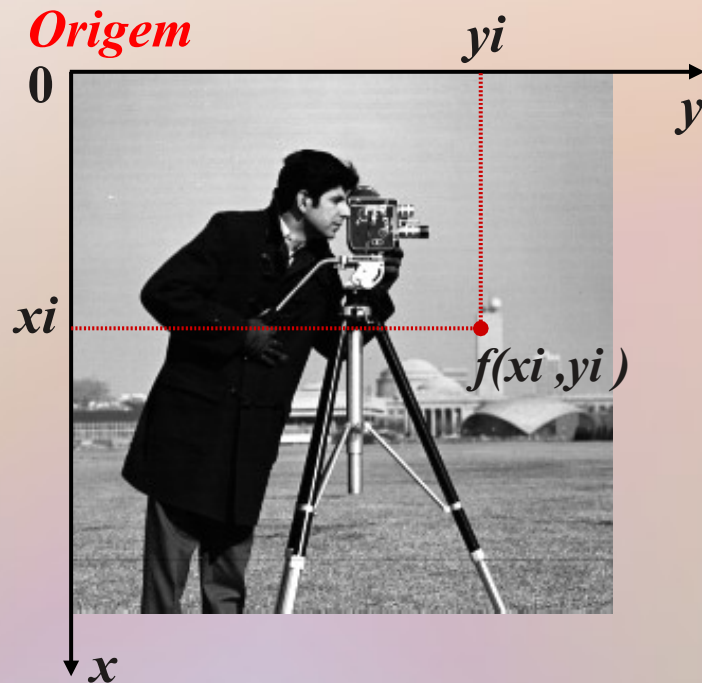


Imagem Digital:

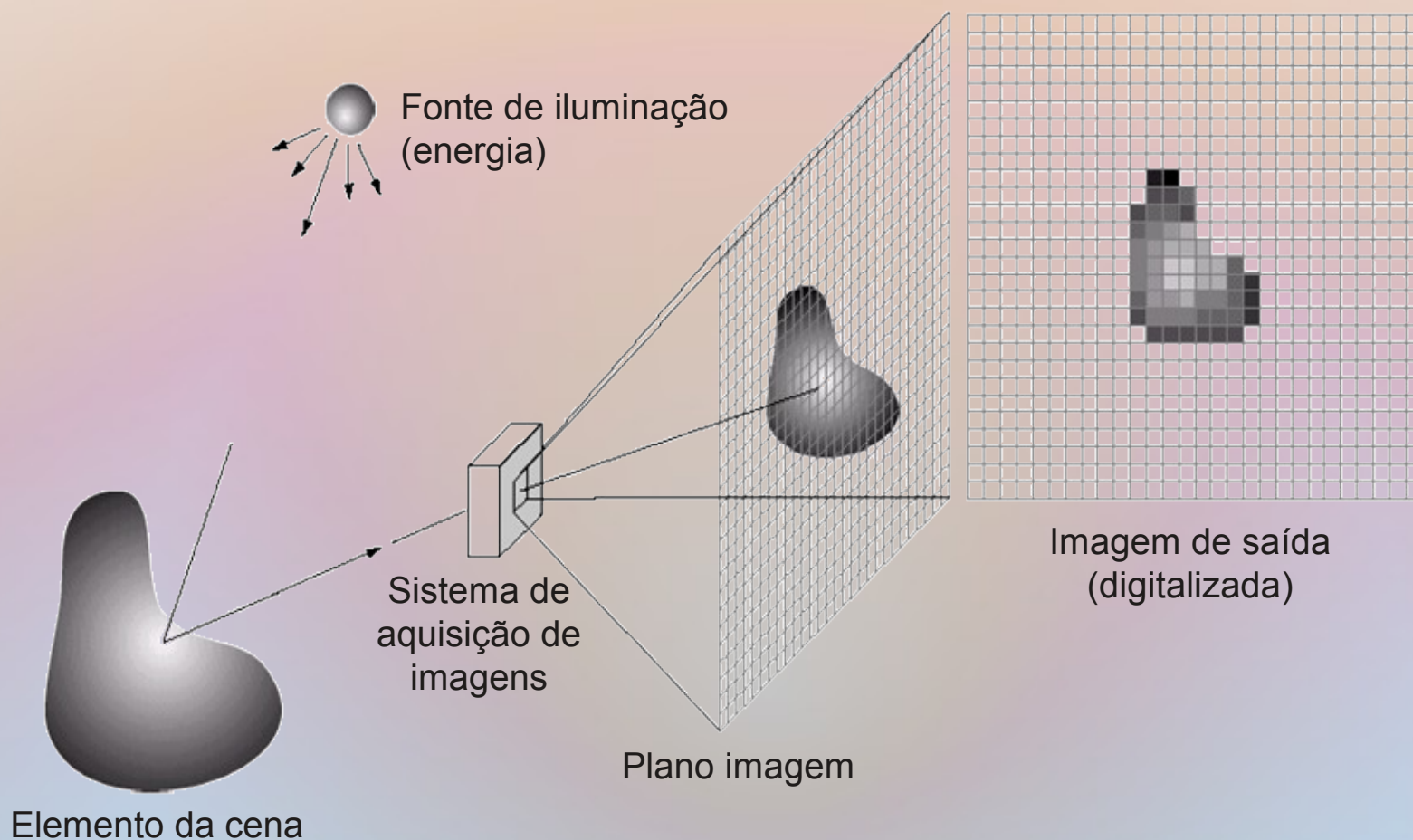
- Coordenadas espaciais (x, y) e valores de amplitude de f são grandezas finitas e discretas.

