Guerra

November 14, 2020

1 ¡Guerra!

1.0.1 Temas principales

- Sistemas de ecuaciones diferenciales
- Agentes

1.1 Introducción

Queremos modelar una batalla, y queremos hacerlo de manera muy simple. El modelo que vamos a considerar fué propuesto por **Frederick Lanchester** en 1916.

Las suposiciones son las siguientes:

- Hay dos lados en la batalla: **azules** y **rojos**.
- Los principales factores que deciden el resultado de la batalla son el número de tropas y el entrenamiento/equipo.
- Sea x el número de tropas de los **rojos** y y el número de tropas de los **azules**.
- Sea a la potencia de fuego de los **rojos** y sea b la potencia de fuego de los **azules**.
  - La *potencia de fuego* está basada en el entrenamiento, equipo, etc.

Con estas suposiciones tenemos el modelo de Lanchester:

$$\frac{dx}{dt} = -ay$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx$$

con condiciones iniciales $x(0) = x_0$ y $y(0) = y_0$.

1.2 Preguntas a responder

- Usando **Simpy** resuelva las ecuaciones de manera explícita.
- Deduzca e interprete la **Ley de cuadrados de Lanchester**.

  $$x^2 - \frac{b}{a}y^2 = K,$$

  para varios valores de K. ¿Qué sucede cuando $K = 0$?

- Modele combate entre guerrillas (*GUERCOM*): El territorio es grande y hay muchos lugares dónde esconderse. Las fuerzas **azules** deben de encontrar a las fuerzas **rojas** primero antes de inflingir daños, entre más **rojos** más fácil encontrarlos.

$$\frac{dx}{dt} = -axy$$

$$\frac{dy}{dt} = -bxy$$

  Explique estas ecuaciones e indique los posibles casos. ¿Qué pasa si $x_0 = 3y_0$?¿Qué tan efectivo deben de ser los **azules** para lograr un empate?

- El modelo *VIETNAM* es la unión de los últimos dos modelos: las tropas de **EU** contra el **Vietcong**

$$\frac{dx}{dt} = -axy$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx,$$

  donde a es proporcional a la razón entre el área de un guerrillero $A_g \sim 2$ sq. ft. y el área ocupada por la guerrilla A_x

$$a = c_1 \frac{A_g}{A_x},$$

  un guerrillero cubre aproximadamente $1,000$ sq.ft. y si están dispersados $A_x = (1,000) sq.ft. \times x_0$. b representa la efectividad de la guerrilla contra una fuerza convencional, y depende de la probabilidad de que un disparo de un guerrillero mate a un soldado.

$$b = c_2 p_x$$

  c_1 y c_2 son las tasas de disparo (depende de la tecnología del armamento) y se suponen aproximadas $c_1 \sim c_2$. ¿Cuáles son las condiciones de empate? ¿Cuántos soldados convencionales debe de tener el ejército convencional para derrotar a la guerrilla? En Vietnam, las tropas de EUA nunca fueron mayores a las del Vietcong por más de 6 a 1. ¿Pudo haber ganado EUA?

- Es posible modificar las ecuaciones para modelar combate convencional (*CONCON*):

$$\frac{dx}{dt} = -cx - ay + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx - dy + Q(t)$$

  donde d, c son la tasa de pérdidas operacionales (enfermedades, deserciones, etc.) - proporcional al número de las tropas, y a, b es la tasa de pérdidas en combate. P, Q es la tasa de refuerzos. La batalla de Iwo Jima, en la segunda guerra mundial, fué modelada por Engel en 1954, aplicando estas ecuaciones y dió una *comprobación empírica* de las ecuaciones de Lanchester, aunque en este caso, sólo el ejército de EUA tuvo refuerzos:

$$\frac{dx}{dt} = -ay$$

$$\frac{dy}{dt} = -bx + Q(t)$$

Resuelva las ecuaciones con $x_0 = 21,500$, $y_0 = 0$ y

$$Q(t) = 54,000\mathcal{U}_{[0,1]} + 6,000\mathcal{U}_{[2_3]} + 13,000\mathcal{U}_{[5,6]},$$

donde $\mathcal{U}$ es la función escalón.

- Encuentre los valores de a y b para ajustar los datos empíricos mostrados en la figura siguiente:

- Si no hubiera habido refuerzos ¿Cuál hubiera sido el resultado de la batalla?
- ¿Puede sugerir (buscando alguna referencia de tropas cercanas japonesas) cómo intervenir para ganar esta batalla?

- **This is Sparta!** Es posible simular la batalla del Termópilas: Suponga que sólo C unidades de cada lado caben en el estrecho (o paso) de Termópilas, entonces las ecuaciones se convierten en

$$\frac{dx}{dt} = -a\min(y, C)$$
$$\frac{dy}{dt} = -b\min(x, C)$$

  Separe en cuatro casos el espacio $x - y$ y dibuje las regiones de manera analítica. ¿Obtiene el mismo resultado numérico? Utilice los datos "históricos" ¿El resultado es parecido a la vida real?

- **Agentes** Use la clase agente para modelar el último escenario, suponga únicamente combate cuerpo a cuerpo, asigne una probabilidad de herir, morir y matar para los agentes que estén uno enfrente de otro. Agregue un valor de `cohesión` / `miedo`. Si pasa de un límite el miedo huye el agente. Agregue un atributo de `moral`. ¿Los resultados coinciden con el modelo de Lanchester?

1.3 Preguntas extra

- Usando como base a **Chen, 2012** (Incluido en el repo) simule la batalla de Trafalgar con Lanchester.
- ¿Cómo modelaría fatiga o abastecimiento en Lanchester?
- ¿Cómo incluiría a un tercer combatiente? ¿Se ve afectadas las ecuaciones si los **rojos** tienen fuerzas regulares e irregulares?

1.4 Bibliografía

- **Wikipedia** *Lanchester laws*
- **J.H. Engel** *A verification of Lanchester's Law* `Journal of the Operations Research Society of America, Vol. 2, No. 2. (May, 1954), pp. 163-171`
- **Alex Chen** *This Means War! Modeling Combat with Applications to Real Time Strategy Games* (2012)
- **Marcin Waniek** *An Agent-Based Simulation of the Battle of Kokenhausen*