

# Estudo de Caso final - avaliação de algoritmos de otimização de custo e tempo em roteiros de viagem

*Equipe 04*

*03 de Julho de 2017*

Coordenador: Alessandro Cardoso

Relator: Bernardo Marques

Verificador: Danny Tonidandel

Monitor: Gustavo Vieira

## 1. Descrição do Problema

As ferramentas atuais para planejamento de viagens permitem que usuários busquem passagens e hotéis e construam seu próprio itinerário, mas não oferecem suporte para viagens com exibilidade nas datas ou na ordenação de destinos. Para solucionar esse problema, foi proposto um novo sistema que busca as melhores combinações de passagens e hotéis para uma viagem, minimizando o custo e tempo de transporte. O sistema busca otimizar roteiros com datas flexíveis e não requer uma ordem fixa dos destinos, de forma que considere todas as possíveis configurações que atendem as especificações do usuário. Dessa forma, oferece boas opções de itinerários para viagens com esforço do usuário muito menor, representando uma melhoria significativa na experiência de planejamento de viagens.

O conjunto de restrições considera datas inicial e final, datas específicas para cada destino, ordenação dos destinos e características das acomodações e transportes. Pode ser considerado uma aplicação multiobjetivo do problema do caixeiro viajante com janelas de tempo e dependência temporal

O experimento envolve comparações entre métodos aplicados em diferentes instâncias de problemas de roteamento, configurando o clássico problema do “caixeiro viajante”. A variabilidade decorrente das características de cada problema de teste é uma possível fonte de variação espúria quando não considerada na análise dos resultados. Para avaliar existência de diferenças significativas entre os algoritmos, bem como a influência dos possíveis covariantes, tais como tamanho da instância e tempo de convergência, será utilizada a análise de covariância.

Os parâmetros experimentais desejados são:

- Nível de significância:  $\alpha = 0.05$ ;
- Tamanho de efeito de interesse prático:  $\delta^* = 0.25$ ; (((Como vamos definir isso????)))
- Potência desejada:  $(1 - \beta) = \pi \geq 0.8$ . (((Altere para fazermos um acoleta menor)))

## 2. Planejamento Experimental

A primeira etapa do experimento consistiu na geração dos dados experimentais a partir dos dois algoritmos de otimização.

Para os testes, foram geradas aleatoriamente as instâncias de problemas com diferentes tamanhos. Dessa forma é possível avaliar a variação do desempenho dos métodos à medida que a complexidade aumenta. O tamanho de um problema é determinado pelo número médio de opções de destinos do roteiro e do número médio de opções de transporte e acomodação para cada destino.

Busca-se a verificação de diferenças estatísticas significativas entre as configurações testadas. Uma análise exploratória qualitativa dos dados foi feita para complementar os testes.

Como não se tinha ideia a respeito do tamanho amostral necessário, foi realizado o cálculo pensando-se em utilizar o teste da análise de variância para avaliar a existência de diferenças significativas entre as classes de problemas. Embora a técnica permita analisar as médias e variâncias de observações de diferentes grupos, generalizando o teste-t para mais de dois deles [Campelo, 2015], ela é restrita apenas à indicação de existência ou não de diferenças entre os níveis avaliados, sem indicar quais níveis seriam diferentes [Montgomery and Runger, 2011], tampouco a influência de variáveis concomitantes. Neste ponto, evidencia-se a necessidade de uma análise de covariância.

### 3. Análise de Co-Variância (ANCOVA)

A análise de covariância é uma técnica – assim como a chamada “blocagem” ou pareamento (em testes-t) – bastante útil para a melhora da precisão de um experimento [Montgomery, 1984]. Em diversos aspectos é similar à análise de variância (ANOVA), porém permite ter controle sobre a influência do covariante nas variáveis dependentes. A covariável complementa o controle local e, obviamente, necessita estar correlacionada com a variável de resposta para que se possa fazer uso de tal análise. E quando a análise de variância é realizada com uma ou mais covariáveis, é usual chamar a análise de ANCOVA.

Na ANCOVA a variável dependente é contínua (e.g. tempo, velocidade, etc.), enquanto que a variável independente é normalmente categoria (e.g. “masculino/feminino”, “fumante/não-fumante” etc.). A análise de variância, por sua vez, poderá converter-se na ANCOVA quando for adicionado um covariante, que consiste em outra variável, que pode ser tanto categórica quanto contínua.