Assim, uma imagem digital é uma matriz cujos índices de linhas e de colunas identificam um ponto na imagem, o valor do elemento da matriz identifica o nível de cinza naquele ponto.

Os elementos dessa matriz digital são chamados de elementos da imagem, elementos da figura, “pixels” ou “pels”, estes dois últimos, abreviações de “picture elements” (elementos de figura).

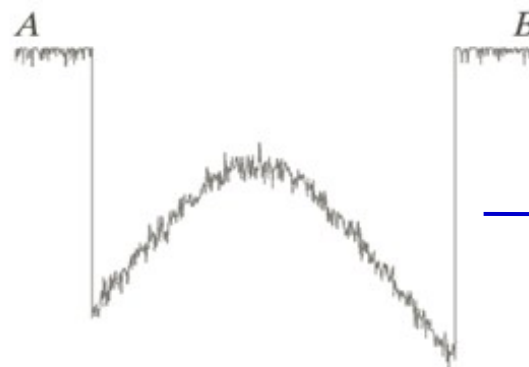
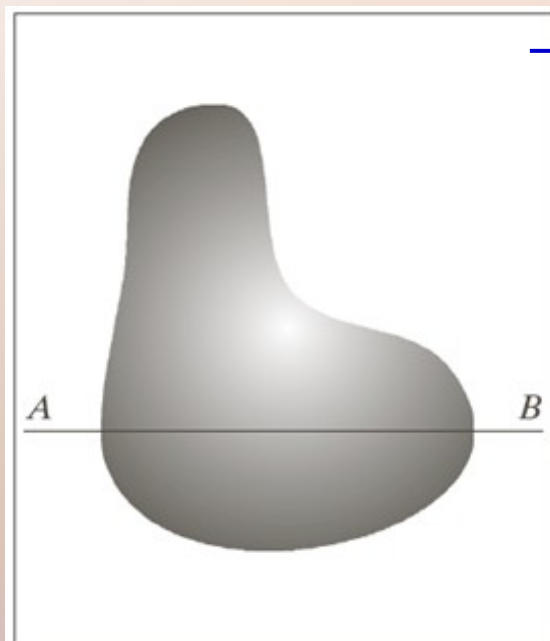
Amostragem e Quantização de Imagens

Em aplicações de Processamento Digital de Imagens é necessário gerar imagens digitais à partir de dados captados por sensores, cuja amplitude e o comportamento no espaço estão relacionados ao fenômeno físico que está sendo captado e portanto são grandezas contínuas.

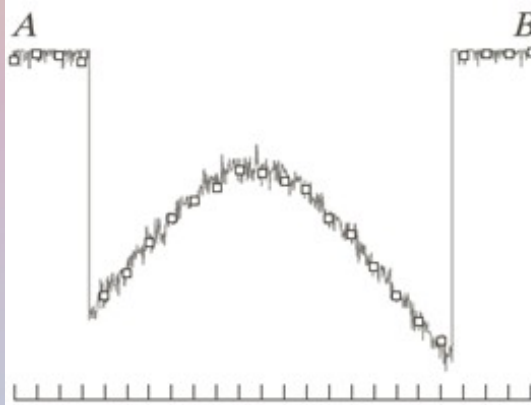


Conceito Básico:

Imagem contínua em relação às coordenadas x e y e também em relação à amplitude

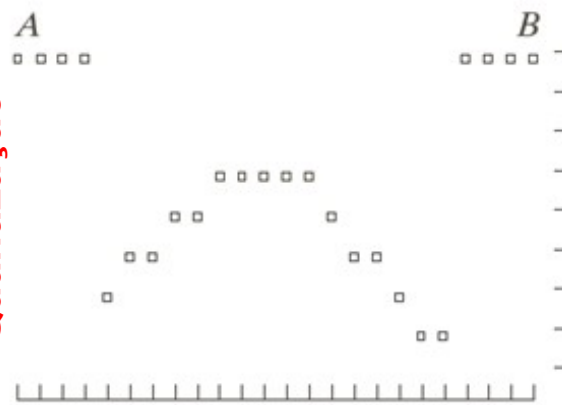


Níveis de cinza da linha de varredura AB



Amostragem

Digitalização dos valores de amplitude



Linha de varredura digital

Digitalização dos valores de coordenadas

Exemplo:

Matriz de sensores

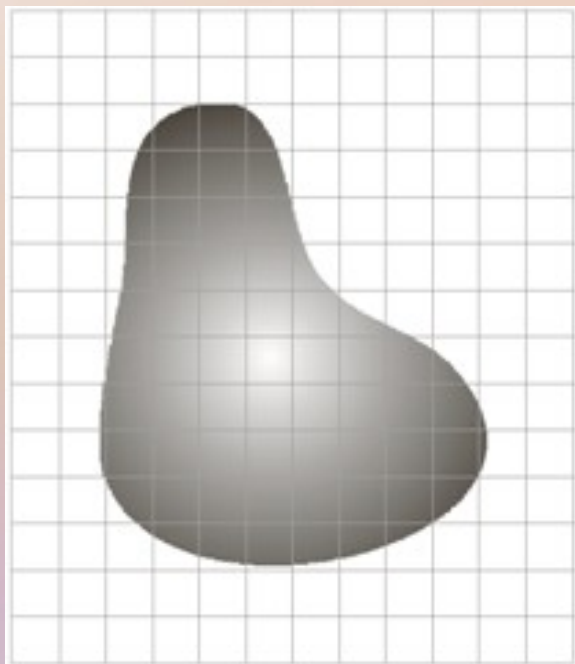
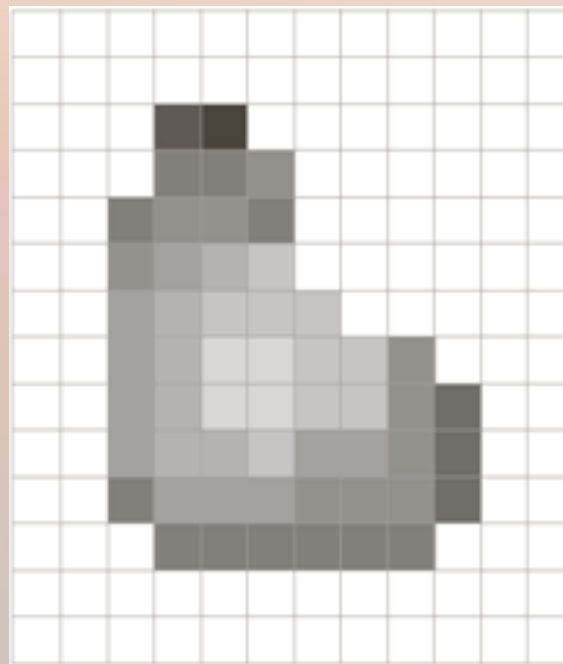


