	<b>UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA</b>	
	<b>CENTRO DE INFORMÁTICA</b>	
	<b>Disciplina</b>	Aprendizagem de Máquina
	<b>Semestre</b>	2025.2
	<b>Professores</b>	Bruno Jefferson de Sousa Pessoa Gilberto Farias de Sousa Filho

## Mini-Projeto

### Reconhecimento de Dígitos

#### 1. Introdução

O reconhecimento de dígitos escritos a mão é um problema clássico de classificação na área de visão computacional. O problema consiste em receber uma imagem de um número escrito à mão, codificada em tons de cinza, e classificar o dígito decimal (0-9) ali contido. Para estudantes e pesquisadores das técnicas de aprendizado de máquina, o *dataset* MNIST, cujos exemplos de instâncias estão ilustrados na Figura 1, é utilizado para comparação de técnicas, competições e construções de novas soluções.



Figura 1. *Dataset* MNIST com imagens dos dígitos escritos a mão.

#### 2. *Dataset* MNIST Adaptado

Os arquivos *train.csv* e *test.csv* contêm imagens do *dataset* MNIST, em escala de cinza, dos dígitos 0, 1, 4 e 5 escritos a mão. Cada imagem é composta por 28 linhas e 28 colunas em um total de 784 pixels. Cada pixel possui um valor associado único, que indica seu tom de cinza. Quanto mais alto é esse valor, mais escuro é o pixel. Os valores de cada pixel estão no intervalo fechado  $[0, 255]$ .

Os dados de entrada, (*train.csv*), possuem 785 colunas. A primeira coluna, chamada “*label*”, é o dígito que foi desenhado pelo usuário. O resto das colunas contém os valores dos pixels da imagem associada.

Cada coluna de pixel, nos dados de treino, é nomeada como “*pixel $x$* ”, onde  $x$  é um inteiro no intervalo  $[0, 783]$ . Para localizar este pixel na imagem, suponha que decompomos  $x$  como  $x = i * 28 + j$ , onde  $i$  e  $j$  são inteiros no intervalo  $[0, 27]$ . Então o “*pixel $x$* ” está localizado na

linha  $i$  e coluna  $j$  de uma matriz  $28 \times 28$  (indexada por zero). Por exemplo, “ $pixel_{31}$ ” indica o valor do  $pixel$  que está na quarta coluna, da esquerda pra direita, e na segunda linha.

Os dados de teste, (test.csv), possuem o mesmo formato dos dados de treinamento.

### 3. Descrição das atividades

Implementar três classificadores de dígitos contidos no *dataset* MNIST Adaptado, utilizando os três modelos lineares de Aprendizagem de Máquina (AM) estudados: **Perceptron**, **Regressão Linear** e **Regressão Logística**. Detalhes da implementação estão descritos a seguir.

#### 3.1. Redução da dimensão das amostras

Para trabalharmos com modelos de AM que possuem muito pouco grau de liberdade para a construção de sua função hipótese, devemos diminuir a complexidade dos dados de entrada através da redução do número de parâmetros  $p$  das amostras de treinamento.

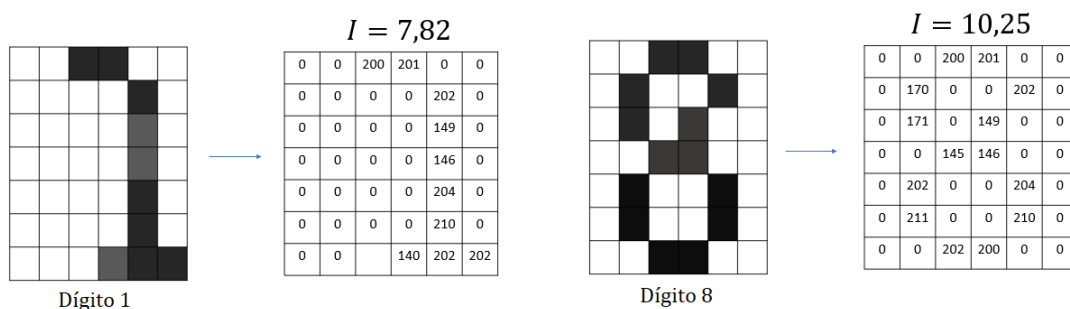
Como já foi dito na descrição do *dataset*, cada instância é composta por  $p = 784$  parâmetros de entrada, sendo um parâmetro por pixel. Logo, há a necessidade de reduzir a quantidade de parâmetros total, a fim de atingir bons resultados na classificação das de tais imagens usando-se modelos de AM mais simples. Uma forma de reduzir consideravelmente o vetor de características é sintetizar os dados das imagens em apenas duas informações de entrada ( $p = 2$ ) que são muito importantes na identificação de um dígito numérico: a intensidade e a simetria da imagem.