Existem aliás, duas razões principais para sair-se da ANOVA e passar a ser considerada a análise de covariância, i.e., razões técnicas para adicionar um covariante, quais sejam:

- Reduzir fatores de variabilidade inter-grupos, ou alcançar um nível maior de entendimento a partir da variância desconhecida;
- Isolar o efeito que ocorre quando o controle experimental não permite que o experimentador elimine, de maneira razoável, explicações alternativas para uma relação observada entre variáveis independentes e dependentes, o que é chamado de “confusão” *confounding*. Em outras palavras, esta variável é algo que pode estar influenciando o experimento mas que não está, a princípio, no modelo original, e é uma potencial fonte de vieses no experimento.

A ANCOVA, permite, portanto, um controle do erro experimental, aumentando sua precisão. Vale ressaltar que a técnica não é restrita apenas à indicação de existência ou não de diferenças entre os níveis avaliados.

#### 3.1 Modelo Estatístico linear da ANCOVA

Considerando um experimento com um fator e uma covariável, o modelo estatístico da análise de covariância pode ser estabelecido como [Montgomery and Runger, 2011]:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta(x_{ij} - \bar{x}_{..}) + \epsilon_{ij}, \quad (1)$$

em que:  $\mu$  é uma constante,  $\tau_i$  é o efeito do  $i$ -ésimo “tratamento”,  $X_{ij}$  é o valor observado da covariável e  $\bar{x}_{..}$  a média dos valores  $x_{ij}$  (da covariável). Além disso,  $\beta$  consiste no coeficiente de regressão linear entre a covariável  $X$  e a variável de resposta  $Y$ , com  $\beta \neq 0$  e  $\epsilon_{ij}$  é uma componente aleatória de erro, com  $i = 1, \dots, a$  e  $j = 1, \dots, n$ . Neste caso a relação deve ser linear. Vale ressaltar que este modelo pressupõe que a variável de resposta e a covariável estão relacionadas linearmente. Para efeito de simplificação, contudo, a análise de covariância pode ser vista como uma análise “ajustada” de variância, e pode ser sumarizada na tabela (??):

% Please add the following required packages to your document preamble:

Table 1: ANCOVA como um “modelo ajustado” da ANOVA.

Fontes de variação	$\sum$ de quadrados	Graus de Lib	média quadrática	$F_0$
regressão	$(S_{xy}/S_{xx})$	1		
Tratamentos	$\frac{SS'_E - SS_E - (S_{xy})^2/S_{xx} - [E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}]}{a-1}$	$a - 1$	$\frac{SS'_E - SS_E}{a-1}$	$\frac{1}{MSE} \frac{SS'_E - SS_E}{a-1}$
Erro	$SS_E = E_{yy} - (E_{xy})^2/E_{xx}$	$a(n-1) - 1$	$\frac{SS_E}{a(n-1)-1}$	
Total	$S_{yy}$	$an - 1$		

em que:

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n y_{ij}^2 - \frac{y_{..}^2}{an}, \quad (2)$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij} y_{ij} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an}, \quad (3)$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^n x_{ij}^2 y_{ij} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an}, \quad (4)$$

$$T_{yy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a y_{i.}^2 - \frac{y_{..}^2}{an}, \quad (5)$$

$$T_{xx} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a x_{i.}^2 - \frac{x_{..}^2}{an}, \quad (6)$$

$$T_{xy} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^a x_{i.} y_{i.} - \frac{(x_{..})(y_{..})}{an}, \quad (7)$$

$$E_{yy} = S_{yy} - T_{yy}, \quad (8)$$

$$E_{xx} = S_{xx} - T_{xx}, \quad (9)$$

$$E_{xy} = S_{xy} - T_{xy}. \quad (10)$$

### 3.2 Cálculo do tamanho amostral para o ANOVA

O cálculo do tamanho amostral para a técnica ANOVA pode ser feito iterativamente até encontrar o número  $n$  tal que:

$$F_{(1-\alpha)} = F_{\beta; \phi}, \quad (11)$$

em que ambas distribuições  $F$  têm  $(a-1)$  graus de liberdade no numerador e  $a(n-1)$  no denominador. O parâmetro de não-centralidade  $\phi$  é dado por:

### 3.3 Tratamento e Validação dos Dados

## 4. Análise Estatística

### 4.1 Análise de Covariância

### 4.2 Validação das Premissas

Normalidade

Homocedasticidade

Independência

## 5. Discussão e Conclusões

## Referências

Felipe Campelo. Lecture notes on design and analysis of experiments. <https://github.com/fcampelo/Design-and-Analysis-of-Experiments>, 2015. Version 2.11, Chapter 7; Creative Commons BY-NC-SA 4.0.

D. C. Montgomery. *Design and analysis of experiments*, volume 7. Wiley New York, 1984.

D. C. Montgomery and G. C. Runger. *Applied Statistics and Probability for Engineers*, volume 5. John Wiley and Sons, 2011.