Imagem contínua projetada em
uma matriz de sensores



Resultado da amostragem e
quantização da imagem

Representação de Imagens Digitais

$f(x,y) \rightarrow$ Imagem digital

$(x,y) \rightarrow$ Coordenadas discretas (números inteiros)

$x = 0, 1, 2, \dots, M-1$

$y = 0, 1, 2, \dots, N-1$

Matriz $M \times N \rightarrow M$ linhas e N colunas

$$f(x, y) = \begin{bmatrix} f(0, 0) & f(0, 1) & \dots & f(0, N - 1) \\ f(1, 0) & f(1, 1) & \dots & f(1, N - 1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ f(M - 1, 0) & f(M - 1, 1) & \dots & f(M - 1, N - 1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \dots & a_{0,N-1} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \dots & a_{1,N-1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{M-1,0} & a_{M-1,1} & \dots & a_{M-1,N-1} \end{bmatrix}$$

Representação de Imagens Digitais (cont...)

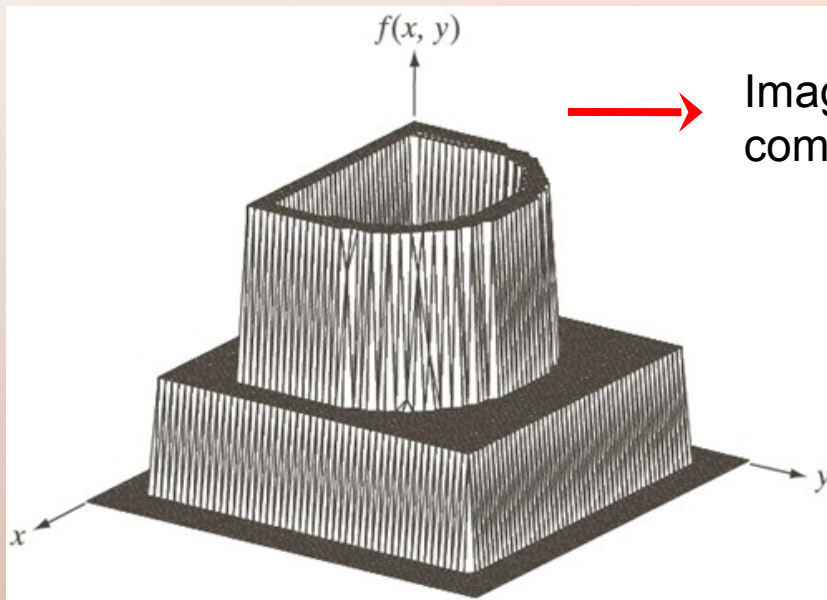


Imagem representada graficamente como uma superfície.

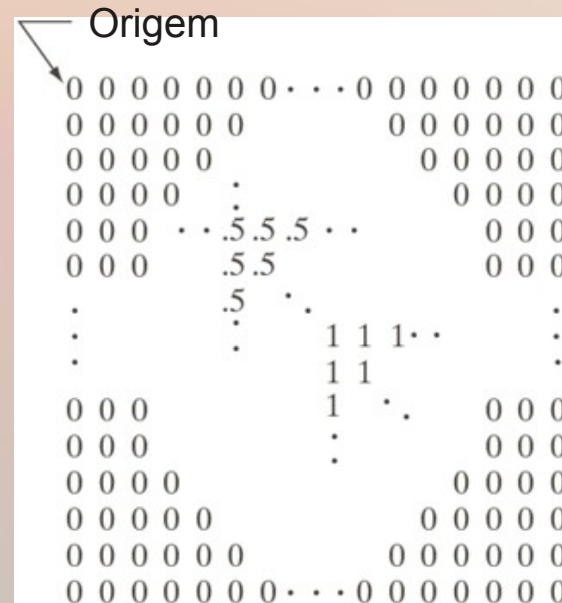


Imagem representada como uma matriz numérica 2-D.

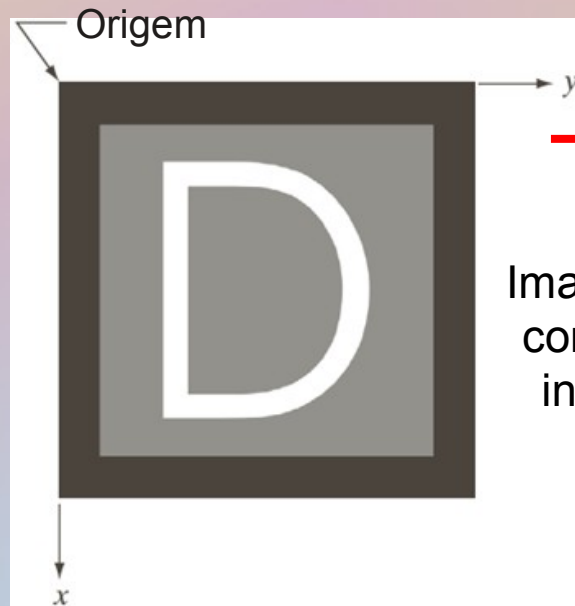


Imagem representada como uma matriz de intensidade visual.

