

Lista 3

Aluno: Gustavo Luiz Bispo dos Santos - 117210400

Aluno: Diego Amancio Pereira - 116210716

Aluno: Gilmar Gonzaga da Silva - 119211123

Data: 20/05/2022

Questão 1

Se a variável Z tem distribuição normal padrão, isto é, $Z \sim N(0, 1)$, obtenha: __

a) $P(Z < 1,64)$

Resposta: 0.9495

b) $P(Z = 1,64)$

Resposta: 0

c) $P(Z \leq 1,64)$

Resposta: 0.9495

d) $P(Z < -1,64)$

Resposta: 0.0505

e) $P(-1,64 < Z < 1,64)$

Resposta: 0.899

f) $P(Z > 1,64)$

Resposta: 0.0505

g) o valor do quantil z , da tabela (de preferência da acumulada) da normal padrão, tal que, $P(Z < z) = 0,05$ (5%)

Resposta: -1.644854

h) o valor do quantil z , da tabela da normal padrão, tal que, $P(Z \geq z) = 0,05$.

Resposta: 2.64

i) Apresente os inputs e outputs usando a linguagem R de todos os cálculos dos itens anteriores.

Resposta:

a) input `pnorm(1.64,mean=0,sd=1)` output: `[1] 0.9494974`

b) input output:

c) input `pnorm(1.64,mean=0,sd=1)` output: `[1] 0.9494974`

d) input `pnorm(-1.64,mean=0,sd=1)` output: `[1] 0.05050258`

e) input `pnorm(1.64,mean=0,sd=1)-pnorm(-1.64,mean=0,sd=1)` output: `[1] 0.8989948`

f) input `1-pnorm(1.64,mean=0,sd=1)` output: `[1] 0.05050258`

g) input `qnorm(0.05,mean=0,sd=1)` output: `[1] -1.644854`

h) input `1-qnorm(0.05,mean=0,sd=1)` output: `[1] 2.644854`

Questão 2

Seja X uma v.a, tal que, $X \sim N(100, 25)$, determinar:

a) $P(X \geq 108)$

Resposta: 0.0548

b) $P(X = 100)$

Resposta: 0.5

c) $P(89 \leq X \leq 107)$

Resposta: 0.90534

d) $P(12 < X - \mu < 16)$

Resposta: 0.0075

e) $P(112 < X < 116)$

Resposta: 0.00751

f) $P(X < 100 \text{ ou } X > 106)$

Resposta: 0.61507

g) o valor do quantil x , tal que $P(X < x) = 0, 05$

Resposta: 91.7757

h) o valor do quantil x , tal que $P(X > x) = 0, 05$

Resposta: 108.2243

i) o valor do quantil x , tal que $P(X > x) = 0, 975$

Resposta: 90.2

j) Apresente os inputs e outputs usando a linguagem R de todos os cálculos dos itens anteriores sem usar a distribuição da variável padronizada $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$.

a) input `1 - pnorm(108,mean=100,sd=5)` output: `[1] 0.05479929`

b) input `pnorm(100,mean=100,sd=5)` output: `[1] 0.5`

c) input `pnorm(107, mean = 100, sd = 5) - pnorm(89, mean = 100, sd = 5)` output: `[1] 0.9053399`

d) input `pnorm(3.2,mean=0,sd=1)-pnorm(2.4,mean=0,sd=1)` output: `[1] 0.0075`

e) input `pnorm(116, mean = 100, sd = 5) - pnorm(112, mean = 100, sd = 5)` output: `[1] 0.007510398`

f) input `1-pnorm(106, mean = 100, sd = 5, lower.tail = TRUE) + pnorm(100, mean = 100, sd = 5, lower.tail = FALSE)` output: `[1] 0.6150697`

g) input `qnorm(0.05, mean = 100, sd = 5)` output: `[1] 91.77573`

h) input `qnorm(0.05, mean = 100, sd = 5 lower.tail=FALSE)` output: `[1] 108.2243`

i) input `qnorm(0.975, mean = 100, sd = 5, lower.tail=FALSE)` output: `[1] 90.20018`

Questão 3

A vida útil (em anos) de um computador pessoal tem distribuição aproximadamente normal com média de 2,9 anos e variância de 1,96 anos

a) Que proporção dos computadores falhará no primeiro ano?

Resposta: 0,4131 aproximadamente 41,31%

b) Que proporção dos computadores durará quatro anos ou mais?

Resposta A proporção é de 78,52%.

c) Que proporção dos computadores durará no mínimo dois anos?

Resposta A proporção é de 73,89%

d) Que proporção dos computadores durará mais de 2,5 anos, porém menos de quatro anos?

Resposta A proporção é de 39,93%.

e) Se o fabricante adota uma política de garantia segundo a qual no máximo 0,5% dos computadores devem de ser substituídos, qual é o período dessa garantia?

Resposta O período é 6,498 anos.

f) Se 10.000 computadores são vendidos, quantos esperasse serem devolvidos à fábrica segundo a política de garantia adotada acima?

Resposta Espera-se a devolução de 50 computadores.

g) Qual é o valor da vida útil em que o mesmo é superado em 5%?

Resposta O valor da vida útil é 5,196 anos.