##### Intensidade da imagem

Como os pixel mais escuros possuem valores maiores (255 representa o preto), a intensidade de uma imagem pode ser calculada pela equação

$$I = \frac{\sum_{x=0}^{783} pixel_x}{255}$$

que soma os tons de cinza de cada  $pixel$  e divide por 255, tentando uma aproximação da quantidade de  $pixels$  pretos na imagem.

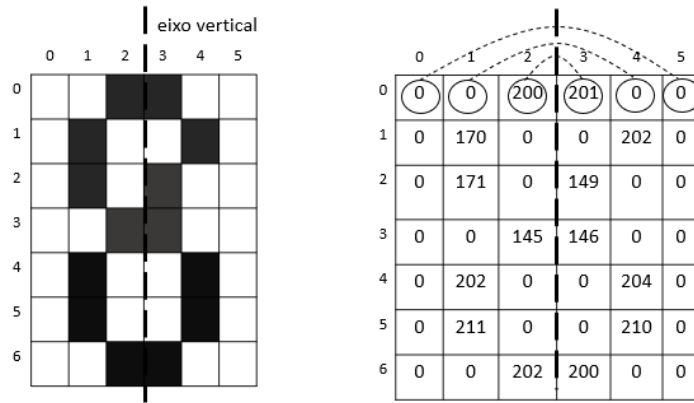


**Figura 2.** Comparação da intensidade  $I$  dos  $pixels$  entre os dígitos 1 e 8.

É possível perceber que a intensidade do dígito 1 é normalmente menor que a do dígito 8, como podemos observar na Figura 2.

### Simetria da imagem

A simetria de uma imagem é computada a partir da definição de eixos de simetria. Existem duas simetrias fáceis de se computar: a vertical e horizontal. Por exemplo, na simetria vertical dividem-se as colunas da matriz de pixels em duas partes, lado direito e esquerdo, como ilustrado pelo eixo vertical da Figura 3, e computa-se a diferença dos valores dos pixels pertencentes as distintas partes.



**Figura 3.** Eixo vertical da matriz de *pixels* do dígito 8.

A simetria vertical deve ser computada linha por linha. Em cada linha soma-se a diferença em módulo do valor do *pixel* da primeira coluna com o valor da última, da segunda com a penúltima, terceira com a antepenúltima e assim por diante.

Seja  $pix_{28 \times 28}$  a matriz de valores dos *pixels* da imagem, então, temos a equação

$$S_v = \frac{\sum_{i=0}^{27} \sum_{j=0}^{13} \|pix_{i,j} - pix_{i,27-j}\|}{255}$$

para a simetria vertical. O valor de  $S_v$  define uma aproximação da quantidade de *pixels* pretos assimétricos. Ou seja, quando  $S_v = 0$ , a imagem possui simetria vertical perfeita.

A simetria horizontal é análoga a simetria vertical, sendo que o eixo horizontal divide as linhas da matriz pelo meio, criando duas partes, superior e inferior. Nesse caso, a diferença de valores entre os *pixels* é computada de cima para baixo. Logo, através de algumas adaptações da equação da simetria vertical, é possível computar o  $S_h$  e, por fim, somar ao  $S_v$  e obter o valor de simetria da imagem completa.

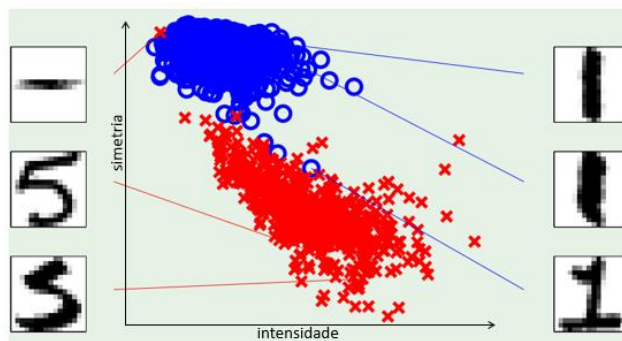
Nesta atividade, deve-se construir novos arquivos de treino e teste a serem chamados de *train\_redu.csv* e *test\_redu.csv*. Esses arquivos conterão 3 as seguintes colunas: *label*, intensidade e simetria.

Para cada linha do arquivo *train.csv*, deve-se extrair o valor da coluna *label*, depois os 784 valores de *pixels* da imagem das outras colunas, computar os valores de intensidade e simetria associados e registrar tais valores nas colunas “*label*”, “*intensidade*” e “*simetria*” como uma linha do arquivo *train\_redu.csv*. O mesmo tratamento deve ser feito no arquivo *test.csv* para criar o arquivo *test\_redu.csv*.