$L \rightarrow$ Número de níveis discretos de intensidade \rightarrow Potência inteira de 2

$$L = 2^k$$

Faixa de valores: $[0, L-1]$

Número de bits necessários para armazenar uma imagem digitalizada:

$$b = M \times N \times k \quad \text{Quando } M = N \rightarrow b = N^2 k$$

| N/k | 1 ($L = 2$) | 2 ($L = 4$) | 3 ($L = 8$) | 4 ($L = 16$) | 5 ($L = 32$) | 6 ($L = 64$) | 7 ($L = 128$) | 8 ($L = 256$) |
|-------|---------------|---------------|---------------|----------------|----------------|----------------|-----------------|-----------------|
| 32 | 1,024 | 2,048 | 3,072 | 4,096 | 5,120 | 6,144 | 7,168 | 8,192 |
| 64 | 4,096 | 8,192 | 12,288 | 16,384 | 20,480 | 24,576 | 28,672 | 32,768 |
| 128 | 16,384 | 32,768 | 49,152 | 65,536 | 81,920 | 98,304 | 114,688 | 131,072 |
| 256 | 65,536 | 131,072 | 196,608 | 262,144 | 327,680 | 393,216 | 458,752 | 524,288 |
| 512 | 262,144 | 524,288 | 786,432 | 1,048,576 | 1,310,720 | 1,572,864 | 1,835,008 | 2,097,152 |
| 1024 | 1,048,576 | 2,097,152 | 3,145,728 | 4,194,304 | 5,242,880 | 6,291,456 | 7,340,032 | 8,388,608 |
| 2048 | 4,194,304 | 8,388,608 | 12,582,912 | 16,777,216 | 20,971,520 | 25,165,824 | 29,369,128 | 33,554,432 |
| 4096 | 16,777,216 | 33,554,432 | 50,331,648 | 67,108,864 | 83,886,080 | 100,663,296 | 117,440,512 | 134,217,728 |
| 8192 | 67,108,864 | 134,217,728 | 201,326,592 | 268,435,456 | 335,544,320 | 402,653,184 | 469,762,048 | 536,870,912 |

Número de bits de armazenamento para vários valores de N e k .

Resolução Espacial e de Intensidade

Resolução Espacial:

É uma medida do menor detalhe discernível em uma imagem.

Pode ser expressa por:

➤ *Pares de linha por unidade de distância:*

Suponha um diagrama com linhas verticais, cada uma com uma largura de W unidades. A largura de um *par de linhas* é $2W$ e há $1/2W$ pares de linhas por unidade de distância.

Ex: $W = 0,1mm \rightarrow 5$ pares de linhas por mm

Resolução Espacial e de Intensidade

Resolução Espacial:

➤ *Pontos (pixels) por unidade de distância:*

Medida de resolução de imagens comumente utilizadas por editoras e revistas gráficas.

dots per inch → pontos por polegadas → dpi

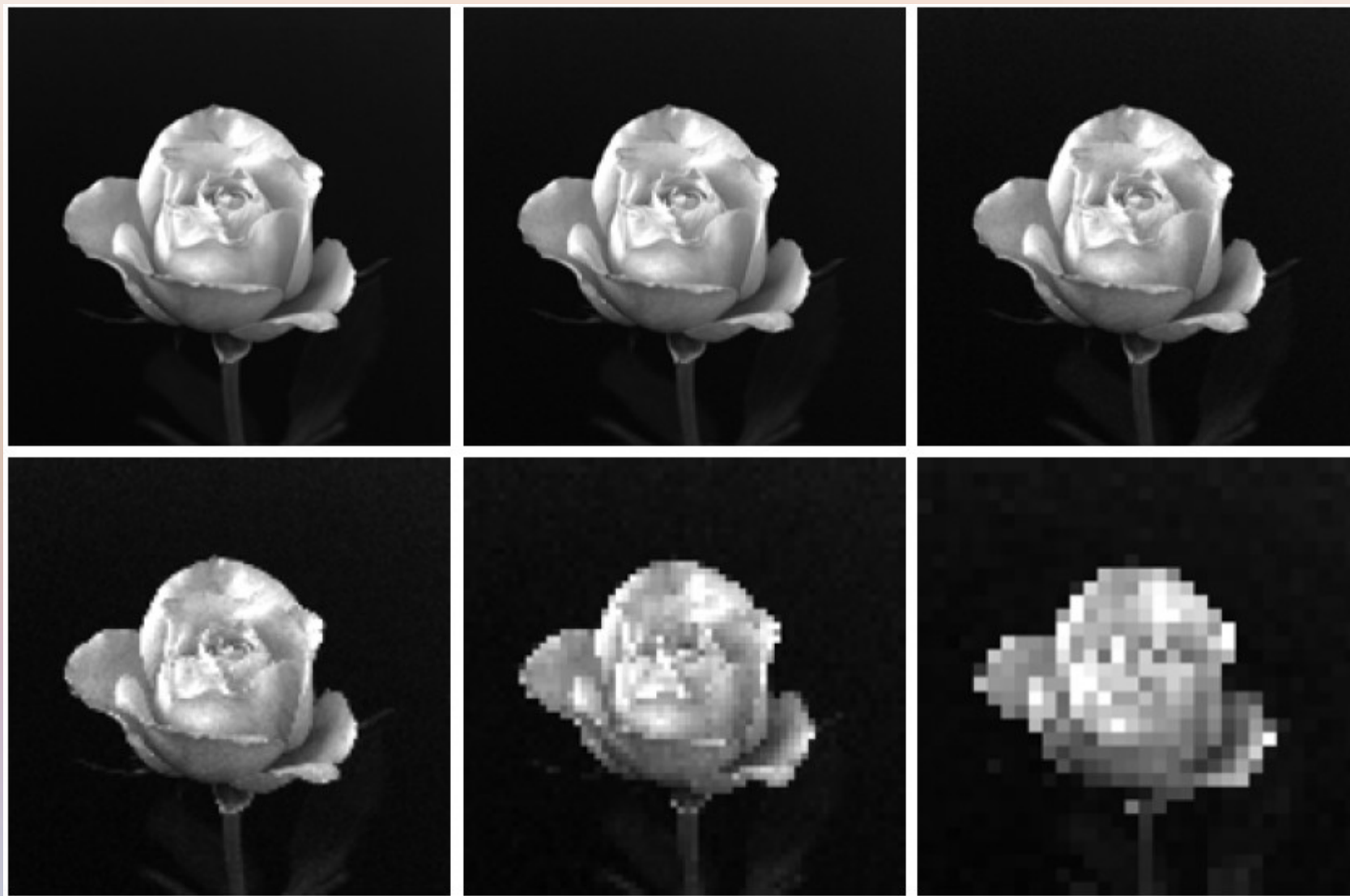
Ex: Jornais → 75 dpi ; Revistas → 133 dpi ; Livros → em torno de 2400 dpi

Efeito da Resolução Espacial:



Imagem 1024 x 1024 sub-amostrada até 32 x 32.
Obs.: A quantidade de níveis de cinza é mantida a mesma (256).

Efeito da Resolução Espacial:



Imagens anteriores expandidas para facilitar comparação.

Efeito da Resolução Espacial:

1250 dpi



300 dpi



150 dpi



72 dpi



Resolução de Intensidade:

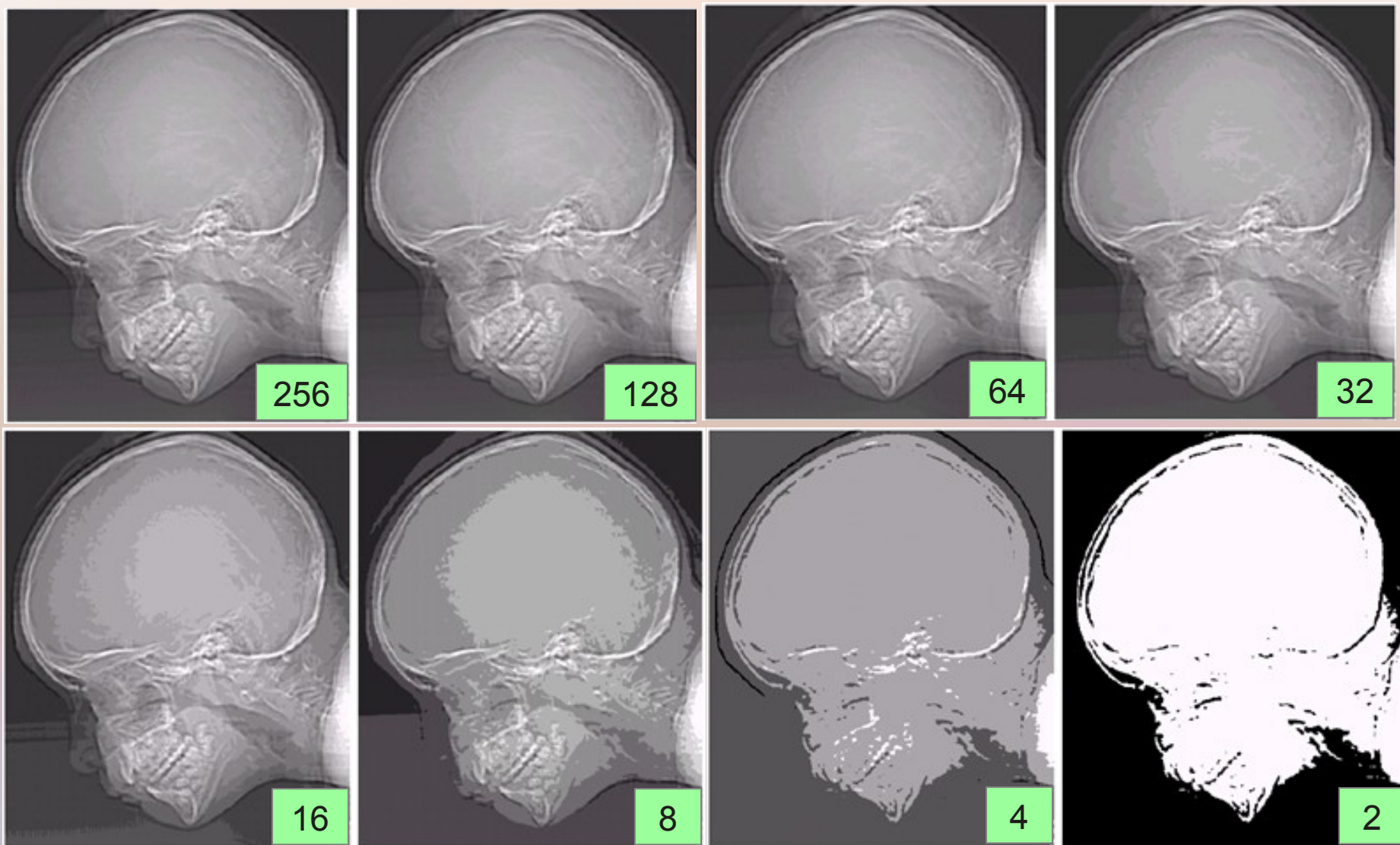
Refere-se à menor variação discernível de nível de intensidade na imagem.

Em virtude de algumas considerações de hardware no processo de armazenamento e quantização, o número de níveis de cinza normalmente é igual a 2^k , sendo k um número inteiro.

Geralmente, é expressa pela quantidade de bits utilizados para quantizar a intensidade.

Ex: Imagem cuja intensidade é quantizada em 256 níveis →
8 bits de resolução de intensidade

Efeito da Resolução de Intensidade:

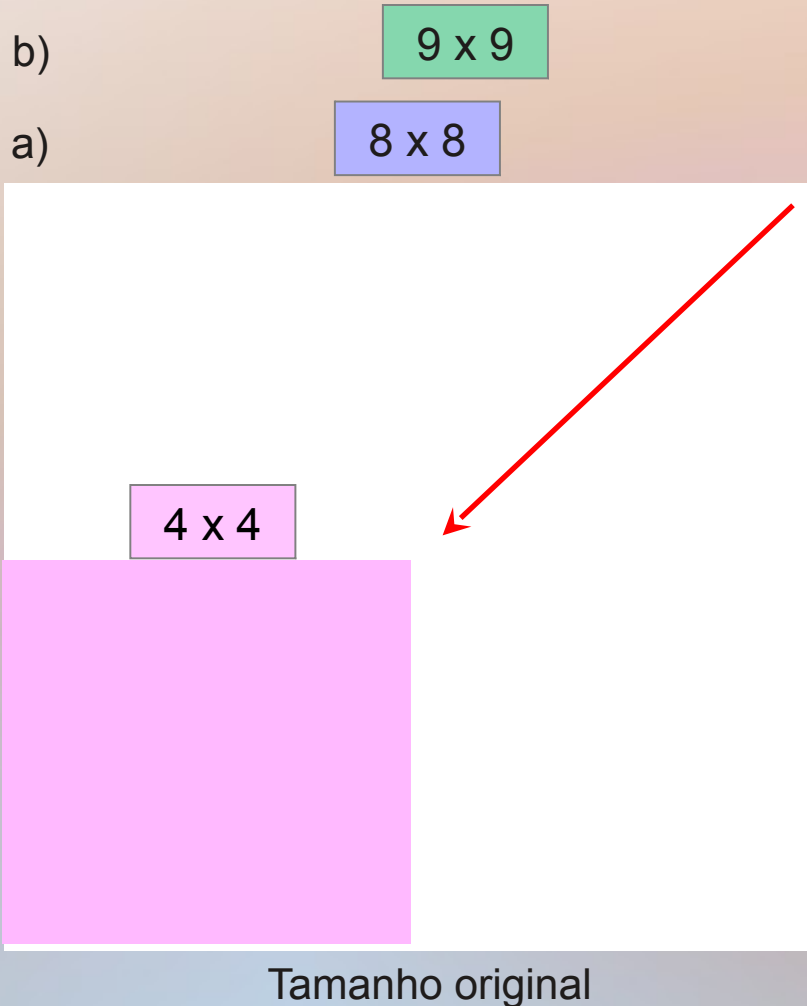


Variação da quantidade de níveis de cinza usados para quantização.

Obs: O tamanho da imagem é mantido constante.

Interpolação de Imagens

- É uma ferramenta básica utilizada extensivamente em tarefa como ampliação, redução, rotação e correções geométricas.
- Trata-se de um processo que utiliza dados conhecidos para estimar valores em pontos desconhecidos.



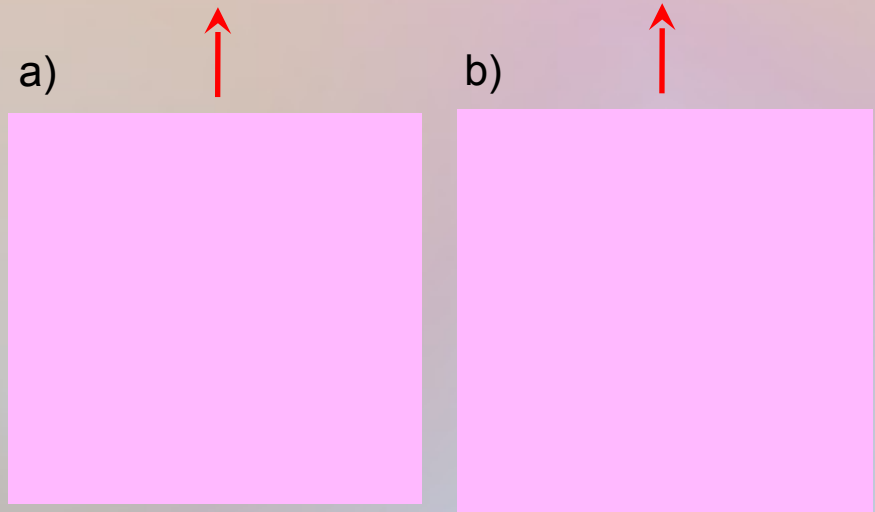
Ex: Visualização da ampliação de uma

imagem 4×4 para:

a) 8×8

b) 9×9

Após atribuir as intensidades a todos os pontos da grade de sobreposição, ela é expandida para o tamanho original a fim de se obter a imagem ampliada.



Métodos de Interpolação

Interpolação por vizinho mais próximo:

- Atribui a cada nova posição a intensidade de seu vizinho mais próximo na imagem original.
- Tem a tendência de produzir artefatos indesejáveis na imagem, como grande distorção nas bordas retas.

Métodos de Interpolação

Interpolação Bilinear:

- São utilizados os quatro vizinhos mais próximos para estimar a intensidade de uma dada posição.
- Proporciona resultados muito melhores do que a interpolação por vizinho mais próximo, com um pequeno aumento de custo computacional.

Métodos de Interpolação

Interpolação Bicúbica:

- Inclui os 16 vizinhos mais próximos de um ponto.
- Em geral, é melhor na preservação de detalhes finos em comparação com a interpolação bilinear.
- É o padrão utilizado em programas comerciais de edição de imagens como o Adobe Photoshop e o Corel Photopaint.

Exemplo:

Imagem original → 1250 dpi → 3692 x 2812 pixels

Abaixo, observa-se imagens com a resolução reduzida para 72 dpi (213 x 162 pixels) e tamanho ampliado de volta ao original (3692 x 2812 pixels) utilizando diferentes métodos de interpolação.



Interpolação por
vizinho mais próximo



Interpolação Bilinear



Interpolação Bicúbica

Relacionamentos básicos entre pixels

Vizinhos de um pixel

Um pixel p na coordenada (x,y) pode ter as seguintes vizinhanças:

$N4(p) \rightarrow$ *Vizinhança-4 de p :*

Inclui os quatro vizinhos horizontais e verticais de p cujas coordenadas são:

$$(x+1,y), (x-1,y), (x, y+1), (x,y-1)$$

$ND(p) \rightarrow$ *Vizinhança diagonal de p :*

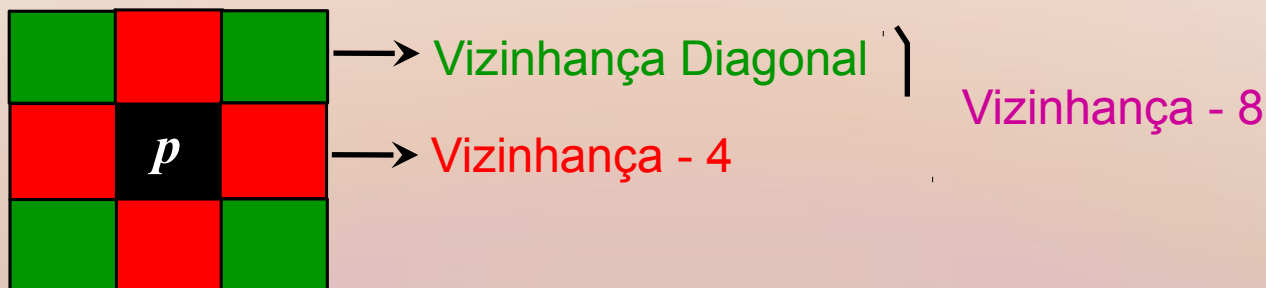
Inclui os quatro vizinhos diagonais de p cujas coordenadas são:

$$(x+1,y+1), (x+1,y-1), (x-1, y+1), (x-1,y-1)$$

$N8(p) \rightarrow$ *Vizinhança-8 de p :*

Conjunto da vizinhança-4 e da vizinhança diagonal de p .

Relacionamentos básicos entre pixels



Obs: Se (x,y) estiver na borda da imagem, alguns vizinhos de p ficarão para fora da imagem.

Adjacência, conectividade, regiões e fronteiras

- $V \rightarrow$ conjunto de valores de intensidade utilizados para definir adjacência.
- $V = \{1\} \rightarrow$ adjacência de pixels com valores iguais a 1 em imagens binárias.
- Níveis de cinza de 0 a $255 \rightarrow V$ pode ser qualquer subconjunto desses 256 valores.

Adjacência, conectividade, regiões e fronteiras

Tipos de adjacência:

Adjacência-4:

Dois pixels p e q com valores pertencentes a V são adjacentes-4 se q estiver no conjunto $N4(p)$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | - | 1 |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | |

Adjacência-8:

Dois pixels p e q com valores pertencentes a V são adjacentes-8 se q estiver no conjunto $N8(p)$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | - | 1 |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | |

Adjacência- m (adjacência mista):

Dois pixels p e q com valores pertencentes a V são adjacentes- m se:

- q estiver em $N4(p)$, ou
- q estiver em $ND(p)$ e $N4(p) \cap N4(q)$ não contiver nenhum pixels com valores de V .

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | - | 1 |
| 0 | 1 | 0 | |
| 0 | 0 | 1 | |

Foi criada para eliminar ambiguidades da adjacência-8.

- Capítulo 2 -

Caminho (ou curva) digital:

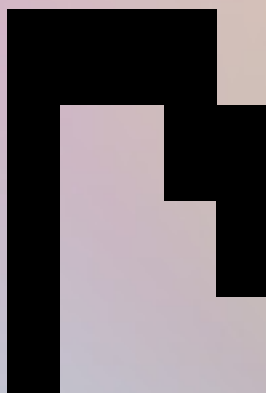
O caminho do pixel p com coordenadas (x,y) ao pixel q com coordenadas (s,t) é uma sequência de pixels distintos com coordenadas:

$$(x_0, y_0), (x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$$

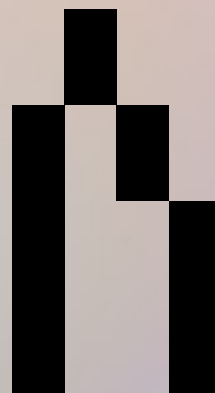
onde $(x_0, y_0) = (x, y)$, $(x_n, y_n) = (s, t)$, e os pixels (x_i, y_i) e (x_{i-1}, y_{i-1}) são adjacentes para $1 \leq i \leq n$, onde n é o comprimento do caminho.

Pode-se definir caminhos -4 , -8 ou $-m$, dependendo do tipo de adjacência especificada.

Exemplos:



Caminho-4
Comprimento = 10



Caminho-8
Comprimento = 7

Conectividade:

Com S representando um subconjunto de pixels em uma imagem, dizemos que dois pixels p e q são conexos em S se houver um caminho entre eles consistindo inteiramente de pixels em S .

Componentes Conexos:

Para qualquer pixel p em S , o conjunto de pixels que são conectados a ele em S é chamado de *componente conexo* de S .



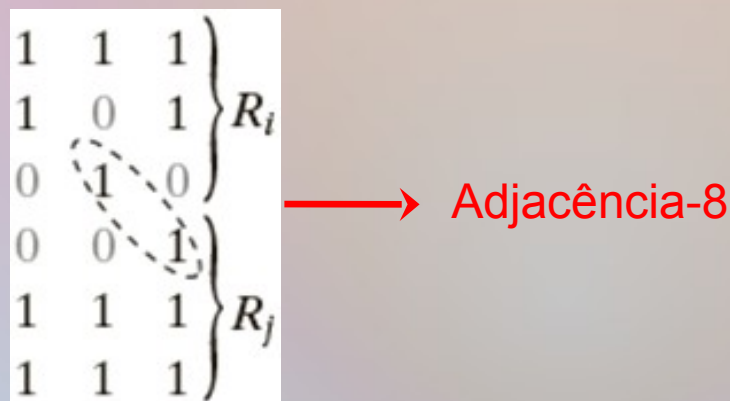
➤ Considerando a vizinhança-4:
Três componentes conexos

➤ Considerando a vizinhança-8:
Dois componentes conexos

Se existir apenas um componente conexo, o conjunto S é chamado de *conjunto conexo*.

Região:

- Com R representando um subconjunto de pixels em uma imagem, chamamos de R uma região da imagem se R for um *conjunto conexo*.
- Dizemos que duas regiões R_i e R_j são adjacentes se sua união formar um conjunto conexo.
- O tipo de adjacência utilizado deve ser especificado.
- Regiões que não são adjacentes são chamadas *disjuntas*.



Fronteira:

Suponha que uma imagem contenha k regiões disjuntas. Expressamos por R_u a união de todas essas regiões e por $(R_u)^c$ seu complemento, ou seja, o conjunto de pontos que não estão em R_u .

Chamamos todos os pontos em R_u de *frente* (*foreground*) e todos os pontos em $(R_u)^c$ de *fundo* (*background*) da imagem.

A **fronteira** ou **contorno interno** de uma região R é o conjunto de pontos adjacentes aos pontos do complemento de R , ou seja, o conjunto de pixels da região que tem pelo menos um vizinho no fundo da imagem.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |



O ponto circulado é parte da fronteira dos pixels de valor 1 somente se a adjacência-8 entre a região e o fundo for utilizada.

Fronteira:

Contorno externo → Contorno correspondente, no fundo.

Importante no desenvolvimento de algoritmos chamados de seguidores de contorno (*border following*) que são formulados para seguir o contorno externo de uma região de modo a garantir que o resultado formará um contorno fechado.

Na figura ao lado, a fronteira interna da região de valor 1 não forma um caminho fechado, mas sua fronteira externa sim,

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 |

Borda:

Diferença entre borda e fronteira:

A *fronteira* de uma região forma um caminho fechado, e assim, é um conceito “global”.

As bordas são formadas por pixels com valores cujas derivadas excedem um limiar pré-definido. Assim, a ideia de uma borda é um conceito “local” baseado em uma medida de descontinuidade de nível de intensidade em um ponto.

Em imagens binárias, as bordas e as fronteiras se correspondem.

Medidas de Distância

Para os pixels p , q e z , com coordenadas (x,y) , (s,t) e (v,w) , respectivamente, D é uma função distância ou medida de distância se:

a) $D(p,q) \geq 0$ ($D(p,q)=0$ se $p=q$)

b) $D(p,q) = D(q,p)$

c) $D(p,z) \leq D(p,q) + D(q,z)$

Medidas de Distância

✱ *Distância Euclidiana*

$$De(p,q) = [(x - s)^2 + (y - t)^2]^{1/2}$$

Para essa medida de distância, os pixels que possuem distância de (x,y) menor ou igual a um valor r são os pontos contidos em um disco de raio r centrado em (x,y) .

✱ *Distância D4 (Distância City Block)*

$$D4(p,q) = |x - s| + |y - t|$$

Neste caso, os pixels que possuem distância $D4$ de (x,y) menor ou igual a um valor r , formam um losango centrado em (x,y) .

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | | 2 | | |
| | 2 | 1 | 2 | |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| | 2 | 1 | 2 | |
| | | 2 | | |

Ex: $D4 \leq 2 \rightarrow$ Os pixels com $D4 = 1$ são vizinhos-4 de (x,y) .

Distância D8 (Distância Chessboard)

$$D8(p,q) = \max(|x - s|, |y - t|)$$

Neste caso, os pixels que possuem distância $D8$ de (x,y) menor ou igual a um valor r , formam um quadrado centrado em (x,y) .

Ex: $D8 \leq 2$

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 0 | 1 | 2 |
| 2 | 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |

Os pixels com $D8 = 1$ são vizinhos-8 de (x,y) .