FUNDAÇÃO ESCOLA TÉCNICA LIBERATO SALZANO VIEIRA DA CUNHA

Matemática – Professora Camila

Função Quadrática

Definição:

Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ chama-se quadrática (ou Função Polinomial de 2º Grau) quando tem sua lei de formação no formato $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ ou $\boldsymbol{y = ax^2 + bx + c}$, para todo $x \in \mathbb{R}$, tal que:

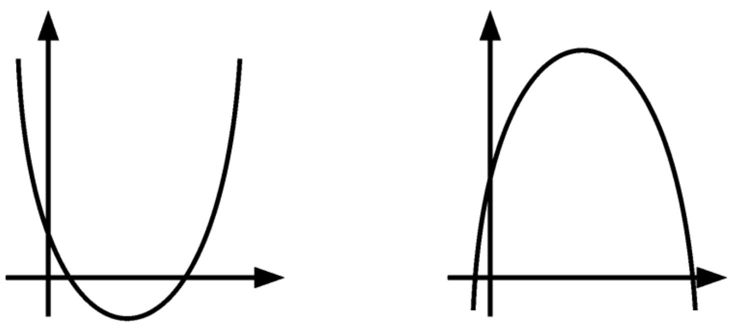
- a, b, c sejam números pertencentes ao conjunto dos Reais ($\mathbb{R}$);
- $a \neq 0$;

Alguns exemplos:

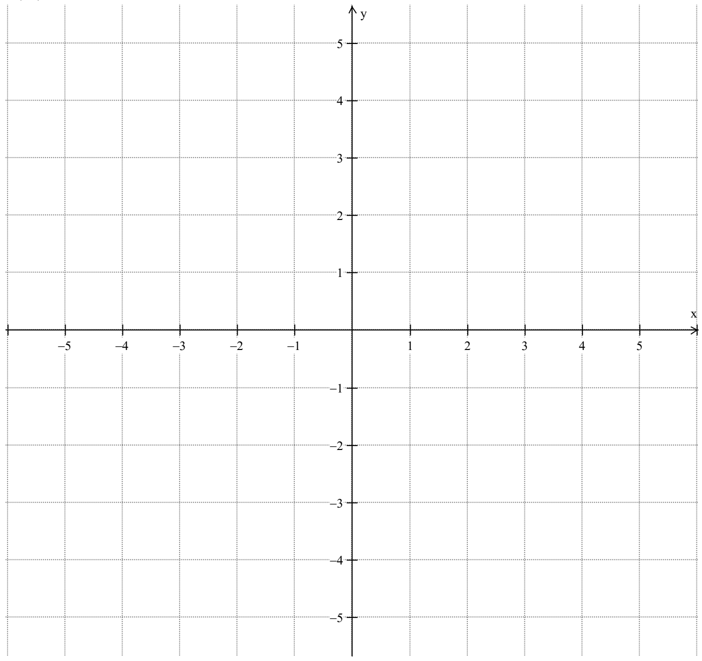
Função Quadrática $y = ax^2 + bx + c$:	Valor dos parâmetros a, b e c:
a) $f(x) = x^2 - 5x + 6$	
b) $f(x) = x^2 - 12$	
c) $f(x) = x^2 - 6x$	
d) $f(x) = \frac{x^2}{2} + 8x + 1$	
e) $f(x) = x^2$	

Gráfico da Função Quadrática

O gráfico de uma função quadrática é conhecido como PARÁBOLA e tem seu formato assim:



1) Vamos representar o gráfico da função $f(x) = x^2 - 2x - 3$.



1º) Devemos localizar a ou as raízes dessa função (se existirem) e marcar no plano cartesiano;

2º) Devemos localizar e marcar o ponto de interseção dessa função com o eixo das ordenadas, ou seja, o eixo y;

3º) Vamos determinar e marcar o ponto do vértice, também chamado de "ponto de valor máximo" ou "ponto de valor mínimo" da função:

4º) Por fim, construímos uma tabela com valores de x que ainda não foram utilizados nos passos anteriores. Essa tabela pode ter quantos valores para x consideramos necessários e marque-os no plano.

x	$f(x)$

Ou seja, seguindo esse **passo a passo**, não há como não conseguir desenhar o gráfico:

1º) Localize e marque as raízes (caso existam. Caso não existam, passe ao 2º item);
2º) Localize e marque o ponto de intersecção da função com o eixo das ordenadas;
3º) Localize o vértice da função.
4º) Faça uma tabela com valores extras para x (você escolhe quantos valores estarão nessa tabela).

Nosso gráfico de $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ficou como o da figura ao lado.

Agora vamos responder:

a) Qual o domínio dessa função?

b) Qual a imagem dessa função?

c) Qual o valor de f(5)?

$y = 5^2 - 2.5 - 3$

$y = 25 - 13$ $\quad y = 12$ //

d) E de f(-10)?

$y = 100 - 2.-10 - 3$

$y = 100 + 17$ $\quad y = 117$

e) Para qual (quais) valor(es) de x do gráfico temos f(x)=32?

$x^2 - 2x - 35 = 0$ $\quad x = \frac{2 \pm 12}{2}$

$\Delta = 4 + 140$

$\Delta = \sqrt{144}$

$\Delta = 12$

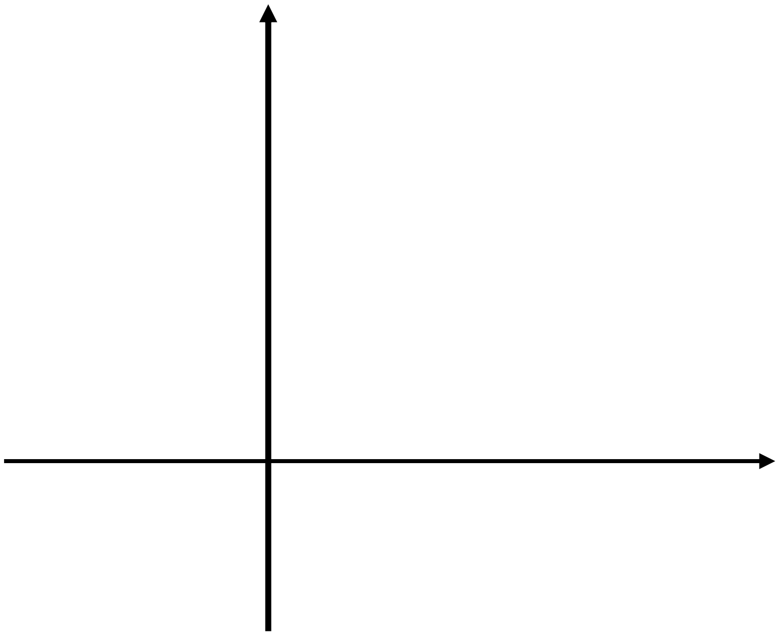
$x_1 = \frac{14}{2} = 7$ //

$x_1 = \frac{-10}{2} = -5$ //

2) Vamos representar o gráfico da função $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

<u>Passo a passo</u>:

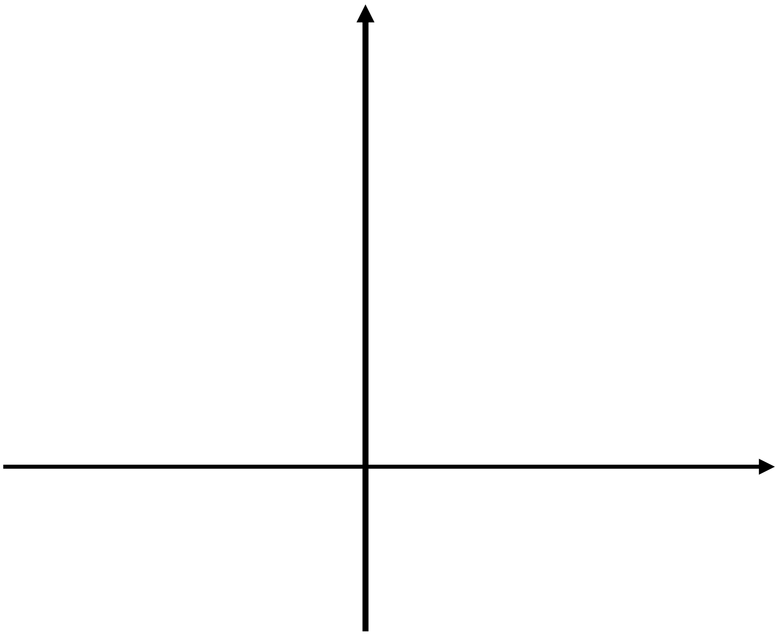
1º) Localize e marque as raízes (caso existam. Caso não existam, passe ao 2º item);
2º) Localize e marque o ponto de intersecção da função com o eixo das ordenadas;
3º) Localize o vértice da função.
4º) Faça uma tabela com valores extras para x.



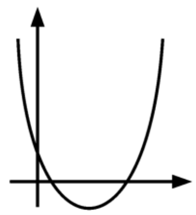
3) Vamos representar o gráfico da função $f(x) = x^2 + 2x + 2$.

<u>Passo a passo</u>:

1º) Localize e marque as raízes (caso existam. Caso não existam, passe ao 2º item);
2º) Localize e marque o ponto de intersecção da função com o eixo das ordenadas;
3º) Localize o vértice da função.
4º) Faça uma tabela com valores extras para x.

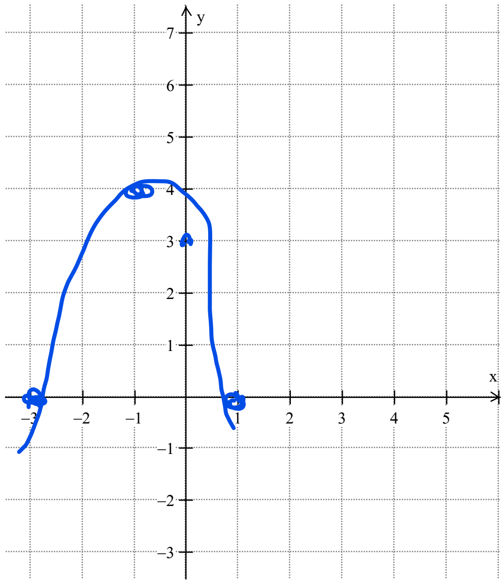


Dizemos que os gráficos construídos nos itens 1, 2 e 3 são CÔNCAVOS PARA CIMA, pois todos apresentam o formato:



4) Vamos representar o gráfico da função $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

$\Delta = 4 + 12$



$\frac{-2}{2} = -1$

$\frac{-16}{-4} = 4$

Veja que, no item 4, temos uma parábola CÔNCAVA PARA BAixo.

Parâmetro "a":

É o <u>sinal do parâmetro a</u> de $f(x) = ax^2 + bx + c$ que nos diz como será a concavidade da parábola. Temos que:

- Se a é positivo: Cima
- Se a é negativo: BAixo

Quantidade de raízes:

A <u>quantidade de raízes</u> de uma função depende do <u>valor de delta</u> "Δ" de $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. Temos que:

- Se Δ é positivo teremos 2 raízes reais Dif.
- Se Δ é negativo NÃO teremos raízes reais.
- Se Δ é nulo (zero) teremos 2 raízes reais iguais.

36+28

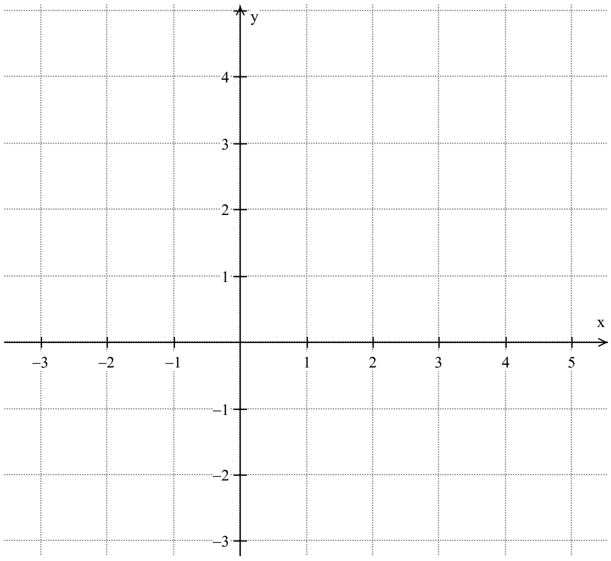
Exemplo:

Sem desenhar o gráfico de $y=x^2-6x-7$, determine:

a) Se essa parábola é côncava para cima ou para baixo. CIMA

b) Quantas raízes reais ela possui. 2

5) Vamos representar o gráfico da função $f(x) = -x^2 + 4$.



Parâmetro "b":

O sinal do parâmetro b de $f(x) = ax^2 + \mathbf{b}x + c$ que nos se a parábola, ao cortar o eixo y, está num ramo crescente ou decrescente.

Vamos voltar aos gráficos desenhados de 1 a 5 e analisar o sinal de $\mathbf{b}$ em cada um:

1) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

2) $f(x) = x^2 - 4x + 4$

3) $f(x) = x^2 + 2x + 2$

4) $f(x) = -x^2 + 2x + 3$ 5) $f(x) = -x^2 + 4$

Conclusão:

- Se b é positivo a parábola atravessa o eixo y num ramo CRES________________.
- Se b é negativo a parábola atravessa o eixo y num ramo DECRES________________.
- Se b é nulo (zero) a parábola atravessa o eixo y no VERTICE________________.

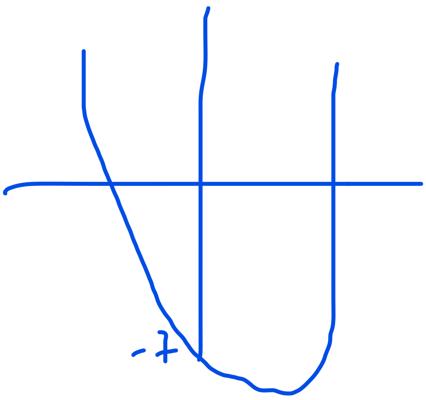
PARÂMETRO "c":

O parâmetro c de $f(x) = ax^2 + bx + c$ nos mostra o valor da ordenada do ponto (ou seja, o valor de y) de onde a função intersecta o eixo vertical.

Exemplo:

Ainda sem desenhar o gráfico de $y=x^2-6x-7$, determine:

a) Se essa parábola é côncava para cima ou para baixo. Já fizemos acima! CIMA
b) Quantas raízes reais ela possui. Já fizemos acima! 2 DIF
c) Ao atravessar o eixo y, ela está num ramo crescente ou decrescente? DEC
d) Em que ponto ela intersecta o eixo y? -7
e) Com os dados acima, faça um esboço desse gráfico.



Tarefa 1:

Considere a função quadrática definida por $f(x) = x^2 + 2x - 8$.

Determine, antes de desenhar o gráfico:

a) Os valores de a, b e c. 1 2 8

b) Se esta função tem concavidade voltada para cima ou para baixo. Por quê? Cima

c) Determine as coordenadas do ponto máximo ou mínimo (vértice).

d) Número de raízes desta função e quais são elas.

e) O ponto de intersecção do gráfico com o eixo das ordenadas; -8

f) Se existirem, os pontos de intersecção do gráfico com o eixo das abscissas;

g) A imagem desta função; $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq -9\}$

h) Os intervalos em que a função é crescente e em que a função é decrescente;

i) Após responder os itens acima, construa em seu caderno o gráfico desta função.

Para conferir a resposta: digite no software Geogebra, no campo "entrada" a função y=x^2+2x-8. Verifique se seu gráfico corresponde ao do software. Na dúvida, reveja o vídeo dessa aula ou procure os monitores.

Tarefa 2:

Fazer, no caderno, os exercícios do livro:

Pág 100, nº4.

Pág 104 nº 26, 27 e 28.

Esses exercícios devem vir prontos para a próxima aula. Faça-os com capricho em seu caderno!