### 3.2. Classificação dos dígitos 1 x 5

Como no modelo *Perceptron* a classificação é binária, uma alternativa para realizar classificações multiclasse de dígitos é construir, inicialmente, uma solução que classifique apenas dois valores de dígitos: 1 e 5, por exemplo. Para isto, deve-se:

- Realizar um filtro nos dados dos arquivos *train\_redu.csv* e *test\_redu.csv*, deixando apenas as imagens com valores 1 ou 5 na coluna *label*, construindo as instâncias *train1x5* e *test1x5*;
- Plotar os dados de *train1x5* em um gráfico de duas dimensões (*intensidade* X *simetria*) como ilustrado na Figura 4. Dados com *label* = 1 plotar de azul e dados com *label* = 5 plotar de vermelho;



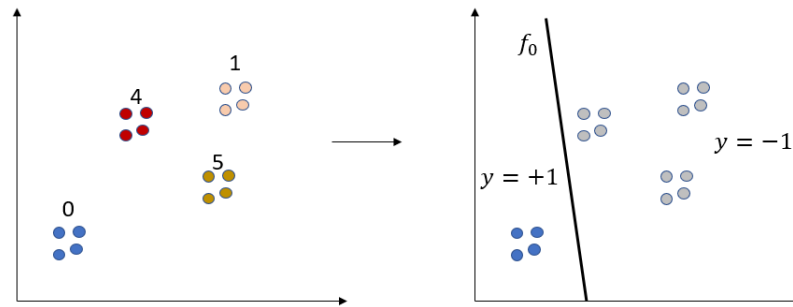
**Figura 4.** Dígitos 1 e 5 com seus valores de intensidade e simetria plotados.

- Treinar os três classificadores com os dados de *train1x5*. Construir o vetor  $X = \{(intensidade, simetria)\}$  para toda imagem de *train1x5*. Atribuir o valor alvo  $y = +1$  para a imagem com valor *label* = 1 e  $y = -1$  para *label* = 5;
- Criar um método de predição do dígito que retorne o valor 1 quando o classificador linear classificar a saída como  $y = +1$  e retorne o valor 5 quando  $y = -1$ ;
- Construir o vetor  $X = \{(intensidade, simetria)\}$  para toda imagem de *test1x5*. Atribuir o valor alvo  $y = label$  para cada imagem de *test1x5*;
- Testar os três classificadores com os dados de *test1x5*;
- Plotar a reta de cada classificador sobre os dados;
- Gerar a matriz de confusão e os relatórios de eficácia de classificação de cada classificador.

### 3.3. Classificador de dígitos completo

Para construir um classificador para os quatro dígitos contidos na base, deve-se implementar uma estratégia conhecida como “um contra todos”. Nessa estratégia, inicialmente, escolhe-se o dígito 0 para ser a classe  $y = +1$  e todos os outros dígitos (1, 4 e

5), temporariamente, definidos como a classe  $y = -1$ . Essa transformação está ilustrada na Figura 5.



**Figura 5.** Transformação dos dados multiclasse em dados para classificação binário dígito 0 contra todos.

A função hipótese  $f_0$  é inferida pelos novos dados de treino e usada para classificar os dados de teste. Se  $f_0$  classificar o novo dado como da classe  $+1$ , então podemos afirmar que a imagem associada é do dígito 0. Se o dado for classificado como  $-1$ , nada pode ser afirmado. O próximo passo é criar uma nova instância de treino, eliminando as instâncias com  $label=0$ , e construindo uma classificação binária do dígito 1 contra todos.

Ao final serão construídas três funções hipótese que juntas irão realizar a classificação multiclasse dos quatro dígitos. Seja  $x$  a imagem teste a ser classificada, classifique  $x$  com o seguinte algoritmo:

```
para os dígitos  $i \in [0,1,4]$ 
    se  $f_i(x) = +1$ 
        classifique como dígito  $i$ 
    senão
        se  $i == 4$ 
            classifique como dígito 5
```

### 3.4. Comparação entre os classificadores

Para comparar os três classificadores, implemente a estratégia “um contra todos” para cada um dos algoritmos de classificação, construa:

1. A matriz de confusão e o relatório de eficácia de classificação contendo: acurácia, precisão, *recall* e *f1 score*;
2. Para cada classificador plotar as três retas construídas sobre os dados dos 4 dígitos.

## 4. Implementações avançadas

- Adotar a heurística *weight decay* para o algoritmo de regressão logística a fim de regularizar o parâmetro *lambda*.
- Implementar a estratégia de “um contra todos” definindo a ordem de teste dos dígitos que leve a melhor acurácia global. Ou seja, a ordem proposta anteriormente pode ser alterada para uma ordem arbitrária que produza uma melhor acurácia de classificação.

## Instruções gerais

- O presente projeto deve ser desenvolvido em duplas.
- O projeto deverá ser enviado ao professor (bruno@ci.ufpb.br) até o dia **23/02/2026** e apresentado no dia **24/02/2026**, em horários a serem definidos posteriormente.
- O projeto deve ser implementado em python e seu código colocado em um notebook jupyter ou colab.
- Deverá ser enviado um arquivo zipado, contendo os códigos e o notebook contendo as saídas das execuções, no formato descrito a seguir:
  - AM-Projeto1-Autor1-Autor2.zip
  - Ex.: AM-Projeto1-Jose\_Silva-Maria\_Oliveira.zip