Notação

Denota-se por $\delta(A, B)$ a distância entre dois objetos geométricos quaisquer.

1. A distância entre dois conjuntos de pontos A e B é definida como a menor distância entre um par de pontos (a, b) tal que a $\in$ A e b $\in$ B.

   (a) Demonstre que a distância entre uma reta r e uma reta s tal que $r \cap s = A$ é sempre 0.
   Dica: distâncias são sempre números pertencentes aos reais positivos incluindo o zero ou ainda $\delta(A, B) \geq 0, \forall\ A \forall\ B$

   Por hipótese, isto é, pelo caso que a questão apresenta:

$$\begin{aligned}
\exists A | A \in r, A \in s \wedge \\
\delta(A, A) = 0 \wedge \\
\delta(A, B) \geq 0 \wedge \\
\delta(r, s) = \text{mín}(\{\delta(A, B), \forall A \in r, \forall B \in s\}) \Rightarrow \\
\delta(r, s) = 0 \quad \square
\end{aligned}$$

   Lendo as sentenças acima, teríamos algo como:

   > Se existe um ponto A tal que A pertence às duas retas, se a distância entre um ponto e ele mesmo é 0, se qualquer distância entre dois pontos é maior ou igual a 0 e se a distância entre duas retas é a menor distância possível entre dois de seus pontos, então a distância entre r e s é 0. $\square$

   (b) Demonstre que a distância entre duas retas paralelas $r // s$ é igual a medida de um segmento de reta $\overline{AB}$, A $\in$ r e B $\in$ s tal que $\overline{AB} \perp r \wedge \overline{AB} \perp s$

      i. Mostre que a distância entre um ponto A e uma reta r tal que A $\notin$ r é determinada pela medida de um segmento de reta $\overline{AB}$, B $\in$ r tal que $\overline{AB} \perp r$.
      Dica: Utilize o Teorema de Pitágoras

      ii. Mostre que, por simetria, todos os pontos de uma reta s tal que $s // r$ tem a mesma distância em relação a r. Determine, portanto, $\delta(r, s)$.

   (c) Como você calcularia $\delta(r, s)$ se r e s são retas reversas?