Questão 4

Mostre que, em qualquer distribuição normal, a área sob a curva (probabilidade), determinada por cada um dos intervalos abaixo, é sempre a mesma e independente dos parâmetros da distribuição

a) $(\mu - 1,64\sigma; \mu + 1,64\sigma)$;

Resposta

para simplificar atribuímos $x = -1,64\sigma$ e $y = +1,64\sigma$

portanto :

$$Zy = 1,64 \text{ e } Zx = -1,64$$

resolvendo $P(Zx < Z < Zy)$

$$P(Zx < Z < Zy) = P(-1,64 < Z < 1,64)$$

$$\begin{aligned} &= P(Z < 1,64) - P(Z < -1,64) \\ &= 0.9495 - 0.0505 = 0.8990 \end{aligned}$$

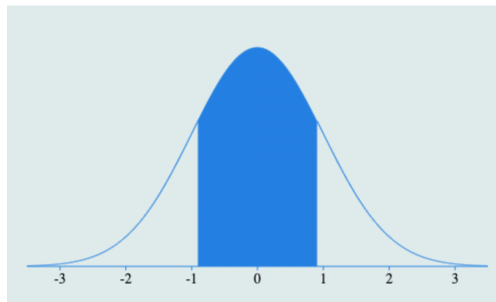


Figure 1: Questão 4 letra A

b) $(\mu - 1,96\sigma; \mu + 1,96\sigma)$;

Resposta

para simplificar atribuímos $x = -1,96\sigma$ e $y = +1,96\sigma$

portanto :

$$Zy = 1,96 \text{ e } Zx = -1,96$$

resolvendo $P(Zx < Z < Zy)$

$$P(Zx < Z < Zy) = P(-1,96 < Z < 1,96)$$

$$= P(Z < 1,96) - P(Z < -1,96)$$

$$= 0.9750 - 0.0250 = 0.9500$$

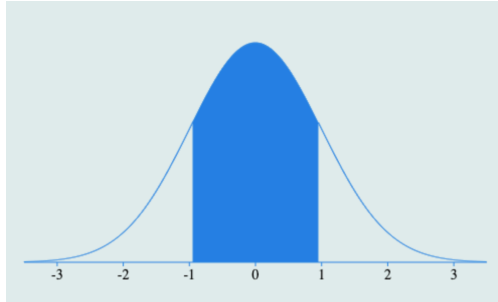


Figure 2: Questão 4 letra B

c) $(\mu - 2,57\sigma; \mu + 2,57\sigma)$;

Resposta

para simplificar atribuímos $x = -2,57\sigma$ e $y = +2,57\sigma$

portanto :

$Zy = 2,57$ e $Zx = -2,57$

resolvendo $P(Zx < Z < Zy)$

$$P(Zx < Z < Zy) = P(2,57 < Z < 2,57)$$

$$= P(Z < 2,57) - P(Z < -2,57)$$

$$= 0.9772 - 0.0227 = 0.9545$$

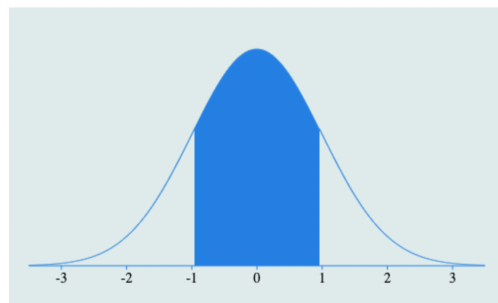


Figure 3: Questão 4 letra C

Questão 5

Se a variável aleatória Z segue o comportamento de uma distribuição normal padrão, diga quais devem ser o valor do quantil z tal que:

a) $P(-z < Z < z) = 0,90$ (90,0%)

Resposta: $P(-0.95 \leq X \leq 0.95) = 0.9$

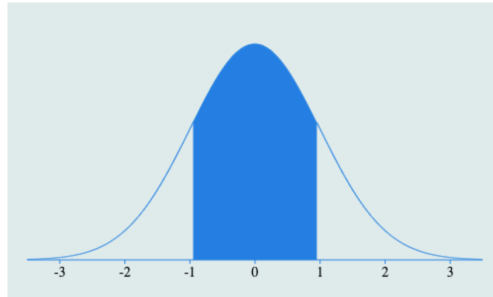


Figure 4: Questão 5 letra A

b) $P(-z < Z < z) = 0,95$ (95,0%)

Resposta: $P(-0.975 \leq X \leq 0.975) = 0.95$

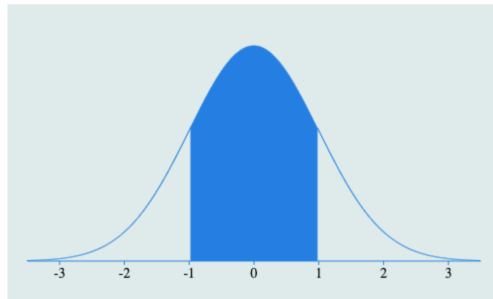


Figure 5: Questão 5 letra B

c) $P(-z < Z < z) = 0,99$ (99,0%)

Resposta: $P(-0.995 \leq X \leq 0.995) = 0.99$

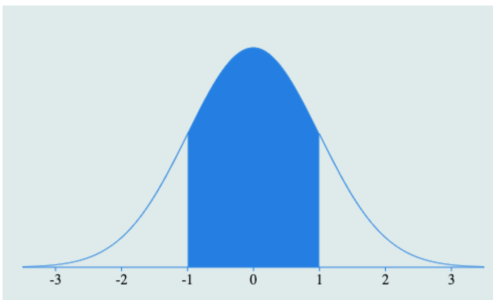


Figure 6: Questão 5 letra C

d) Esboce um gráfico para cada uma dessas situações e elabore uma tabela dos resultados obtidos para você memorizar.

Resposta: Os gráficos foram inseridos logo acima.

e) Existe alguma relação dos resultados desta questão com a anterior (a Questão 4)? Se sim, qual(ais)?

Resposta: