

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO MOVIMENTO DE UM PIG EM GASODUTO COM  
ESCOAMENTO BIFÁSICO UNIDIMENSIONAL**

Rodrigo Augusto Camara Patricio

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica.

Orientadores: Dr. Gustavo César Rachid Bodstein  
Dr. Felipe Bastos de Freitas Rachid

Rio de Janeiro

JUNHO DE 2024

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO MOVIMENTO DE UM PIG EM GASODUTO COM  
ESCOAMENTO BIFÁSICO UNIDIMENSIONAL

Rodrigo Augusto Camara Patricio

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ COIMBRA  
DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS  
PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA  
MECÂNICA.

Examinada por:

---

Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph.D.

---

Prof. Felipe Bastos de Freitas Rachid, D.Sc.

---

Prof. Gustavo Rabello dos Anjos, Ph.D.

---

Prof. Manuel Ernani de Carvalho Cruz, Ph.D.

---

Prof. Maria Laura Martins Costa, D.Sc.

---

Prof. Rogério Martins Saldanha da Gama, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL

JUNHO DE 2024

Patrício, Rodrigo Augusto Camara

Simulação numérica do movimento de um *pig* em  
gasoduto com escoamento bifásico / Rodrigo Augusto  
Camara Patrício. – Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE, 2024.

XVIII, 121 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Gustavo Cesar Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid

Tese (doutorado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de  
Engenharia Mecânica, 2024.

Referências Bibliográficas: p. 113-121.

1. *PIG - Pipeline Inspection Gauge*. 2. Simulação  
Numérica. 3. Escoamento Monofásico e Bifásico. I. Bodstein,  
Gustavo Cesar Rachid *et al.* II. Universidade Federal do Rio  
de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III.  
Título.

Dedico este trabalho à toda minha  
família, e, em especial, ao meu pai,  
Carlos Alberto Patrício (in memoriam).

## **AGRADECIMENTOS**

Foi uma longa jornada onde diversas pessoas tiveram um papel fundamental para que eu pudesse chegar até este momento.

Agradeço à minha esposa, Renata Quintais, que esteve presente em todos os momentos me incentivando e compreendendo. Seu amor, apoio e parceria foram essenciais nesta caminhada. Agradeço aos meus orientadores, Prof. Dr. Gustavo Bodstein e Prof. Dr. Felipe Rachid, por todos os ensinamentos transmitidos, incentivos constantes e "resgates" nos momentos de dúvidas em relação à possibilidade de concretizar este estudo. A orientação e dedicação de vocês foi imprescindível para a realização deste trabalho.

Agradeço à minha família, em especial à minha mãe Angela Patrício, meu pai José Aires e minha avó Verônica Camara, que sempre me apoiaram e acreditaram em mim, mesmo nos momentos mais desafiadores. Seu carinho e suporte foram fundamentais para que eu pudesse perseverar e alcançar meus objetivos. Agradeço também aos meus amigos da vida, por palavras de incentivo e por todos os momentos de descontração.

Por último, mas não menos importantes, deixo meu agradecimento aos meus amigos do Laboratório de Mecânica dos Fluidos (LabMFA): Aline Figueiredo, Carina Sondermann, Raphael Vigianno, Jaciara Roberta, Antônia, Lidiane e Lionel. Foram muitos anos de convívio sempre harmonioso e colaborativo. Sua amizade, companheirismo e troca de conhecimentos tornaram essa jornada mais leve e enriquecedora.

A todos vocês, minha eterna gratidão por fazerem parte desta conquista.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

## SIMULAÇÃO NUMÉRICA DO MOVIMENTO DE UM PIG EM GASODUTO COM ESCOAMENTO BIFÁSICO UNIDIMENSIONAL

Rodrigo Augusto Camara Patricio

JUNHO/2024

Orientadores: Dr. Gustavo César Rachid Bodstein

Dr. Felipe Bastos de Freitas Rachid

Programa: Engenharia Mecânica

A utilização de *pigs* em sistemas de dutos representa uma estratégia central na indústria de petróleo e gás para aprimorar a eficiência do transporte de fluidos. A compreensão detalhada da dinâmica de *pigs* inseridos em escoamentos bifásicos (gás – líquido) é determinante para o êxito dessas operações. Este estudo foca na simulação da passagem de *pigs* em dutos conduzindo escoamento bifásico, em trechos horizontais e com altimetria variada. A metodologia adotada para a construção do modelo matemático segue uma abordagem unidimensional, baseada no Modelo de Dois Fluidos, englobando duas equações de conservação de massa e duas de conservação de momento linear. O conjunto de equações diferenciais parciais inerentes ao modelo foi resolvido utilizando o método numérico *Flux-Corrected Transport* (FCT). A inserção do *pig* no modelo foi tratada como uma condição de contorno móvel, e o escoamento foi analisado em divisões de regiões de escoamento a montante e a jusante do *pig*. Foram elaborados modelos específicos para descrever a força de atrito entre o *pig* e a parede interna do duto e para avaliar a vazão de *bypass* causada pela inserção do *pig*. Adicionalmente, a pesquisa dedicou-se ao estudo da formação de *slugs* a jusante do *pig*, um aspecto crítico que influencia diretamente a dinâmica do dispositivo. Tal fenômeno é influenciado pela diferença nas velocidades das fases e pela passagem do *pig*, que pode promover a acumulação de líquido pela remoção de detritos na parede do duto. Os resultados mostram que o modelo numérico proposto é capaz de reproduzir a dinâmica do *pig* e calcular corretamente as grandezas de interesse do escoamento.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

NUMERICAL SIMULATION OF PIG MOTION IN A PIPELINE WITH ONE-DIMENSIONAL TWO-PHASE FLOW

Rodrigo Augusto Camara Patricio

JUNE/2024

Advisors: Dr. Gustavo César Rachid Bodstein

Dr. Felipe Bastos de Freitas Rachid

Department: Mechanical Engineering

The use of pigs in pipeline systems represents a central strategy in the oil and gas industry to enhance the efficiency of fluid transport. A detailed understanding of the dynamics of pigs inserted into two-phase flows is crucial for the success of these operations. This study focuses on the simulation of pig passage in pipelines carrying a flow, in horizontal sections and with varied altimetry. The methodology adopted for the construction of the mathematical model follows a one-dimensional approach, based on the Two-Fluid Model, encompassing two mass conservation equations and two linear momentum conservation equations. The set of partial differential equations inherent to the model was solved using the numerical Flux-Corrected Transport (FCT) method. The insertion of the pig in the model was treated as a moving boundary condition, and the flow was divided into an upstream and a downstream region. Specific models were developed to describe the friction force between the pig and the inner wall of the pipeline and to assess the bypass flow rate caused by the pig insertion. Additionally, the research was dedicated to the study of slug formation downstream of the pig, a critical aspect that directly influences the dynamics of the device. Such a phenomenon is influenced by the difference in phase velocities and by the passage of the pig, which can promote liquid accumulation by removing debris from the pipeline wall. The results show that the proposed numerical model is able to reproduce the pig dynamics and calculate correctly the physical quantities of interest.

# SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE SÍMBOLOS	xv
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 RELEVÂNCIA DO PROBLEMA	2
1.3 OBJETIVOS	4
1.3.1 OBJETIVO GERAL	4
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
1.3.3 CONTRIBUIÇÃO DA TESE	5
2. REVISÃO DE LITERATURA	6
2.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO ESCOAMENTO BIFÁSICO	6
2.1.1 CLASSIFICAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO	6
2.1.2 MODELOS PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	7
2.2 DINÂMICA DO <i>PIG</i> EM TUBULAÇÕES	9
2.2.1 <i>PIGS</i> EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO	9
2.2.2 <i>PIGS</i> EM ESCOAMENTO BIFÁSICO	10
3. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO	12
3.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO MONOFÁSICO	12
3.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO	13
3.2.1 ANÁLISE DE HIPERBOLICIDADE	14
4. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	17
4.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO	17
4.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	17

4.3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS	20
4.3.1 FATOR DE ATRITO NA PAREDE	20
4.3.2 FATOR DE ATRITO INTERFACIAL	21
5. MODELO DE MOVIMENTAÇÃO DO <i>PIG</i>	22
5.1 <i>PIG</i> EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO	22
5.1.1 QUANTIDADADE DE MOVIMENTO LINEAR DO <i>PIG</i>	22
5.1.2 FORÇAS DE ATRITO HIDRODINÂMICO E MECÂNICO	23
5.1.3 BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO <i>PIG</i>	28
5.2 <i>PIG</i> EM ESCOAMENTO BIFÁSICO	31
5.2.1 BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO <i>PIG</i>	32
5.2.2 FORÇAS DE ATRITO DO <i>PIG</i>	33
5.3 MÉTODO DE SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ALGÉBRICAS	35
6. MÉTODO NUMÉRICO	39
6.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA E MODELO DE DISCRETIZAÇÃO	39
6.2 ANÁLISE DE HIPERBOLICIDADE PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	41
6.3 MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO	44
6.3.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA	44
6.4 MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	45
6.4.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA	45
6.5 DISCRETIZAÇÃO DO TERMO DE FLUXO CONSERVATIVO	46
6.6 DISCRETIZAÇÃO DO TERMO NÃO CONSERVATIVO	48
6.7 MÉTODO NUMÉRICO ROE	48
6.8 IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	50
6.9 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA	52
6.10 BREVE DESCRIÇÃO DO OLGA®	52
7. ANÁLISE DOS RESULTADOS	54

7.1	<i>PIG</i> EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO	54
7.1.1	ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE GÁS	56
7.1.2	ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO	63
7.2	<i>PIG</i> EM ESCOAMENTO BIFÁSICO	70
7.2.1	ANÁLISE DO EFEITO DIFUSIVO EM DUTO LONGO HORIZONTAL	71
7.2.2	EVOLUÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO: UMA COMPARAÇÃO COM O MODELO OLGA® E TRABALHOS ANTERIORES	83
7.2.3	PERFIL ALTIMÉTRICO	89
7.2.4	VAZAMENTO PRESENTE NA LINHA	102
8.	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES	108
8.1	CONCLUSÕES	108
8.2	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	111
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1	Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais. (Sondermann, 2016).	7
Figura 5.1	Diagrama de forças atuantes sobre o <i>pig</i> .	23
Figura 5.2	Esquema do encaixe entre <i>pig</i> e duto.	24
Figura 5.3	Representação da interface entre superfície externa do <i>pig</i> e superfície interna do duto.	24
Figura 5.4	Volume de controle ao redor do <i>pig</i> .	29
Figura 5.5	Representação esquemática da modelagem mecânica do <i>pig</i> e da golfada na linha.	32
Figura 5.6	Representação gráfica da interação <i>pig</i> /escoamento na linha.	32
Figura 5.7	Discretização do duto e posicionamento do <i>pig</i> na malha discretizada.	35
Figura 5.8	Esquema da malha discretizada em duas partes em relação ao posicionamento do <i>pig</i> .	36
Figura 5.9	Detalhamento das células calculadas após o segundo passo da estratégia de cálculo do acoplamento <i>pig/duto</i> .	38
Figura 7.1	Perfil altimétrico da tubulação.	55
Figura 7.2	Distribuição da velocidade e pressão no escoamento permanente de um gás ao longo de um duto horizontal.	57
Figura 7.3	Histórico de velocidade do <i>pig</i> em duto horizontal.	58
Figura 7.4	Distribuição de pressão ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.	59
Figura 7.5	Distribuição da velocidade ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.	60
Figura 7.6	Histórico de velocidade do <i>pig</i> em tubulação com perfil altimétrico variado.	61
Figura 7.7	Distribuição da velocidade e pressão ao longo no duto em regime permanente na presença de um vazamento.	62
Figura 7.8	Histórico de velocidade do <i>pig</i> na presença de um vazamento.	63
Figura 7.9	Distribuição da velocidade e pressão ao longo no duto em regime permanente.	64
Figura 7.10	Histórico de velocidade do <i>pig</i> em duto horizontal.	65
Figura 7.11	Distribuição de pressão ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.	66

Figura 7.12 Distribuição da velocidade ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.	66
Figura 7.13 Histórico de velocidade do <i>pig</i> em tubulação com perfil altimétrico variado.	67
Figura 7.14 Histórico de velocidade do <i>pig</i> em tubulação com perfil altimétrico variado (ampliado).	68
Figura 7.15 Distribuição da velocidade e pressão ao longo no duto em regime permanente na presença de um vazamento.	69
Figura 7.16 Histórico de velocidade do <i>pig</i> na presença de um vazamento.	70
Figura 7.17 Desenho esquemático do refinamento da malha de discretização.	73
Figura 7.18 Fração volumétrica do líquido ao longo do duto para diferentes posições e malhas.	75
Figura 7.19 Fração volumétrica do líquido ao longo do duto para posição $x_p = 22,5$ km.	76
Figura 7.20 Velocidade do líquido ao longo do duto para diferentes posições e malhas.	77
Figura 7.21 Velocidade do líquido ao longo do duto para posição $x_p = 22,5$ km.	77
Figura 7.22 Velocidade do gás ao longo do duto para diferentes posições e malhas.	78
Figura 7.23 Velocidade do gás ao longo do duto para posição $x_p = 22,5$ km.	79
Figura 7.24 Perfil de distribuição de pressão ao longo do duto para diferentes posições e malhas.	80
Figura 7.25 Pressão ao longo do duto para posição $x_p = 22,5$ km.	81
Figura 7.26 Tempos de simulações para diferentes tipos de malha de discretização.	82
Figura 7.27 Tela de configuração do <i>pig</i> no software OLGA®.	84
Figura 7.28 Fração volumétrica do líquido ao longo do duto para diferentes referências.	85
Figura 7.29 Velocidade do líquido ao longo do duto para diferentes referências.	87
Figura 7.30 Velocidade do gás ao longo do duto para diferentes referências.	87
Figura 7.31 Perfil de pressão ao longo do duto para diferentes referências.	88
Figura 7.32 Histórico de velocidade do <i>pig</i> .	89
Figura 7.33 Comparativo entre os resultados de fração volumétrica obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.	91
Figura 7.34 Comparativo entre os resultados de velocidade do líquido obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.	92
Figura 7.35 Comparativo entre os resultados de velocidade do gás obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.	93

Figura 7.36 Comparativo entre os resultados de pressão obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.	93
Figura 7.37 Comparativo entre os resultados da velocidade do <i>pig</i> obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.	95
Figura 7.38 Perfil altimétrico da tubulação.	96
Figura 7.39 Distribuição da curva de fração volumétrica do líquido ao longo do duto para diferentes posições do <i>pig</i> .	98
Figura 7.40 Distribuição da curva de velocidade do líquido ao longo do duto para diferentes posições do <i>pig</i> .	99
Figura 7.41 Distribuição da curva de velocidade do gás ao longo do duto para diferentes posições do <i>pig</i> .	99
Figura 7.42 Distribuição da curva de pressão ao longo do duto para diferentes posições do <i>pig</i> .	100
Figura 7.43 Curva de pressão e fração volumétrica de líquido para $x_P = 7$ km.	101
Figura 7.44 Variação da fração volumétrica do líquido a montante do <i>pig</i> ao longo da distância.	102
Figura 7.45 Pressão ao longo do duto.	104
Figura 7.46 Velocidade do gás ao longo do duto.	105
Figura 7.47 Velocidade do líquido ao longo do duto.	106
Figura 7.48 Fração volumétrica do líquido ao longo do duto.	106
Figura 7.49 Histórico de velocidade do <i>pig</i> .	107

# LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Inclinação por trecho de tubulação	56
Tabela 2. Dados da configuração do duto com perfil altimétrico variado	56
Tabela 3. Dados construtivos do <i>pig</i>	56
Tabela 4. Propriedades do gás e condições de contorno da simulação	57
Tabela 5. Propriedades do líquido e condições de contorno da simulação	63
Tabela 6. Tabela com tamanho de células de discretização.	73
Tabela 7. Condições de contorno e propriedades do fluido	74
Tabela 8. Dados construtivos do <i>pig</i>	74
Tabela 9. Comparativo entre modelos matemáticos do <i>pig</i> .	83
Tabela 9. Inclinação dos dutos para cada cenário.	90
Tabela 10. Condições de contorno e propriedades do fluido	90
Tabela 11. Inclinação por trecho de tubulação	97
Tabela 12. Condições de contorno e propriedades do fluido	97
Tabela 13. Propriedades do fluido e condições de contorno.	103

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos latinos:

$A$	Área da seção transversal [m <sup>2</sup> ]
$A_k$	Área da seção transversal para cada fase $k$ [m <sup>2</sup> ]
$A_c$	Área de contato efetivo do <i>pig</i> [m <sup>2</sup> ]
$A_H$	Área de contato hidrodinâmico na interface do <i>pig</i> [m <sup>2</sup> ]
$A_M$	Área de contato mecânico na interface do <i>pig</i> [m <sup>2</sup> ]
$a_P$	Aceleração do <i>pig</i> [m/s <sup>2</sup> ]
$B_{fk}$	Termo de força de corpo para cada fase $k$ [kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]
$C_g$	Velocidade do som no gás [m/s]
$CFL$	Número de <i>CFL</i> , Courant-Friedrichs-Lowy
$D$	Diâmetro interno do duto [m]
$D_P$	Diâmetro do <i>pig</i> [m]
$D_h$	Diâmetro hidráulico [m]
$D_{hk}$	Diâmetro hidráulico para cada fase $k$
$Err$	Erro relativo
$E^*$	Módulo de Elasticidade equivalente do <i>pig</i> [Pa]
$f_I$	Fator de atrito na interface
$f_k$	Fator de atrito de cada fase $k$
$F$	Número de Froude
$F_P$	Forças externas atuantes no <i>pig</i> [N]
$F_H$	Força de atrito hidrodinâmica [N]
$F_M$	Força de atrito mecânica [N]
$\mathbf{F}$	Vetor dos termos de fluxo
$\mathbf{F}^{ad}$	Termo de fluxo anti-difusivo
$\mathbf{F}^{cad}$	Correção do termo de fluxo anti-difusivo
$\mathbf{F}^d$	Termo de fluxo difusivo
$\hat{\mathbf{F}}^{FCT}$	Vetor dos termos de fluxo calculados pelo FCT
$\hat{\mathbf{F}}^{RI}$	Vetor dos termos de fluxo calculados por Ritchmyer
$g$	Aceleração da gravidade [m/s <sup>2</sup> ]

$h_L$	Altura de líquido na seção transversal [m]
$\mathbf{H}$	Matriz dos termos não conservativos
$i$	Variação do número de equações
$j$	Discretização espacial
$k$	Índice caracterizador de fase, G para gás ou L para líquido
$L$	Comprimento do duto [m]
$L_C$	Comprimento característico do <i>pig</i> [m]
$M_P$	Massa do <i>pig</i> [kg]
$\dot{m}_{bp}$	Vazão mássica de <i>bypass</i> para modelo de <i>pig</i> [kg/s]
$\dot{m}_G$	Vazão mássica de gás [kg/s]
$\dot{m}_L$	Vazão mássica de líquido [kg/s]
$\dot{m}_{total}$	Vazão mássica total [kg/s]
$N$	Número de células de discretização
$N_{EQ}$	Número de Equações
$p$	Pressão [Pa]
$p_{ck}$	Termo de correção de pressão de cada fase $k$ [Pa]
$p_{cp}$	Pressão de contato do <i>pig</i> com o duto [Pa]
$P$	Quantidade de movimento linear [kgm/s]
$P_{ref}$	Quantidade de movimento linear de referência [kgm/s]
$Q_{gap}$	Vazão volumétrica de <i>bypass</i> através do <i>gap</i> [ $m^3/s$ ]
$Q_h$	Vazão volumétrica de <i>bypass</i> através do furo [ $m^3/s$ ]
$Q_b$	Vazão volumétrica de <i>bypass</i> através do corpo [ $m^3/s$ ]
$\mathbf{Q}$	Vetor de variáveis conservadas
$\mathbf{Q}^d$	Vetor de variáveis conservadas da solução difusiva
$\bar{\mathbf{Q}}$	Vetor das variáveis conservadas médio
$\tilde{\mathbf{Q}}$	Vetor de variáveis conservadas atualizado
$r_P$	Raio do <i>pig</i> [m]
$R$	Constante dos gases [J/kgK]
$Re_k$	Número de Reynolds para cada fase $k$
$Re_{Sk}$	Número de Reynolds referente calculado a partir da velocidade superficial de cada fase $k$
$S_I$	Perímetro da interface [m]

$S_k$	Perímetro molhado de cada fase $k$ [m]
$\mathbf{S}$	Vetor dos termos fonte
$t$	Tempo [s]
$t^n$	Discretização no tempo
$T$	Temperatura do fluido [K]
$T_\infty$	Temperatura do ambiente [K]
$T_I$	Termo do atrito na interface [kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]
$T_{kw}$	Termo do atrito na parede do duto para cada fase $k$ [kg/m <sup>2</sup> s <sup>2</sup> ]
$u_k$	Velocidade de cada fase $k$ [m/s]
$u_{Sk}$	Velocidade superficial da fase $k$ [m/s]
$v_P$	Velocidade do <i>pig</i> [m/s]
$V_k$	Volume ocupado por cada fase $k$ [m <sup>3</sup> ]
$\mathbf{W}$	Vetor de variáveis primitivas
$x$	Coordenada cartesiana longitudinal [m]

### Símbolos gregos:

$\alpha_k$	Fração volumétrica da fase $k$
$\beta$	Ângulo de inclinação entre o duto e a horizontal [graus]
$\delta$	Espaço na interface entre <i>pig</i> /Duto [m]
$\gamma$	Razão dos calores específicos
$\Delta \mathbf{Q}^d$	Variação do vetor de variáveis conservadas da solução difusiva
$\Delta p_P$	Diferença de pressão atuante no <i>pig</i> [Pa]
$\Delta r$	Diferença entre raio do duto e raio do <i>pig</i> [m]
$\Delta t$	Variação no tempo [s]
$\Delta x$	Variação da distância [m]
$\varepsilon$	Rugosidade superficial [m]
$\xi$	Razão da área de contato do <i>pig</i> com o duto
$\eta_d$	Fator de atrito dinâmico entre <i>pig</i> e duto
$\eta_e$	Fator de atrito estático entre <i>pig</i> e duto
$\lambda_{max}^n$	Maior velocidade em que as ondas de pressão se propagam [m/s]
$\mu$	Coeficiente anti-difusivo
$\mu_k$	Viscosidade dinâmica de cada fase $k$ [kg/ms]

$\nu$	Coeficiente difusivo
$\nu_k$	Viscosidade dinâmica de cada fase $k$ [m <sup>2</sup> /s]
$\rho_k$	Massa específica de cada fase $k$ [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	Tensão superficial [N/m]
$\tau_I$	Tensão na interface [Pa]
$\tau_k$	Tensão na parede de cada fase $k$ [Pa]
$\chi$	Variável dependente do problema

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1 MOTIVAÇÃO

Os escoamentos bifásicos (gás – líquido) são fundamentais para a eficácia operacional em diversos setores industriais, especialmente na indústria do petróleo e gás, onde o transporte de fluidos de maneira eficiente e segura é essencial. Esses escoamentos desempenham um papel crucial não apenas no transporte, mas também em processos de extração, processamento e refino de hidrocarbonetos. *Pigs* são empregados para escoamentos monofásicos e bifásicos, mas sua importância cresce nos escoamentos bifásicos devido à possibilidade de bloqueio total da seção transversal do duto com líquido.

Em um contexto em que a redução de custos operacionais é imperativa, observa-se uma busca constante por melhorias nos métodos de transporte de hidrocarbonetos e nas técnicas de manutenção e inspeção de oleodutos e gasodutos. A otimização desses processos não apenas contribui para a redução de custos, mas também para o aumento da competitividade e da sustentabilidade do setor. A implementação de práticas eficientes de manutenção e inspeção pode levar a uma redução significativa nos custos operacionais, além de prolongar a vida útil dos ativos e minimizar os riscos de falhas e acidentes.

Nesse contexto, a utilização de *pigs*, que são instrumentos multifuncionais empregados desde a limpeza interna dos dutos até a detecção de anomalias estruturais, é uma prática consolidada nesse processo de manutenção. Os *pigs* desempenham um papel fundamental na prevenção de problemas, como a formação de depósitos e a corrosão, que podem comprometer a integridade dos dutos e levar a vazamentos e interrupções na produção. Além disso, os *pigs* de inspeção, conhecidos como "*smart pigs*", são equipados com tecnologias avançadas de sensoriamento e podem identificar defeitos e falhas incipientes, permitindo a realização de reparos preventivos e evitando falhas catastróficas.

Os *pigs* variam tanto em função quanto em complexidade, desde modelos simples destinados a operações de limpeza até dispositivos avançados para inspeção e diagnóstico. A dinâmica de operação desses dispositivos é complexa e influencia diretamente o padrão de escoamento dentro do duto, uma vez que são movidos pelo próprio produto em transporte, alterando as condições de pressão e escoamento. Essa interação entre o *pig* e o escoamento bifásico gera desafios significativos para o controle e a previsão do comportamento desses dispositivos durante a operação. Variações na velocidade do *pig*, flutuações de pressão e a

possibilidade de obstrução ou danos aos dutos são algumas das preocupações que requerem uma compreensão aprofundada da dinâmica envolvida.

O progresso na compreensão da dinâmica dos *pigs* transcorreu de práticas empíricas para abordagens mais científicas e precisas, impulsionado pela demanda por otimização de sua operação. A modelagem matemática e a análise física destes processos emergiram como áreas de intenso estudo, com o objetivo de prever parâmetros críticos de operação, como a diferença de pressão, a velocidade do *pig* e as forças de atrito envolvidas. Essas abordagens permitem uma melhor compreensão dos fenômenos envolvidos e fornecem informações importantes para o aprimoramento dos projetos de *pigs* e das estratégias operacionais. O desenvolvimento de ferramentas numéricas precisas e confiáveis para a simulação e avaliação desses sistemas se tornou essencial para garantir a eficiência, a segurança e a confiabilidade das operações de transporte de fluidos.

A motivação deste estudo se ancora na necessidade de aprofundar o conhecimento e desenvolver modelos que permitam uma gestão mais precisa e confiável destes sistemas. Uma melhor compreensão da dinâmica dos *pigs* e dos escoamentos bifásicos associados pode levar a avanços significativos na eficiência operacional, na redução de custos e na mitigação de riscos. Os resultados deste trabalho têm o potencial de contribuir para o aprimoramento das práticas de manutenção e inspeção de dutos, bem como para o desenvolvimento de novas tecnologias e abordagens no campo dos escoamentos bifásicos. Além disso, os conhecimentos adquiridos podem ser aplicados em outros setores industriais que enfrentam desafios semelhantes, ampliando o impacto e a relevância deste estudo.

## 1.2 RELEVÂNCIA DO PROBLEMA

A passagem de *pigs* em dutos de transporte de hidrocarbonetos é uma prática essencial para a indústria de petróleo e gás, desempenhando um papel crucial na prevenção e solução de problemas relacionados a bloqueios de linha. Esses bloqueios podem ocorrer devido ao acúmulo de parafinas, hidratos ou outros contaminantes ao longo do duto, resultando em restrições de escoamento e, eventualmente, na interrupção completa do transporte de fluidos. As paradas não programadas decorrentes desses bloqueios têm consequências significativas, tanto em termos de perdas de produção quanto em custos adicionais de manutenção e reparo. Além disso, essas interrupções podem afetar a confiabilidade do fornecimento de hidrocarbonetos, impactando negativamente a reputação das empresas e sua relação com os

clientes. Nesse contexto, a passagem regular de *pigs* como parte de um programa de manutenção preventiva é fundamental para evitar a formação de bloqueios e garantir a continuidade das operações. Ao realizar operações de limpeza e inspeção periódicas, os *pigs* removem os contaminantes acumulados e identificam potenciais problemas antes que eles se tornem críticos, reduzindo significativamente a frequência de bloqueios de linha e as perdas financeiras associadas. Portanto, a compreensão aprofundada da dinâmica dos *pigs* e a implementação de um programa eficaz de manutenção preventiva são essenciais para maximizar a eficiência operacional e minimizar os custos na indústria de petróleo e gás. Contudo, deve-se levar em conta que a dinâmica envolvida no deslocamento de um *pig* através de um duto é complexa e sujeita a várias variáveis que podem afetar drasticamente o comportamento do escoamento e, por conseguinte, a eficácia do *pig* em suas funções de manutenção e inspeção.

Dentro do cenário de escoamentos bifásicos, a coexistência e interação entre gás e líquido introduzem uma dinâmica onde as diferenças de velocidades podem causar o acúmulo de líquido à frente do *pig*. Este fenômeno pode evoluir para a formação de *slugs*, os quais são capazes de ocupar, total ou parcialmente, a seção transversal do duto e provocar variações significativas na pressão e nas vazões das fases. O entendimento e a capacidade de prever a formação de *slugs* são essenciais para uma operação segura e eficaz do sistema de dutos. Além disso, a topografia variada por onde o duto se estende desempenha um papel substancial na operação dos *pigs*. As mudanças de elevação influenciam a hidrodinâmica e as condições de pressão interna, interferindo na movimentação e eficiência do *pig*. Prever essas variações é vital para garantir que o *pig* possa realizar suas tarefas de manutenção e inspeção de maneira contínua e sem falhas.

A pesquisa, portanto, se concentra em aprofundar o entendimento das condições dinâmicas que governam o escoamento no interior dos dutos e a interação do *pig* com estas condições. O objetivo é desenvolver um modelo matemático e computacional capaz de simular esses fenômenos e responder adequadamente às diversas situações encontradas durante a operação dos dutos. Ao fortalecer nosso conhecimento sobre esses processos, podemos incrementar a confiabilidade do sistema de transporte de fluidos, otimizando a manutenção e prevenindo paradas não programadas e outros problemas operacionais que podem afetar a eficiência e a segurança das operações de dutos.

## **1.3 OBJETIVOS**

### **1.3.1 OBJETIVO GERAL**

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver um modelo numérico unidimensional transiente para simular escoamentos monofásicos e bifásicos de padrão estratificado em dutos acoplado a um modelo de movimentação de um *pig*. O modelo do *pig* será representado por uma fronteira móvel que incorpore aspectos físicos e construtivos reais, como sua geometria, propriedades materiais e interação com o escoamento. Além disso, o modelo deve ser capaz de capturar os principais efeitos físicos do escoamento, como a distribuição de pressão, velocidade e fração volumétrica das fases. A influência da inclinação do terreno também será considerada, uma vez que pode afetar significativamente a dinâmica do escoamento e a formação de *slugs*.

Devido à maior complexidade dos escoamentos bifásicos, a abordagem adotada será iniciar com o desenvolvimento do modelo para escoamentos monofásicos, que também possui aplicações relevantes na indústria. A experiência e o conhecimento adquiridos durante essa etapa serão fundamentais para embasar o desenvolvimento subsequente do modelo bifásico, permitindo uma transição gradual e consistente entre os dois casos. Ao final do trabalho, espera-se obter um modelo numérico global, capaz de simular a dinâmica de *pigs* em escoamentos monofásicos e bifásicos de padrão estratificado em dutos, considerando a influência de parâmetros operacionais, geométricos e do terreno.

### **1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Desenvolver um modelo numérico unidimensional transiente para simular escoamentos monofásicos e bifásicos de padrão estratificado em dutos acoplado à um modelo geral do *pig* e considerando aspectos físicos relevantes, como a inclinação do terreno e seu impacto na formação de *slugs*.
- Implementar um esquema de discretização adaptativa, ajustado para otimizar o equilíbrio entre a precisão e a eficiência computacional. A malha será refinada a jusante do *pig*, pois é conveniente ter uma maior resolução nessa região para capturar com precisão a dinâmica do escoamento e a formação de *slugs*. Por outro lado, a região a montante, já percorrida pelo *pig*, terá uma malha mais grosseira, o que diminui o consumo de recursos computacionais sem afetar a acurácia necessária para a simulação.

Esse ajuste na discretização é crucial para melhorar a representação da frente de onda e os fenômenos associados, utilizando efetivamente o método *Flux-Corrected Transport*.

- Avaliar e controlar a difusão numérica inerente ao método de simulação utilizado, desenvolvendo estratégias que reduzam esse efeito enquanto mantêm o desempenho computacional dentro de limites aceitáveis.
- Calcular as distribuições de pressão, velocidades das fases e fração volumétrica de líquido, além da história da velocidade do *pig*, e comparar, quando possível, com resultados da literatura. Desenvolver e validar um modelo matemático detalhado para a movimentação de *pigs* em escoamentos monofásicos e bifásicos, com foco particular no estudo do impacto da inclinação na formação de *slugs*.

### 1.3.3 CONTRIBUIÇÃO DA TESE

Este estudo objetiva promover um avanço na simulação de escoamentos em dutos na presença de *pigs*, buscando superar as limitações das metodologias simplistas frequentemente adotadas. Ao longo do desenvolvimento deste trabalho, foi proposto um modelo matemático abrangente para a descrição do *pig*, acoplado ao Modelo de Dois Fluidos para escoamento bifásico de quatro equações e uma de pressão, com o intuito de incorporar as principais características construtivas encontradas em *pigs* reais. Esse modelo visa capturar de maneira mais realista as complexas interações entre o *pig*, a superfície interna do duto, o escoamento e o perfil altimétrico.

O modelo proposto leva em consideração diversos aspectos físicos relevantes, como as propriedades construtivas do *pig*, forças de atrito entre o *pig* e a parede do duto, a queda de pressão através do *pig* e a influência da altimetria do duto no escoamento, permitindo uma representação mais precisa dos fenômenos envolvidos. A complexa interação entre o *pig*, o duto, o escoamento e o perfil altimétrico motivou o desenvolvimento de uma nova abordagem de discretização da malha computacional. Essa abordagem tem como objetivo proporcionar uma maior resolução na região a jusante do *pig*, onde se concentra uma parcela significativa dos efeitos físicos causados pelo deslocamento do dispositivo. A malha computacional permite um refinamento localizado nessa região de interesse, capturando com maior precisão os gradientes e as variações abruptas das variáveis do escoamento. A pesquisa foca particularmente nas nuances do escoamento estratificado e nos impactos induzidos pela inclinação do duto na geração de *slugs*.

## 2. REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo, é apresentada uma revisão compreensiva da literatura, com o intuito de traçar um panorama das principais contribuições acadêmicas que fundamentam a elaboração desta tese.

### 2.1 FUNDAMENTOS TEÓRICOS DO ESCOAMENTO BIFÁSICO

O escoamento bifásico é um fenômeno dinâmico no qual dois fluidos imiscíveis, geralmente um gás e um líquido, fluem concomitantemente dentro de um conduto, interagindo por meio de uma interface cuja geometria muda drasticamente de acordo com o padrão de escoamento. A complexidade dessa interação é influenciada por diversos fatores, incluindo as propriedades intrínsecas dos fluidos, as condições de contorno do sistema e as características geométricas do duto.

#### 2.1.1 CLASSIFICAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO

A heterogeneidade do escoamento bifásico manifesta-se em uma variedade de padrões, cuja classificação é essencial para compreender e prever o comportamento do sistema. Segundo Taitel e Dukler (1976), esses padrões podem ser agrupados em categorias distintas, tais como estratificado, *slug* (golfadas), anular e de bolhas, como ilustrado na Figura 2.1. O padrão estratificado é caracterizado pela disposição em camadas, com o líquido ocupando o estrato inferior do duto e o gás, o superior. O escoamento *slug* é gerado pela aceleração do gás que perturba a interface líquido-gás, formando ondas que podem levar o líquido a encher completamente a seção transversal do duto. No escoamento anular, uma película de líquido reveste as paredes do duto, enquanto a fase gasosa central pode transportar gotículas arrastadas. Já no regime de bolhas dispersas, observa-se uma matriz líquida com bolhas de gás distribuídas ao longo do escoamento.

A natureza multifacetada da interface gás-líquido é um aspecto crucial, onde a tensão superficial, a viscosidade do fluido, e forças externas como a gravidade, desempenham papéis significativos no comportamento do escoamento. As complexidades da dinâmica interfacial são estudadas extensivamente na literatura, com pesquisadores como Barnea (1987) fornecendo observações fundamentais sobre a estabilidade da interface e os mecanismos de transição entre os diferentes padrões de escoamento.

Estudos como os de Mandhane *et al.* (1974) e Ghajar & Bhagwat (2014) ampliam a compreensão sobre a morfologia do escoamento e as interações interfaciais complexas, proporcionando modelos preditivos mais precisos. A análise de padrões de escoamento bifásico não é apenas uma questão de identificar a formação de cada regime, mas também de entender as condições de transição e a dinâmica subjacente que governa a movimentação e a distribuição das fases dentro do duto.

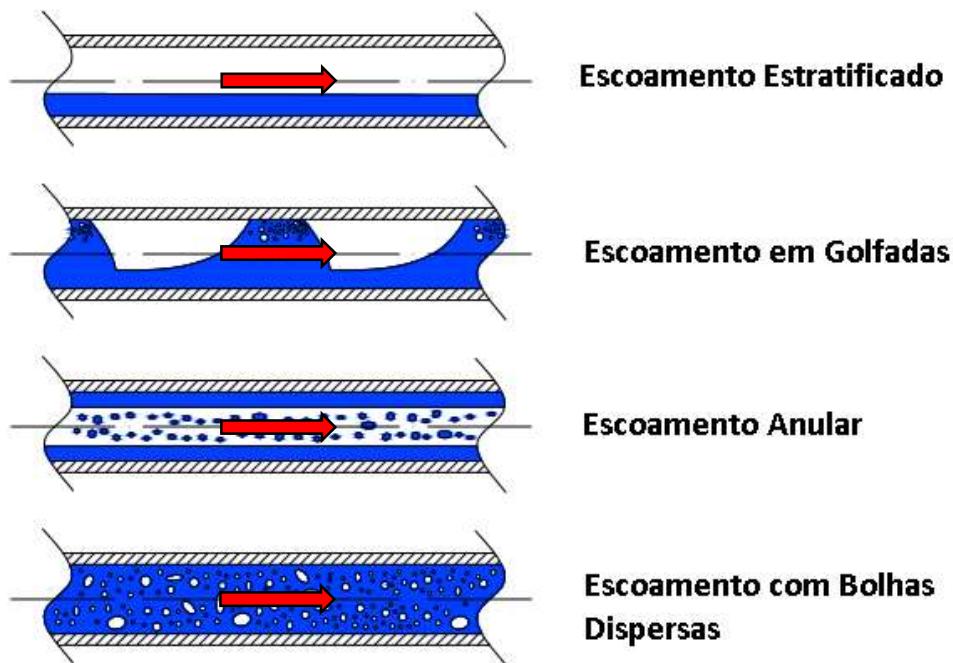


Figura 2.1. Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais. (Sondermann, 2016).  
Legenda: azul → Líquido. Branco → Gás. Seta vermelha indica o sentido do escoamento.

### 2.1.2 MODELOS PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

São diversos os modelos existentes na literatura para descrever o escoamento bifásico. Stewart e Wendroff (1984), entre outros pesquisadores, desenvolveram três abordagens eulerianas principais para a caracterização desses escoamentos:

- Modelo de Equilíbrio Homogêneo / *Homogeneous Equilibrium Model* (HEM);
- Modelo de Mistura / *Drift-Flux Model* (DFM);
- Modelo de Dois Fluidos / *Two-Fluid Model* (TFM).

O Modelo de Equilíbrio Homogêneo adota uma visão simplificada, tratando o escoamento como uma mistura homogênea, com as fases compartilhando a mesma velocidade, pressão e temperatura. A formulação matemática deste modelo é simplificada, recorrendo a uma única equação de conservação de massa, uma de quantidade de movimento e uma de energia. Este modelo é adequado para escoamentos que envolvem bolhas dispersas.

O Modelo de Mistura considera a pressão e a temperatura unificadas para ambas as fases e para as interfaces, mas diferencia as velocidades. Neste caso, a formulação inclui uma equação de conservação de massa para cada fase e equações únicas para a quantidade de movimento e energia da mistura. As velocidades das fases são determinadas a partir de relações constitutivas específicas ao caso em estudo.

O Modelo de Dois Fluidos aborda as fases de forma independente, com suas próprias velocidades, pressões e temperaturas. Este modelo é constituído por duas equações de conservação de massa, duas de quantidade de movimento e duas de energia, e é reconhecido por sua robustez, como discutido por Ishii e Hibiki (2006). Eles detalharam a aplicação deste modelo a partir de uma perspectiva tridimensional, reduzindo-a para uma abordagem unidimensional. Devido ao tratamento separado das fases e à consideração da interação entre elas, o Modelo de Dois Fluidos é esperado para oferecer uma representação mais precisa dos efeitos físicos que ocorrem nas interfaces e sua propagação no escoamento.

Issa e Kempf (2003) apresentaram um estudo em tubulações horizontais e quase horizontais utilizando o Modelo de Dois Fluidos. Foi investigada a capacidade do modelo bifásico em prever o início e o desenvolvimento subsequente de *slug*. Foram estudadas três configurações de tubulação: horizontal, inclinada para baixo e em seção V. As previsões do modelo foram comparadas com dados experimentais, demonstrando boa concordância.

Pesquisadores como Essama (2004), Figueiredo (2010), Baptista (2013), Bueno (2013), Sondermann (2016), Patricio (2016), Figueiredo (2016), Sondermann (2021) e Viggiano (2022) aplicaram o Modelo de Dois Fluidos em conjunto com o método numérico FCT para analisar o escoamento bifásico em dutos. Com exceção de Sondermann (2016), que introduziu a equação de energia na mistura em sua formulação, os estudos mencionados trataram o escoamento como isotérmico. Os resultados relatados por esses autores foram promissores.

Ainda utilizando o Modelo de Dois Fluidos, X. Li, *et al.* (2024) simularam como diferentes condições de contorno podem afetar o desenvolvimento do escoamento no interior da tubulação, alterando as vazões de entrada e pressões na saída para analisar o comportamento. Os resultados foram validados com o software OLGA®.

## **2.2 DINÂMICA DO *PIG* EM TUBULAÇÕES**

### **2.2.1 *PIGS* EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO**

A dinâmica de *pigs* em tubulações permanece como um campo de estudo crucial para aprimorar a eficiência no transporte de fluidos, notadamente na indústria de petróleo e gás. Desde os estudos iniciais de Azevedo *et al.* (1996), que estabeleceram um marco ao estimar a vazão de *bypass* e as forças de atrito a partir do encaixe por interferência do *pig*, combinando simulações de elementos finitos com dados experimentais, a pesquisa nesta área avançou significativamente.

Desenvolvimentos na simulação do movimento de *pigs* em dutos progrediram com Nieckele *et al.* (2001), que exploraram a aplicação em dutos de gás e líquido e introduziram uma malha de discretização adaptativa para melhorar a precisão na região próxima ao *pig*. Esta inovação foi essencial para compreender o comportamento dinâmico do *pig* em condições complexas, como esvaziamentos de dutos e obstruções. O uso do método das características por Nguyen *et al.* (2001) para incorporar as forças de atrito estático e dinâmico, com validação por meio de dados experimentais, representou um passo importante na precisão dos modelos preditivos.

Contribuições de Esmaeilzadeh *et al.* (2006, 2009) e Hosseinalipour *et al.* (2007) forneceram novas perspectivas sobre a interação entre o *pig* e a parede interna dos dutos, empregando técnicas como Runge-Kutta e diferenças finitas para uma análise mais detalhada das forças e da resposta do sistema ao movimento do *pig*.

A integração de estratégias de controle de processo teve um avanço significativo com Tolmasquim e Nieckele (2008), que implementaram um controlador PID para regular a velocidade do *pig* e a pressão da saída do duto, ampliando a adaptabilidade do modelo a diferentes fluidos e configurações de tubulação. A revisão de Botros e Golshan (2009) sintetizou as técnicas de solução até então, recomendando o método das características para casos de escoamento monofásico em dutos com altimetria variável.

A perspectiva multidimensional foi introduzida por Mirshamsi e Rafeeyan (2015), modelando o movimento do *pig* em duas ou três dimensões e fornecendo uma ferramenta mais precisa para prever a posição e a velocidade do *pig*. Já em 2019, os autores publicaram outro trabalho considerando um escoamento em duas dimensões onde propõem um controle de velocidade ressaltando a importância deste tipo de controle para o resultado final das operações com *pig*. Ainda em relação ao controle de velocidade do *pig*, Hendrix *et al.* (2018), utilizando uma abordagem unidimensional, realizaram experimentos e simulações para avaliar um sistema

de controle PD variando a área total de *bypass* para controle de velocidade do *pig* em um escoamento de gás a baixa pressão.

Patrício *et al.* (2016(1), 2016(2)) realizaram simulações preliminares usando líquido e gás, respectivamente. Em ambos os casos, as equações acopladas de movimento do *pig* e do fluido foram resolvidas usando o método de FCT, formando um sistema não-linear de equações algébricas diferenciais. Resultados foram comparados com o software OLGA® demonstrando boa concordância.

Em um estudo posterior, publicado em 2020, Patrício *et al.* apresentaram um conjunto atualizado de resultados com modelo e método numérico aprimorados. Nessa versão aperfeiçoada, as forças mecânicas foram descritas de maneira mais abrangente e a técnica numérica foi reformulada para melhor acomodar a solução acoplada da interação entre o *pig* e o escoamento. Novamente, os resultados foram comparados com o software OLGA®, evidenciando uma evolução na precisão e na capacidade preditiva do modelo desenvolvido por ao longo desses estudos.

X. Li *et al.* (2022) analisaram o efeito do escorregamento do *pig*, efeito caracterizado pela passagem involuntária de gás através da interface *pig/duto*, em um escoamento de gás. Desta forma há uma intermitência na força de atrito, podendo ocasionar paradas inesperadas e aumentos de pressão indesejados na linha. Os resultados numéricos foram comparados com dados experimentais

### 2.2.2 PIGS EM ESCOAMENTO BIFÁSICO

A dinâmica dos *pigs* em escoamentos bifásicos é complexa, devido à interação entre as fases líquida e gasosa e o próprio *pig*. A pesquisa de Minami e Shoham (1995) ofereceu dados fundamentais ao analisar o escoamento em três zonas distintas em torno do *pig*, comparando dados experimentais com simulações numéricas. Esta abordagem trouxe previsões precisas e tem sido uma referência para estudos subsequentes.

Lima e Yeung (1999) contribuíram para esta área ao avaliar diferentes padrões de escoamento e desenvolver formulações matemáticas específicas para cada um, empregando o método de Newton para solucionar as equações. Este trabalho permitiu uma compreensão mais detalhada dos fenômenos envolvidos no escoamento bifásico.

Posteriormente, Xiao-Xuan Xu e Gong (2005) expandiram o conhecimento na área ao introduzir um tratamento detalhado para a região a montante do *pig*, a área da golfada e ao

incluir um balanço de energia, o que ampliou a aplicabilidade dos modelos para situações de escoamento não-isotérmico.

Hosseinalipour *et al.* (2007) aprimoraram o modelo inicial de Minami e Shoham, adaptando-o para escoamentos isotérmicos e estabelecendo critérios para a detecção de mudanças nos padrões de escoamento. A validação experimental destes modelos confirmou sua utilidade prática e a precisão das previsões.

Patrício *et al.* (2017) apresentaram um estudo no qual um *pig* se desloca em um duto horizontal com escoamento estratificado. O Modelo de Dois Fluidos foi empregado em conjunto como o modelo de movimentação do *pig*, caracterizado como uma fronteira móvel. O método FCT foi utilizado para solucionar o sistema hiperbólico de equações diferenciais parciais.

Avançando na pesquisa e aplicação prática, Patrício *et al.* (2018) investigaram o impacto de vazamentos na trajetória de um *pig*, também utilizando um Modelo de Dois Fluidos. Esta análise, parte do desenvolvimento desta tese, proporciona uma compreensão aprofundada das implicações de um vazamento tanto no comportamento do *pig* quanto nas alterações causadas ao escoamento.

S. Chen *et al.* (2022), investigaram a influência do desgaste do *pig* no comportamento do escoamento em dutos. Os resultados obtidos demonstraram que o aumento do desgaste acarreta um aumento do espaçamento entre o *pig* e a parede interna do duto, intensificando a passagem de fluido entre as regiões a montante e a jusante do *pig*. Esse desequilíbrio impacta diretamente a velocidade desenvolvida pelo fluido, a formação de uma coluna de líquido a jusante do *pig* e, consequentemente, o padrão de escoamento no interior da tubulação. A validação dos resultados foi realizada através da comparação com dados experimentais, conferindo confiabilidade às conclusões apresentadas pelos autores.

Dando continuidade às investigações sobre a dinâmica de escoamento em operações de *pigging*, Viggiano (2022) utilizou dois modelos matemáticos e cinco métodos numéricos para aprimorar a simulação da interação entre *pigs* e escoamentos em tubulações. Seu trabalho envolveu a análise detalhada dos modelos unidimensionais de dois fluidos, e métodos como o *Flux Corrected Transport* (FCT), *Advection Upstream Splitting Method* (AUSMV e AUSMDV), ModFORCE, e o esquema de ROE para solução de equações diferenciais parciais hiperbólicas. Viggiano (2022) concentrou-se em avaliar a aplicabilidade e precisão dessas combinações de modelo-método em condições de escoamento monofásico e bifásico.

### 3. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO

Este capítulo descreve as equações de balanço pertinentes ao escoamento monofásico em dutos, acompanhadas das relações constitutivas aplicáveis. O foco está na avaliação do comportamento da estratégia de solução numérica para um *pig*, que será explicada em detalhes posteriormente neste trabalho.

#### 3.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO MONOFÁSICO

A formulação adotada para os escoamentos monofásicos tanto de líquido quanto de gás em dutos é composta por uma equação de conservação de massa e uma equação para conservação da quantidade de movimento, assim como suas relações constitutivas. As seguintes hipóteses devem ser levadas em consideração:

- a) escoamento unidimensional;
- b) duto com área de seção transversal constante;
- c) escoamento de gás ideal;
- d) escoamento de líquido compressível;
- e) viscosidade do fluido constante;
- f) escoamento isotérmico;
- g) duto indeformável.

Conforme mencionado nas hipóteses acima, o escoamento será considerado como isotérmico. Desta maneira, para o caso de escoamento monofásico de gás deve-se observar que a relação entre massa específica e pressão será obtida através da hipótese de gás ideal, mediante a utilização da seguinte relação:

$$\rho_G = \frac{p}{RT} \quad (3.1)$$

onde  $\rho$  e  $p$  representam a massa específica e pressão,  $R$  é a constante universal dos gases e  $T$  é a temperatura. Já para o escoamento de líquidos, a determinação da massa específica será feita mediante a utilização da equação de estado apresentada a seguir:

$$\rho_L = \frac{p}{c^2} + \rho_0 \quad (3.2)$$

onde  $c^2$  representa o quadrado da velocidade do som no fluido e  $\rho_0$  representa a massa específica de referência do líquido.

### 3.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO

A seguir serão apresentadas as equações de balanço do escoamento unidimensional no interior de tubulações.

- Equação de conservação da massa (Equação da Continuidade):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} = -\Gamma \delta_x(x_l) \quad (3.3)$$

- Equação de conservação da quantidade de movimento linear:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 + p)}{\partial x} = -\rho g \sin(\beta) - \frac{1}{2} \frac{f \rho u |u| S}{A} \quad (3.4)$$

onde  $x$  representa a coordenada ao longo do tubo,  $t$  o tempo e  $u$  representa a velocidade do fluido. Os parâmetros  $g$ ,  $\beta$ ,  $A$  e  $S$  são a aceleração da gravidade, inclinação do duto com a horizontal, área de seção do duto e perímetro interno do duto. O termo a direita da equação,  $\Gamma \delta_x(x_l)$ , é o termo fonte que será responsável pela quantificação de um vazamento no duto na posição  $x_l$ . O fator de atrito na parede é denotado por  $f$ , o qual é expresso através da correlação proposta por Moody (1947), apresentada abaixo:

$$f = \max \left\{ \frac{16}{Re}; 0,001375 \left[ 1 + \left[ 2 \times 10^4 \left( \frac{\varepsilon}{D} \right) + \frac{10^6}{Re} \right]^{1/3} \right] \right\} \quad (3.5)$$

$$Re = \frac{\rho D |u|}{\mu} \quad (3.6)$$

onde  $Re$  é o número de Reynolds do escoamento,  $\varepsilon$  é a rugosidade superficial do duto e  $D$  o diâmetro interno da tubulação. A Eq (3.5) automaticamente determina o valor de  $f$  de acordo com o regime de escoamento existente, isto é, caso o maior valor calculado seja obtido através da primeira correlação, o escoamento se encontra em regime laminar, caso contrário o regime

de escoamento será considerado turbulento, e o valor de  $f$  será obtido através da segunda correlação.

Na Eq. (3.3), o termo responsável pela quantificação de um vazamento foi detalhado em Figueiredo (2016). Sua determinação é baseada na aproximação do furo no duto como a vazão em regime permanente através de um orifício. Tem-se que

$$\Gamma = \frac{\rho}{Al_l} A_h C_d^l \sqrt{2(p(x = x_l) - p_0)/\rho} \quad (3.7)$$

onde  $A_h$  representa a área de seção transversal do furo,  $C_d^l$  é o coeficiente de descarga relativo à vazão mássica do vazamento,  $p_0$  representa a pressão local externa ao duto e  $l_l$  é o comprimento característico associado à região de influência nas vizinhanças do furo. Já o símbolo  $\delta_x(x_l)$  pode assumir valores de 0 ou 1, conforme apresentado a seguir

$$\delta_x(x_l) = \begin{cases} 1, & \text{se } x \in \{x_l\} \\ 0, & \text{se } x \notin \{x_l\} \end{cases} \quad (3.8)$$

sendo  $\delta_x(x_l) = 1$  para a posição do vazamento e  $\delta_x(x_l) = 0$  para todo o restante da tubulação. Na quantificação da perda de massa através do vazamento, considerou-se que a velocidade de escape do fluido é perpendicular à geratriz do tubo. Essa premissa implica que não há componente da velocidade do fluido no furo na direção axial do tubo. Consequentemente, não há alteração na quantidade de movimento linear na direção axial devido ao vazamento. Portanto, na equação de balanço de quantidade de movimento linear, não é necessário incluir um termo específico para representar o vazamento, uma vez que a transferência de massa através do furo não contribui diretamente para a variação da quantidade de movimento linear no sentido do escoamento principal.

### 3.2.1 ANÁLISE DE HIPERBOLICIDADE

No estudo de escoamentos no interior de dutos, particularmente no contexto monofásico, onde um único meio (gás ou líquido) predomina, a análise de hiperbolicidade das equações governantes assume um papel crucial. As equações de conservação de massa e quantidade de movimento, que descrevem o escoamento, compõem um sistema de equações diferenciais parciais (EDPs) que, em geral, são de natureza hiperbólica. A hiperbolicidade de um sistema

de EDPs é uma propriedade matemática intrínseca que garante que as perturbações se propaguem com velocidades finitas, o que é um aspecto fundamental para a previsão correta do comportamento físico dos fluidos dentro dos dutos.

A relevância da hiperbolicidade está intrinsecamente ligada à existência e unicidade de soluções, categorizando o problema como bem-posto. Em um contexto prático, isso significa que pequenas perturbações nas condições iniciais ou de contorno do escoamento monofásico não resultarão em respostas desproporcionais ou não físicas no sistema. Assim, uma análise detalhada da hiperbolicidade das equações que regem o escoamento monofásico é imprescindível para o desenvolvimento de modelos preditivos confiáveis e para o design de estratégias de controle e operação otimizadas nos sistemas de transporte de fluidos.

Neste contexto, o estudo da hiperbolicidade nos permite avaliar se as soluções numéricas das equações do escoamento estarão alinhadas com as características físicas do fenômeno modelado. Isto é de suma importância em aplicações industriais, pois assegura a integridade e a eficiência das operações, evitando previsões errôneas que podem levar a consequências desastrosas, tanto econômicas quanto ambientais.

Portanto, ao garantir que o sistema de EDPs hiperbólicas seja analiticamente bem-posto, estabelecemos uma base sólida para a simulação numérica, a qual se propõe a resolver tais equações e, por conseguinte, a capturar a essência dos fenômenos de transporte que ocorrem no interior dos dutos.

Ao reescrever a equação a Eq. (3.3) e Eq. (3.4) na forma matricial, temos:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (3.9)$$

onde os vetores  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{S}(\mathbf{W})$  e  $\mathbf{W}$  são dados por

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\Gamma \delta_x(x_l) \\ -\rho g \sin \beta - \frac{1}{2} f \rho u |u| \pi D \end{bmatrix}, \mathbf{W} = \begin{bmatrix} p \\ u \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Para conduzir uma análise de hiperbolicidade, precisamos examinar a matriz  $\mathbf{A}$  derivada das equações do sistema. A matriz  $\mathbf{A}$  representa as características do sistema e é fundamental para determinar se o sistema é hiperbólico. A equação a seguir pode ser vista como uma extensão da Eq. (3.9), incorporando a matriz  $\mathbf{A}$ :

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \mathbf{A} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (3.11)$$

A matriz  $\mathbf{A}$  é a matriz jacobiana dos fluxos  $\mathbf{F}$  em relação às variáveis conservativas  $\mathbf{Q}$ . Em termos matemáticos,  $\mathbf{A}$  é definida como:

$$\mathbf{A} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial q_1} & \frac{\partial f_1}{\partial q_2} \\ \frac{\partial f_2}{\partial q_1} & \frac{\partial f_2}{\partial q_2} \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

A condição de hiperbolicidade exige que essa matriz tenha autovalores reais e um conjunto completo de autovetores linearmente independentes. Os autovalores de  $\mathbf{A}$  estão associados às velocidades de propagação das frentes de ondas no sistema, e os autovetores relacionam-se com as direções de propagação dessas ondas. Sendo assim, ao obter a solução do polinômio característico, onde  $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0$ , temos os seguintes autovalores e autovetores:

$$\boldsymbol{\lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u - c \\ u + c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ u - c \end{bmatrix}, \quad \mathbf{r}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ \lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ u + c \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

## **4. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO**

Neste capítulo serão apresentadas as equações de balanço do escoamento bifásico em tubulações de acordo com o modelo matemático de Dois Fluidos utilizado neste trabalho. Serão detalhadas também as equações constitutivas referentes às interações entre as fases.

### **4.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO**

A modelagem matemática do escoamento bifásico em dutos é uma tarefa difícil. Diversos padrões podem ocorrer ao longo da tubulação de acordo com as condições existentes e, portanto, algumas hipóteses precisam ser levadas em consideração a fim de se obter uma simplificação do problema matemático que permita chegar a uma solução. As hipóteses utilizadas neste trabalho são apresentadas a seguir:

- a) escoamento unidimensional;
- b) área de seção transversal constante;
- c) escoamento estratificado;
- d) não há transferência de massa entre as fases;
- e) pressão única para ambas as fases;
- f) fase líquida incompressível e fase gasosa considerada compressível (modelada como gás ideal);
- g) viscosidade constante;
- h) escoamento isotérmico;
- i) duto indeformável.

### **4.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO**

As equações que governam o escoamento em tubulações levam em consideração o balanço de massa e a conservação da quantidade de movimento. Aplicando as hipóteses mencionadas anteriormente, temos

- Equação da conservação da massa (Equação da continuidade):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G \alpha_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G \alpha_G u_G) = -\Gamma_G \delta_x(x_l) \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L \alpha_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L) = -\Gamma_L \delta_x(x_l) \quad (4.2)$$

- Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p)}{\partial x} \\ &= (p - p_{cG}) \frac{\partial \alpha_G}{\partial x} - \rho_G \alpha_G g \sin \beta + \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_G S_G}{A} \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p)}{\partial x} \\ &= (p - p_{cL}) \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} - \rho_L \alpha_L g \sin \beta - \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_L S_L}{A} \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde  $\rho_k$ ,  $u_k$  e  $\alpha_k$  representam a massa específica, velocidade e a fração volumétrica de cada fase  $k$ , com  $k$  podendo ser  $G$  para a fase gás e  $L$  para a fase líquida. O símbolo  $p$  representa a pressão e  $g$ ,  $\beta$ ,  $\tau_k$  e  $\tau_I$  são a aceleração da gravidade, o ângulo de inclinação entre o duto e a horizontal e as tensões cisalhantes para as fases e para a interface líquido e gás, respectivamente. A área da seção transversal do duto é denotada por  $A$  e  $S_k$  e  $S_I$  são, respectivamente, o perímetro molhado da fase  $k$  e da interface. A grandeza  $p_{ck}$  representa o termo de correção de pressão para fase  $k$ ,  $t$  representa a variável do tempo e  $x$  a coordenada espacial ao longo do duto, onde

$$\tau_k = \frac{1}{2} f_k \rho_k u_k |u_k| \quad \text{e} \quad \tau_I = \frac{1}{2} f_I \rho_G (u_G - u_L) |u_G - u_L| \quad (4.5)$$

$$S_L = D \left[ \pi - \cos^{-1} \left( 2 \frac{h_L}{D} - 1 \right) \right] \quad (4.6)$$

$$S_G = \pi D - S_L \quad (4.7)$$

$$S_I = D \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_L}{D} - 1\right)^2} \quad (4.8)$$

sendo  $h_L$  é a altura de líquido na seção transversal. A fração volumétrica,  $\alpha_k$ , é definida da seguinte maneira:

$$\alpha_L = \frac{A_L}{A_L + A_G} \quad (4.9)$$

$$\alpha_G = \frac{A_G}{A_L + A_G} \quad (4.10)$$

onde  $A_L$  e  $A_G$  são as áreas ocupadas pelo líquido e pelo gás. Tem-se então a seguinte relação:

$$\alpha_L + \alpha_G = 1 \quad (4.11)$$

Conforme mencionado nas hipóteses acima, a modelagem adotada para o escoamento considera apenas um valor de pressão para ambas as fases. No entanto, para escoamentos estratificados, é necessário contabilizar o efeito hidrostático de cada fase. Bonizzi *et al.* (2001) propôs a seguinte correção, baseado na altura de líquido,  $h_L$ .

$$p_{ck} = \rho_k \alpha_k g \cos(\beta) \frac{dh_L}{d\alpha_k} \quad (4.12)$$

Onde

$$\frac{dh_L}{d\alpha_L} = \frac{\pi D}{4} \frac{\sqrt{1 - X^2}}{1 - X^2} \quad (4.13)$$

$$\alpha_L = \left(\frac{1}{\pi}\right) \left\{ \pi - \cos^{-1}[X] + X\sqrt{(1 - X^2)} \right\} \quad (4.14)$$

$$X = \frac{2h_L}{D} - 1 \quad (4.15)$$

Conforme descrito anteriormente no caso monofásico, o termo a direita das Eqs. (4.1) e (4.2),  $\Gamma_k \delta_x(x_l)$ , é o termo fonte que será responsável pela quantificação de um vazamento no duto na posição  $x_l$  para a fase  $k$ , com  $k = \{G, L\}$ . Analogamente à Eq.(3.8), tem-se

$$\Gamma_k = \frac{\rho_k^l}{Al_l} A_h C_d^l \sqrt{2(p(x=x_l) - p_0)/\rho^l}, \text{ com } k \in \{G, L\}, \text{ tal que } \rho^l = \rho_L^l + \rho_G^l \quad (4.16)$$

No caso do escoamento bifásico, a mesma premissa adotada para o vazamento no escoamento monofásico também é válida. Ou seja, considera-se que a velocidade de escape do fluido através do furo é perpendicular à geratriz do tubo. Essa consideração implica que não há componente da velocidade do fluido no furo na direção axial do tubo, tanto para a fase líquida quanto para a fase gasosa. Consequentemente, não há alteração na quantidade de movimento linear na direção axial devido ao vazamento para ambas as fases. Portanto, nas equações de balanço de quantidade de movimento linear para o escoamento bifásico, não são incluídos os termos específicos para representar o vazamento, uma vez que a transferência de massa através do furo não contribui diretamente para a variação da quantidade de movimento linear no sentido do escoamento principal, seja para a fase líquida ou para a fase gasosa.

### 4.3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Para que seja possível caracterizar completamente o problema, se faz necessário a utilização de equações constitutivas. Essas equações descrevem o efeito dos atritos interfaciais e na parede e serão descritas a seguir.

#### 4.3.1 FATOR DE ATRITO NA PAREDE

São muitas as correlações existentes na literatura para determinação do fator de atrito. Zigrang e Silvester (1985) e Bendiksen *et al.* (1991) utilizam a correlação proposta por Moody (1947), definida como:

$$f_k = \max \left\{ \frac{16}{Re_k}; 0,001375 \left[ 1 + \left[ 2 \times 10^4 \left( \frac{\varepsilon}{D_{hk}} \right) + \frac{10^6}{Re_k} \right]^{1/3} \right] \right\} \quad (4.17)$$

onde  $f_k$  assume o valor máximo dentre as duas equações acima, de maneira que é automaticamente determinado se o regime do escoamento é laminar ou turbulento. O parâmetro  $\varepsilon$  representa a rugosidade superficial do duto,  $D_{hk}$  e  $Re_k$  são o diâmetro hidráulico e o número de Reynolds da fase  $k$ , respectivamente, definidos de acordo com

$$Re_k = \frac{\rho_k D_{hk} |u_k|}{\mu_k} \quad (4.18)$$

$$D_{hG} = \frac{4A_G}{S_G + S_I} \quad \text{e} \quad D_{hL} = \frac{4A_L}{S_L} \quad (4.19)$$

sendo  $\mu_k$  a viscosidade dinâmica do fluido da fase  $k$ .

#### 4.3.2 FATOR DE ATRITO INTERFACIAL

Andreussi *et al.* (1987) propôs a seguinte formulação para o fator de atrito interfacial em escoamentos estratificados:

$$f_I = \begin{cases} f_G & , \text{se } F \leq 0,36 \\ f_G + 29,7f_G(F - 0,36)^{0,67} \left(\frac{h_L}{D}\right)^{0,2} & , \text{se } F > 0,36 \end{cases} \quad (4.20)$$

sendo  $f_G$  o fator de atrito da fase gasosa, obtido a partir da Eq. (4.17). O número de Froude,  $F$ , é calculado pela expressão

$$F = u_G \left( \frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \frac{dA_L}{dh_L} \frac{1}{A_G g \cos \beta} \right)^{1/2} \quad (4.21)$$

## 5. MODELO DE MOVIMENTAÇÃO DO *PIG*

### 5.1 *PIG* EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO

#### 5.1.1 QUANTIDADEADE DE MOVIMENTO LINEAR DO *PIG*

A equação que descreve o movimento do *pig* é obtida a partir da segunda lei de Newton.

$$\frac{d(M_P v_P)}{dt} = \sum F_P \quad (5.1)$$

onde  $M_P$  e  $v_P$  representam a massa e velocidade do *pig*, respectivamente, enquanto  $F_P$  é o conjunto de forças externas atuantes no *pig*.

Devido aos diferentes tipos de *pig* existentes e sua complexidade construtiva, modelar com precisão suas características físicas é uma tarefa árdua. Além disso, variações no diâmetro da tubulação devido a defeitos construtivos, amassados, soldas ou outros equipamentos presentes na linha afetam diretamente a interação *pig/Duto*. Neste trabalho algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas, tais como:

- a) tubo liso (sem imperfeições, rugosidades ou amassados);
- b) ausência de equipamentos extras na linha;
- c) área de seção do duto constante;
- d) massa do *pig* constante,
- e) *pig* considerado como superfície singular.

Ao se identificar os termos do lado direito da Eq. (5.1) a seguinte relação é obtida:

$$M_P \frac{dv_P}{dt} = \Delta p_P A - F_H - F_M - M_P g \operatorname{sen} \theta \quad (5.2)$$

onde  $M_P$  e  $\Delta p_P$  representam a massa do *pig* e diferença de pressão entre faces a montante e a jusante do *pig*,  $A$  é a área frontal do *pig*,  $F_H$  e  $F_M$  são as forças de atrito hidrodinâmico e mecânico,  $g$  representa a força gravitacional e  $\theta$  a inclinação do duto com a horizontal. A Figura 5.1 ilustra as forças atuantes no *pig*.

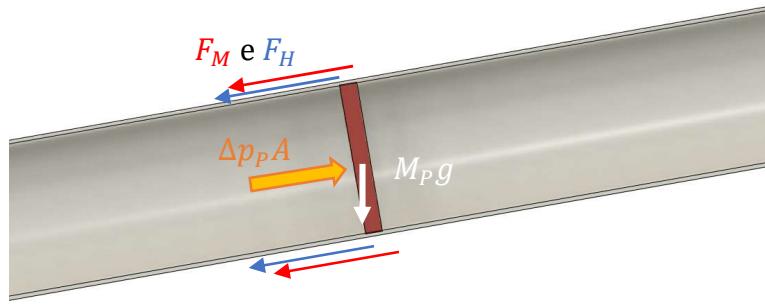


Figura 5.1. Diagrama de forças atuantes sobre o *pig*.

### 5.1.2 FORÇAS DE ATRITO HIDRODINÂMICO E MECÂNICO

A determinação das forças de atrito atuantes no *pig* foi estudada por diversos autores como O'Donoghue (1996), Azevedo *et al.* (1996), Campo (1998) e Nieckele *et Al.* (2001). Devido às complexas características construtivas e grande variedade de tipos de *pig* é necessária uma abordagem simplificadora frente aos parâmetros que serão levados em consideração.

Alguns parâmetros muito importantes ao se avaliar as forças de atrito atuantes são o diâmetro nominal do *pig*,  $2r_P$ , sendo  $r_P$  o raio do *pig*, e seu comprimento efetivo,  $L_c$ . O diâmetro deve ser ligeiramente maior que o diâmetro do duto, o que produz um ajuste por interferência, resultando em uma maior eficiência na limpeza, vedação e outros requisitos necessários à sua operação. Já o comprimento efetivo está diretamente ligado às forças de atrito atuantes. A Figura 5.2 apresenta o conjunto *pig/duto*. O parâmetro  $\delta$ , chamado de *gap*, representa a folga média existente e  $D$  o diâmetro do duto.

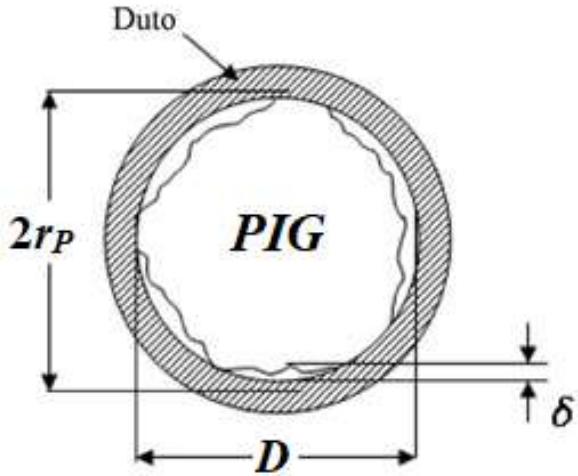


Figura 5.2. Esquema do encaixe entre *pig* e duto (Bueno *et al.*, 2012)

A existência do *gap* é justificada devido à presença de imperfeições na superfície do duto, ao desgaste do *pig*, à presença de soldas e outros equipamentos ao longo da linha. A determinação exata, de  $\delta$  é extremamente difícil. Para fins de praticidade, adota-se um valor médio constante equivalente à rugosidade do duto. Azevedo *et al.* (1996) considerou este valor médio devido à impossibilidade de se desenvolver um modelo que leve em conta todas as variações locais deste parâmetro.

Para determinação das forças de atrito é importante avaliar a razão de contato entre as superfícies, pois essa relação irá determinar a influência dos esforços viscosos e dos esforços mecânicos sobre o movimento do *pig*. Na Figura 5.3 está representada uma possível configuração entre a área de contato hidrodinâmico e a área de contato mecânico. Pode-se supor que a área de contato total,  $A_c$ , é dada por:

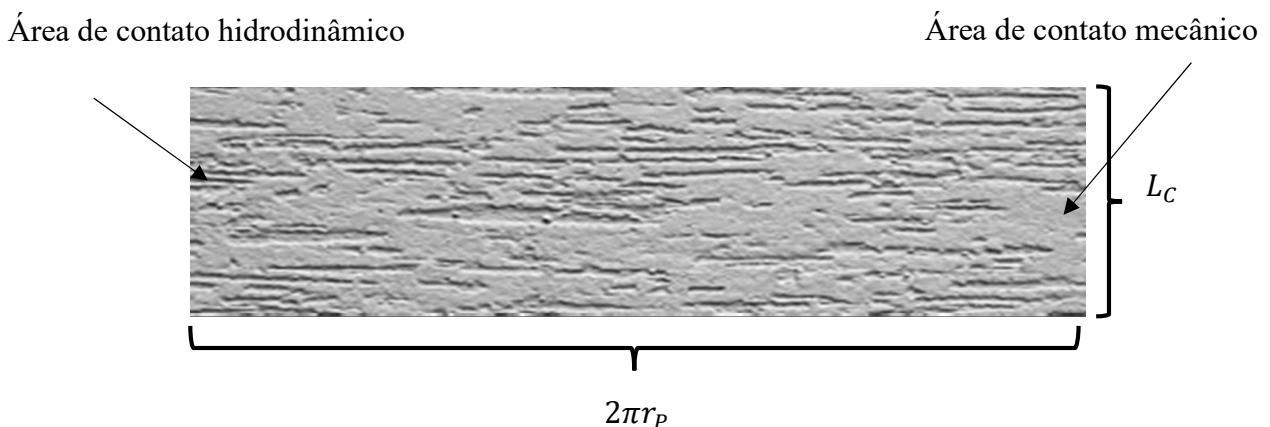


Figura 5.3. Representação da interface entre superfície externa do *pig* e superfície interna do duto.

$$A_c = A_M + A_H \quad (5.3)$$

onde  $A_M$  e  $A_H$  são, respectivamente as áreas de contato mecânico e hidrodinâmico.

Campo (1998) propôs que a relação entre duas áreas de contato fosse definida da forma

$$\xi = \frac{A_M}{A_c}, \quad \xi \in [0,1] \quad (5.4)$$

onde  $\xi$  representa a razão de contato efetivo. Se  $\xi = 0$  então não há contato físico direto entre o *pig* e a superfície interna do duto, ocasionando apenas uma força de atrito hidrodinâmica atuando no *pig*. Já se  $\xi = 1$  a vedação é perfeita, havendo apenas força de atrito mecânico. A área de contato total,  $A_c$ , é definida da seguinte maneira

$$A_c = 2\pi r_p L_c \quad (5.5)$$

Explicitando  $A_M$  na Eq. (5.4), a área de contato mecânico pode ser expressa como

$$A_M = \xi A_c \quad (5.6)$$

Como as áreas de atrito hidrodinâmico e mecânico são complementares, temos que:

$$A_H = (1 - \xi)A_c \quad (5.7)$$

Para a determinação de  $F_H$  foi considerado que a razão entre o *gap* e o diâmetro do duto é muito pequena,  $\delta/D \ll 1$ . Desta maneira, pode-se aproximar o escoamento através deste espaço por um escoamento laminar completamente desenvolvido entre placas planas paralelas. Sendo assim, a tensão tangencial que atua no *pig* é dada por

$$\tau_p = \frac{\Delta p_p \delta}{2L_c} - \mu \frac{v_p}{\delta} \quad (5.8)$$

Logo,  $F_H$  pode ser escrito como

$$F_H = A_H \tau_P = (1 - \xi) A_c \left( \frac{\Delta p_P \delta}{2L_C} - \mu \frac{v_P}{\delta} \right) \quad (5.9)$$

A força de atrito mecânica  $F_M$  é obtida a partir da lei de Coulomb, que relaciona a força normal de contato com o coeficiente de atrito da superfície interna do duto e pode ser de natureza estática,  $F_M^e$ , ou dinâmica,  $F_M^d$ . A força de atrito mecânica estática varia de zero até seu valor máximo, expresso como se segue

$$F_M^e = \eta_e N \quad (5.10)$$

onde  $\eta_e$  representa o coeficiente de atrito estático e  $N$  a força de atrito normal entre o *pig* e o duto. Já para a situação em que ocorre deslizamento entre as superfícies de contato, a força de atrito mecânica dinâmica atua, e a equação equivalente a Eq. (5.10) é escrita na forma

$$F_M^d = \eta_d N \quad (5.11)$$

onde  $\eta_d$  representa o coeficiente de atrito dinâmico, de maneira que  $\eta_e > \eta_d$ .

Antes de prosseguir com o detalhamento da força de atrito mecânica, é importante observar a existência de três possibilidades para a correta descrição do movimento do *pig*. A primeira ocorre quando o *pig* está em repouso ou até a iminência de movimento ( $v_P = 0$  e  $a_P = 0$ ), sendo assim, o valor de  $F_M^e$  deve ser utilizado, de maneira que seu valor varie de zero (mínimo) até seu máximo, definido pelo somatório de todas as outras forças atuantes sobre o *pig*. A segunda, para os momentos que o *pig* se encontra em movimento ( $v_P \neq 0$ ), utilizando o valor de  $F_M^d$ . Este parâmetro também será utilizado nas situações em que o *pig* estiver invertendo o sentido do seu movimento, ou seja, estiver parado no duto ( $v_P = 0$ ) mas com aceleração diferente de zero ( $a_P \neq 0$ ).

$$F_M = \begin{cases} sgn(v_P) F_M^d, & \text{se } v_P \neq 0 \\ (p^- - p^+) A - F_H - M_P g \sin \theta, & \text{se } v_P = 0 \text{ e } \frac{dv_P}{dt} = 0 \\ sgn((p^- - p^+) A - F_H - M_P g \sin \theta) F_M^e, & \text{se } v_P = 0 \text{ e } \frac{dv_P}{dt} \neq 0 \end{cases} \quad (5.12)$$

A determinação do valor de  $N$  é feita através do produto da superfície externa do *pig* com a pressão de contato exercida, isto é,

$$N = \xi A_c p_{cP} \quad (5.13)$$

onde  $p_{cP}$  é a pressão de contato entre o *pig* e a parede interna do duto.

A determinação de  $p_{cP}$  é uma tarefa bastante desafiadora na modelagem do movimento do *pig*. Esse parâmetro é resultado de diversas características físicas tanto do *pig* quanto da interação *pig/duto*. Gomes (1994) utilizou o método de elementos finitos para um *pig* cilíndrico e obteve a seguinte equação:

$$p_{cP} = \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{E\Delta r}{r_p} + \nu \min(p_P^-, p_P^+) \right) \quad (5.14)$$

onde  $\nu$  e  $E$  são o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade do *pig* respectivamente,  $\Delta r$  é a diferença entre o raio do *pig* e o raio do duto, e  $p_P$  é a pressão nas faces do *pig*, onde (-) indica a face a montante e (+) a face a jusante do *pig*.

Aplicando a Eq. (5.14) nas Eqs. (5.10), (5.11) e (5.13) obtém-se as seguintes equações

$$F_M^e = \xi \pi D L_c \eta_e \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{E\Delta r}{r_p} + \nu \min(p_P^-, p_P^+) \right) \quad (5.15)$$

$$F_M^d = \xi \pi D L_c \eta_d \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{E\Delta r}{r_p} + \nu \min(p_P^-, p_P^+) \right) \quad (5.16)$$

Pode-se notar nas Eqs. (5.15) e (5.16) que as duas parcelas dominantes se referem à interferência no acoplamento entre o *pig* e o duto e ao efeito compressivo causado pela pressão imposta nas faces a montante e a jusante do *pig*.

As variações construtivas nos *pigs* geram uma complexidade enorme ao se propor um modelo físico definitivo. A depender do serviço a ser executado, as propriedades mecânicas das Eqs. (5.15) e (5.16) não são de fáceis de determinar. Nestes casos, ao invés de se utilizar o valor de  $E$  e  $\nu$  específicos de um único material, optou-se por  $E^*$  e  $\nu^*$  que caracterizam a rigidez estrutural do *pig* como um todo. O valor de  $E^*$  pode ser estimado considerando a iminência de movimento quando existe um equilíbrio estático entre todas as forças que atuam no *pig*, ou seja, a Eq. (5.2) é simplificada ao se igualar o lado esquerdo a zero e o termo da força motriz,  $\Delta p_p A$ ,

torna-se  $\Delta p_c A$ , sendo  $\Delta p_c$  o valor mínimo de diferença de pressão atuante no *pig* para que o movimento se inicie.  $E^*$  pode então ser determinado a partir da seguinte relação

$$E^* = \frac{(1 - \nu^*)}{\eta_e \xi} \frac{r_p}{\Delta r} \left\{ \Delta p_c \left[ \frac{D}{4L_c} + \frac{(1 - \xi)\delta}{2L_c} \right] - \nu^* p_p^+ \right\} \quad (5.17)$$

Além dos diferentes materiais presentes na construção de um *pig*, existem diferentes formatos que muito se diferem de um corpo cilíndrico maciço. Desta forma, o coeficiente de Poisson,  $\nu^*$ , se torna menos representativo da rigidez do *pig* quando comparado ao módulo de Young,  $E^*$ . Por consequência assumimos que seu valor é zero. A determinação de  $E^*$  se dá via  $\Delta p_c$ , que pode ser obtido através de experimentos ou de uma análise numérica de elementos finitos.

### 5.1.3 BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO PIG

A modelagem do movimento do *pig* em escoamento monofásico é completada ao se determinar a quantidade de fluido que passa através do *pig*, a assim chamada vazão de *bypass*. Como já mencionado anteriormente, existem três mecanismos diferentes nos quais pode ocorrer passagem de fluido. O primeiro ocorre através do *gap*,  $Q_{gap}$ , O segundo é a vazão através de furos que atravessam longitudinalmente o corpo do *pig*,  $Q_h$ , e, por fim, a vazão devido à permeabilidade do material com o qual o corpo do *pig* é construído,  $Q_b$ .

Conforme já mencionado anteriormente, a presença do *pig* no interior da tubulação é considerada como uma fronteira móvel, sendo por sua vez uma superfície singular. Aplicando o princípio da conservação de massa para esta superfície singular, chega-se à seguinte equação:

$$\int_{S_p^-} \rho^- (u^- - v_p) nda + \int_{S_p^+} \rho^+ (u^+ - v_p) nda = 0 \quad (5.18)$$

onde  $S_p^-$  e  $S_p^+$  são as faces a montante e a jusante da superfície singular imposta pelo *pig* e  $p_p^-$ ,  $u^-$ ,  $p_p^+$  e  $u^+$  são a pressão e velocidade a montante ( $-$ ) e a jusante ( $+$ ) respectivamente, como esquematizado na Figura 5.4. Esta expressão estabelece que as vazões mássicas a montante e a jusante sejam iguais.

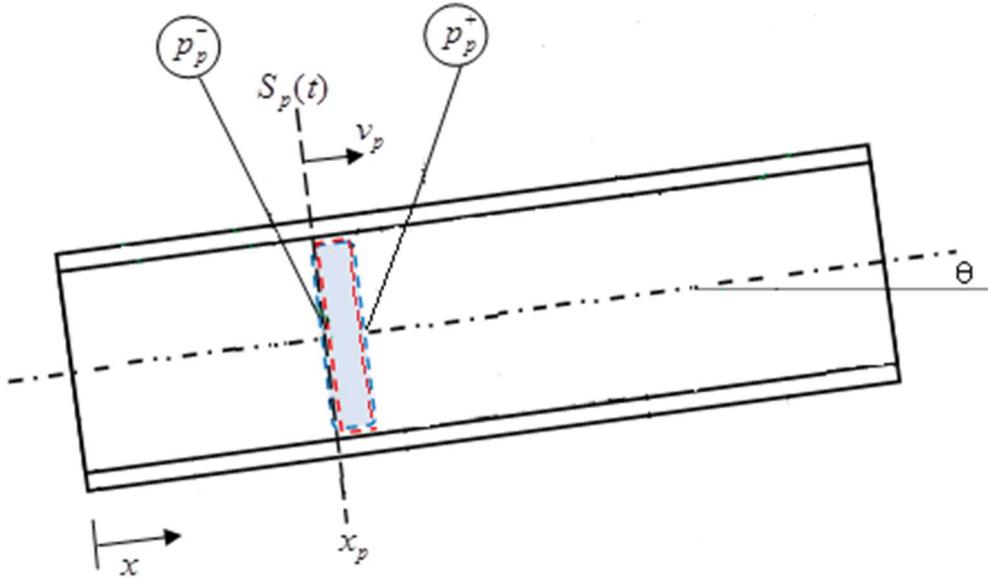


Figura 5.4. Volume de controle ao redor do *pig*.

Da Eq. (5.18), obtém-se a seguinte relação

$$\rho^- A (u^- - v_p) = \rho^+ A (u^+ - v_p) = \dot{m}_{bp} \quad (5.19)$$

A vazão de *bypass* pode ser escrita da seguinte forma

$$\dot{m}_{bp} = \bar{\rho}_p Q_{BP} = \bar{\rho}_p (Q_{gap} + K_1 \cdot Q_h + K_2 \cdot Q_b) \quad (5.20)$$

onde  $K_1$  e  $K_2$  podem assumir valores iguais a 0 ou 1, de acordo com a presença ou não do tipo específico de *bypass*. O símbolo  $Q_{BP}$  representa a vazão volumétrica de *bypass* total e  $Q_{gap}$ ,  $Q_h$  e  $Q_b$  as vazões através do *gap*, furos e corpo no *pig*, respectivamente. O parâmetro  $\bar{\rho}_P(p_p^-, p_p^+)$  representa a massa específica média, e é obtido da seguinte maneira

$$\bar{\rho}_P = \frac{\rho_p^-(x = x_p^-, t) + \rho_p^+(x = x_p^+, t)}{2} \quad (5.21)$$

A determinação de  $Q_{gap}$  parte da mesma premissa feita no cálculo da força de atrito hidrodinâmico,  $F_H$ , onde se assume que o escoamento através do *gap* ocorre através de duas placas planas paralelas em regime permanente completamente desenvolvido, Azevedo *et al.* (1996). Utilizando este modelo, chega-se a seguinte equação

$$Q_{gap} = \pi D \left( \frac{\delta^3}{12\mu} \frac{\Delta p_p}{L_c} - \frac{\delta}{2} v_p \right) \quad (5.22)$$

O controle da velocidade desenvolvida pelo *pig* é fundamental para que a maior eficiência seja alcançada nos serviços realizados. Velocidades muito elevadas podem comprometer o serviço a ser executado no interior do duto. Caso esteja sendo realizada uma passagem para limpeza da superfície interna do duto ou uma varredura em busca de defeitos ou rupturas no duto, utilizando por exemplo *pigs* instrumentados, a qualidade do serviço pode ser prejudicada. Por outro lado, velocidades reduzidas podem impactar diretamente no custo de operação devido à demora do próprio procedimento de limpeza, de inspeção ou à baixa vazão de produtos a serem transportados.

Para fins de modelagem, esses furos são considerados como tubos e, de acordo com Campo (1998), as vazões podem ser expressas da seguinte maneira

$$Q_h = sgn(\Delta p_p) \frac{n\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{\frac{2|\Delta p_p|}{\bar{\rho}_p}}{k_h + \frac{f_h l}{d}}} \quad (5.23)$$

onde  $n$  é o número de furos e  $d$  é o diâmetro de cada furo. As grandezas  $k_h$  e  $f_h$  são o coeficiente de perda de carga local e fator de fricção do fluido no furo, respectivamente.

Por fim, para *pigs* espuma deve-se contabilizar a vazão de *bypass* através do corpo devido à porosidade do material dada por, (Azevedo *et al*, 1996), dada por

$$Q_b = \frac{\pi D^2 K}{4\mu} \frac{\Delta p_p}{L_c} \quad (5.24)$$

onde  $K$  representa a permeabilidade do material do *pig* em relação ao fluido.

De posse das Eqs. (5.2), (5.19) e (5.20) o modelo de descrição do *pig* em meios monofásicos está completo. Estas equações formam um sistema de equações diferenciais ordinárias e algébricas (EDOA), dado por

$$\begin{cases} M_P \frac{dv_p}{dt} = \Delta p_p A - F_H - F_M - M_P g \sin \beta \\ \rho^- A (u^- - v_p) = \rho^+ A (u^+ - v_p) = \dot{m}_{bp} \\ \dot{m}_{bp} = \bar{\rho}_p (Q_{gap} + K_1 \cdot Q_h + K_2 \cdot Q_b) \end{cases} \quad (5.25)$$

com

$$\begin{cases} p_p^- = p(x = x_p^-, t) \text{ e } p_p^+ = p(x = x_p^+, t) \\ u^- = u(x = x_p^-, t) \text{ e } u^+ = u(x = x_p^+, t) \\ \rho^- = \rho(\rho = x_p^-, t) \text{ e } \rho^+ = \rho(x = x_p^+, t) \end{cases} \quad (5.26)$$

O sistema apresentado na Eq. (5.25) em conjunto com as Eqs. (3.3) e (3.4) formam o sistema de equações completo para solução do conjunto formado pelo *pig* e pelo escoamento no interior do duto.

## 5.2 PIG EM ESCOAMENTO BIFÁSICO

O deslocamento de um *pig* no interior de dutos com escoamento bifásicos estratificados provoca, em geral, a formação de uma golfada à sua frente à medida que o *pig* se desloca. Fatores como excesso de líquido acumulado oriundos da dinâmica do escoamento, desníveis nas características do terreno ou ascensão do duto podem promover seu aumento ou diminuição. A Figura 5.5 mostra a situação acima mencionada, onde em azul é representado o *pig*, em vermelho o conjunto *pig/golfada*, a variável  $x_p$ , representa a posição do *pig*, e os símbolos  $p_p^-$  e  $p_p^+$  são a pressão a montante e a jusante do *pig* respectivamente. A Figura 5.6 é uma representação gráfica da possível dinâmica do *pig*.

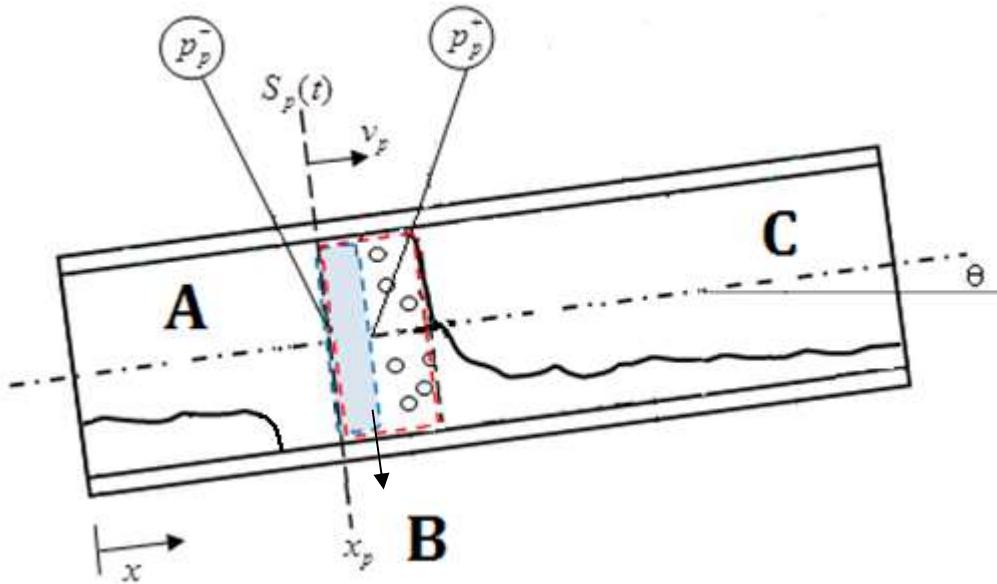


Figura 5.5. Representação esquemática da modelagem mecânica do *pig* e da golfada na linha.



Figura 5.6. Representação gráfica da interação *pig*/escoamento na linha

Os modelos propostos acima representam o cenário onde ocorre a raspagem total do líquido no duto a montante do *pig*, a da golfada a jusante, indicado pela letra (B), e outras duas regiões sendo uma a montante do *pig* (A) e a outra a jusante da frente da golfada (C), contendo o escoamento estratificado.

### 5.2.1 BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO *PIG*

O balanço de massa através do *pig* é obtido de forma bastante semelhante ao caso monofásico, apresentado na Eq. (5.18). A equação de continuidade aplicada a cada fase permite escrever

$$\rho_L^-(p_p^-)\alpha_L^-A(u_L^- - v_p) = \rho_L^+(p_p^+)\alpha_L^+A(u_L^+ - v_p) = \dot{m}_{LBP} \quad (5.27)$$

$$\rho_G^-(p_p^-)\alpha_G^-A(u_G^- - v_p) = \rho_G^+(p_p^+)\alpha_G^+A(u_G^+ - v_p) = \dot{m}_{GBP} \quad (5.28)$$

onde  $\dot{m}_{LBP}$  e  $\dot{m}_{GBP}$  representam as vazões mássicas totais de líquido e gás através do *pig*. A determinação desses valores recai nos mesmos casos apresentados para o escoamento monofásico, isto é, corresponde à soma das vazões de *bypass* através do *gap*, através dos furos e através do corpo do *pig*, para cada fase presente. Sendo assim, tem-se

$$\dot{m}_{LBP} = \bar{\rho}_{Lp}(Q_{gap,L} + K_1 \cdot Q_{h,L} + K_2 \cdot Q_{b,L}) \quad (5.29)$$

$$\dot{m}_{GBP} = \bar{\rho}_{Gp}(Q_{gap,G} + K_1 \cdot Q_{h,G} + K_2 \cdot Q_{b,G}) \quad (5.30)$$

onde, analogamente às Eqs. (5.22), (5.23) e (5.24), obtém-se

$$Q_{gap,k} = \pi D \left( \frac{\delta^3}{12\mu_k} \frac{\Delta p_{kp}}{L_c} - \frac{\delta}{2} v_p \right) \quad 5.31$$

$$Q_{h,k} = sgn(\Delta p_{kp}) \frac{n\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{\frac{2|\Delta p_{kp}|}{\bar{\rho}_{kp}}}{k_{kh} + \frac{f_{kh}l}{d}}} \quad (5.32)$$

$$Q_{b,k} = \frac{\pi D^2 K_k}{4\mu_k} \frac{\Delta p_{kp}}{L_c} \quad (5.33)$$

onde  $k = \{G, L\}$  se a fase representa gás ou líquido, respectivamente.

### 5.2.2 FORÇAS DE ATRITO DO *PIG*

A modelagem das forças atuantes no *pig* é semelhante àquela apresentada na seção 5.1.2. Para contemplar a presença do líquido e do gás, adota-se como aproximação os valores médios

para viscosidade dinâmica do fluido, que é avaliada para a mistura, e produz a grandeza  $\bar{\mu}$ . Logo, da Eq. (5.9)

$$F_H = A_H \tau_P = (1 - \xi) A_c \left( \frac{\Delta p \delta}{2 L_c} - \bar{\mu} \frac{v_p}{\delta} \right) \quad (5.34)$$

onde  $\bar{\mu}(\mu_G, \mu_L)$  é a média dos valores de viscosidade dinâmica do líquido e gás no *gap*, definida por

$$\bar{\mu} \equiv \left( \frac{\alpha_L^- + \alpha_L^+}{2} \right) \mu_L + \left( \frac{\alpha_G^- + \alpha_G^+}{2} \right) \mu_G \quad (5.35)$$

A determinação da força de atrito mecânica,  $F_M$ , é feita da mesma maneira de acordo com as Eqs. (5.15) e (5.16).

De posse das Eqs. (5.2), (5.27), (5.28), (5.29) e (5.30) obtém-se um sistema de cinco equações que descrevem o movimento do *pig* no interior da tubulação, e são dados por

$$\begin{cases} M_P \frac{dv_p}{dt} = \Delta p_A - F_H - F_M - M_P g \operatorname{sen} \beta \\ \rho_L^-(p_p^-) \alpha_L^- A (u_L^- - v_p) = \rho_L(p_p^+) \alpha_L^+ A (u_L^+ - v_p) = \dot{m}_{LBP} \\ \rho_G^-(p_p^-) \alpha_G^- A (u_G^- - v_p) = \rho_G(p_p^+) \alpha_G^+ A (u_G^+ - v_p) = \dot{m}_{GBP} \\ \dot{m}_{LBP} = \bar{\rho}_L (Q_{Lgap} + K_1 \cdot Q_{Lh} + K_2 \cdot Q_{Lb}) \\ \dot{m}_{GBP} = \bar{\rho}_G (Q_{Ggap} + K_1 \cdot Q_{Gh} + K_2 \cdot Q_{Gb}) \end{cases} \quad (5.36)$$

com

$$\begin{cases} p_p^- = p(x = x_p^-, t) e p_p^+ = p(x = x_p^+, t) \\ u_L^- = u_L(x = x_p^-, t) e u_L^+ = u_L(x = x_p^+, t) \\ u_G^- = u_G(x = x_p^-, t) e u_G^+ = u_G(x = x_p^+, t) \\ \alpha_L^- = \alpha_L(x = x_p^-, t) e \alpha_L^+ = \alpha_L(x = x_p^+, t) \\ \rho_G^-(p_p^-) \alpha_G^- A (u_G^- - v_p) = \rho_G(p_p^+) \alpha_G^+ A (u_G^+ - v_p) \end{cases} \quad (5.37)$$

De posse do sistema de equações apresentados na Eq. (5.36) e com as equações de balanço para o escoamento bifásico, Eqs. (4.1), (4.2), (4.3) e (4.4), obtém-se o sistema de equações completo para solução do conjunto formado pelo *pig* e pelo escoamento no interior do duto.

### 5.3 MÉTODO DE SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ALGÉBRICAS

A solução do conjunto integrado de equações relativas ao escoamento (tanto monofásico quanto bifásico) em conjunto com as equações que descrevem o movimento do *pig* é um desenvolvimento metodológico que se originou durante a fase de dissertação de mestrado e foi posteriormente refinado nesta tese de doutorado. A seguir, é detalhada a aplicação deste método para os casos de escoamentos monofásicos e bifásicos. Na modelagem, a presença do *pig* foi considerada como uma fronteira móvel, introduzindo uma descontinuidade nos campos de velocidade e pressão e, no contexto de escoamentos bifásicos, também na fração volumétrica. Essa caracterização de descontinuidade exigiu uma análise customizada do duto nas regiões a montante e a jusante do *pig* para o caso bifásico, adaptando o tratamento para refletir a complexidade e a especificidade da dinâmica introduzida pela passagem do *pig*.

A metodologia empregada divide o duto em regiões determinadas pela posição do *pig*, facilitando uma análise precisa das mudanças nas condições de escoamento provocadas por sua presença. A adoção do método FCT foi crucial para administrar as descontinuidades observadas, assegurando a estabilidade numérica e a acurácia dos resultados obtidos.

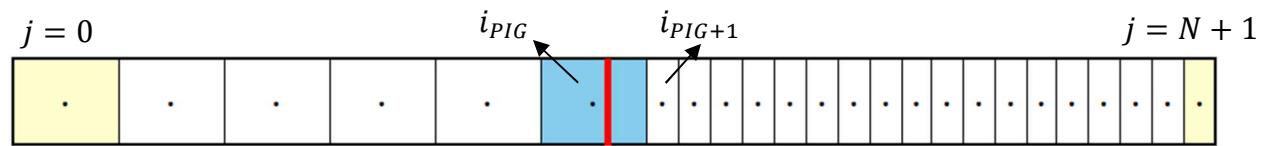


Figura 5.7. Discretização do duto e posicionamento do *pig* na malha discretizada.

Na Figura 5.7, apresenta-se um diagrama que ilustra a discretização do duto e a localização do *pig*, este último indicado em vermelho. Para capturar com maior precisão os efeitos da interação entre o *pig*, o escoamento e o duto na região a jusante do *pig*, foi implementada uma malha discretizada com refinamento diferenciado. Essa abordagem consiste em aplicar uma discretização mais refinada na região posterior ao *pig*, utilizando células de tamanho reduzido. As condições de contorno fixas do sistema são destacadas em amarelo ( $j = 0$  e  $j = N + 1$ ), enquanto a célula em azul identifica a célula atual em que *pig* se encontra. O centro desta célula está identificado pelo índice  $i_{PIG}$ . Por convenção, caso o *pig* se encontre a direita de  $i_{PIG}$ , esta célula será considerada como a última célula da malha de discretização a montante do *pig* que fará parte do volume de controle do trecho de duto também a montante. E, caso o *pig* esteja

localizado à esquerda do centro da célula em azul, ela será desconsiderada do volume de controle e tratada como condição de contorno. Esta referência é importante ao se aplicar o primeiro passo da metodologia de solução, como veremos a seguir.

São dois os passos necessários para solução do sistema de equações do escoamento acoplado às equações de movimentação do *pig*. O **primeiro passo** consiste em resolver o sistema de equações apresentado nas Eqs. (5.25) e (5.36), que são as equações que descrevem o movimento do *pig* e a conservação de massa através dele. A solução destes sistemas atualiza o valor da velocidade do *pig* e obtém os valores que serão utilizados como condição de contorno da fronteira móvel mencionada anteriormente. Logo, para o caso monofásico, tem-se que:

$$\begin{cases} Y_{\text{entrada}} = [u^- p_P^+]^T \\ Y_{\text{saida}} = [v_P \ p_P^- \ u^+]^T \end{cases} \quad (5.38)$$

E, para o caso bifásico, tem-se que

$$\begin{cases} Y_{\text{entrada}} = [\alpha_L^- \ u_G^- \ u_L^- p_P^+]^T \\ Y_{\text{saida}} = [v_P \ p_P^- \ \alpha_L^+ \ u_G^+ \ u_L^+]^T \end{cases} \quad (5.39)$$

onde  $Y_{\text{entrada}}$  representa o vetor com os valores conhecidos do passo de tempo anterior que são utilizados para o cálculo de  $Y_{\text{saida}}$ , que contém os valores de saída da solução do sistema de equações de movimento do *pig*.

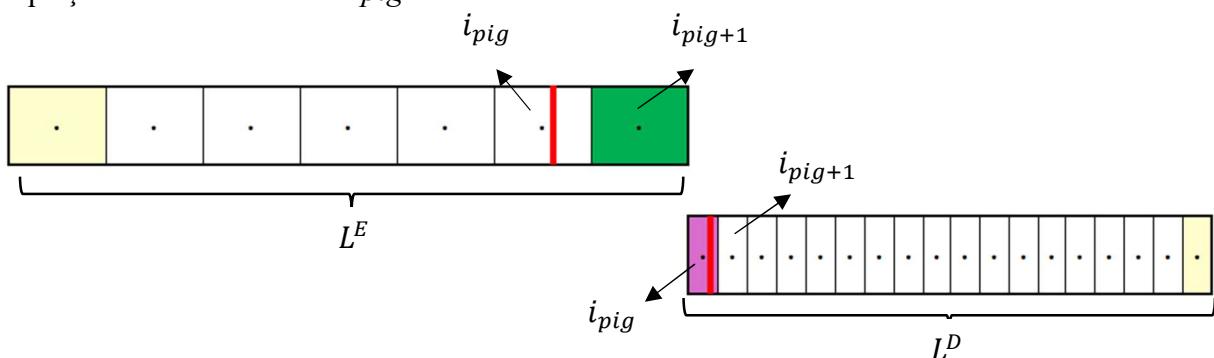


Figura 5.8. Esquema da malha discretizada em duas partes em relação ao posicionamento do *pig*.

Para o **segundo passo**, o duto é dividido em duas seções principais: a seção à esquerda (montante), denominada como  $L^E$ , e a seção à direita (jusante), denominada como  $L^D$ , conforme ilustrado na Figura 5.8. Essas seções são tratadas como escoamentos independentes para fins de análise. A implementação de células *ghost* temporárias é necessária para ambas as saídas das

seções do duto, facilitando a gestão das condições de contorno. É importante notar que os valores nas células *ghost* temporárias diferem dos das células regulares da malha do duto. Por exemplo, a célula identificada por  $i_{pig+1}$  serve como a condição de contorno para o lado esquerdo, baseada nos cálculos do primeiro passo, enquanto a célula  $i_{pig}$  serve para o lado direito.

- Imposição das condições contorno em  $L^E$ :

Para impor as condições de contorno na entrada do trecho de duto  $L^E$  deve-se seguir o procedimento detalhado na seção 6.8 desse documento. Para a fronteira móvel utiliza-se uma abordagem semelhante, onde cria-se uma célula *ghost* temporária, identificada pela cor verde na Figura 5.8, de maneira que, para o caso monofásico, tem-se

$$\mathbf{W}_{j=i_{pig+1}}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_P^- & u_{j=i_{pig+1}}^n \end{bmatrix}^T \quad (5.40)$$

Já para o caso bifásico

$$\mathbf{W}_{j=i_{pig+1}}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_P^- & \alpha_{Lj=i_{pig}}^n & u_{Gj=i_{pig}}^n & u_{Lj=i_{pig}}^n \end{bmatrix}^T \quad (5.41)$$

Conforme mencionando acima, esta é uma célula *ghost* temporária, de maneira que os valores nela impostos são utilizados apenas nesta etapa, e devem ser descartados após o cálculo. Ou seja, para o cálculo de  $L^D$  esses valores não serão levados em conta.

- Imposição das condições contorno em  $L^D$ :

$$\mathbf{W}_{j=i_{pig}}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_{j=i_{pig+1}}^n & u^+ \end{bmatrix}^T \quad (5.42)$$

Já para o caso bifásico,

$$\mathbf{W}_{j=i_{pig}}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_{j=i_{pig+1}}^n & \alpha_L^+ & u_G^+ & u_L^+ \end{bmatrix}^T \quad (5.43)$$

Ao fim do segundo passo, apenas as células pertencentes ao interior do domínio são atualizadas, como mostrado na Figura 5.9 identificadas na cor azul claro. Já as células em verde e roxo, por representarem o contorno móvel, já haviam sido calculadas no primeiro passo.

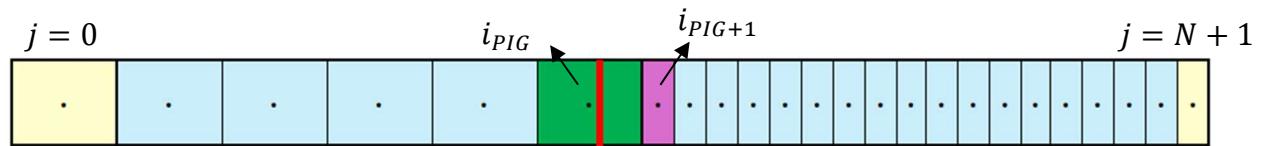


Figura 5.9. Detalhamento das células calculadas após o segundo passo da estratégia de cálculo do acoplamento *pig/duto*.

## 6. MÉTODO NUMÉRICO

Neste capítulo, são apresentados os métodos numéricos adotados para resolver o problema de valor inicial e de contorno associado ao conjunto de equações que descrevem o escoamento, tanto monofásico quanto bifásico. Dois métodos numéricos distintos foram utilizados na discretização das equações: o método FCT (*Flux-Corrected Transport*), conhecido por Transporte de Fluxo Corrigido em português, e o esquema do tipo ROE. Enquanto o FCT é um método de primeira ordem no tempo e segunda ordem no espaço, eficiente na captura de variações abruptas sem gerar oscilações espúrias, o esquema do tipo ROE é conhecido pela sua capacidade de resolver fluxos com choques e descontinuidades de forma precisa. A performance e as características de ambos os métodos serão comparadas com as soluções fornecidas pelo programa comercial OLGA®, que é um padrão da indústria para simulação de escoamentos multifásicos em tubulações. O software OLGA® é amplamente reconhecido por sua robusta modelagem de transientes e capacidade de simular o comportamento complexo de escoamentos em regimes variados, o que o torna um ponto de referência para a validação dos métodos numéricos propostos nesta pesquisa.

### 6.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA E MODELO DE DISCRETIZAÇÃO

As equações de conservação de massa e momento tanto para o escoamento monofásico quanto para o escoamento bifásico podem ser reescritas na forma canônica que se assemelha às de leis de conservação, como mostrado a seguir

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{S} \quad (6.1)$$

Na Eq. (6.1),  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$  e  $\mathbf{S}(\mathbf{W})$  são respectivamente os vetores de variáveis conservadas, de fluxo conservativo e termo fonte respectivamente.  $\mathbf{H}(\mathbf{W})$  representa a matriz com os termos não-conservativos e  $\mathbf{W}$  representa o vetor de variáveis primitivas. As componentes dos vetores mencionados anteriormente serão detalhadas em momento oportuno de acordo com o tipo de escoamento (monofásico ou bifásico). Neste trabalho,  $\mathbf{H}(\mathbf{W}) = 0$  na Eq. (6.1) quando utilizada para escoamentos monofásicos.

A aproximação para solução da Eq. (6.1) é obtida através de uma abordagem explícita de diferenças finitas de primeira ordem no tempo, a mesma utilizada na maior parte dos pacotes

computacionais de simulação numérica de escoamento (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) e descrita por autores como Fletcher (1988), Hirsh (1990) e Toro (1997). A discretização, segundo um esquema explícito para cálculo do vetor  $\mathbf{Q}_j^{n+1}$ , para as variáveis conservadas no instante  $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ , produz a equação.

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} \underbrace{[\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n]}_{\text{NFT}} + \Delta t^n \underbrace{\left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n}_{\text{NCT}} + \Delta t^n \mathbf{S}_j^n \quad (6.2)$$

Sendo  $n$ , o parâmetro que indica o passo de tempo anterior da simulação e,  $n + 1$ , o passo de tempo atual. Os dois termos identificados por NFT e NCT indicam as componentes de fluxo (NFT – *Numerical Flux Term*) e os termos não conservativos (NCT – *Non-Conservative Term*), respectivamente. Estes, por sua vez, são calculados utilizando métodos específicos.

Para obtenção da solução numérica, optou-se por uma malha de discretização uniforme, com células de mesmo tamanho ao longo de todo domínio, exceto na região de formação do *slug* no caso do escoamento bifásico, conforme discutido no capítulo 5. Sabendo que  $L$  é o comprimento total do duto e  $N$  o número de células da malha computacional, temos que:

$$\Delta x = \left( \frac{L}{N} \right) \equiv x_{j+\frac{1}{2}} - x_{j-\frac{1}{2}} \quad (6.3)$$

onde  $x_{j+\frac{1}{2}}$  e  $x_{j-\frac{1}{2}}$  representam as faces à direita e à esquerda do centro da célula. Com  $j = \{1, N\}$ .

A determinação de  $\Delta t$  requer uma maior atenção. Passos de tempo escolhidos inadequadamente podem causar instabilidades numéricas ou fazer com que a solução seja extremamente lenta e, por consequência, ineficiente. Hirsch (1990) e Toro (1997) recomendam que esta escolha seja feita com base na condição *CFL* (Courant-Friedrichs-Lowy), expressa da seguinte maneira:

$$\Delta t^n = CFL \frac{\Delta x}{\lambda_{\max}^n} \quad (6.4)$$

onde *CFL* é um número positivo menor ou igual a 1. Valores de *CFL* próximos ao limite superior fazem com que o método seja mais eficiente mantendo a estabilidade necessária para se chegar à solução desejada. Sod (1985) mostrou que para o método numérico FCT, o valor

máximo para  $CFL$  deve ser 0,5. A grandeza  $\lambda_{max}^n$  é o maior autovalor no domínio do escoamento no passo de tempo  $n$ , e expressa, fisicamente, a maior velocidade relativa (em valor absoluto) com a qual as perturbações se propagam no meio, definido como

$$\lambda_{max}^n = \max_j \left\{ \max_i \{ |\lambda_j^i| \} \right\}, \text{ para } j = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, N_{EQ} \quad (6.5)$$

onde  $N_{EQ}$  é o número de equações de balanço do problema.

O valor  $\lambda_{max}^n$  foi estudado por Toumi (1996), Masella *et al.* (1998) e Baptista (2007). Foi mostrado que, em grande parte dos escoamentos bifásicos encontrados em dutos de óleo e gás, a diferença entre as velocidades das fases é da ordem de 10 m/s, enquanto a velocidade do som na fase gás é na ordem de 300 a 400m/s. Considerando estes estudos, assumiu-se o valor constante de 400 m/s para  $\lambda_{max}$ .

## 6.2 ANÁLISE DE HIPERBOLICIDADE PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

A análise de equações hiperbólicas e o papel crucial dos autovalores na definição das condições de contorno constituem um aspecto fundamental na modelagem matemática e na simulação numérica de fenômenos dinâmicos. Equações hiperbólicas são sensíveis às condições iniciais e de contorno, tornando a escolha correta dessas condições essencial para a precisão e estabilidade das soluções numéricas. Os autovalores, derivados do estudo das equações características, desempenham um papel determinante na análise de estabilidade e na determinação das condições de contorno mais apropriadas. Eles indicam as direções de propagação das ondas ou fluxos dentro do sistema modelado, orientando a imposição de condições de contorno que respeitem a natureza física do problema.

Adicionalmente, a distinção entre problemas bem-postos e mal-postos emerge como um critério fundamental na análise de equações hiperbólicas. Um problema é considerado bem-posto quando atende aos critérios de existência, unicidade e dependência contínua das soluções em relação aos dados iniciais e às condições de contorno (Hadamard, 1902). Esses critérios são indispensáveis para assegurar que a modelagem matemática e a simulação numérica conduzam a resultados físicos confiáveis e estáveis. Em contraste, problemas mal-postos, que não satisfazem a esses critérios, podem levar a soluções ambíguas ou instáveis, destacando a importância de uma seleção de condições de contorno que não apenas respeitem a natureza

física do fenômeno modelado, mas também garantam a boa formulação do problema matemático.

De forma análoga à apresentada na seção 3.2.1, estenderemos esse procedimento para o caso bifásico, considerando as equações de conservação de massa e de conservação de momento linear para cada fase do escoamento. O sistema de equações diferenciais parciais hiperbólicas deve ser escrito na forma matricial para realizar a análise de hiperbolicidade, como:

$$\mathbf{A}(\mathbf{W}) \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial t} + \mathbf{B}(\mathbf{W}) \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} = \mathbf{S}(\mathbf{W}) \quad (6.6)$$

onde  $\mathbf{A}$  e  $\mathbf{B}$  são matrizes quadradas não singulares. A matriz  $\mathbf{A}(\mathbf{W})$  é conhecida como matriz de coeficientes convectivos e está relacionada com a velocidade do escoamento. Ela descreve como as variáveis dependentes do escoamento  $\mathbf{W}$  se propagam ao longo do tempo e do espaço. A matriz  $\mathbf{A}(\mathbf{W})$  é não singular para garantir que o sistema seja bem definido e que as variáveis dependentes do escoamento tenham uma evolução determinística Toro (1997).

A matriz  $\mathbf{B}(\mathbf{W})$ , por sua vez, é chamada de matriz de coeficientes dissipativos ou de difusão. Ela está relacionada com os processos de difusão e dissipação presentes no sistema. A matriz  $\mathbf{B}(\mathbf{W})$  é responsável por regular a dissipação de energia e a propagação de informações ao longo do tempo e do espaço. Assim como a matriz  $\mathbf{A}(\mathbf{W})$ , a matriz  $\mathbf{B}(\mathbf{W})$  também é não singular para garantir a consistência e estabilidade do sistema.

$$\mathbf{A} \equiv \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_G}{c_G^2} & -\rho_G & 0 & 0 \\ 0 & \rho_L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \rho_G \alpha_G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \rho_L \alpha_L \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\mathbf{B} \equiv \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{W}} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_G u_G}{c_G^2} & -\rho_G u_G & \alpha_G \rho_G & 0 \\ 0 & \rho_L u_L & 0 & \alpha_L \rho_L \\ \alpha_G & 0 & \alpha_G \rho_G u_G & 0 \\ \alpha_L & p_{cL} & 0 & \alpha_L \rho_L u_L \end{bmatrix} \quad (6.8)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ F_G \\ F_L \end{bmatrix} \quad (6.9)$$

onde  $c_G$  é a velocidade do som na fase gasosa, definida por

$$c_G^2 \equiv \frac{\partial p}{\partial \rho_G} \quad (6.10)$$

O polinômio característico associado à Eq. (6.6) é obtido através do cálculo do determinante de  $\det(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}) = 0$ , onde  $\lambda$  representa os autovalores associados ao sistema de equações hiperbólicas, logo

$$(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}) = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_G}{c_G^2} (u_G - \lambda) & -\rho_G (u_G - \lambda) & \alpha_G \rho_G & 0 \\ 0 & \rho_L (u_L - \lambda) & 0 & \alpha_L \rho_L \\ \alpha_G & 0 & \alpha_G \rho_G (u_G - \lambda) & 0 \\ \alpha_L & p_{cL} & 0 & \alpha_L \rho_L (u_L - \lambda) \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Obtendo o seguinte polinômio característico

$$\begin{aligned} \det(\mathbf{B} - \lambda \mathbf{A}) &= (u_G - \lambda)^2 \left[ -\alpha_L \rho_G - \frac{\alpha_G p_{cL}}{c_G^2} \right] + (u_L - \lambda)^2 [-\alpha_G \rho_L] \\ &\quad + (u_G - \lambda)^2 (u_L - \lambda)^2 \left[ \frac{\alpha_G \rho_L}{c_G^2} \right] + \alpha_G p_{cL} \end{aligned} \quad (6.12)$$

O sistema de equações diferenciais parciais que descreve o escoamento multifásico é classificado como hiperbólico quando todos os autovalores,  $\lambda$ , da matriz jacobiana associada ao sistema são reais e seus autovetores correspondentes formam um conjunto de vetores linearmente independentes. Essa condição é essencial para garantir a existência e a unicidade da solução do problema, bem como para determinar a natureza da propagação das informações no espaço e no tempo.

No caso específico de escoamentos multifásicos, considerando que o sistema seja hiperbólico, os autovalores podem ser ordenados da seguinte forma:  $\lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \lambda_3 \leq \lambda_4$ . Cada autovalor está associado a uma velocidade característica de propagação de informação no sistema.

Os autovalores  $\lambda_1$  e  $\lambda_4$  estão relacionados às velocidades das ondas acústicas no gás. Essas ondas se propagam com as velocidades do som no gás, tanto no sentido positivo quanto no

sentido negativo do escoamento. As informações transportadas por essas ondas incluem perturbações de pressão, velocidade e densidade no gás, e sua velocidade de propagação é geralmente muito maior do que a velocidade do escoamento em si.

Por outro lado, os autovalores intermediários  $\lambda_2$  e  $\lambda_3$  estão associados às velocidades de propagação das ondas na interface líquido-gás. Essas ondas são responsáveis por transportar informações relacionadas à interação entre as fases líquida e gasosa, como a fração volumétrica e a velocidade relativa entre as fases. As velocidades de propagação dessas ondas são tipicamente menores do que as velocidades das ondas acústicas no gás e estão mais próximas da velocidade média do escoamento.

## 6.3 MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO

### 6.3.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA

A forma canônica para escoamentos monofásicos pode ser reescrita a partir da Eq.(6.1) da seguinte forma:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S} \quad (6.13)$$

onde os vetores  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{S}(\mathbf{W})$  e  $\mathbf{W}$  são dados por

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \end{bmatrix}, \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \end{bmatrix}, \mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\Gamma \delta_x(x_l) \\ -\rho g \sin \beta - \frac{1}{2} f \rho u |u| \pi D \end{bmatrix}, \mathbf{W} = \begin{bmatrix} p \\ u \end{bmatrix} \quad (6.14)$$

Sendo assim, a forma discretizada em diferenças finitas é escrita conforme a Eq. (6.2) e reescrita da seguinte maneira:

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \underbrace{\frac{\Delta t}{\Delta x} [\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n]}_{\text{NFT}} + \Delta t \mathbf{S}_j^n, \quad (6.15)$$

onde NFT (*Numerical Flux Term*) indica as componentes de fluxo conservativo. Esta parcela é obtida através do método FCT, detalhado na seção 6.5.

## 6.4 MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

### 6.4.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA

A forma canônica das leis de conservação para escoamentos bifásicos pode ser escrita como

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{S} \quad (6.1)$$

onde  $\mathbf{W}$ ,  $\mathbf{Q}$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{W})$ ,  $\mathbf{S}(\mathbf{W})$  e  $\mathbf{H}(\mathbf{W})$  são compostos pelos seguintes elementos:

$$\mathbf{W} = [p \quad \alpha_L \quad u_G \quad u_L]^T \quad (6.16)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho_G & \alpha_G \\ \rho_L & \alpha_L \\ \rho_G & \alpha_G & u_G \\ \rho_L & \alpha_L & u_L \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho_G & \alpha_G & u_G \\ \rho_L & \alpha_L & u_L \\ \rho_G & \alpha_G & u_G^2 + \alpha_G p \\ \rho_L & \alpha_L & u_L^2 + \alpha_L p \end{bmatrix} \quad (6.18)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & p - P_c & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} -\Gamma_G \delta_x(x_l) \\ -\Gamma_G \delta_x(x_l) \\ -\rho_G \alpha_G g \operatorname{sen} \beta + \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_G S_G}{A} \\ -\rho_L \alpha_L g \operatorname{sen} \beta - \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_L S_L}{A} \end{bmatrix} \quad (6.20)$$

A forma discretizada baseada em diferenças finitas, analogamente à Eq. (6.2), é reescrita considerando os valores de  $\Delta x$  e  $\Delta t$  constantes, como

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \underbrace{\frac{\Delta t}{\Delta x} [\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n]}_{\text{NFT}} + \underbrace{\Delta t \left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n}_{\text{NCT}} + \Delta t \mathbf{S}_j^n \quad (6.21)$$

## 6.5 DISCRETIZAÇÃO DO TERMO DE FLUXO CONSERVATIVO

A determinação do termo de fluxo conservativo, parcela indicada por NFT nas Eqs. (6.15) e (6.21), é obtido da mesma maneira tanto para os casos monofásicos quanto para os casos bifásicos. Em geral, o termo de fluxo  $\mathbf{F}$  é expresso como funções genéricas dos estados à esquerda e à direita das células adjacentes, conforme

$$\mathbf{F}_{j-1/2}^n = \mathbf{F}_{j-1/2}(\mathbf{Q}_{j-1}^n, \mathbf{Q}_j^n), \quad \mathbf{F}_{j+1/2}^n = \mathbf{F}_{j+1/2}(\mathbf{Q}_j^n, \mathbf{Q}_{j+1}^n) \quad (6.22)$$

A escolha de  $\mathbf{F}_{j-1/2}^n$  e  $\mathbf{F}_{j+1/2}^n$  determina o esquema numérico que será utilizado. Neste trabalho, o método que será utilizado para solução se chama *Flux-Corrected Transport* – FCT, cuja descrição pode ser encontrada em: Boris e Book (1973), (1976) e Book *et al.* (1975). Sabe-se que métodos de integração numérica de segunda ordem (ou superiores) induzem um certo grau de dispersão em sua solução, principalmente próximo a descontinuidades, e, métodos de menor ordem induzem um certo grau de difusão (Zalesak, 1979). O FCT é um método baseado em uma mistura de destas parcelas difusivas e dispersivas, e é um esquema central de primeira ordem no tempo e segunda ordem no espaço.

Tomando como base Fletcher (1988), Hirsch (1990) e Essama (2004) ser apresentados a seguir os passos da operacionalização do FCT.

- 1) Obter a primeira aproximação  $\tilde{\mathbf{Q}}_j$  através do esquema de Ritchmyer detalhado em Toro (1999)

$$\tilde{\mathbf{Q}}_j = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} (\hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} - \hat{\mathbf{F}}_{j-1/2}^{\text{RI}}) \quad (6.23)$$

no qual o cálculo do fluxo é definido como

$$\hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} = \mathbf{F}(\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2}) \quad (6.24)$$

onde  $\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2}$  é calculado de acordo com

$$\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2} = \frac{1}{2}(\mathbf{Q}_{j+1}^n + \mathbf{Q}_j^n) - \frac{1}{2}\frac{\Delta t^n}{\Delta x^n}[\mathbf{F}(\mathbf{Q}_{j+1}^n) - \mathbf{F}(\mathbf{Q}_j^n)] \quad (6.25)$$

2) Geração de fluxos difusivos

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^d = \nu_{j+1/2}(\mathbf{Q}_{j+1}^n - \mathbf{Q}_j^n) \quad (6.26)$$

De acordo com Xiao (1991) e Lezeau e Thompson (1998), o coeficiente difusivo  $\nu_{j+1/2}$ , é constante e igual à 0,125.

3) Difusão da solução

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^d = \nu_{j+1/2}(\mathbf{Q}_{j+1}^n - \mathbf{Q}_j^n) \quad (6.27)$$

4) Geração de fluxos anti-difusivos

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{ad}} = \mu_{j+1/2}(\tilde{\mathbf{Q}}_{j+1} - \tilde{\mathbf{Q}}_j) \quad (6.28)$$

Da mesma forma que  $\nu$  na Eq. (6.27),  $\mu_{j+1/2}$  também foi avaliado por Xiao (1991) e Lezeau e Thompson (1998) e seu valor recomendado é constante e igual à 0,125.

5) Cálculo da primeira diferença de  $\mathbf{Q}_j^d$ :

$$\Delta\mathbf{Q}_{j+1/2}^d = \mathbf{Q}_{j+1}^d - \mathbf{Q}_j^d \quad (6.29)$$

6) Limitação dos fluxos anti-difusivos:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{cad}} = S \max\{0, \min\{S\Delta\mathbf{Q}_{j-1/2}^d, |\mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{ad}}|, S\Delta\mathbf{Q}_{j+3/2}^d\}\} \quad (6.30)$$

Em que

$$S = \operatorname{sgn} \mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{ad}} \quad (6.31)$$

7) Geração do fluxo entre as células  $\mathbf{F}_{j+1/2}^n$ :

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^n = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{FCT}} = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} + \frac{\Delta x}{\Delta t^n} (\mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{cad}} - \mathbf{F}_{j+1/2}^d) \quad (6.32)$$

## 6.6 DISCRETIZAÇÃO DO TERMO NÃO CONSERVATIVO

O termo não conservativo (NCT) está presente apenas no equacionamento referente ao escoamento bifásico. Nele é aplicado o esquema MINMOD proposto por Harten (1983), utilizado por Essama (2004), Bueno (2013), Sondermann (2016) e Figueiredo (2016) e Patrício (2016). Sua discretização pode ser escrita como

$$\left( \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n = \frac{\mathbf{H}_j^n}{\Delta x} m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \quad (6.33)$$

onde  $\mathbf{H}_j^n = \mathbf{H}(\mathbf{W}_j^n)$  e a função  $m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$  são definidos como

$$\begin{cases} m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \equiv s \cdot \min\{|\mathbf{x}|, |\mathbf{y}|, |\mathbf{z}|\}, \text{ se } \operatorname{sgn}(\mathbf{x}) = \operatorname{sgn}(\mathbf{y}) = \operatorname{sgn}(\mathbf{z}) = s \\ m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \equiv 0, \text{ se } \operatorname{sgn}(\mathbf{x}) \neq \operatorname{sgn}(\mathbf{y}) \neq \operatorname{sgn}(\mathbf{z}) \end{cases} \quad (6.34)$$

Onde

$$\mathbf{x} \equiv 2(\mathbf{W}_{j+1}^n - \mathbf{W}_j^n); \quad \mathbf{y} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{W}_{j+1}^n - \mathbf{W}_{j-1}^n); \quad \mathbf{z} \equiv 2(\mathbf{W}_j^n - \mathbf{W}_{j-1}^n) \quad (6.35)$$

As equações acima devem ser interpretadas componente a componente.

## 6.7 MÉTODO NUMÉRICO ROE

O método de ROE, originalmente proposto por Philip L. Roe, 1981, contribuiu de maneira significativa na simulação numérica de escoamentos hiperbólicos. Desde então, o método de ROE tem sido amplamente adotado e estendido por diversos pesquisadores para lidar com uma

variedade de problemas em dinâmica dos fluidos, especialmente no contexto de escoamentos bifásicos em dutos.

Viggiano (2022) oferece uma exploração detalhada desse método, destacando sua aplicabilidade e os resultados obtidos em diversos estudos. O autor referencia trabalhos anteriores que testaram e validaram o método de ROE em diferentes contextos, incluindo as contribuições de Evje e Flaten (2003), Munkejord (2005), Santim e Rosa (2015) e LeVeque (2004). Esses autores adaptaram e aprimoraram a abordagem original de Roe para lidar com os desafios específicos encontrados na modelagem de escoamentos multifásicos, como a interação entre as fases, a conservação da massa e a estabilidade numérica.

O esquema numérico baseado no método de ROE, conforme descrito em Viggiano (2022), envolve várias etapas. Uma das principais características do método de Roe é a construção da matriz de ROE, que é uma aproximação linearizada do problema de Riemann na interface entre as células. A matriz de ROE é obtida através de uma média ponderada das variáveis conservativas e primitivas dos estados esquerdo e direito da interface. Essa matriz deve satisfazer certas propriedades, como a hiperbolicidade e que seja conservativa. A partir da matriz de ROE, é possível calcular os autovalores e autovetores correspondentes, que representam as velocidades e as direções das ondas características do sistema.

O método de ROE é capaz de lidar com escoamentos bifásicos complexos. A construção da matriz de ROE, baseada em uma aproximação linearizada do problema de Riemann, permite capturar as características do escoamento, como ondas de choque e descontinuidades.

No entanto, apesar de suas qualidades, o método de ROE apresenta alguns desafios em termos de custo computacional. A montagem das matrizes envolvidas no processo, especialmente a matriz de ROE, pode ser computacionalmente intensiva, especialmente para sistemas com um grande número de equações e malhas refinadas. Além disso, o cálculo dos fluxos numéricos em cada interface e passo de tempo contribui para o aumento do custo computacional.

Conforme descrito em Viggiano (2022), a Eq. (6.35) a seguir apresenta a Eq. (6.21) sob uma perspectiva diferente, pois não há a necessidade de discretizar separadamente o termo de fluxo não-conservativo. O método de ROE, ao utilizar a matriz de ROE e a forma quase-linear das equações governantes, é capaz de lidar com os termos não conservativos sem a necessidade de uma discretização separada desses termos

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[ \mathcal{A}^- \Delta \mathbf{Q}_{j+\frac{1}{2}}^n + \mathcal{A}^+ \Delta \mathbf{Q}_{j-\frac{1}{2}}^n \right] \quad (6.36)$$

onde  $\mathcal{A}^- \Delta \mathbf{Q}_{j+\frac{1}{2}}^n$  representa o efeito global das ondas que se deslocam no sentido negativo, originando-se da interface  $x_{j+\frac{1}{2}}$ . Por outro lado,  $\mathcal{A}^+ \Delta \mathbf{Q}_{j-\frac{1}{2}}^n$  corresponde a influência resultante das ondas que se propagam no sentido positivo, tendo como ponto de partida a interface  $x_{j-\frac{1}{2}}$ .

## 6.8 IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para imposição das condições de contorno neste trabalho, foram criadas duas células de discretização extras, uma em cada extremidade do duto, e serão chamadas de células fantasma (ou *ghost cells*). Estas células estão fora do domínio físico do problema em questão, servindo apenas para que os valores desejados sejam impostos.

O número de condições de contorno equivale ao número de equações do sistema de equações diferenciais e, consequentemente, ao número de variáveis primitivas,  $\mathbf{W}$ . A forma com que estes valores são impostos é determinada a partir da análise da hiperbolicidade do problema. Esta análise deve também ser feita em todo o domínio a fim de se garantir a hiperbolicidade da solução, ou seja, os autovalores obtidos devem ser reais e linearmente independentes. Quando avaliados nos contornos, os sinais obtidos determinam o número de condições de contorno que devem ser impostas em cada contorno. Em Jeffrey, 1976, foi mostrado que, na entrada do duto, o número de autovalores positivos determina quantas condições de contorno devem ser impostas na entrada e, na saída, o número de autovalores negativos determina quantas condições de contorno que devem ser impostas na saída.

Para o escoamento monofásico impõe-se uma condição de contorno em cada uma das extremidades do duto. Neste trabalho, os resultados foram alcançados ao se impor o valor de velocidade do fluido na entrada e o valor de pressão na saída, ou seja, o valor de velocidade ( $u$ ) é imposto em  $x = L - \Delta x/2$ , ( $j = 0$ ) e o valor de pressão ( $p$ ) em  $x = L + \Delta x/2$ , ( $j = N + 1$ ).

As informações prescritas no contorno são completadas ao se copiar o valor de pressão, caso esteja sendo considerada a entrada do duto, ou velocidade, no caso da saída do duto, obtido no passo de tempo anterior da primeira célula interna de discretização. Matematicamente, pode-se escrever

$$\mathbf{W}_{j=0}^n = [p_{j=1}^n \ u_{j=0}^{n+1}]^T \quad (6.37)$$

$$\mathbf{W}_{j=N+1}^n = [p_{j=N+1}^{n+1} \ u_{j=N}^n]^T \quad (6.38)$$

Nos casos de escoamento bifásico avaliados neste trabalho, o estudo de hiperbolicidade realizado por Figueiredo (2016) para o Modelo de Dois Fluidos utilizado mostrou que, para as condições simuladas, existem três autovalores positivos e um negativo tanto na entrada quanto na saída do duto. Logo, têm-se:

$$\mathbf{W}_{j=0}^n = [p_{j=1}^n \ \alpha_{Lj=0}^{n+1} \ u_{Gj=0}^{n+1} \ u_{Lj=0}^{n+1}]^T \quad (6.39)$$

$$\mathbf{W}_{j=N+1}^n = [p_{j=N+1}^{n+1} \ \alpha_{Lj=N}^n \ u_{Gj=N}^n \ u_{Lj=N}^n]^T \quad (6.40)$$

de maneira que  $p_{j=1}^n$  é o valor da pressão na primeira célula do interior do domínio calculado no passo de tempo anterior e  $(\alpha_{Lj=N}^n, u_{Lj=N}^n, e u_{Gj=N}^n)$  são os valores de fração volumétrica, velocidade de líquido e gás calculados na última célula do domínio no passo de tempo anterior.

A forma com que as condições de contorno são impostas requer uma atenção especial ao utilizar o FCT nestas regiões. Algumas alternativas foram utilizadas neste trabalho para se determinar os valores de  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{F}$  nos contornos.

1) Para a primeira aproximação de  $\tilde{\mathbf{Q}}_j$ :

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{j=0} = \mathbf{Q}_{j=0}^n ; \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{j=N+1} = \mathbf{Q}_{j=N+1}^n \quad (6.41)$$

3) Para a difusão da solução  $\mathbf{Q}_j^d$

$$\mathbf{Q}_{j=0}^d = \tilde{\mathbf{Q}}_{j=0} = \mathbf{Q}_{j=0}^n ; \quad \mathbf{Q}_{j=N+1}^d = \tilde{\mathbf{Q}}_{j=N+1} = \mathbf{Q}_{j=N+1}^n \quad (6.42)$$

6) Na limitação dos fluxos anti-difusivos  $\mathbf{F}_{j+1/2}^{cad}$

$$\mathbf{F}_{1/2}^{cad} = S \max\{0, \min\{|\mathbf{F}_{1/2}^{ad}|, S\Delta\mathbf{Q}_{3/2}^d\}\} \quad (6.43)$$

$$\mathbf{F}_{N+1/2}^{cad} = S \max\{0, \min\{S\Delta\mathbf{Q}_{N-1/2}^d, |\mathbf{F}_{N+1/2}^{ad}|\}\} \quad (6.44)$$

## 6.9 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

Um critério de convergência no tempo foi utilizado neste trabalho para as simulações que não envolviam a presença do *pig*, de maneira a determinar o momento em que escoamento alcançasse o regime permanente. Os resultados dessas simulações já em regime permanente foram utilizados como condição inicial para as simulações envolvendo a presença do *pig*. A determinação do regime permanente se dá da seguinte forma:

$$Err(\chi_i^n)_j \equiv \frac{|(\chi_i^{n+1})_j - (\chi_i^n)_j|}{|(\chi_i^n)|} \quad (6.45)$$

$$\max Err(\chi_i^n)_j \leq 10^{-6} \quad (6.46)$$

onde  $(\chi_i^n)_j$  é uma variável dependente que pode assumir os seguintes valores:

$$j \in \{2, N-1\}, n \in \{1, 2, 3, \dots\}, i \in \{1, \dots, N_{EQ}\} \text{ onde: } i \begin{cases} 1 \rightarrow p \\ 2 \rightarrow \alpha_L \\ 3 \rightarrow u_G \\ 4 \rightarrow u_L \end{cases} \quad (6.47)$$

## 6.10 BREVE DESCRIÇÃO DO OLGA®

O programa OLGA® é amplamente utilizado na indústria de óleo e gás nas diversas etapas desde o projeto de um duto, passando por seu comissionamento e atuando durante a operação e procedimentos de manutenção. Seu desenvolvimento começou na década de 1980 e desde então vem passando por contínua evolução. É um simulador trifásico, que inclui as fases gasosa, líquida (óleo e água) e dispersa (ou *droplets*, gotículas dispersas na fase gasosa) de água e óleo. São levadas em consideração três equações de conservação de massa e outras três para conservação de quantidade de movimento, uma para cada fase, além da equação de energia para a mistura. O OLGA® emprega correlações empíricas obtidas a partir de dados de campo para ajustar os parâmetros do modelo e melhorar a precisão das simulações.

O modelo utilizado no OLGA® para caracterizar o *pig* é bastante simples. Nele não é possível definir grandezas físicas mensuráveis como comprimento, propriedades dos materiais que compõem o corpo do *pig*, grandezas específicas para determinação da vazão de *bypass* ou das forças de atrito. A configuração do *pig* no OLGA® é feita de maneira empírica, o usuário deve inserir manualmente o valor das forças de atrito estático em Newtons, por exemplo, ou definir a vazão de *bypass* por meio de um percentual da vazão de entrada do duto. Quando comparado ao modelo proposto neste trabalho, verifica-se uma infinita combinação de parâmetros que podem ser utilizados para que uma determinada força de atrito seja atingida. Entretanto, por serem *pigs* com características reais distintas, os comportamentos físicos poderão ser também diferentes entre si.

## 7. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Para avaliar a eficácia e precisão do modelo numérico delineado nos capítulos precedentes, foram conduzidas simulações que abrangem escoamentos tanto monofásicos quanto bifásicos. Tais simulações foram projetadas para englobar uma variedade de cenários, incluindo escoamentos em terrenos horizontais e com variações de altimetria, de modo a replicar as condições encontradas em terrenos geograficamente complexos. Este capítulo visa apresentar e discutir os resultados dessas simulações.

Neste contexto, as análises focaram não apenas na aplicação prática do modelo em situações diversas, mas também na sua capacidade de prever o comportamento dos escoamentos sob diferentes condições operacionais. A comparação entre os resultados obtidos nas simulações de escoamentos monofásicos e bifásicos permitiu uma avaliação da robustez e versatilidade do modelo proposto, destacando sua aplicabilidade em diversos cenários na indústria de petróleo e gás.

A discussão dos resultados é estruturada de forma a evidenciar o impacto das variações de altimetria no comportamento do escoamento, assim como a influência dessas variações na dinâmica do *pig*. Além disso, são detalhadas as observações relativas à formação de *slugs* e a dinâmica de escoamento a montante e a jusante do *pig*, elementos críticos para o entendimento da interação entre o *pig* e o escoamento bifásico. Vale ressaltar que todas as simulações foram realizadas em um computador equipado com um processador Intel Core i7-11800H operando a 2.3 GHz (16 CPUs) e 16 GB de memória RAM.

### 7.1 PIG EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO

A análise de escoamento monofásico foi conduzida com o propósito de investigar o desempenho da combinação entre o método numérico adotado e o modelo de *pig* utilizado. Essa abordagem, devido à sua simplicidade comparativa, permitiu a simulação e análise de diversos cenários e estratégias. Foram examinados os efeitos de diferentes inclinações em um perfil altimétrico variável do duto.

Em todas as simulações envolvendo escoamento monofásico, foram utilizadas 2500 células de discretização para garantir uma representação adequada do domínio computacional e capturar com precisão os fenômenos físicos envolvidos. Essa escolha foi baseada em estudos

de convergência de malha (Patrício *et al*, 2020) um equilíbrio entre a precisão dos resultados e o custo computacional.

Considerou-se um perfil altimétrico variado, conforme ilustrado na Figura 7.1. Nestas simulações, o foco foi avaliar como o modelo numérico responde a elementos externos que influenciam tanto o escoamento quanto o deslocamento do *pig*.

É raro encontrar tubulações que se estendam por terrenos completamente horizontais, seja em ambientes offshore ou onshore. Dessa forma, o duto é afetado pelas características do relevo local, sendo o escoamento diretamente influenciado por estas variações altimétricas. A inclusão de um perfil altimétrico variável nas simulações permite uma representação mais realista das condições encontradas em aplicações práticas, possibilitando uma avaliação mais abrangente do desempenho do modelo numérico e do comportamento do *pig* sob diferentes condições de inclinação do duto.

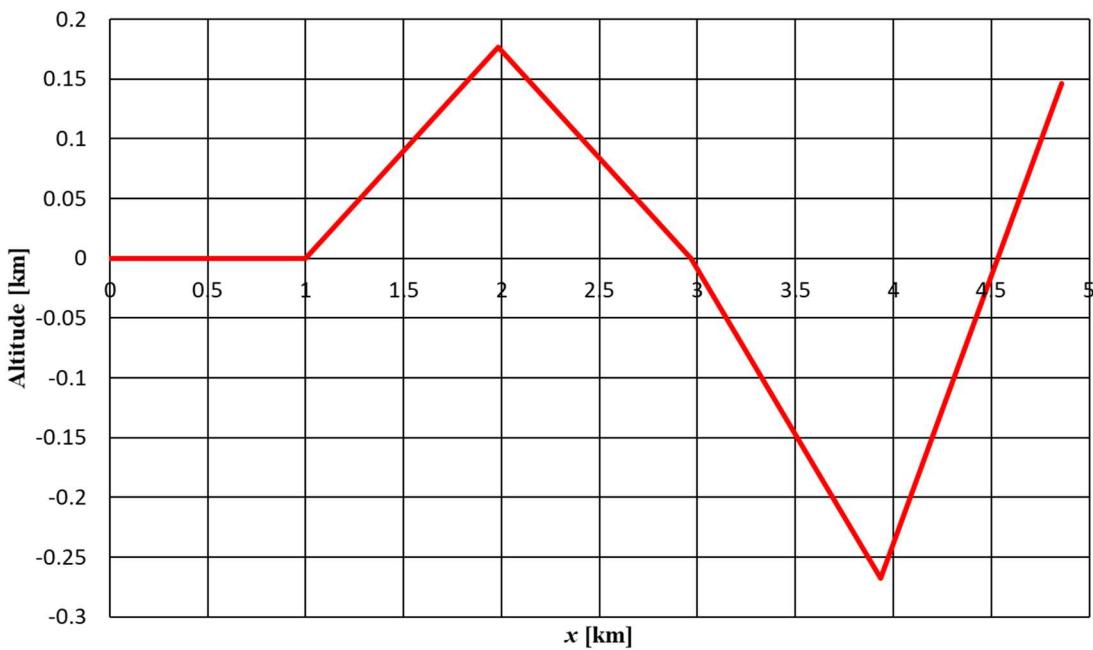


Figura 7.1. Perfil altimétrico da tubulação.

Para esta simulação foi considerada uma tubulação de  $L = 5$  km dividida em 5 trechos de 1 km de acordo com a Tabela 1. Na Tabela 2 são apresentadas as características construtivas do duto e na Tabela 3 são apresentados os dados construtivos do *pig*.

Tabela 1. Inclinação por trecho de tubulação

	$\theta$
$L_1$	0°
$L_2$	10°
$L_3$	-10°
$L_4$	-15°
$L_5$	22,5°

Tabela 2. Dados da configuração do duto com perfil altimétrico variado

<b>Diâmetro</b>	0,3032 m
<b>Comprimento</b>	5,0 km
<b>Rugosidade superficial</b>	$4,57 \times 10^{-5}$ m

Tabela 3. Dados construtivos do *pig*

$M_P$	50 kg
$L_c$	0,5 m
$r_P$	0,1516 m
$\Delta p_c$	$1,4 \times 10^4$ Pa
$x_P(t_0)$	10 m
$E^*$	0.335 MPa
$\eta_e$	0,45
$\eta_d$	0,40
$\delta$	$2 \times 10^{-5}$ m

### 7.1.1 ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE GÁS

A seguir estão apresentados os resultados para as simulações envolvendo o gás como fluido. Na Tabela 4 são apresentadas suas propriedades e as condições de contorno utilizadas.

Tabela 4. Propriedades do gás e condições de contorno da simulação

$\rho$ (Saída)	47,56 kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	1,9 x 10 <sup>-5</sup> Pa·s
$T$	293 K
$R$	287,0 J/kg·K
$p$ (Saída)	4,0 MPa
$u$ (Entrada)	5,0 m/s

Por se tratar de um problema de valor inicial, a simulação foi iniciada com todas as células de discretização apresentando valores iguais às condições de contorno definidas. A introdução do *pig* na tubulação foi realizada somente após a estabilização do sistema em regime permanente. O primeiro conjunto de resultados, ilustrado na Figura 7.2, mostra uma tubulação horizontal de 5 km, sem variações de altimetria. Observou-se que as variáveis de interesse, pressão e velocidade, comportam-se conforme o esperado. A perda de carga resulta em uma diminuição progressiva da pressão ao longo do duto, o que, consequentemente, induz ao aumento da velocidade do gás, mantendo assim a vazão mássica constante ao longo da tubulação.

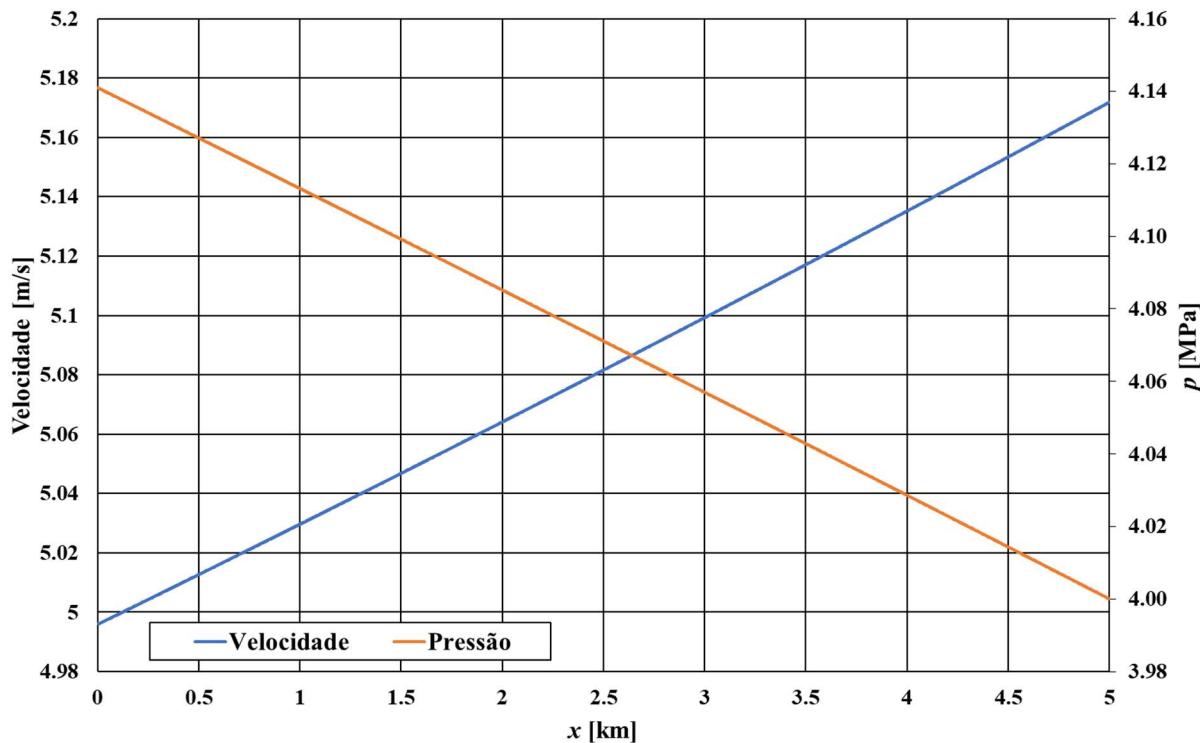


Figura 7.2. Distribuição da velocidade e pressão no escoamento permanente de um gás ao longo de um duto horizontal.

Uma vez que o regime permanente é atingido, o *pig* é inserido na tubulação em  $x_P = 10$  m. É possível observar uma rápida aceleração seguida de um incremento na velocidade compatível com o observado na velocidade do gás.

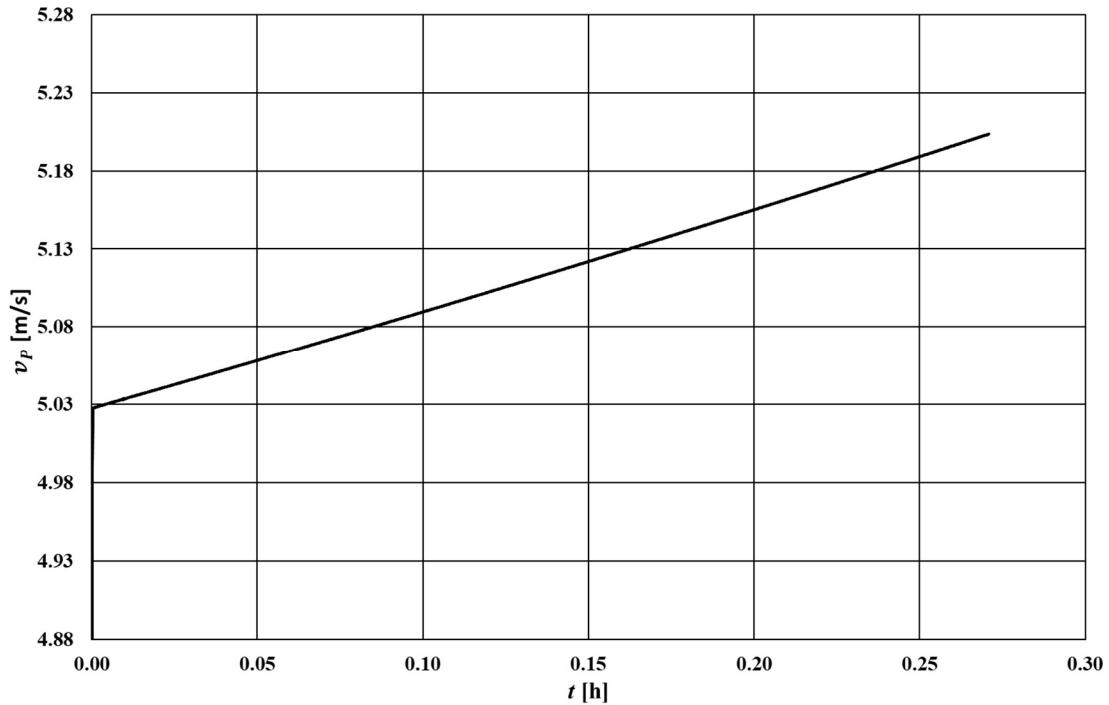


Figura 7.3. Histórico de velocidade do *pig* em duto horizontal

#### 7.1.1.1 ESCOAMENTO DE GÁS COM PERFIL ALTIMÉTRICO VARIADO

Após a compreensão do comportamento do escoamento em uma tubulação horizontal contendo um *pig*, é oportuno examinar os fenômenos associados a um duto que apresenta variações em sua altimetria, conforme descrito na Tabela 1. A Figura 7.4 e a Figura 7.5 ilustram, respectivamente, as variações nas curvas de pressão e velocidade do escoamento, com o perfil altimétrico do duto sendo exibido no eixo secundário à direita.

É importante ressaltar que o comprimento desenvolvido pela tubulação é de 5 km, considerando todo o percurso percorrido pelo *pig*, incluindo as variações de altitude. No entanto, devido à variação da altimetria ao longo do trajeto, a distância total percorrida no eixo x, que representa a projeção horizontal do duto, é inferior aos 5 km do comprimento desenvolvido.

Os comportamentos da pressão e velocidade do gás estão apresentados na Figura 7.4 e Figura 7.5. À medida que ocorre uma elevação na altitude, a perda de carga se soma à diminuição da pressão devido à coluna hidrostática, por conseguinte a pressão é mínima nos pontos de maior altitude e máxima nos pontos de menor altitude. Esse efeito se reflete na velocidade do gás fazendo com que ocorra uma maior aceleração ao subir e uma desaceleração ao descer.

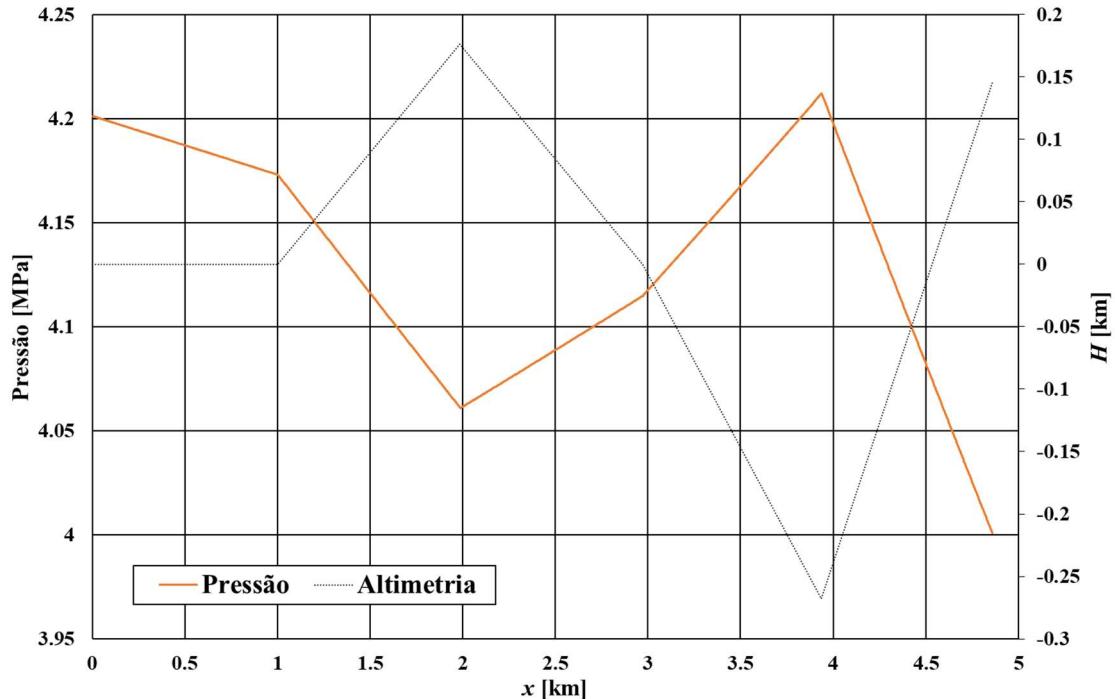


Figura 7.4. Distribuição de pressão ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.

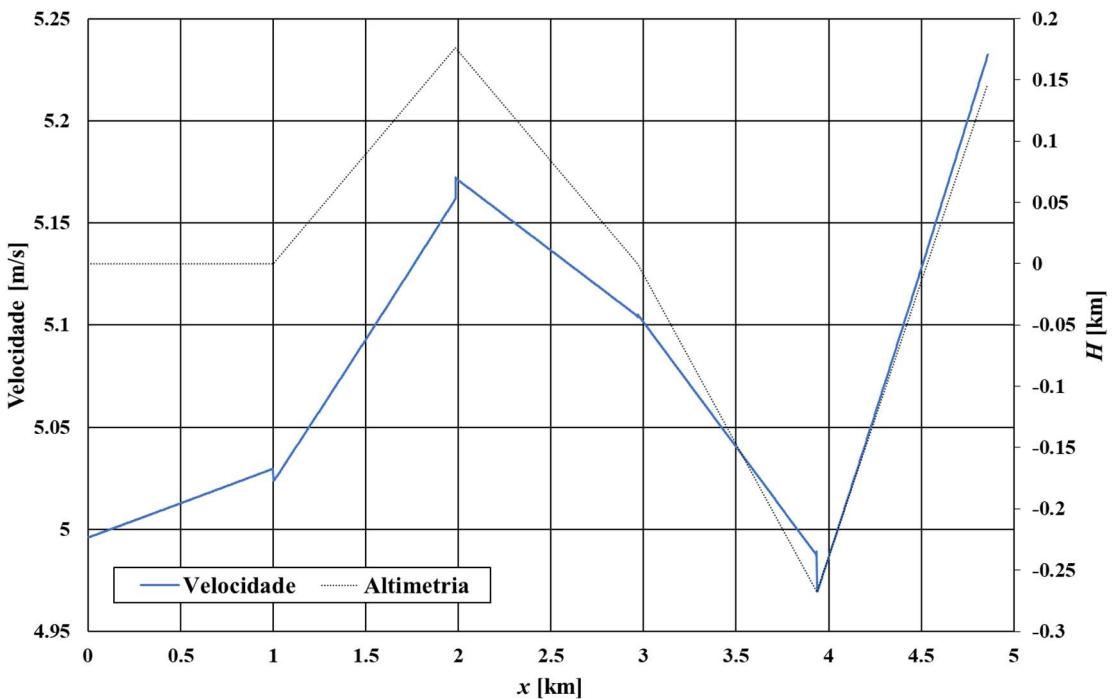


Figura 7.5. Distribuição da velocidade ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.

A velocidade do *pig* é influenciada pela interação complexa entre o *pig*, o fluido e a altimetria do duto. Uma análise detalhada do histórico de velocidade do *pig*, conforme ilustrado na Figura 7.6, revela que, contrariamente à intuição inicial, a velocidade do *pig* aumenta em trechos ascendentes e diminui em trechos descendentes. Esse comportamento pode ser explicado considerando o gradiente hidráulico (de altura piezométrica) ao qual o *pig* está submetido. Quando a inclinação aumenta, o gradiente de pressão também aumenta, pois a pressão à frente do *pig* diminui, resultando na aceleração do *pig*. De forma análoga, quando a inclinação diminui, o gradiente de pressão é reduzido, levando à desaceleração do *pig*. Esse fenômeno destaca a importância de considerar não apenas a força peso atuando diretamente sobre o *pig*, mas também seu efeito na interação entre o *pig* e o fluido, especialmente em trechos com variações de inclinação. Compreender essas interações é fundamental, permitindo prever e controlar a velocidade do *pig* em diferentes condições de escoamento e geometria.

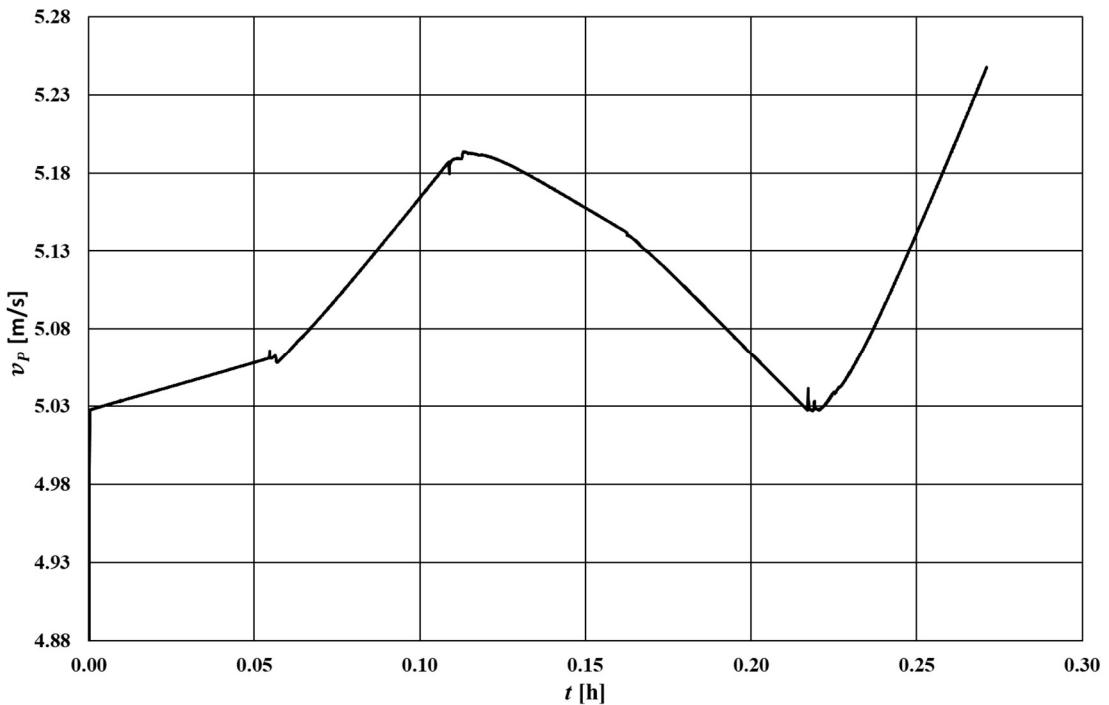


Figura 7.6. Histórico de velocidade do *pig* em tubulação com perfil altimétrico variado.

### 7.1.1.2 DESLOCAMENTO DO *PIG* EM UMA TUBULAÇÃO COM VAZAMENTO DE GÁS

Esta seção detalha os resultados obtidos da simulação de escoamento monofásico de gás durante a passagem de um *pig* ao longo de um duto horizontal de 20 km de extensão, que apresenta um orifício voltado para o exterior do duto na sua metade. Este orifício é responsável por um vazamento que corresponde a 5% da vazão total de entrada. A simulação foi iniciada com o vazamento já estabelecido e na ausência do *pig*, prosseguindo até o alcance de um regime estacionário, conforme ilustrado na Figura 7.7. A análise dos dados revelou uma redução descontínua na velocidade do escoamento na região central do duto, indicativo da perda de massa para o meio externo no ponto de vazamento. A magnitude do vazamento implica que alterações no gradiente de pressão são sutis e não prontamente perceptíveis no gráfico da Figura 7.7. Contudo, observa-se que a inclinação da curva de pressão na segunda metade do duto é marginalmente inferior, refletindo uma menor perda de carga nessa seção.

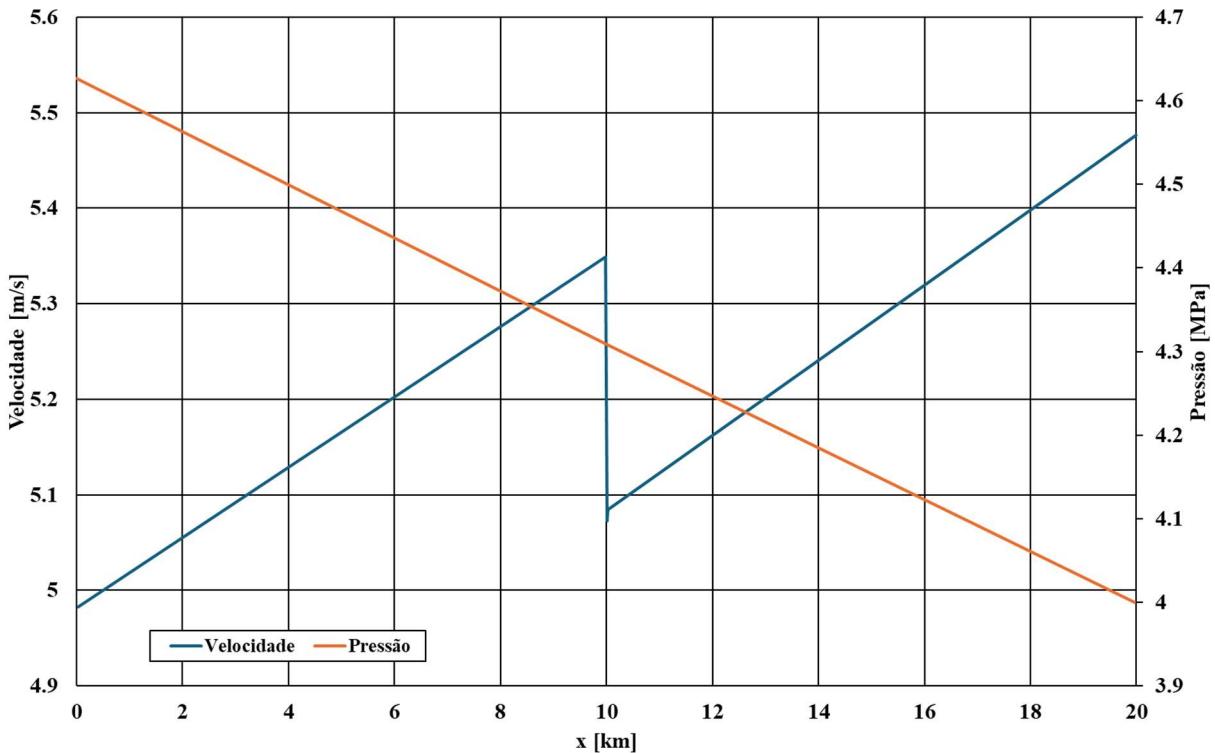


Figura 7.7. Distribuição da velocidade e pressão ao longo no duto em regime permanente na presença de um vazamento.

O *pig* foi introduzido na tubulação na posição  $x_p = 10$  m e permaneceu no interior do duto durante todo o período da simulação. A Figura 7.8 ilustra o perfil de velocidade do *pig* ao longo do tempo, revelando inicialmente uma rápida aceleração, seguida por um aumento gradual de sua velocidade. No entanto, após ultrapassar a metade do tempo total de simulação, observa-se uma queda significativa na velocidade do *pig*, indicando sua passagem pela região do vazamento. Essa diminuição na velocidade é atribuída à redução na massa de fluido transportada na seção do duto após o vazamento, o que, consequentemente, leva a uma diminuição na velocidade do fluido impulsionado. A variação da velocidade, conforme observado na Figura 7.8, foi de aproximadamente 0.25 m/s, o que corresponde a uma redução de 5% em relação à velocidade do *pig*, coincidindo com a redução da velocidade do gás. Devido ao pequeno *gap* entre o *pig* e a parede do duto, a velocidade do *pig* tende a ser muito próxima à velocidade do gás.

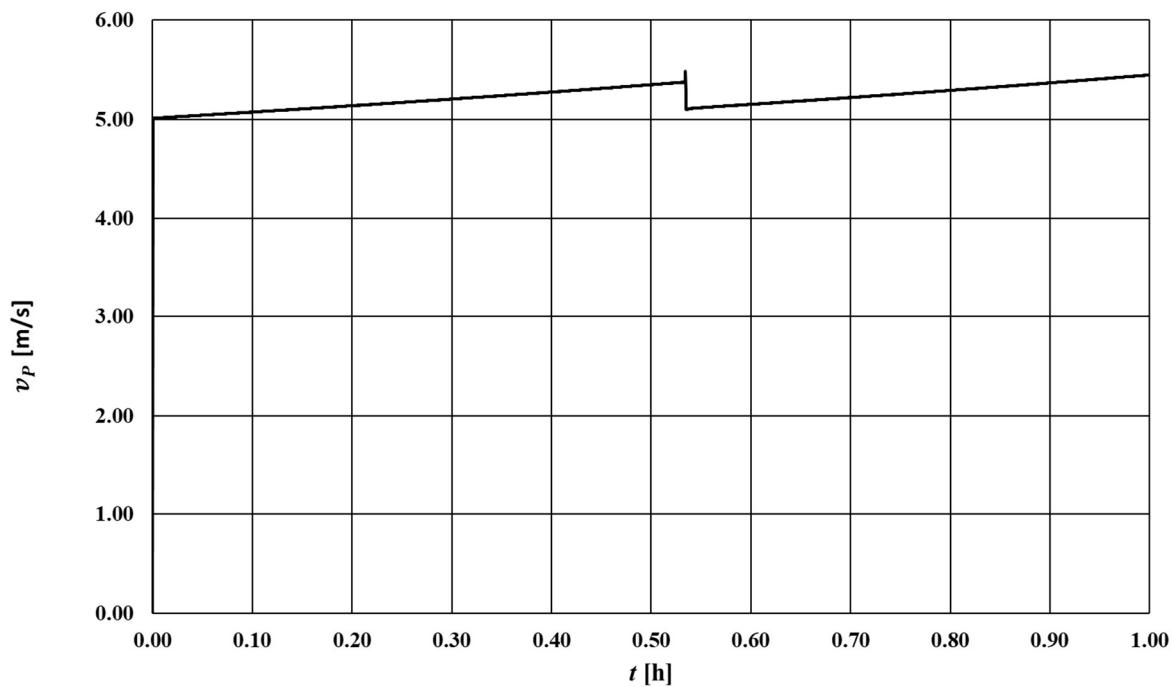


Figura 7.8. Histórico de velocidade do *pig* na presença de um vazamento

### 7.1.2 ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO

Na sequência do estudo sobre escoamentos em duto, a análise foi expandida para abranger o escoamento monofásico de líquido, seguindo a mesma metodologia aplicada anteriormente para o escoamento de gás. A Tabela 5 apresenta as propriedades físicas do líquido estudado, juntamente com as condições de contorno estabelecidas para as simulações.

Tabela 5. Propriedades do líquido e condições de contorno da simulação

$\rho_0$	997,98 kg/m <sup>3</sup>
$\mu$	$1,00114 \times 10^{-3}$ Pa·s
$T$	293,0 K
$c$	1485,0 m/s
$p$ (Saída)	4,0 MPa
$u$ (Entrada)	2,0 m/s

Na Figura 7.9 são exibidas as curvas de velocidade e pressão do líquido após a obtenção do regime permanente. Esta análise segue o procedimento típico para problemas de valor inicial,

onde a simulação é iniciada configurando todas as células de discretização do duto com valores iniciais de velocidade e pressão, correspondentes às condições impostas nos contornos. Conforme previsto, observa-se uma redução progressiva da pressão ao longo do duto, atribuída à perda de carga característica do escoamento. Paralelamente, a velocidade do líquido mantém-se constante ao longo do duto, refletindo a baixa compressibilidade do líquido em questão.

Este comportamento é fundamental para a compreensão do escoamento monofásico de líquidos em dutos, destacando a influência direta das propriedades físicas do fluido, como a compressibilidade, nas características do escoamento. A constância da velocidade, apesar da variação de pressão, corrobora a premissa de incompressibilidade do líquido, uma suposição comum em escoamentos monofásicos de líquidos sob condições de regime permanente.

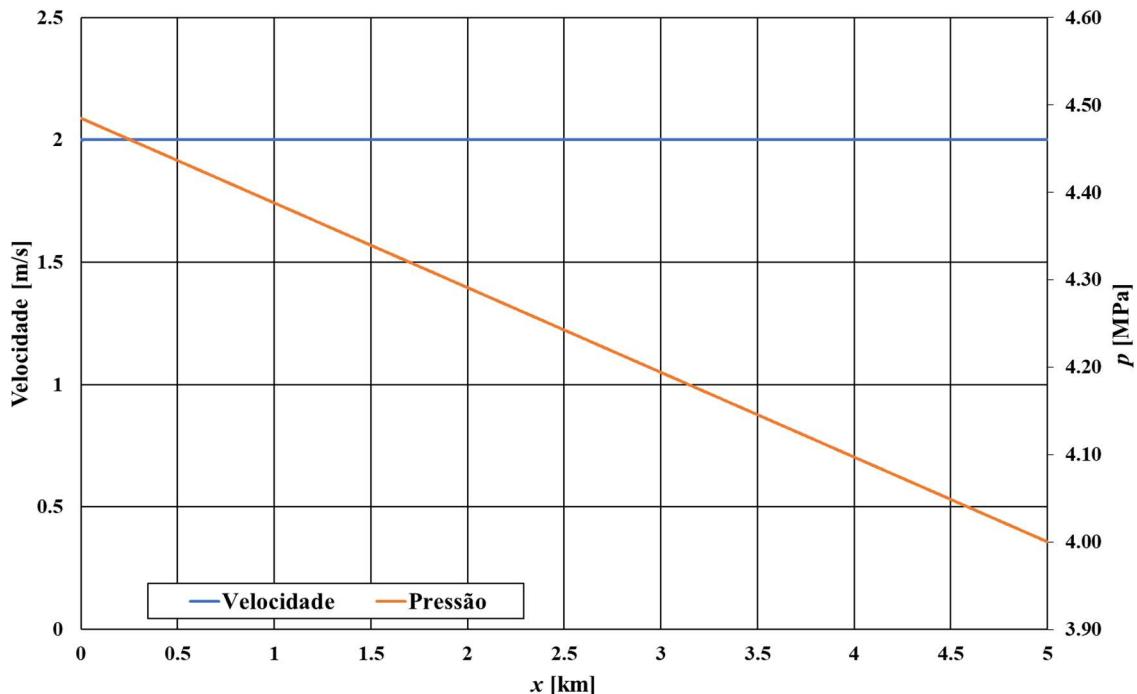


Figura 7.9. Distribuição da velocidade e pressão ao longo no duto em regime permanente.

Na Figura 7.10 é apresentado o histórico de velocidade do *pig*. Partindo de  $x_p = 10$  m, quase que instantaneamente o *pig* atinge sua velocidade de cruzeiro, que se mantém praticamente inalterada durante toda a simulação.

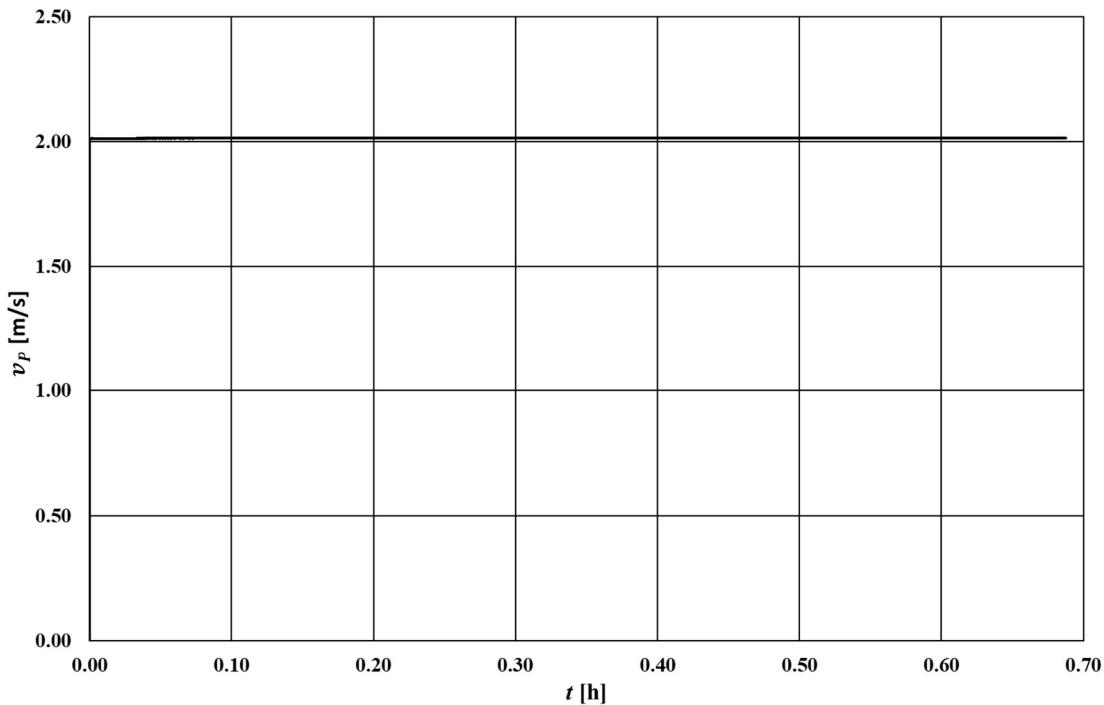


Figura 7.10. Histórico de velocidade do pig em duto horizontal

### 7.1.2.1 ESCOAMENTO COM LÍQUIDO COM PERFIL ALTIMÉTRICO VARIADO

Prosseguindo na análise, é crucial abordar a dinâmica do escoamento e do movimento do *pig* em dutos com variação altimétrica, já delineada anteriormente. A Figura 7.11 e Figura 7.12 detalham as curvas de pressão e velocidade, respectivamente, para uma configuração de tubulação com altimetria variável. A semelhança nos padrões de comportamento da pressão e da velocidade, conforme observado nos estudos anteriores com gás, é também evidente neste contexto. Contudo, ao se tratar de um líquido, as variações de pressão são significativamente mais acentuadas devido à maior influência da coluna hidrostática sobre o líquido, em comparação com o gás.

Destaca-se, ainda, que as pequenas descontinuidades identificadas nas transições de inclinação nas curvas de velocidade são predominantemente de origem numérica, reforçando que tais variações não comprometem a integridade dos resultados apresentados.

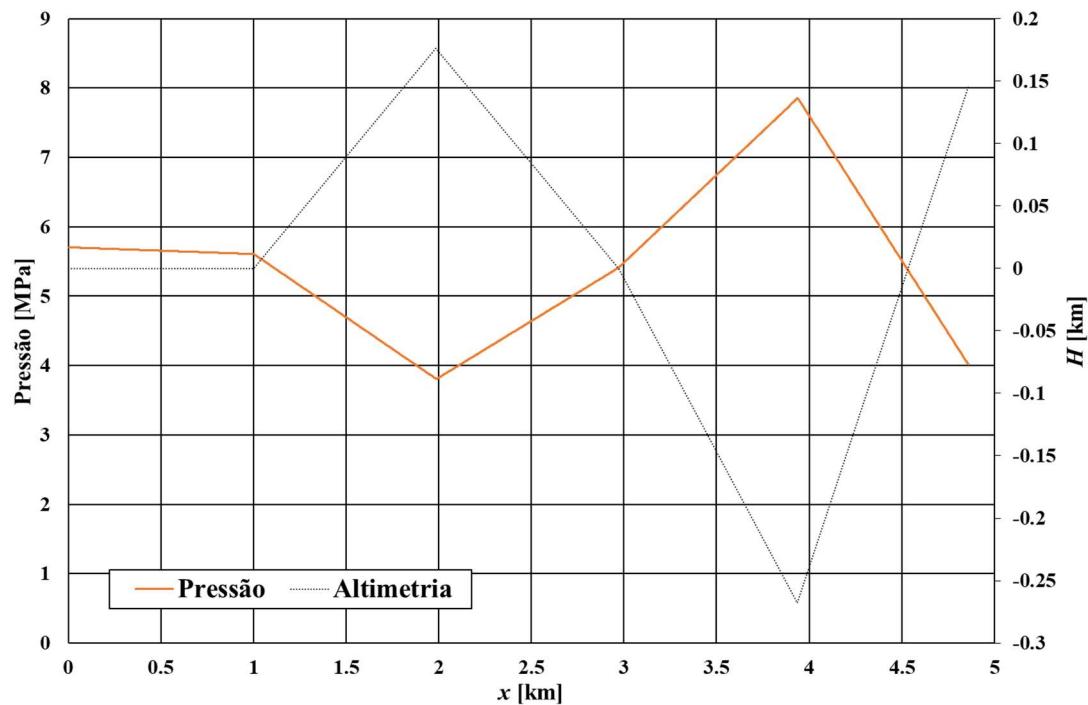


Figura 7.11 Distribuição de pressão ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.

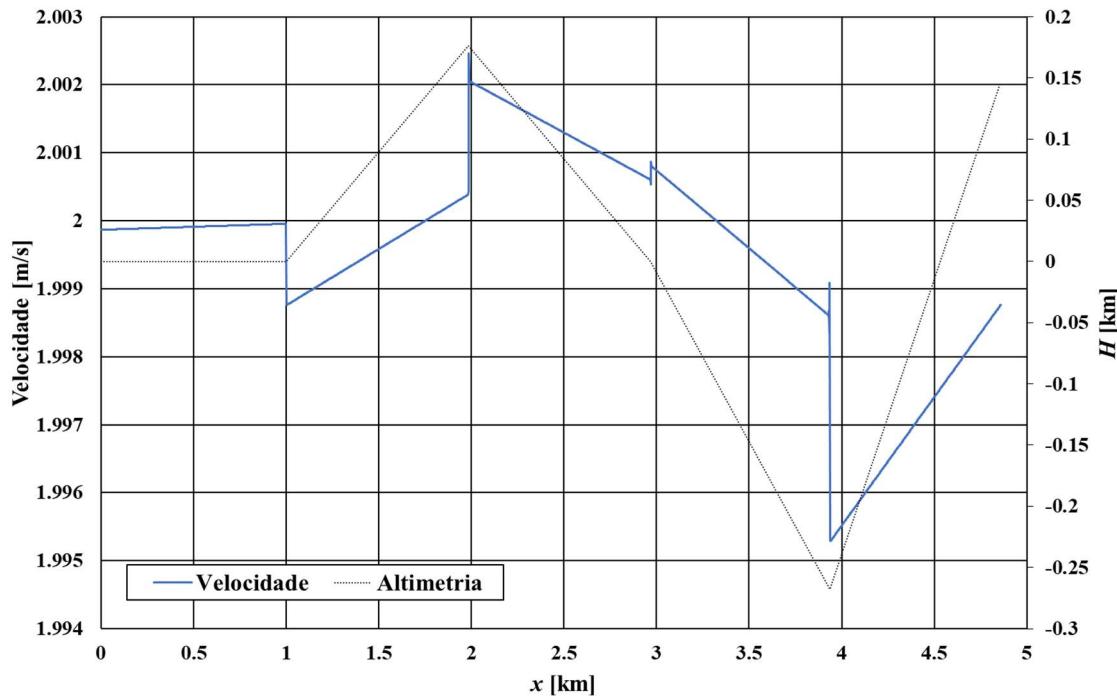


Figura 7.12 Distribuição da velocidade ao longo do duto com perfil altimétrico variado em regime permanente.

A Figura 7.13 e Figura 7.14 fornecem um vislumbre detalhado sobre o comportamento da velocidade do *pig* ao longo de sua jornada pela tubulação com variações altimétricas.

Inicialmente, na Figura 7.13, as variações na velocidade do *pig* podem parecer mínimas ou quase imperceptíveis. Contudo, ao examinar a Figura 7.14, que apresenta essas variações em uma escala mais detalhada, fica evidente que o comportamento do *pig* alinha-se com as expectativas teóricas: há uma aceleração quando o *pig* ascende e uma desaceleração durante a descida. Este padrão confirma a influência direta da altimetria na dinâmica de movimento do *pig*, corroborando com a análise prévia sobre como as variações de pressão e a coluna hidrostática afetam o escoamento no interior do duto.

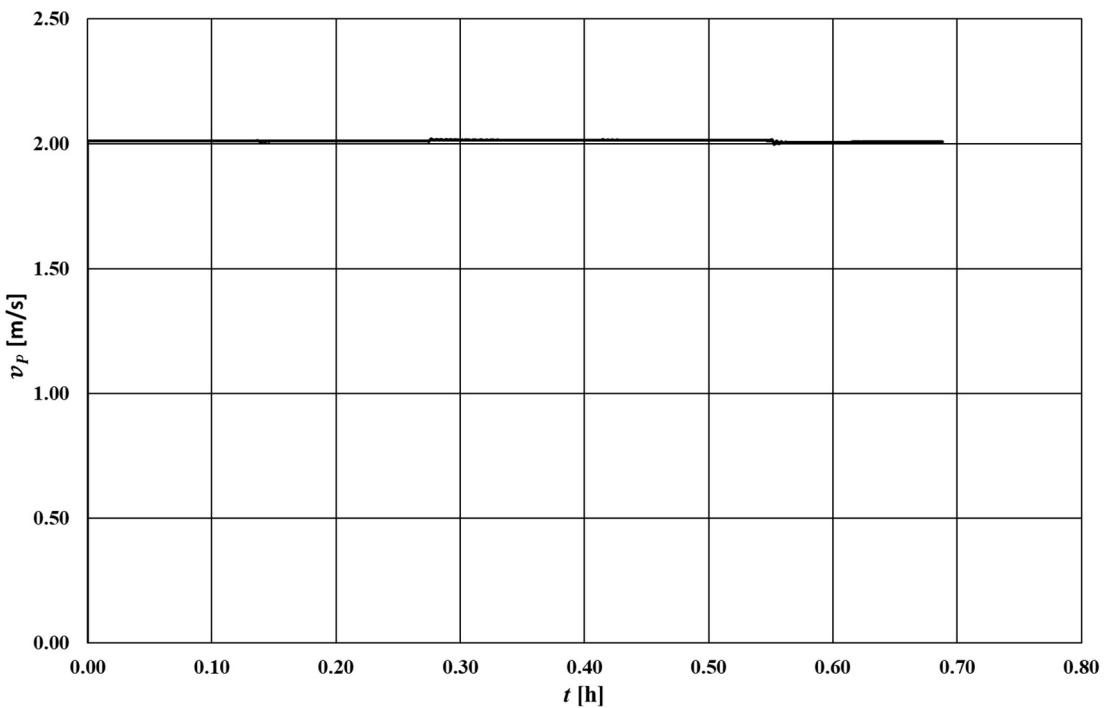


Figura 7.13. Histórico de velocidade do *pig* em tubulação com perfil altimétrico variado.

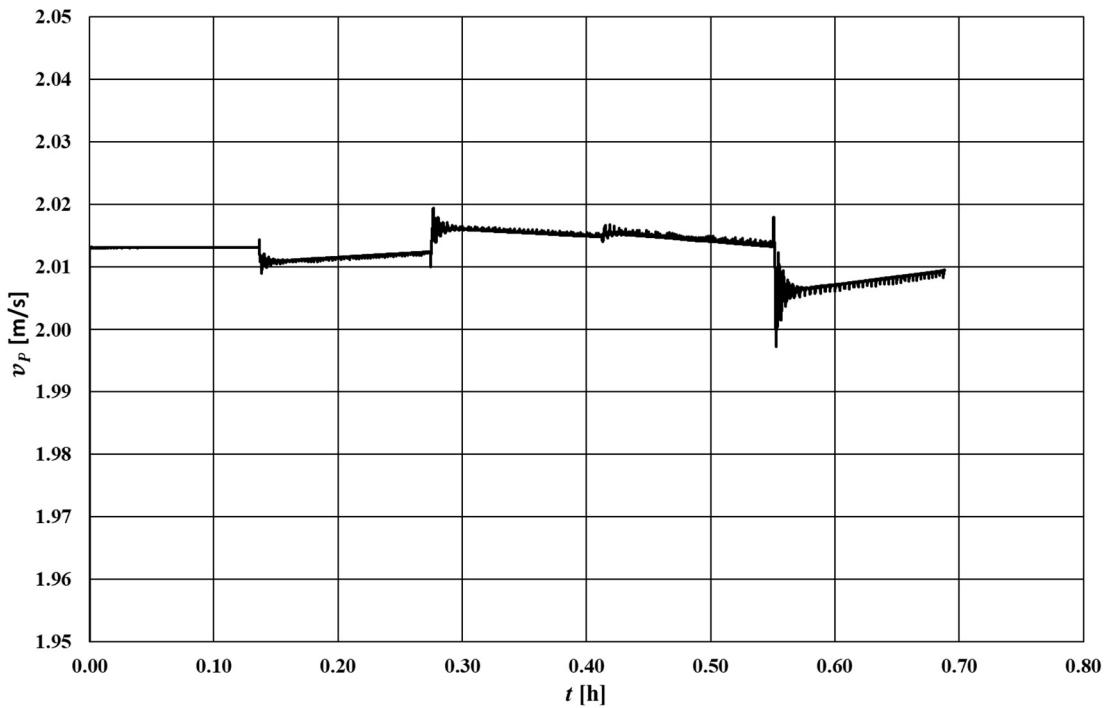


Figura 7.14 Histórico de velocidade do *pig* em tubulação com perfil altimétrico variado (ampliado).

### 7.1.2.2 DESLOCAMENTO DO *PIG* EM UMA TUBULAÇÃO COM VAZAMENTO DE LÍQUIDO

Prosseguindo na análise do comportamento do escoamento sob condições específicas, este segmento foca no deslocamento do *pig* em uma tubulação que apresenta um vazamento de líquido. Semelhante aos cenários anteriores discutidos, esta situação ocorre em um duto de 20 km de extensão, com um orifício voltado para o exterior do duto posicionado na metade do percurso, resultando em um vazamento que representa 5% da vazão mássica total inicial.

A Figura 7.15 demonstra as curvas de pressão e de velocidade relativas ao escoamento líquido em estado estacionário, antes da inserção do *pig* na simulação. Uma alteração na velocidade do líquido é observada, sinalizando uma perda de vazão expressiva no ponto de vazamento. Este efeito é igualmente refletido na mudança na inclinação do gradiente de pressão ao longo do duto.

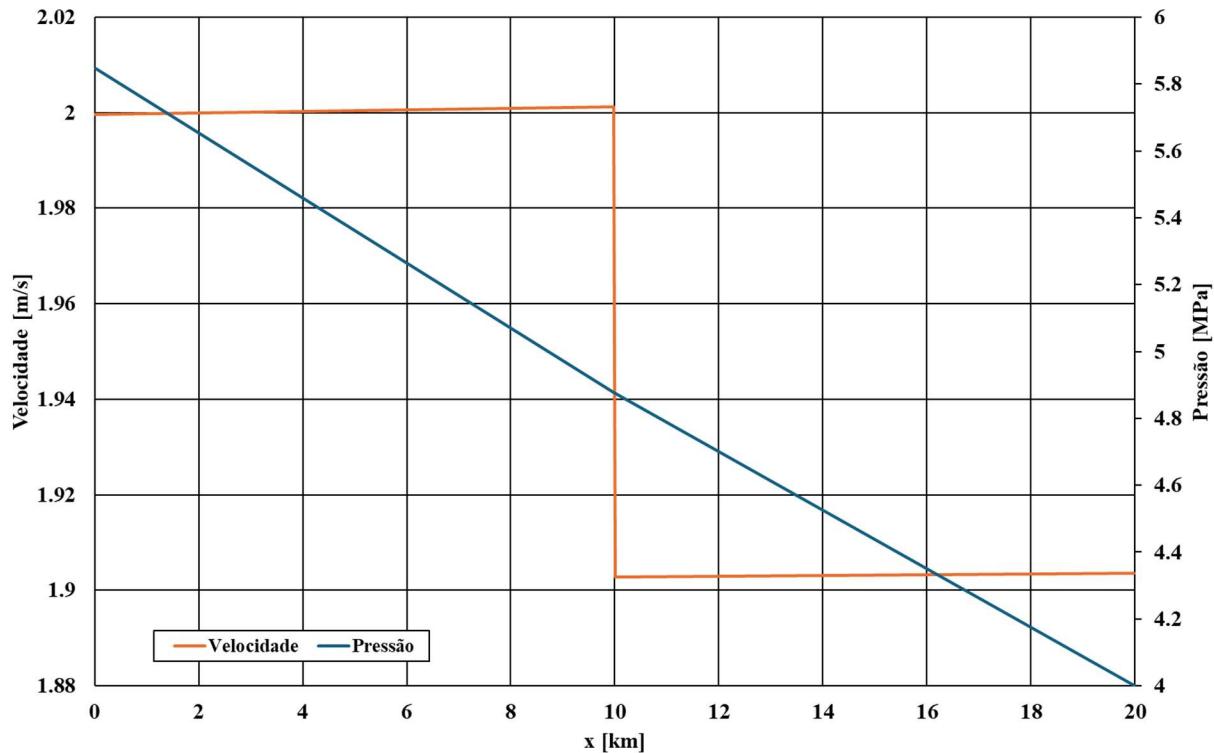


Figura 7.15 Distribuição da velocidade e pressão ao longo no duto em regime permanente na presença de um vazamento.

O *pig* foi posicionado inicialmente em  $x_p = 10$  m e permaneceu dentro da tubulação ao longo de toda simulação, como mostrado na Figura 7.16, que detalha o histórico da velocidade do *pig*, fornecendo informações importantes sobre sua dinâmica em meio ao escoamento afetado pelo vazamento de líquido.

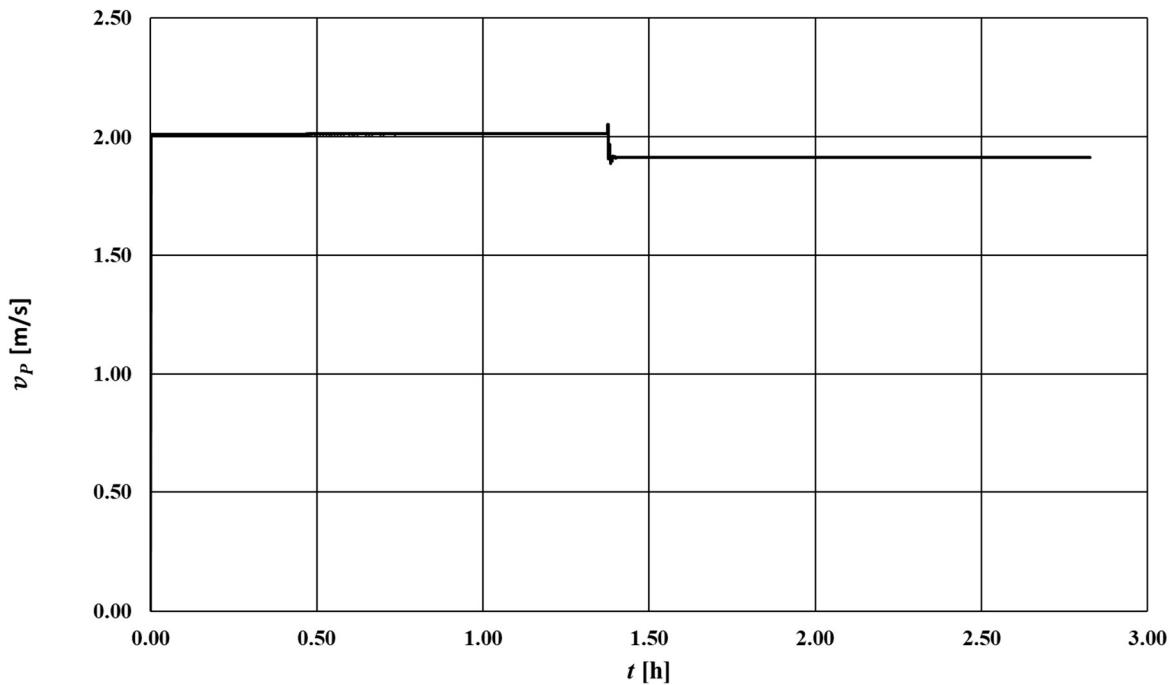


Figura 7.16 Histórico de velocidade do *pig* na presença de um vazamento.

## 7.2 PIG EM ESCOAMENTO BIFÁSICO

Esta seção se concentra na apresentação dos resultados de simulações que exploram a dinâmica de *pigs* operando em condições de escoamento bifásico. Iniciaremos com uma análise do efeito difusivo em um duto horizontal de 45 km, discutindo como o refinamento diferenciado da malha contribui para a atenuação deste fenômeno. A investigação avança para englobar simulações em um duto de 10 km, onde o *pig* é submetido a diferentes inclinações, alternando entre ângulos positivos e negativos, para avaliar o efeito destas variações na dinâmica do escoamento, delineando o impacto de mudanças topográficas na formação e propagação de *slugs*. Por fim, simulações adicionais são apresentadas para compreender o comportamento do *pig* frente a um vazamento introduzido no sistema.

Para fundamentar as condições de contorno adotadas nas análises, o diagrama de padrões de escoamentos de Taitel & Dukler (1976) será utilizado como referência para posicionar os casos estudados conforme os valores de velocidade superficial escolhidos. Os cenários simulados serão mapeados dentro da região correspondente ao escoamento estratificado no diagrama. No entanto, alguns casos se aproximam ou intersectam a fronteira que delimita a

transição para a região de escoamento *slug*, indicando uma variação nas dinâmicas de escoamento observadas.

O diagrama de Taitel & Dukler classifica os regimes de escoamento bifásico com base em uma série de parâmetros, incluindo a velocidade dos fluidos, a densidade relativa entre as fases e a geometria do duto. Este diagrama é dividido em regiões que representam diferentes padrões de escoamento: estratificado liso, estratificado ondulado, *slug*, anular, entre outros. A transição entre essas regiões é demarcada por curvas calculadas a partir de correlações empíricas e teóricas, refletindo a complexidade e a interdependência dos fatores que influenciam o escoamento bifásico. Ao contextualizar nossos resultados dentro deste diagrama, buscamos não apenas validar as condições de contorno escolhidas, mas também aprofundar nossa compreensão sobre como os diferentes padrões de escoamento podem influenciar na dinâmica do *pig* e sua interação com as fases.

### 7.2.1 ANÁLISE DO EFEITO DIFUSIVO EM DUTO LONGO HORIZONTAL

No desenvolvimento deste segmento da tese, os resultados obtidos para um duto horizontal de 45 km são fundamentais para elucidar o comportamento do *pig* em escoamentos bifásicos. A influência do efeito difusivo, inerente ao método FCT, foi inicialmente observada na região à jusante do *pig*, caracterizando-se pela difusão artificial da frente de onda do *slug*, um fenômeno indesejável que pode comprometer a precisão das simulações. Para mitigar tal efeito, um refinamento diferenciado da malha foi aplicado nesta região. Este ajuste consistiu na alteração da densidade de células de malha no domínio computacional, proporcionando uma resolução mais refinada onde o gradiente de propriedades das fases é mais acentuado. O resultado desse refinamento proporcionou a diminuição do efeito difusivo, permitindo a observação de uma curvatura mais definida na frente de onda do *slug*. Isso é evidenciado ao comparar o caso do FCT sem refinamento com o FCT refinado.

A nova malha computacional proposta consiste em duas regiões distintas: uma região a montante do *pig* e outra a jusante. A estratégia de discretização adotada utiliza elementos de tamanhos diferentes, de acordo com a posição relativa do *pig* no duto, visando melhorar a precisão dos resultados na região a jusante, onde ocorrem fenômenos importantes devido à interação entre o *pig*, o escoamento e o duto.

Na região a montante do *pig*, a malha é mais grosseira, com todas as células possuindo o mesmo tamanho ( $\Delta x_L$ ), resultante da divisão do comprimento total do duto ( $L$ ) pelo número de

células a montante ( $M_L$ ), de modo que  $\Delta x_L = \frac{L}{M_L}$ . Já na região a jusante do *slug*, a malha é mais refinada, com células de tamanho menor ( $\Delta x_R$ ), obtido pela divisão do comprimento total do duto por um número maior de células a jusante ( $M_R$ ), resultando em  $\Delta x_R = \frac{L}{M_R}$ , sendo  $\Delta x_L > \Delta x_R$ .

Essa abordagem de discretização adaptativa permite que a região de interesse (a jusante do *slug*) seja favorecida espacialmente, com uma maior resolução da malha, enquanto a região a montante é representada por uma malha mais grosseira, reduzindo o custo computacional. À medida que o *slug* se desloca ao longo do duto, as células a jusante do *slug* vão se tornando células a montante, com tamanho maior. Esse processo ocorre até que o número total de células ( $M_T$ ) se aproxime do número de células a montante ( $M_L$ ), resultando em uma redução progressiva do custo computacional da simulação.

A transição entre as regiões de diferentes tamanhos de células é garantida pela resolução das equações diferenciais parciais de movimento do *slug*, apresentadas na seção 5. Essas equações governam a dinâmica do *slug* e sua interação com o escoamento, assegurando a conservação das propriedades físicas e a consistência da solução numérica na interface entre as duas regiões da malha. A Figura 7.17 representa qualitativamente como se deu este refinamento que está sendo proposto. A implementação dessa estratégia otimizada de refinamento da malha demonstrou ser eficaz controlando de maneira adequada o efeito difusivo.

A avaliação da metodologia proposta é complementada pela comparação com o método de ROE, reconhecido por sua eficiência em capturar descontinuidades de fluxo com uma malha menos densa. Com 2500 células, o método de ROE consegue representar de forma acurada eventos como a propagação da frente de onda de um *slug*. O método FCT, por sua vez, oferece vantagens significativas em termos de velocidade de cálculo para uma mesma quantidade de células, sendo uma solução atrativa para contextos em que a rapidez é um fator crucial. No entanto, o FCT pode apresentar um efeito difusivo mais acentuado, o que motiva a implementação de refinamento de malha para aprimorar a precisão dos resultados.

Ao refinar a malha na região do *slug* em simulações que utilizam o método FCT, alcançou-se uma redução no efeito difusivo, aproximando os resultados a aqueles alcançados pelo método de ROE. Esta melhoria, contudo, implica em um compromisso entre a acurácia da simulação e o desempenho computacional. Embora o refinamento exija mais células e, consequentemente, mais recursos de processamento, a escolha entre o método FCT refinado e o método de ROE depende das necessidades específicas da simulação, como a disponibilidade de tempo e poder computacional. Em suma, a escolha entre o uso do FCT com refinamento e o método de ROE

não deve ser vista como uma questão de superioridade de um sobre o outro, mas sim como uma decisão baseada na análise cuidadosa das exigências do projeto em termos de precisão dos resultados e eficiência computacional. Ambos os métodos têm seus méritos e podem ser utilizados complementarmente ou de forma isolada, dependendo das circunstâncias específicas da simulação em questão.

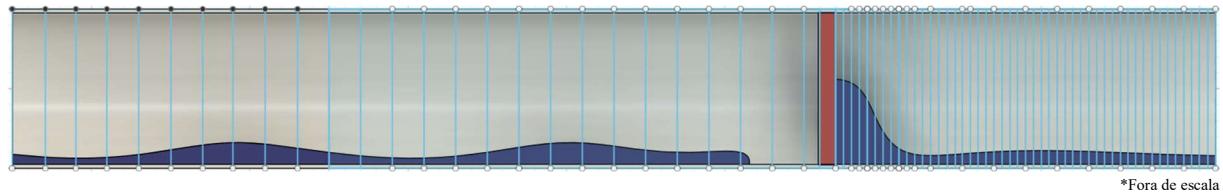


Figura 7.17. Desenho esquemático do refinamento da malha de discretização.

Iniciando a apresentação dos resultados, o primeiro aspecto a ser discutido é o impacto do refinamento da malha das simulações conduzidas. Esta etapa do estudo demonstrou que um aumento na granularidade da malha resulta em uma representação mais detalhada dos processos em análise. Especificamente, a aplicação do refinamento de malha permitiu uma observação mais precisa das variações de pressão, fração volumétrica e velocidade ao longo do duto, bem como um entendimento aprimorado da formação e evolução de *slugs* induzidos pela passagem do *pig*. A importância deste refinamento é destacada pela comparação dos resultados obtidos com diferentes níveis de granularidade da malha, onde a malha mais refinada revelou nuances na dinâmica do escoamento que não eram perceptíveis em malhas de menor resolução. A Tabela 6 apresenta os valores de  $\Delta_x$  utilizados.

Tabela 6. Tabela com tamanho de células de discretização.

Nº de células	1000	2500	10000	25000	50000
$\Delta x$	45m	18m	4,5m	1,8m	0,9m

Na Tabela 7 são apresentadas as condições de contorno e as propriedades dos fluidos utilizados para o primeiro conjunto de resultados. O óleo foi selecionado com base em suas propriedades, como densidade e viscosidade, que são típicas de óleos leves encontrados na indústria de petróleo. Já o gás utilizado possui propriedades similares às do gás natural. Esses fluidos foram escolhidos por serem representativos dos fluidos comumente encontrados em

sistemas de produção e transporte de petróleo e gás. A Tabela 8 apresenta os dados construtivos do *pig* utilizados nas simulações.

Tabela 7. Condições de contorno e propriedades do fluido

$\rho_l$	777,2 kg/m <sup>3</sup>
$\mu_L$	$8,58 \times 10^{-4}$ Pa·s
$\mu_G$	$1,11 \times 10^{-5}$ Pa·s
$k$	392,5 J/kg.K
$p$ (Saída)	2,8 MPa
$u_L$ (Entrada)	0,9 m/s
$u_G$ (Entrada)	5,9 m/s
$\alpha_L$ (Entrada)	$5,0 \times 10^{-2}$

Tabela 8. Dados construtivos do *pig*

$M_P$	50 kg
$L_c$	0,5 m
$r_P$	0,223 m
$\Delta p_c$	$1,38 \times 10^4$ Pa
$x_P(t_0)$	10 m
$E^*$	0,723 MPa
$\eta_e$	0,45
$\eta_d$	0,40
$\delta$	$2 \times 10^{-5}$ m

A distribuição da fração volumétrica de líquido ao longo da distância do duto é apresentada na Figura 7.18. Fisicamente, essa distribuição representa o acúmulo de líquido em diferentes posições do duto. A maior acúmulo de líquido a jusante do *pig* indica a formação de uma coluna de líquido mais elevada na seção transversal do duto. Esse fenômeno é característico do escoamento bifásico em dutos na presença de *pigs*, onde o líquido tende a se acumular à frente do *pig* devido à sua menor velocidade em relação ao gás.

O estudo comparativo destacado na Figura 7.18 considera a fração volumétrica de líquido para três posições distintas em três malhas diferentes, utilizando o método FCT, em contraste com os resultados obtidos pelo método ROE. A nova malha proposta está identificada por

“NM” seguido do número de células de discretização os quais o tamanho da célula,  $\Delta x_R$ , equivale. A Figura 7.19 é apresentada para detalhar melhor a diferença entre as curvas e para que seja avaliado o impacto da discretização customizada com malhas com granularidades intermediárias, variando de tamanhos de células equivalentes a discretização de 10000, 25000 e 50000.

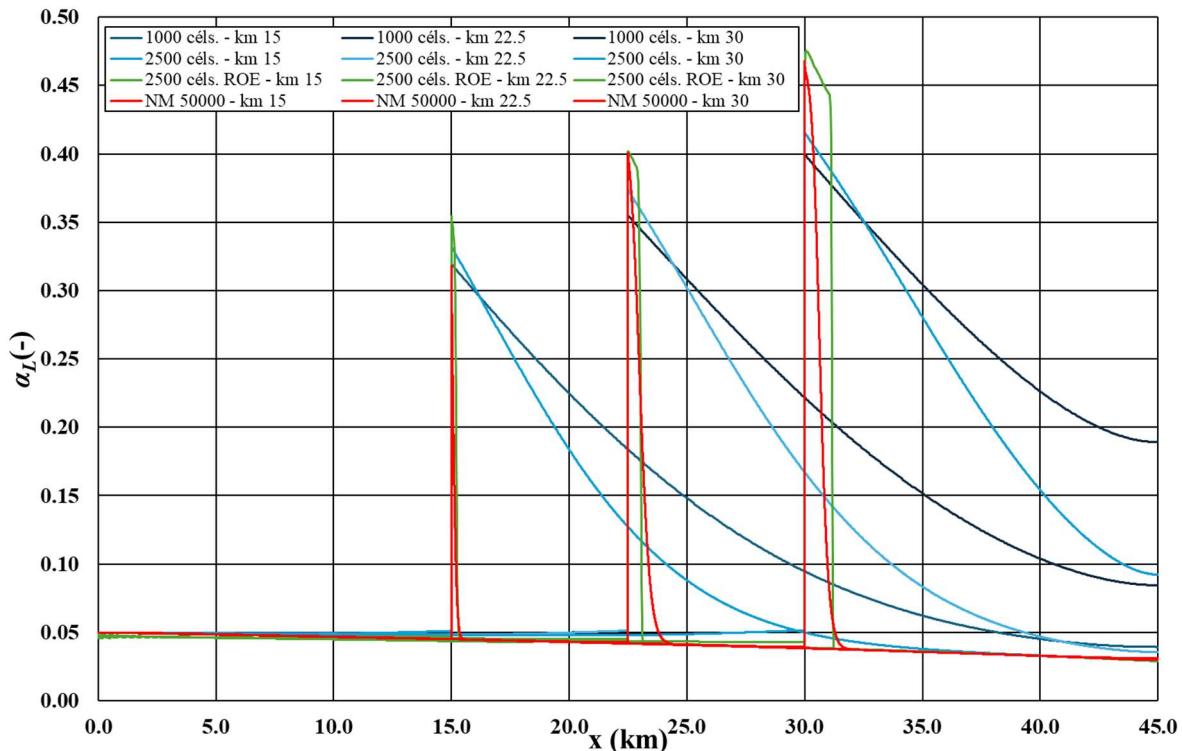


Figura 7.18. Fração volumétrica do líquido ao longo do duto para diferentes posições e malhas.

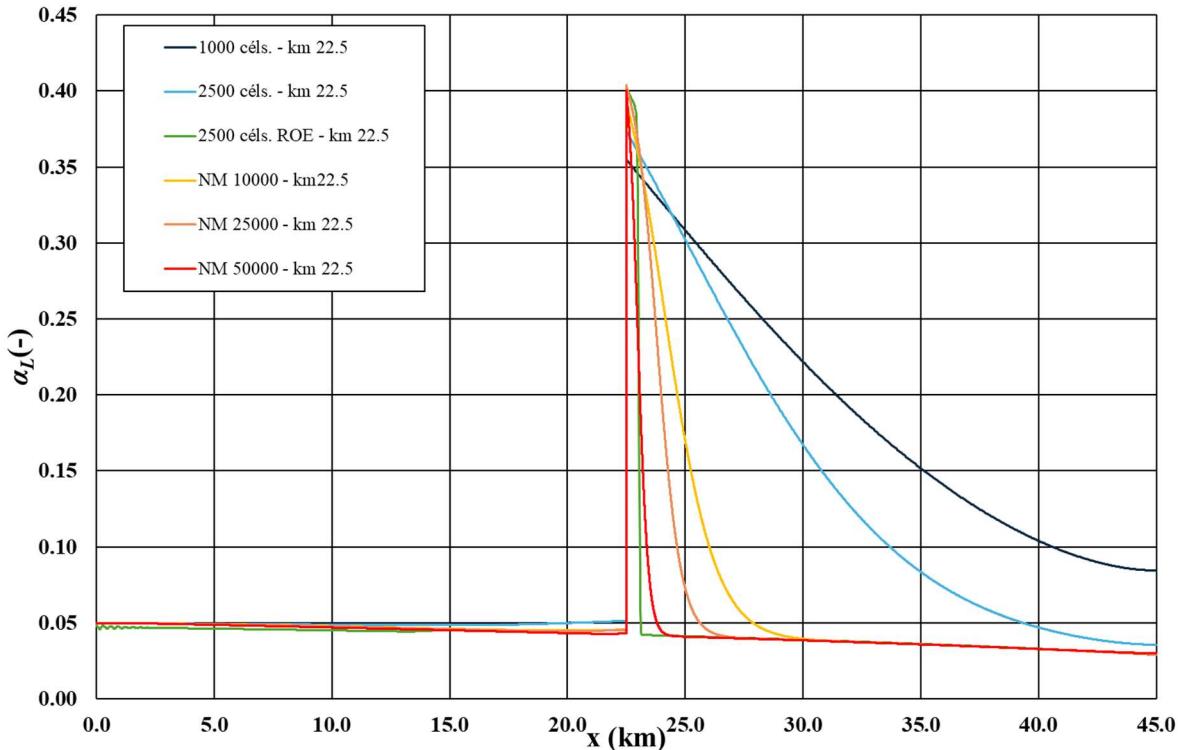


Figura 7.19. Fração volumétrica do líquido ao longo do duto para posição  $x_P = 22,5\text{km}$ .

Na Figura 7.20, que ilustra a velocidade do líquido, é evidente que as malhas menos refinadas utilizando o método FCT (1000 e 2500 elementos) exibem uma difusão significativa da velocidade do líquido a jusante da posição do *pig*. Este fenômeno é uma consequência direta da ampla difusão da fração volumétrica de líquido observada nessas malhas, como discutido anteriormente. A velocidade do líquido, sendo diretamente afetada pela distribuição da fração volumétrica, sofre uma influência considerável, resultando em um perfil de velocidade que se estende por uma região muito mais ampla do que seria esperado em uma configuração mais realista. A Figura 7.21 apresenta uma comparação com duas outras malhas customizadas com granularidades intermediárias.

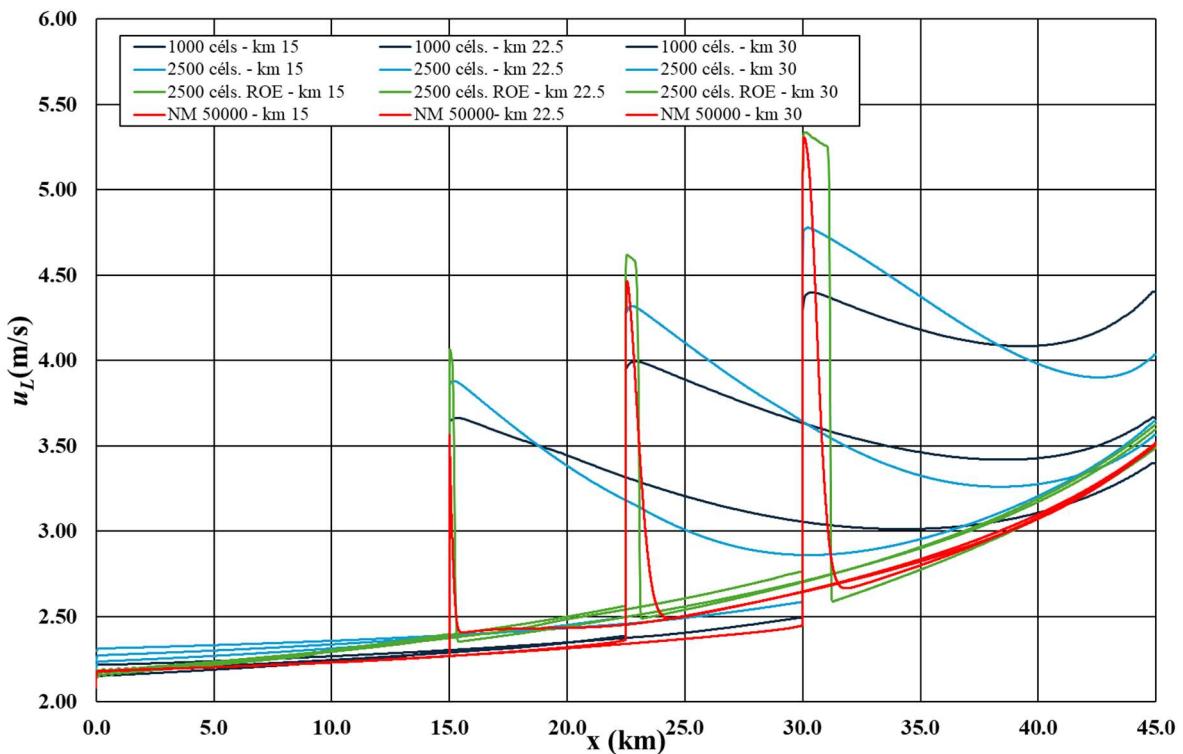


Figura 7.20. Velocidade do líquido ao longo do duto para diferentes posições e malhas.

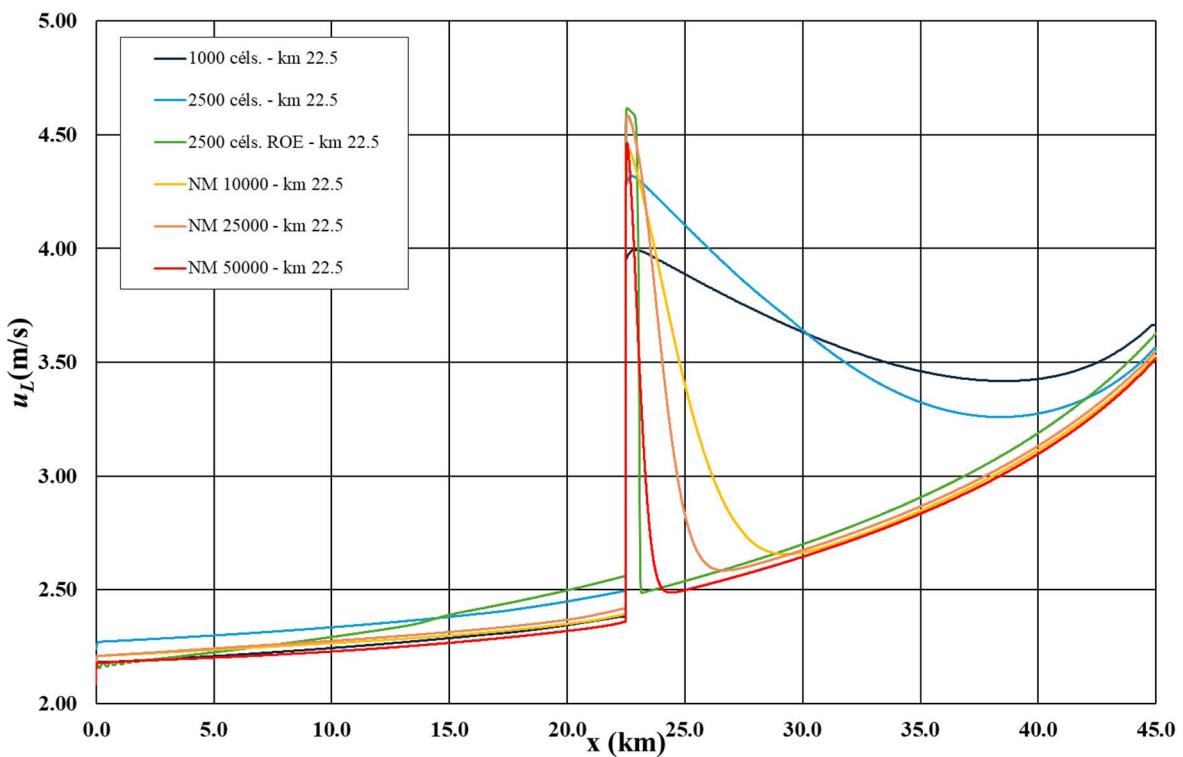


Figura 7.21. Velocidade do líquido ao longo do duto para posição  $x_P = 22,5\text{km}$ .

De forma similar, a Figura 7.22, focada na velocidade do gás, reforça essa observação. As malhas de menor refinamento apresentam uma distribuição da velocidade do gás que acompanha a tendência difusiva da fração volumétrica de líquido e da velocidade do líquido. Em contrapartida, a malha com refinamento diferenciado, ao ser comparada com o método ROE, exibe uma eficácia destacada na precisão com que delimita as velocidades tanto do gás quanto do líquido, evidenciando com mais fidelidade a interação entre as fases e o impacto da passagem do *pig*. Mantendo o procedimento apresentado anteriormente para as outras variáveis, a Figura 7.23 apresenta apenas uma das posições do *pig* para uma melhor visualização dos efeitos descritos.

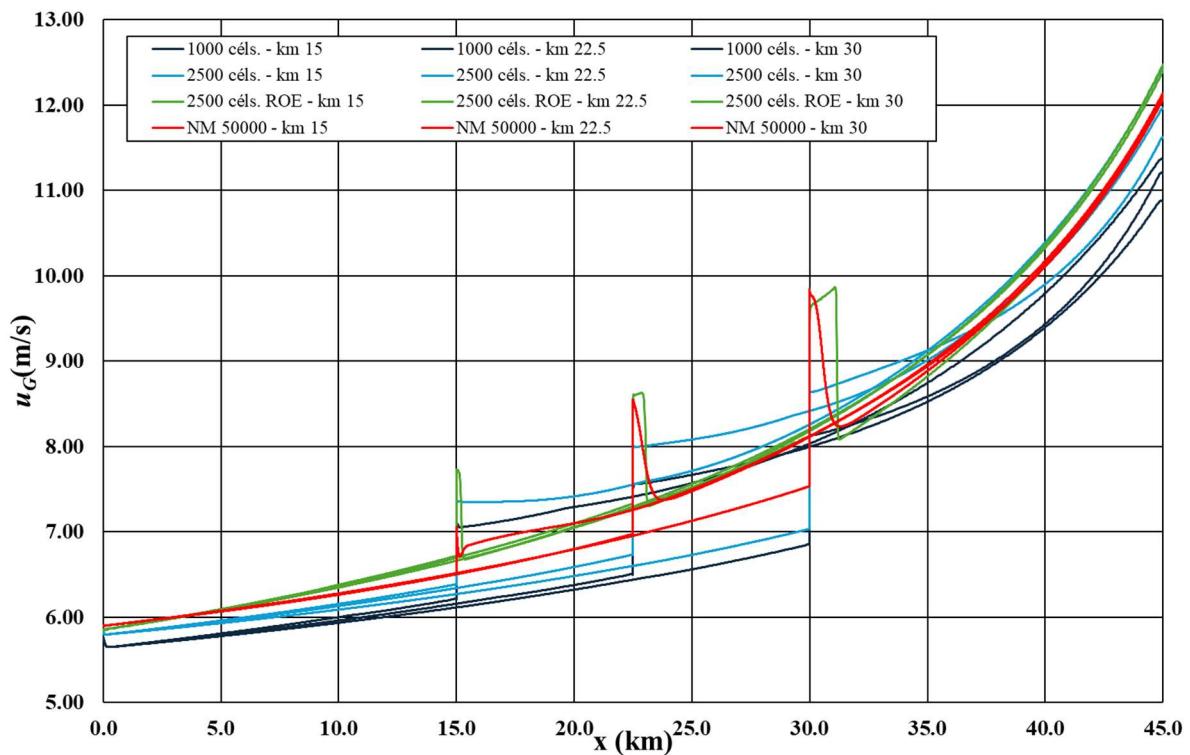


Figura 7.22. Velocidade do gás ao longo do duto para diferentes posições e malhas.

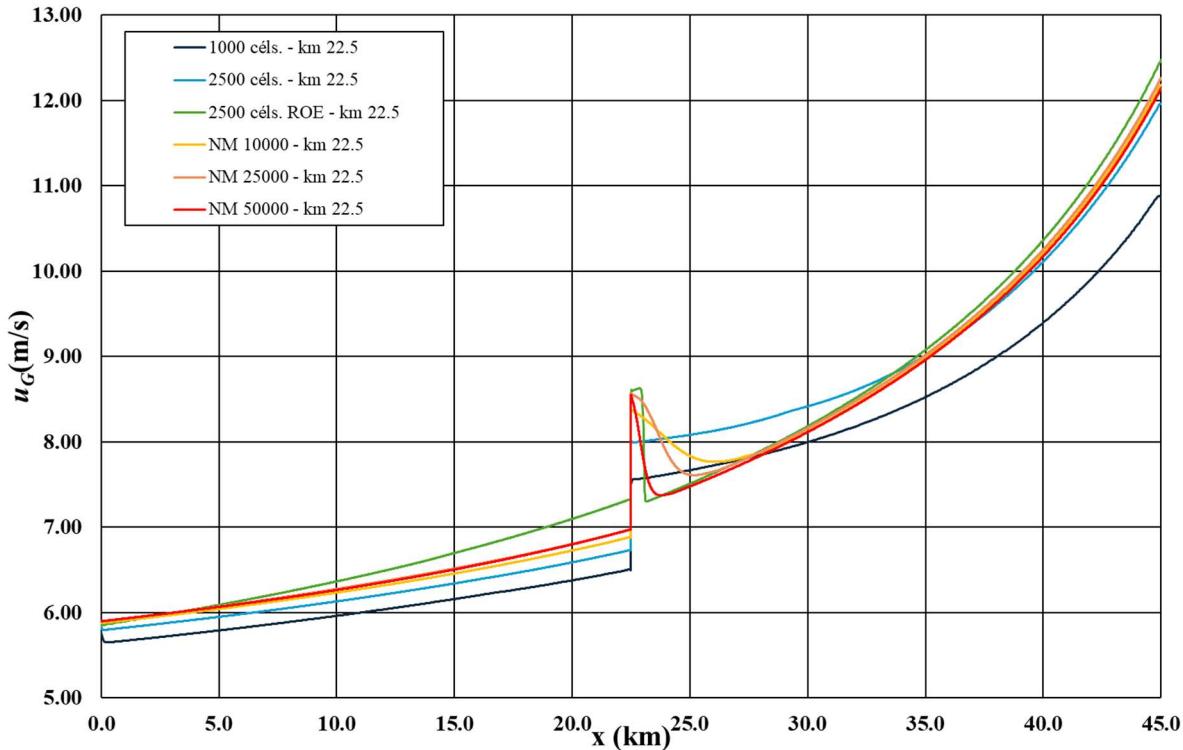


Figura 7.23. Velocidade do gás ao longo do duto para posição  $x_P = 22,5\text{km}$ .

A Figura 7.24 apresenta uma análise detalhada das curvas de pressão ao longo do duto, oferecendo uma visão crucial sobre a dinâmica de pressão influenciada pela passagem do *pig*. O foco principal desta análise reside no entendimento de como a redução do efeito difusivo, alcançada através do refinamento da malha, impacta diretamente o perfil de pressão, especialmente a entrada do duto.

A observação chave é que a consequência de um efeito difusivo reduzido está intrinsecamente ligada ao aumento da pressão a montante do *pig*. Isso ocorre porque, com uma maior coluna de líquido a jusante do *pig*, o gradiente de pressão se torna mais acentuado. Em outras palavras, a presença de uma coluna de líquido mais extensa e densa a jusante do *pig*, típica em simulações com maior difusão, contribui para um aumento da resistência ao escoamento, o que, por sua vez, eleva a pressão a montante. Em resumo, a difusão numérica prevê uma perda de carga no duto maior do que o valor correto.

No entanto, o refinamento da malha tem um papel crucial em modificar este cenário. Ao reduzir a frente de onda difusiva, o refinamento da malha consegue, consequentemente, reduzir a pressão a montante do duto. Isto é melhor visualizado na Figura 7.25, onde malhas mais refinadas exibem curvas de pressão com gradientes menos acentuados a montante, indicando

uma diminuição na resistência ao escoamento e, portanto, uma pressão mais baixa, na entrada do duto.

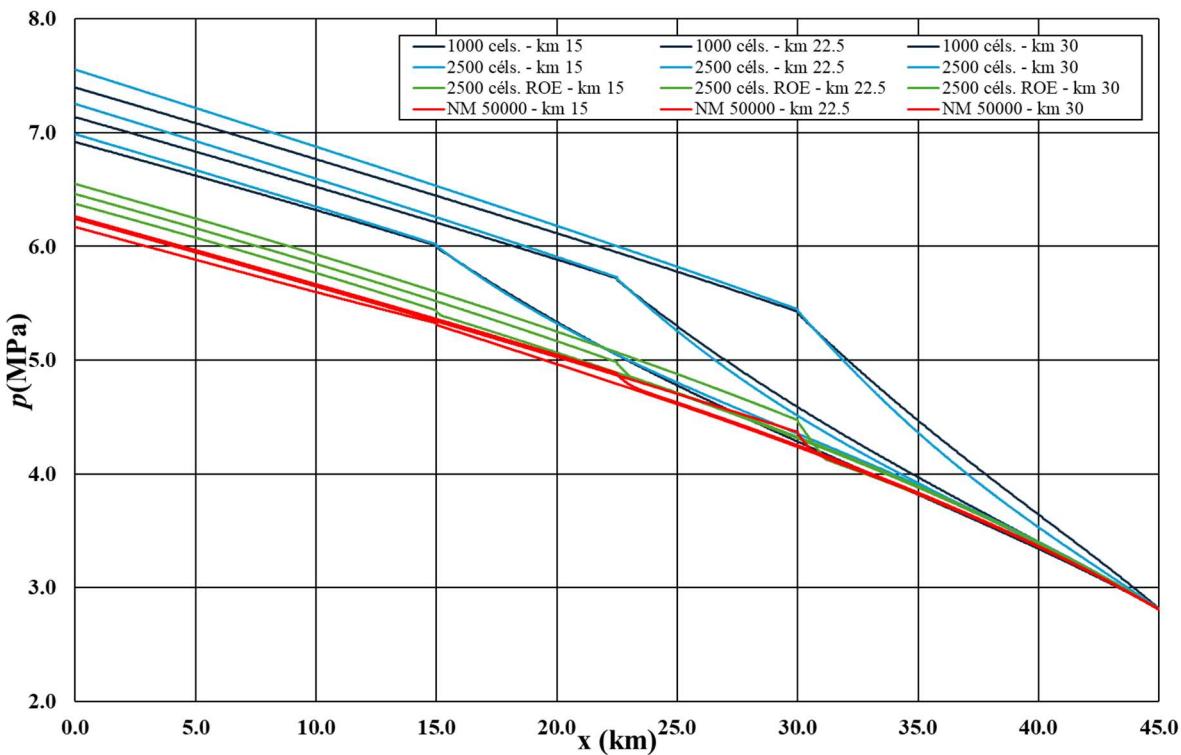


Figura 7.24. Perfil de distribuição de pressão ao longo do duto para diferentes posições e malhas.

Por fim, analisando a Figura 7.25 pode-se observar que as curvas de pressão com NM 10000 e NM 25000 se aproximaram de maneira significativa do resultado obtido pelo método ROE. Esse fato se torna significativo ao se avaliar os tempos computacionais de cada uma das opções de malha ao se comparar com o ROE.

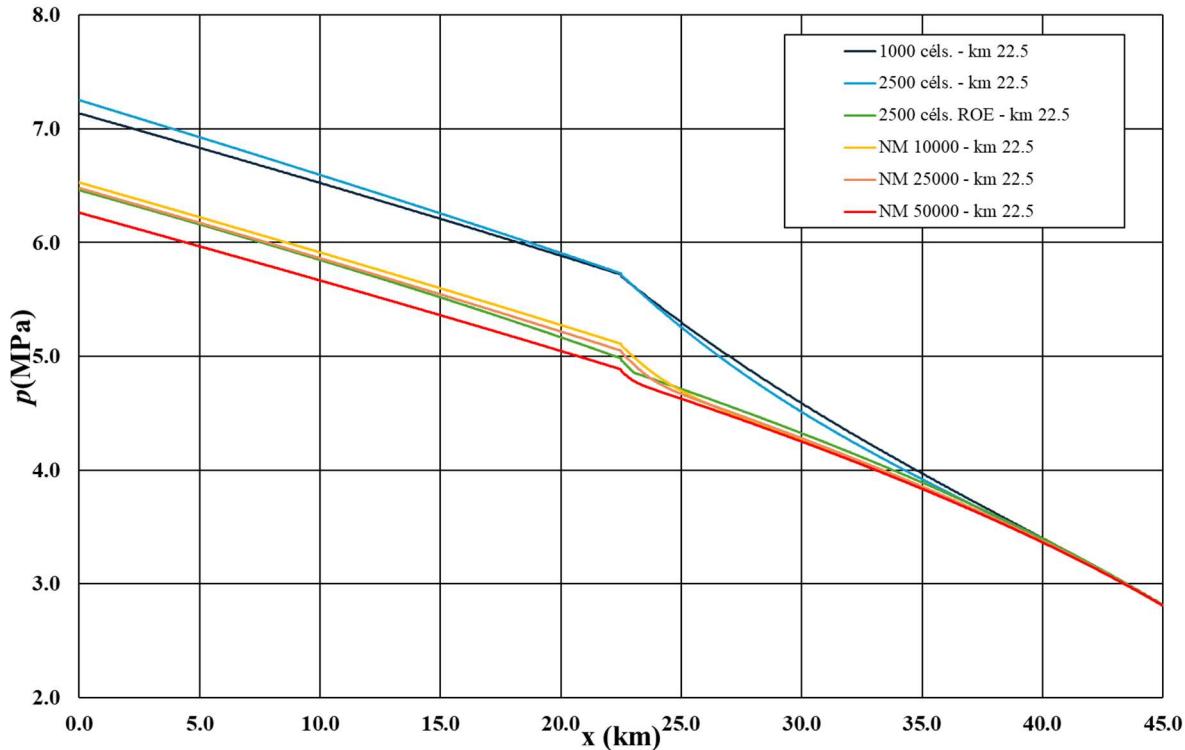


Figura 7.25. Pressão ao longo do duto para posição  $x_P = 22,5\text{km}$ .

Conforme mencionado anteriormente, o refinamento de malha acarreta um aumento no custo computacional. Assim, estratégias precisam ser implementadas para minimizar o impacto no tempo total de simulação. A comparação com o método ROE foi realizada com o intuito de realçar a melhoria nos resultados obtidos, embora seja reconhecido como um método numericamente mais lento. A Figura 7.26 ilustra a comparação em um gráfico log x log entre o tempo de execução do programa utilizando a malha homogênea padrão e o programa com a malha refinada localmente para um caso de referência de 50.000 células (discretização homogênea). No gráfico, o eixo horizontal representa o número de células da malha, variando de 1.000 a 50.000, enquanto o eixo vertical mostra o tempo de execução em horas.

Observa-se que o tempo de execução aumenta exponencialmente com o número de células na malha original. No entanto, a implementação de uma estratégia de refinamento localizado de malha resulta em uma redução significativa do tempo de execução. Especificamente, o segmento de malha refinado, correspondendo a um caso com 50.000 células, demonstrou que o programa com malha refinada foi executado 11 vezes mais rápido em comparação ao programa com a malha homogênea original.

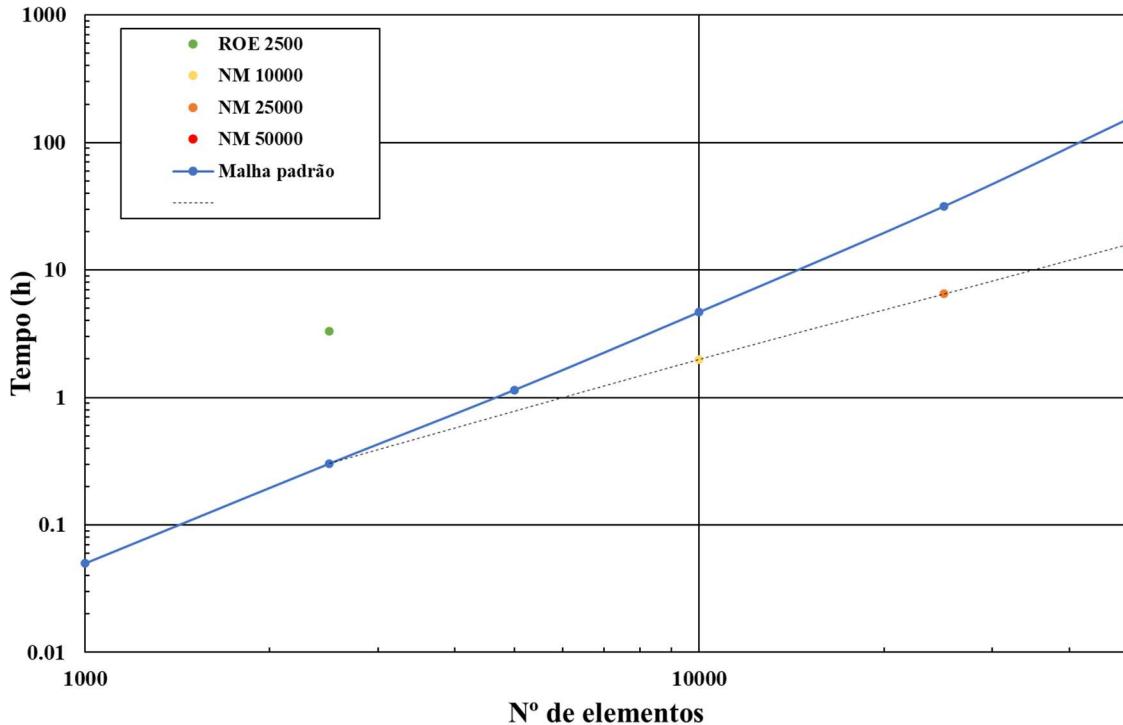


Figura 7.26. Tempos de simulações para diferentes tipos de malha de discretização –  
Legenda: NM xx – NM = Nova Malha, xx – número de células equivalente a uma discretização uniforme do domínio.

A Figura 7.26 também destaca três pontos adicionais referentes aos tempos de simulação, o método ROE e outras duas novas malhas, NM 10000 e NM 25000. Dada a sua natureza intrinsecamente lenta e a adoção do mesmo critério de determinação do passo de tempo (CFL = 0,45), observa-se que o tempo total de simulação é elevado. Contudo, é evidente a vantagem do método ROE em alcançar resultados satisfatórios com menos células.

Ao se analisar os resultados e os tempos computacionais, e levando-se em conta o custo computacional e o tempo de execução, para este caso, um tamanho de malha equivalente a 25.000 células seria o suficiente para alcance dos resultados de maneira satisfatória.

Esses resultados evidenciam as vantagens do refinamento diferenciado de malha, proporcionando uma melhoria significativa na eficiência do programa. Esta nova estratégia permite otimizar o tempo de execução, reduzindo o esforço computacional necessário para realizar simulações complexas.

## 7.2.2 EVOLUÇÃO DO MÉTODO PROPOSTO: UMA COMPARAÇÃO COM O MODELO OLGA® E TRABALHOS ANTERIORES

Dando continuidade à análise realizada na seção anterior, esta seção tem como objetivo uma análise comparativa entre o modelo inicialmente proposto por Patricio, 2016 e o desenvolvimento subsequente por Viggiano, 2022, em contraste com o modelo do *software* OLGA®. Este estudo visa destacar a evolução metodológica em relação ao aprimoramento das simulações propostas.

No trabalho de Patricio, 2016, o *pig* é, assim como no trabalho atual, considerado com uma singularidade móvel ao longo do duto. Entretanto, a malha proposta inicialmente possui um caráter estático e uniforme. Já os casos de Viggiano, 2022, onde foram utilizados os métodos FCT e o método ROE, o *pig* está posicionado entre células, e, a cada passo de tempo, estas células são recalculadas e ajustadas mantendo-se dentro de um intervalo de tamanho pré-definido e uniforme.

A Tabela 9 a seguir serve como um instrumento comparativo, ilustrando não apenas as diferenças fundamentais entre as abordagens, mas também evidenciando a complexidade e a abrangência das equações desenvolvidas nesta pesquisa. Este contraste fica evidente ao se considerar o modelo matemático adotado pelo OLGA® para a caracterização do *pig*, que é extremamente simplista, exigindo do usuário uma abordagem de tentativa e erro acoplada a vasta experiência prática para o ajuste preciso dos parâmetros físicos. A tabela visa, portanto, fornecer uma visão clara e quantitativa das vantagens das equações propostas, demonstrando como elas contribuem para uma compreensão mais profunda e uma simulação mais precisa dos escoamentos bifásicos em sistemas de dutos com a presença de *pigs*.

Tabela 9. Comparativo entre modelos matemáticos do *pig*.

Grandezas	Presente Tese	OLGA®
Força de atrito na parede	$F_M = \begin{cases} sgn(v_P)F_M^d, & \text{se } v_P \neq 0 \\ (p^- - p^+)A - F_H - M_P g \sin \theta, & \text{se } v_P = 0 \text{ e } \frac{dv_P}{dt} = 0 \\ sgn((p^- - p^+)A - F_H - M_P g \sin \theta) F_M^e, & \text{se } v_P = 0 \text{ e } \frac{dv_P}{dt} \neq 0 \end{cases}$ <p>Onde:</p> $F_M^x = \xi \pi D L_c \eta_x \frac{1}{1-\nu} \left( \frac{E \Delta r}{r_P} + \nu \min(p_P^-, p_P^+) \right)$	$F_M = \max(0, F_0 - f_w  v_P )$

<b>Força de atrito hidrodinâmica</b>	$F_H = (1 - \xi) A_c \left( \frac{\Delta p \delta}{2 L_c} - \bar{\mu} \frac{v_p}{\delta} \right)$	$F_H = f_1  v_p  + f_2 v_p  v_p $
<b>Vazão de by-pass pelo gap</b>	$Q_{gap,k} = \pi D \left( \frac{\delta^3}{12 \mu_k} \frac{\Delta p_{kp}}{L_c} - \frac{\delta}{2} v_p \right)$	$Q_{gap,k} = \frac{\pi(D^2 - D_P^2)}{4} v_f,$ $v_f = \frac{1}{2} v_p$

Na modelagem da força de atrito na parede, o modelo OLGA® adotado não requer a inserção de características construtivas específicas do *pig*. Este modelo distingue a força de atrito estática, representada pelo termo  $F_0$ , a qual necessita ser previamente conhecida, e o fator de atrito,  $f_w$ , que descreve a interação entre o *pig* e a parede interna do duto. Adicionalmente, para a quantificação da força de atrito hidrodinâmica, são introduzidos os termos  $f_1$  e  $f_2$ , que correspondem aos fatores de atrito de fricção linear e quadrático, respectivamente, refletindo a complexa dinâmica de interação entre o *pig*, o fluido e o duto. Na Figura 7.27 pode-se observar a caixa de diálogo retirada diretamente do *software* OLGA® onde o único atributo físico do *pig* mencionado é sua massa.

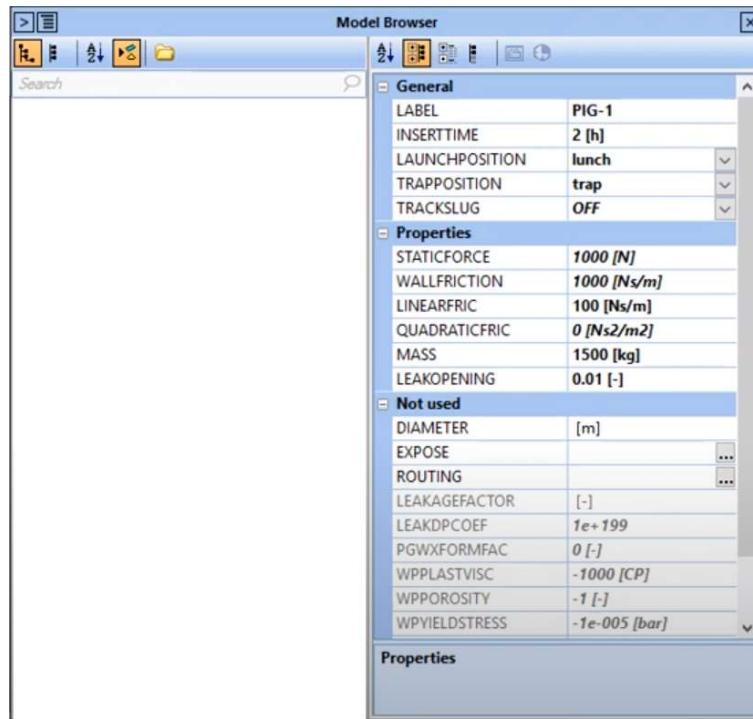


Figura 7.27. Tela de configuração do *pig* no *software* OLGA®

Dando continuidade à apresentação dos resultados, a seguir, são apresentados os resultados de fração volumétrica, velocidade do líquido, velocidade do gás e pressão ao longo do duto para

a posição do *pig* em  $x_P = 14,2$  km. A Figura 7.28 mostra a fração volumétrica de líquido, a Figura 7.29 apresenta a velocidade do líquido, a Figura 7.30 exibe a velocidade do gás e a Figura 7.31 ilustra a pressão ao longo do duto.

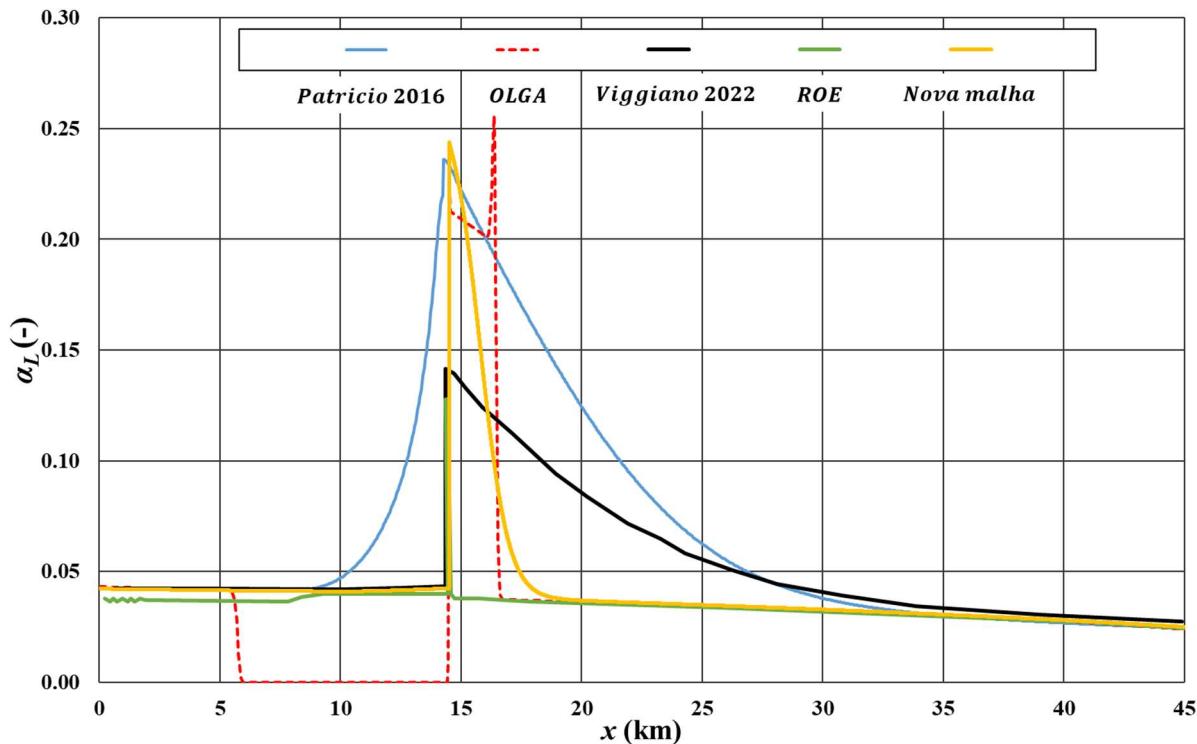


Figura 7.28. Fração volumétrica do líquido ao longo do duto para diferentes referências.

Ao observar a distribuição da fração volumétrica, nota-se que a referência, OLGA®, é a única que, além de captar o efeito de acumulação de líquido a jusante do *pig*, também capturou um possível esvaziamento na região a montante, indicando um efeito de raspagem do duto. Tal efeito, embora seja um fenômeno possível durante a passagem do *pig*, não foi capturado pelos demais modelos numéricos apresentados neste estudo. Este efeito requer comprovação experimental. É válido mencionar que o OLGA® utiliza correlações empíricas em sua modelagem, o que pode influenciar na representação do efeito de raspagem a montante do *pig*. Essas correlações são aplicadas com o objetivo de melhorar a representação do escoamento bifásico.

No entanto, é importante ressaltar que a ausência desse efeito nos resultados obtidos pelos outros métodos não necessariamente invalida sua aplicabilidade ou precisão. A interação entre o *pig*, os fluidos e o duto é extremamente complexa e envolve uma série de variáveis e condições de contorno que podem influenciar significativamente o comportamento do

escoamento. Dessa forma, é plausível que, em determinadas circunstâncias, o efeito de raspagem a montante do *pig* não seja tão pronunciado ou até mesmo não ocorra.

Além disso, é fundamental considerar as limitações inerentes aos modelos numéricos utilizados, bem como as simplificações adotadas durante o processo de simulação. Tais fatores podem impactar na capacidade dos modelos de capturar determinados fenômenos, como a raspagem do duto pelo *pig*. Portanto, a ausência desse efeito nos resultados apresentados não implica necessariamente em uma deficiência dos modelos, mas sim evidencia a complexidade da dinâmica do escoamento bifásico na presença de *pigs*.

Nesse contexto, torna-se evidente a necessidade de estudos mais aprofundados e abrangentes para compreender melhor a interação entre o *pig*, os fluidos e o duto. A realização de experimentos físicos, juntamente com o aprimoramento dos modelos numéricos, pode fornecer informações relevantes sobre as condições em que o efeito de raspagem é mais proeminente e os fatores que influenciam sua ocorrência. Uma pesquisa que combine simulações numéricas e estudos experimentais enriqueceria significativamente a análise em questão, permitindo o desenvolvimento de modelos mais precisos e confiáveis para a simulação do escoamento bifásico com a presença de *pigs* em dutos.

Deve-se ressaltar, analisando tanto a Figura 7.28 e a Figura 7.29 que os resultados obtidos por Patrício, 2016, OLGA® e o presente trabalho foram capazes de capturar a formação do *slug* a jusante do *pig*. O método ROE, por sua vez, identificou apenas uma descontinuidade na posição do *pig*. Nestas mesmas figura nota-se também um efeito dispersivo na entrada do duto, evidenciando que o método ROE pode apresentar sintomas de dispersão indesejáveis.

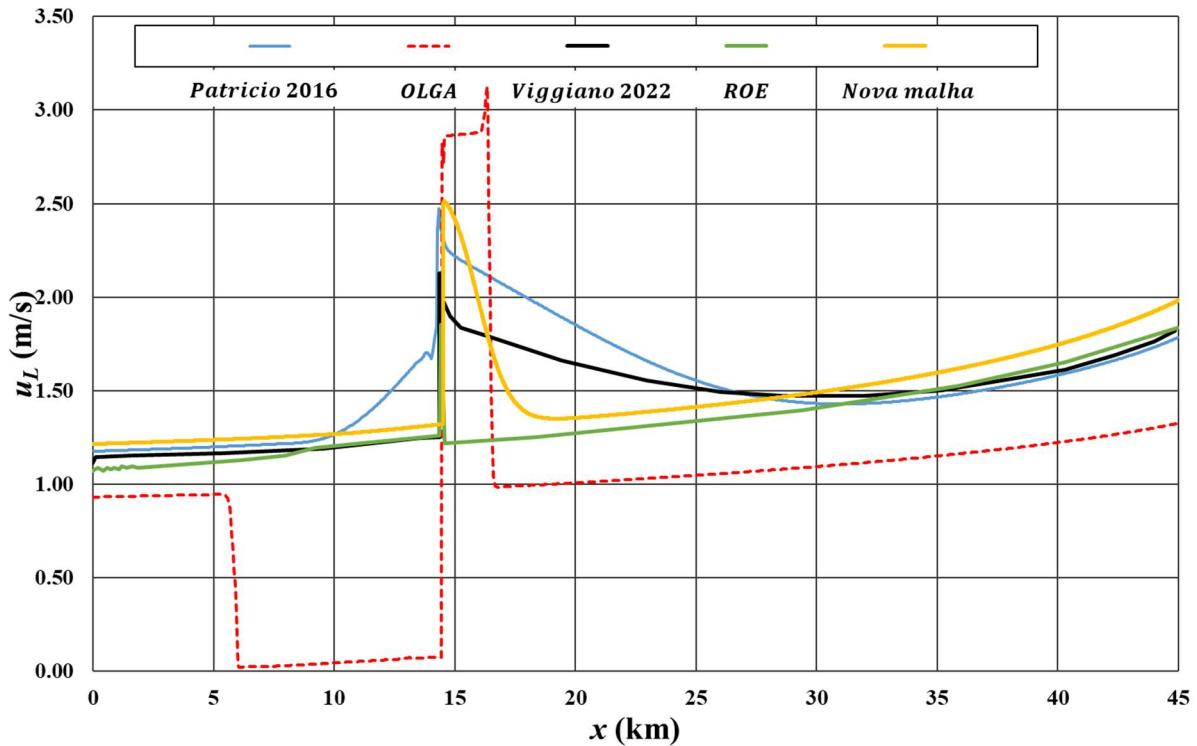


Figura 7.29. Velocidade do líquido ao longo do duto para diferentes referências.

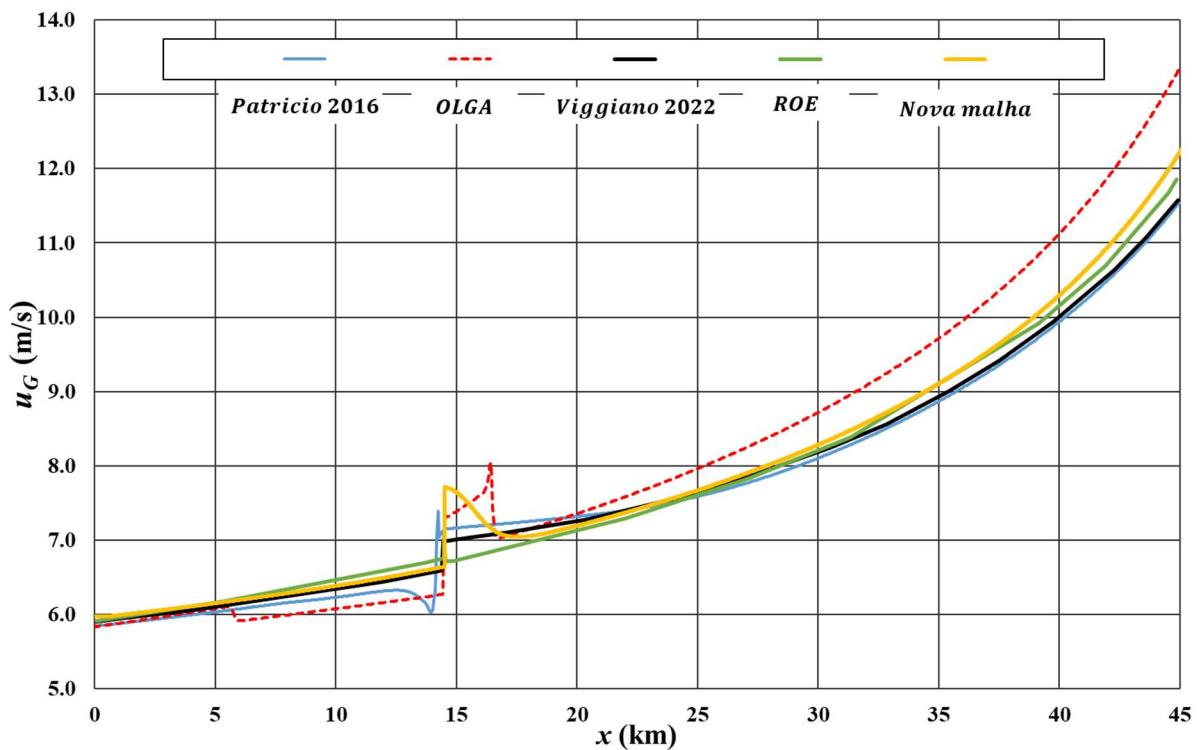


Figura 7.30. Velocidade do gás ao longo do duto para diferentes referências.

Já na curva de pressão, embora o mesmo comportamento tenha sido capturado por todos, os resultados com o modelo FCT acoplado à nova malha aqui proposto foi o que melhor se comparou aos resultados do OLGA®. Nesses resultados é possível observar a queda de pressão promovida pela presença do *pig*. É importante ressaltar que a presença de um acúmulo de líquido a jusante do *pig* impacta diretamente na obtenção do valor de pressão a montante. O menor valor de pressão foi obtido pelo método ROE, único que não foi capaz de capturar o efeito da formação do *slug* no campo de pressão. Fica evidente também a variação do gradiente de pressão imediatamente a jusante do *pig* nas curvas restantes, região com maior concentração de líquido.

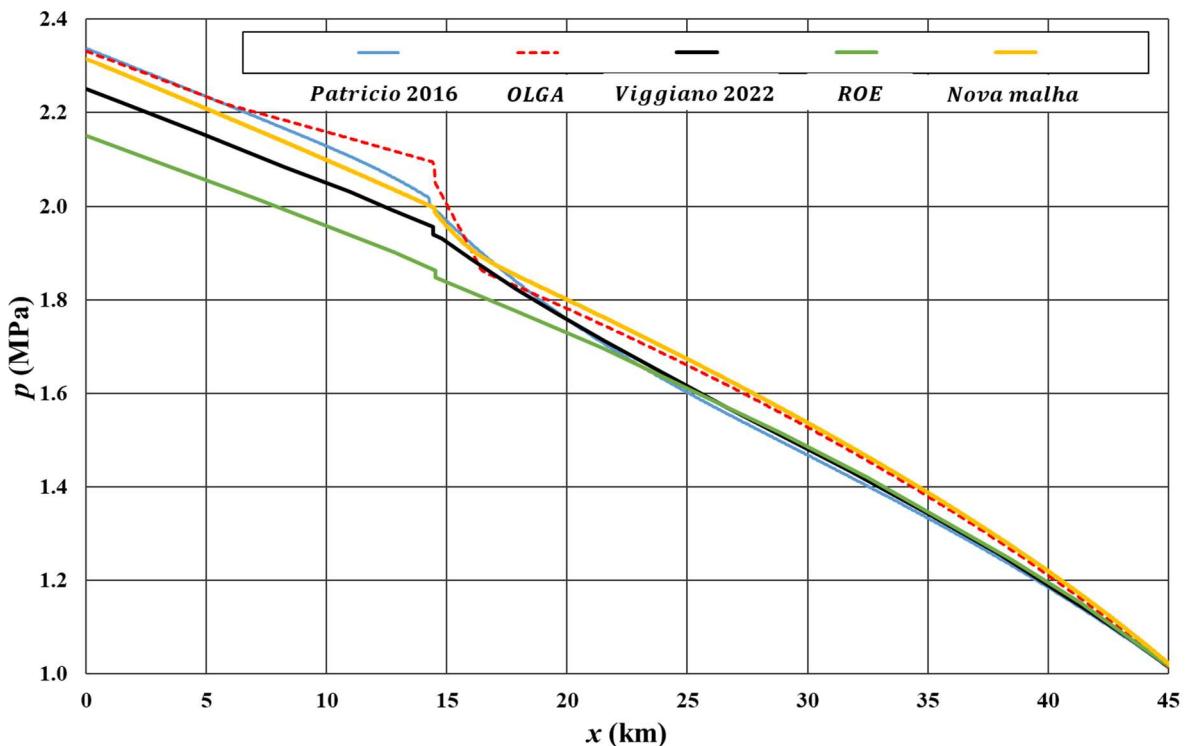


Figura 7.31. Perfil de pressão ao longo do duto para diferentes referências.

A Figura 7.32 apresenta o histórico de velocidade do *pig* ao longo de toda a simulação. Todas captam a rápida aceleração do *pig* no início de sua movimentação e um posterior aumento gradual da velocidade ao longo do tempo. Apesar da principal referência, OLGA®, ter sido capaz de capturar efeitos físicos da dinâmica do escoamento, ao representar a velocidade do *pig* observa-se uma grande flutuação ao longo do tempo, semelhante à observada no resultado obtido de Patricio (2016). Estas flutuações foram constatadas serem de origem numérica, onde cada mudança de célula introduz uma perturbação na evolução da velocidade do *pig*. Já o

presente resultado, juntamente com Viggiano (2022) e o método ROE, foram capazes de anular tais flutuações. Nota-se, entretanto, que o modelo proposto neste trabalho apresenta a melhor concordância com os resultados do OLGA®.

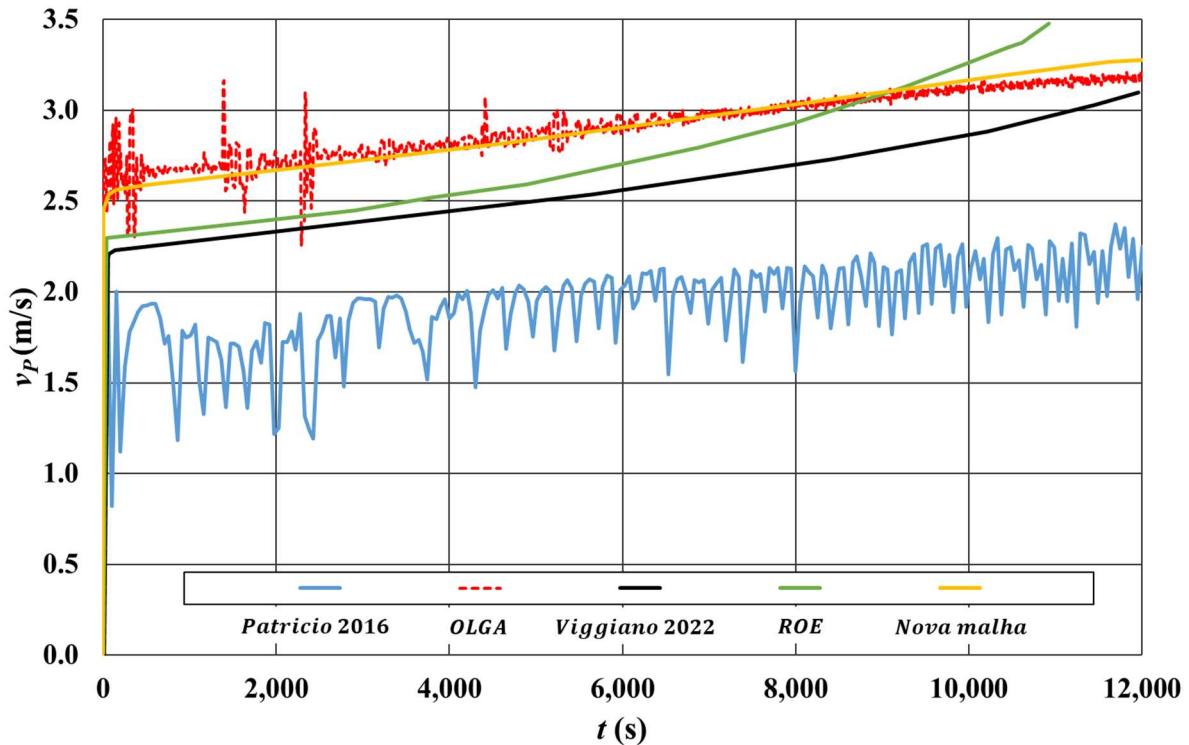


Figura 7.32. Histórico de velocidade do *pig*.

As metodologias propostas demonstraram uma evolução contínua em relação ao OLGA®, capturando muitos dos principais efeitos físicos, o que indica um bom alinhamento entre os resultados obtidos.

### 7.2.3 PERFIL ALTIMÉTRICO

Na continuação da seção de resultados, esta parte do estudo dedica-se à análise de simulações conduzidas em terrenos não horizontais, visando compreender a interação complexa entre os fluidos, o *pig*, e o relevo variado. Para abordar esta questão de forma abrangente, foram estabelecidos três cenários distintos, com o objetivo de avaliar o comportamento da solução proposta e sua metodologia de discretização sob condições variadas de inclinação do duto.

Os dois primeiros cenários focam em trechos contínuos de subida, cada um apresentando duas inclinações positivas diferentes. Essa escolha permite uma investigação sobre como

variações sutis na inclinação podem afetar a eficácia e a eficiência do transporte de fluidos e a passagem do *pig*. A análise desses cenários é crucial para validar a robustez e a precisão do modelo matemático proposto.

O terceiro cenário, por sua vez, introduz uma complexidade adicional ao simular um perfil altimétrico variado, composto por quatro trechos distintos de 2 km cada. Iniciando e terminando com trechos horizontais e intercalando-se com trechos de inclinações positiva e negativa, este cenário propõe um desafio significativo para a simulação, visando replicar as condições reais encontradas em muitas aplicações industriais.

### 7.2.3.1 PERFIL ALTIMÉTRICO – CENÁRIOS 1 E 2

Para estabelecer um parâmetro de comparação e validar a precisão de nossos resultados, as primeiras duas simulações foram comparadas com dados gerados pelo software OLGA®. A Tabela 10 e a Tabela 11 apresentam os valores de inclinação utilizados em cada um dos casos e as propriedades dos fluidos e condições de contorno, respectivamente. Os fluidos utilizados, assim como nos casos anteriores, são fluidos que possuem propriedades que são típicas dos fluidos encontrados na indústria de petróleo.

Tabela 10. Inclinação dos dutos para cada cenário.

<b>Cenário 1</b>	1,43°
<b>Cenário 2</b>	2,86°

Tabela 11. Condições de contorno e propriedades dos fluidos

$\rho_l$	777,2 kg/m <sup>3</sup>
$\mu_L$	$8,58 \times 10^{-4}$ Pa·s
$\mu_G$	$1,11 \times 10^{-5}$ Pa·s
$k$	392,5 J/kg.K
$p$ (Saída)	6,0 MPa
$u_L$ (Entrada)	3,5 m/s
$u_G$ (Entrada)	11,0 m/s
$\alpha_L$ (Entrada)	$6,0 \times 10^{-3}$

Na Figura 7.33 destacam-se os resultados obtidos para a fração volumétrica de líquidos para uma determinada posição do *pig* em duas inclinações distintas do duto. Observa-se que, para uma inclinação maior do duto, o acúmulo de líquido na golfada foi menor em comparação com a inclinação menor. Esse comportamento pode ser explicado por dois fatores principais: o efeito da coluna hidrostática e a velocidade dos fluidos. À medida que a inclinação aumenta, a altitude final alcançada pelo fluido também aumenta, resultando em uma diminuição da pressão no sistema. Essa redução de pressão, por sua vez, afeta a dinâmica do escoamento bifásico, permitindo que os fluidos escoem com maior velocidade. A maior velocidade dos fluidos contribui para uma melhor distribuição das fases líquida e gasosa ao longo do duto, reduzindo o acúmulo de líquido na região à frente do *pig*. Esses fenômenos evidenciam a complexidade da interação entre o *pig* e o escoamento bifásico em dutos com variações de inclinação, ressaltando a importância de considerar tanto os efeitos da pressão quanto da velocidade dos fluidos na análise e modelagem desses sistemas.

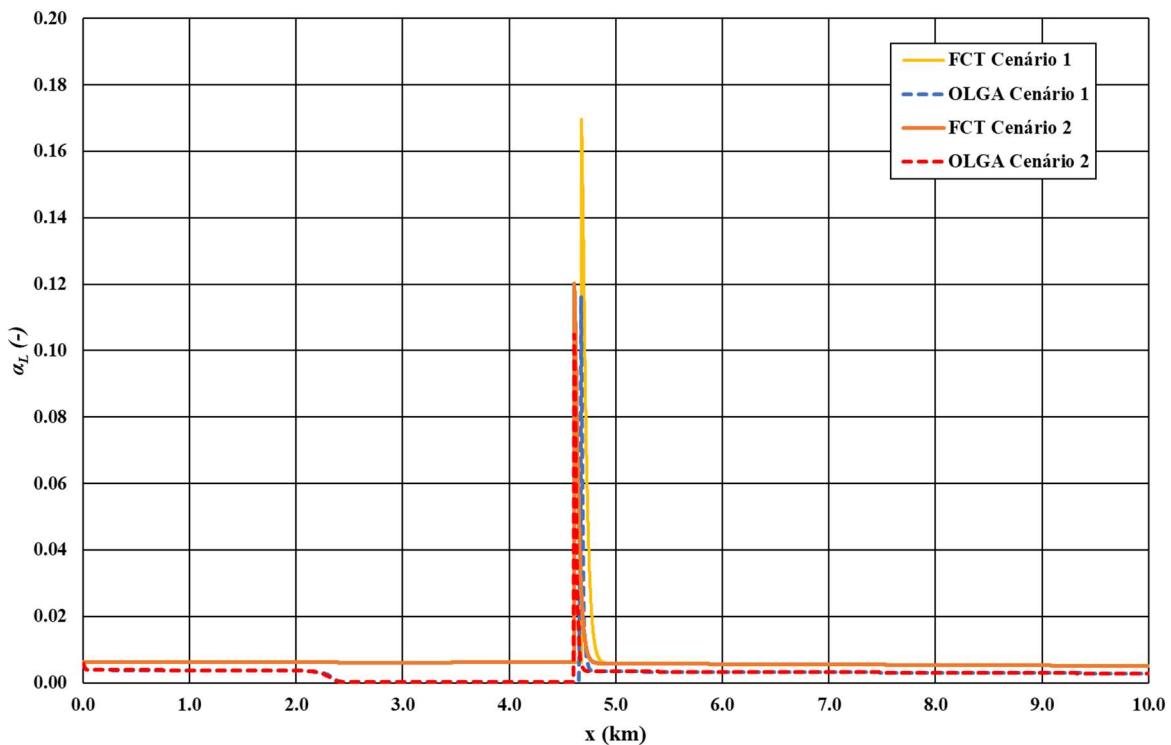


Figura 7.33. Comparativo entre os resultados de fração volumétrica obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.

Prosseguindo com a análise, a Figura 7.34, apresenta a curva de velocidade do líquido para as mesmas inclinações do duto discutidas anteriormente. Observa-se que a velocidade do líquido é maior para a inclinação mais acentuada na região da golfada à jusante do *pig*,

corroborando a explicação fornecida para o menor acúmulo de líquido à frente do *pig* nessa condição. Esse resultado reforça a influência da inclinação do duto na dinâmica do escoamento bifásico, uma vez que a maior velocidade dos fluidos está diretamente relacionada à redução da pressão causada pelo aumento da altitude final alcançada. A consistência entre os resultados apresentados nas Figura 7.33 e Figura 7.34 evidencia a importância de considerar a interação entre a pressão, a velocidade dos fluidos e a inclinação do duto na análise do comportamento do escoamento bifásico na presença de um *pig*.

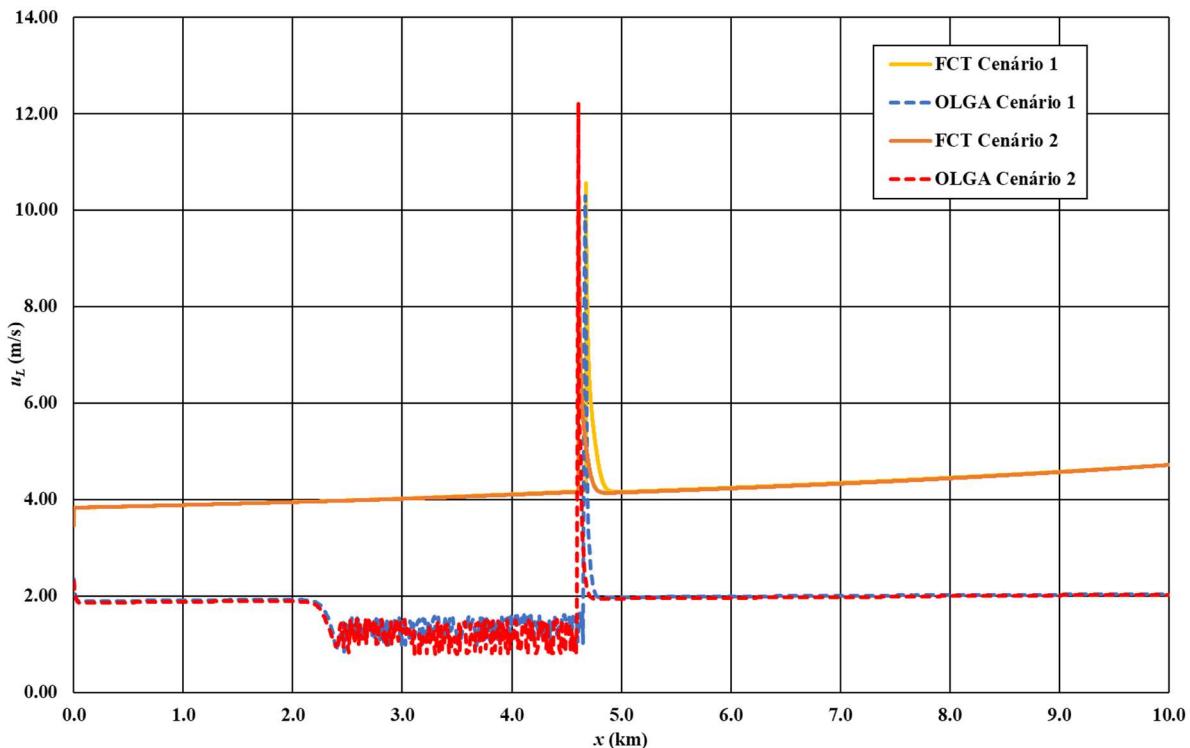


Figura 7.34. Comparativo entre os resultados de velocidade do líquido obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.

Já a Figura 7.35, onde são apresentadas as curvas de velocidade do gás, nota-se um comportamento, para ambos os cenários e ambos os programas, com menos variações. Em contrapartida, na Figura 7.36, observa-se que variação de pressão total da tubulação é maior no duto mais inclinado em comparação com o menos inclinado. Esse fato é fundamental para compreender a dinâmica dos fluidos dentro dos dutos, especialmente no que tange à velocidade do líquido transportado.

Portanto, a observação de que o líquido no duto mais inclinado apresenta uma velocidade maior, apesar das potenciais resistências adicionais, pode ser diretamente atribuída à maior variação de pressão total observada. Esse aumento de pressão fornece a força motriz “adicional”

necessária para acelerar o líquido e superar as resistências ao fluxo, resultando em uma velocidade de escoamento maior.

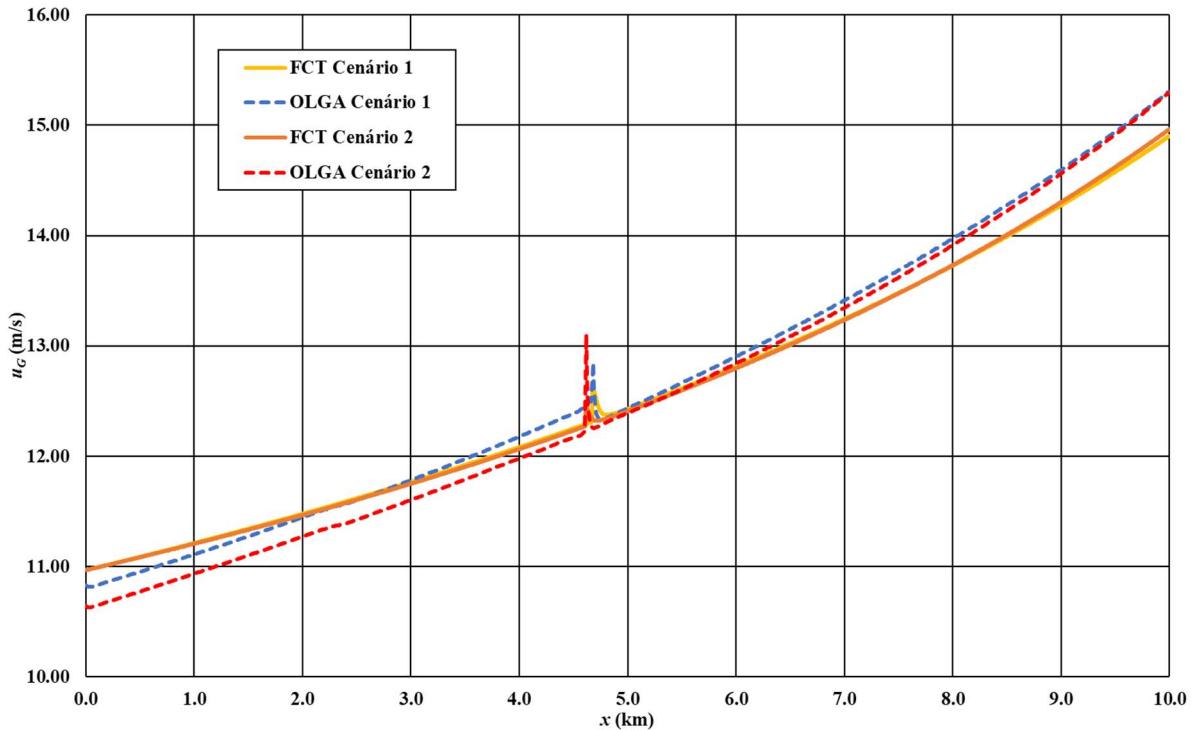


Figura 7.35. Comparativo entre os resultados de velocidade do gás obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.

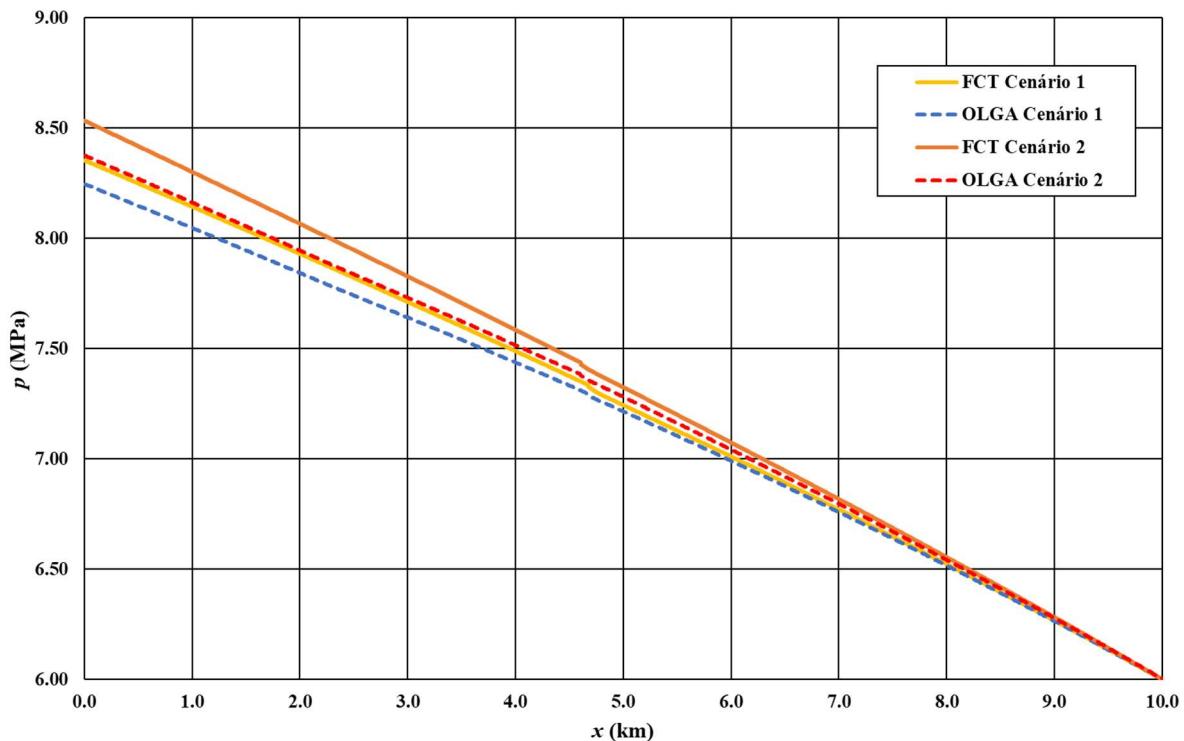


Figura 7.36. Comparativo entre os resultados de pressão obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.

Na Figura 7.37 é apresentado o histórico de velocidade do *pig* para os dois cenários propostos. Os resultados obtidos, por sua vez, revelam um comportamento distinto daquele observado para a velocidade do líquido. Ao contrário do esperado, a velocidade desenvolvida pelo *pig* foi levemente reduzida com o aumento da inclinação, indicando que, neste caso, a força gravitacional desempenhou um papel dominante na dinâmica do sistema. Esse resultado contrasta com os observados nos casos monofásicos, em que o *pig* acompanhou a velocidade do fluido com a variação da inclinação.

Essa divergência de comportamento ressalta a complexidade inerente à análise da velocidade do *pig* em escoamentos bifásicos. A resposta do *pig* às variações de inclinação e às forças atuantes no sistema é resultado de uma intrincada interação entre diversos fatores, incluindo a pressão, a velocidade dos fluidos e a força gravitacional. O balanço entre essas forças pode variar significativamente dependendo das condições específicas do cenário em estudo, tornando necessária uma abordagem caso a caso.

Em algumas situações, a força gravitacional pode se sobrepor aos efeitos da pressão e da velocidade dos fluidos, resultando em uma redução da velocidade do *pig* com o aumento da inclinação, como observado na Figura 7.37. Em outros casos, a influência da pressão e da velocidade dos fluidos pode ser dominante, levando o *pig* a acompanhar o comportamento do escoamento, como no caso monofásico.

Essa complexidade evidencia a importância de uma análise abrangente e detalhada ao estudar a dinâmica do *pig* em escoamentos bifásicos. A consideração cuidadosa das forças atuantes e das condições específicas de cada cenário é fundamental para compreender e prever o comportamento do *pig*, permitindo uma modelagem mais precisa e confiável desses sistemas.

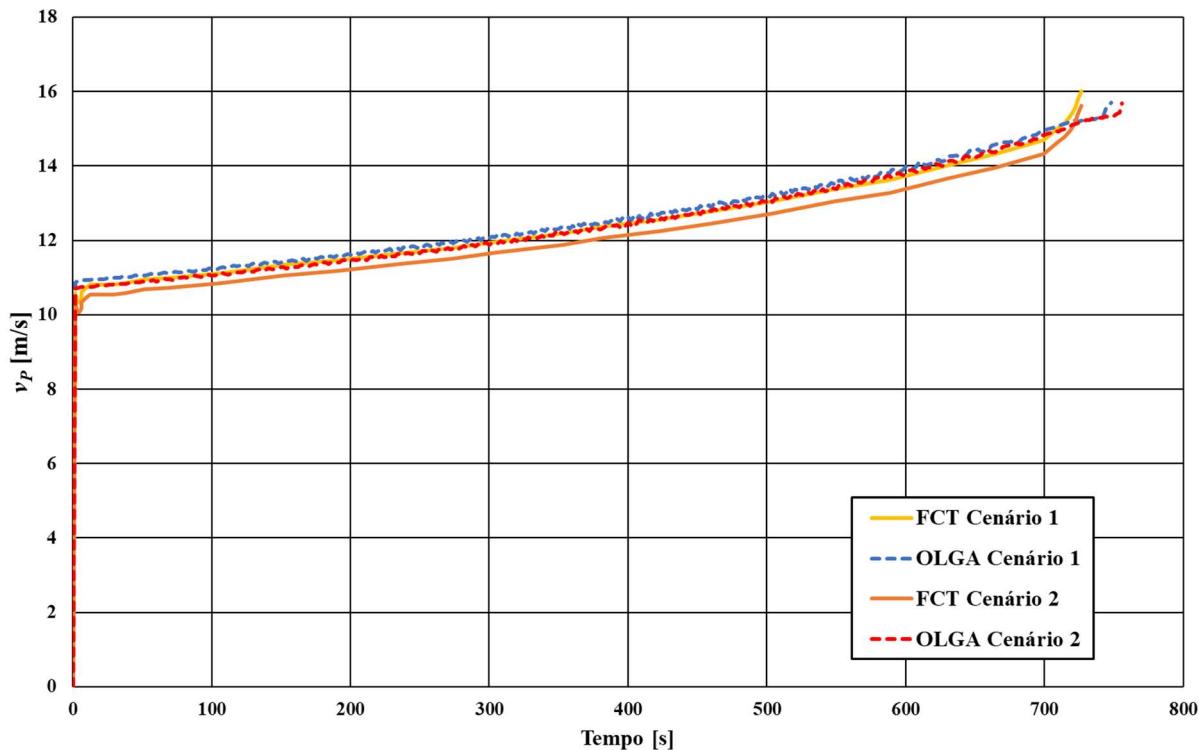


Figura 7.37. Comparativo entre os resultados da velocidade do *pig* obtidos através do FCT e OLGA® para duas inclinações diferentes.

### 7.2.3.2 PERFIL ALTIMÉTRICO – CENÁRIO 3

Para iniciar o detalhamento do cenário 3, consideramos a importância de compreender a dinâmica entre a interação fluido/*pig* em um perfil altimétrico variado, que simula condições mais próximas das encontradas em aplicações industriais reais. Este cenário é particularmente desafiador devido à presença de variações significativas na inclinação do terreno, o que pode afetar diretamente o comportamento dos fluidos e a eficácia da passagem do *pig*.

#### Estrutura do Cenário 3

O cenário 3 é composto por um duto de 10 km de comprimento, dividido em quatro trechos de 2,5 km cada, com características altimétricas específicas, conforme Figura 7.38 e Tabela 11. O *pig* foi posicionado na tubulação na posição  $x_P = 1$  km e se manteve dentro do duto durante toda a simulação. As propriedades dos fluidos e as condições de contorno são apresentadas na Tabela 13.

**Trecho 1:** Inicia com um segmento horizontal, estabelecendo condições iniciais de fluxo estáveis para a simulação e permitindo a análise do comportamento inicial do *pig* e dos fluidos antes de enfrentarem variações de inclinação.

**Trecho 2:** Apresenta uma inclinação positiva, favorecendo um aumento do gradiente de pressão devido à menor pressão no ponto mais elevado do duto.

**Trecho 3:** Caracteriza-se por uma inclinação negativa, proporcionando um cenário onde ocorre uma recuperação no gradiente de pressão, mas também, devido à aceleração gravitacional, pode induzir a formação de *slugs* ou aumentar a velocidade do *pig* de maneira não controlada.

**Trecho 4:** Retorna a um segmento horizontal, permitindo a avaliação de como as variações anteriores impactaram o fluxo e a dinâmica do *pig* ao reestabelecer condições mais estáveis.

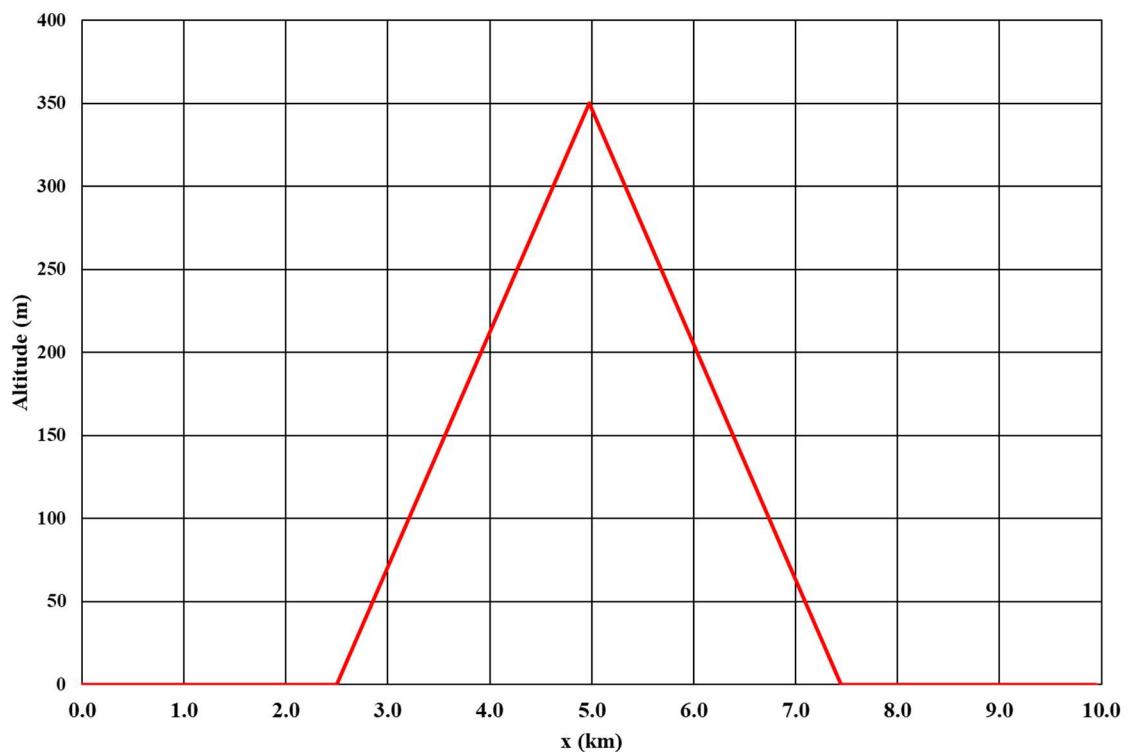


Figura 7.38. Perfil altimétrico da tubulação.

Tabela 12. Inclinação por trecho de tubulação

Trecho do duto	Inclinação [ $\theta$ ]
$L_1$	0°
$L_2$	8,05°
$L_3$	-8,05°
$L_4$	0°

Tabela 13. Condições de contorno e propriedades dos fluidos

$\rho_l$	777,2 kg/m <sup>3</sup>
$\mu_L$	$8,58 \times 10^{-4}$ Pa·s
$\mu_G$	$1,11 \times 10^{-5}$ Pa·s
$k$	392,5 J/kg.K
$p$ (Saída)	2,8 MPa
$u_L$ (Entrada)	2,56 m/s
$u_G$ (Entrada)	10,98 m/s
$\alpha_L$ (Entrada)	$6,3 \times 10^{-2}$

Os resultados obtidos no cenário 3 proporcionam uma visão detalhada sobre o comportamento do sistema sob condições mais extremas de inclinação, diferenciando-se significativamente dos cenários 1 e 2, que apresentavam configurações menos desafiadoras. A análise focou em avaliar o impacto de variações agressivas na inclinação dos dutos, permitindo uma compreensão sobre como essas mudanças influenciam as dinâmicas do escoamento bifásico e o do *pig* durante sua movimentação no duto.

Para uma análise comparativa, os resultados com perfil altimétrico variado foram plotados em paralelo aos obtidos para o caso puramente horizontal. Essa abordagem possibilita a identificação dos efeitos induzidos pela variação da inclinação ao longo do duto.

A Figura 7.39 ilustra as curvas de fração volumétrica de líquido em diferentes posições ao longo do duto, tanto para o caso horizontal, representado por linhas tracejadas, quanto para o cenário com altimetria variada, representado por linhas contínuas. Nela pode-se observar que na posição  $x_p = 2$  km, trecho horizontal em ambos os casos, as curvas são coincidentes. O efeito da inclinação se manifesta nas posições posteriores. Nota-se um aumento do valor máximo da fração volumétrica de líquido até que a posição  $x_p = 5$  km é alcançada, indicando um maior acúmulo imediatamente a jusante do *pig*. Em seguida inicia-se o trecho de descida,

nota-se então um alongamento da massa líquida a jusante, bem como uma redução do valor máximo alcançado quando comparada a curva da mesma posição do caso horizontal.

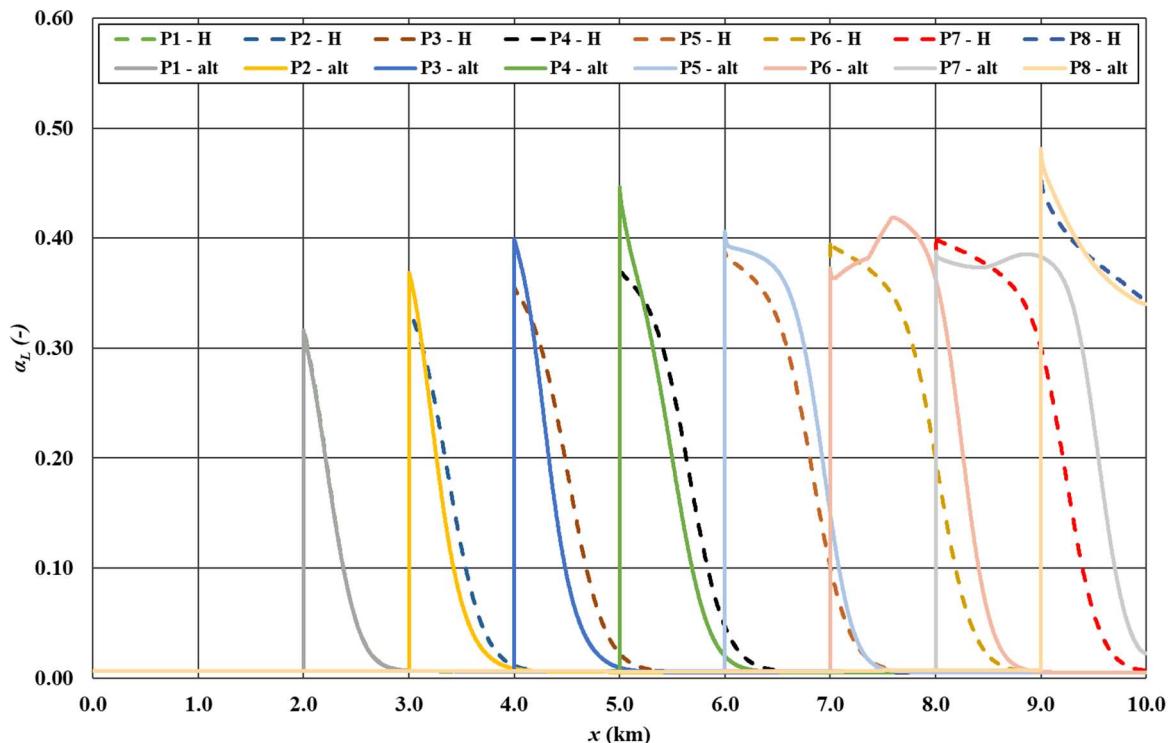


Figura 7.39. Distribuição da curva de fração volumétrica do líquido ao longo do duto para diferentes posições do *pig*.

A Figura 7.40 apresenta as curvas de velocidade do líquido. O comportamento reflete o mesmo padrão apresentado pela fração volumétrica de líquido, porém com variações mais expressivas do que as previamente apresentadas. Enquanto o valor máximo de  $\alpha_{L,x_P=5\text{ km}}$  foi 19,5% maior, o valor de  $u_{L,x_P=5\text{ km}}$  foi 25,5% maior, quando comparados ao caso horizontal. Assim como os cenários 1 e 2, a velocidade do líquido aumentou à medida que subia o trecho inclinado. Já no trecho de descida, acompanhando o comportamento da fração volumétrica de líquido houve um aumento da velocidade para uma região mais afastada do *pig*. De forma equivalente à velocidade do líquido, a velocidade do gás, apresentada na Figura 7.40, apresentou comportamento semelhante, com  $u_{G,x_P=5\text{ km}}$  17,3% superior quando compara ao caso horizontal.

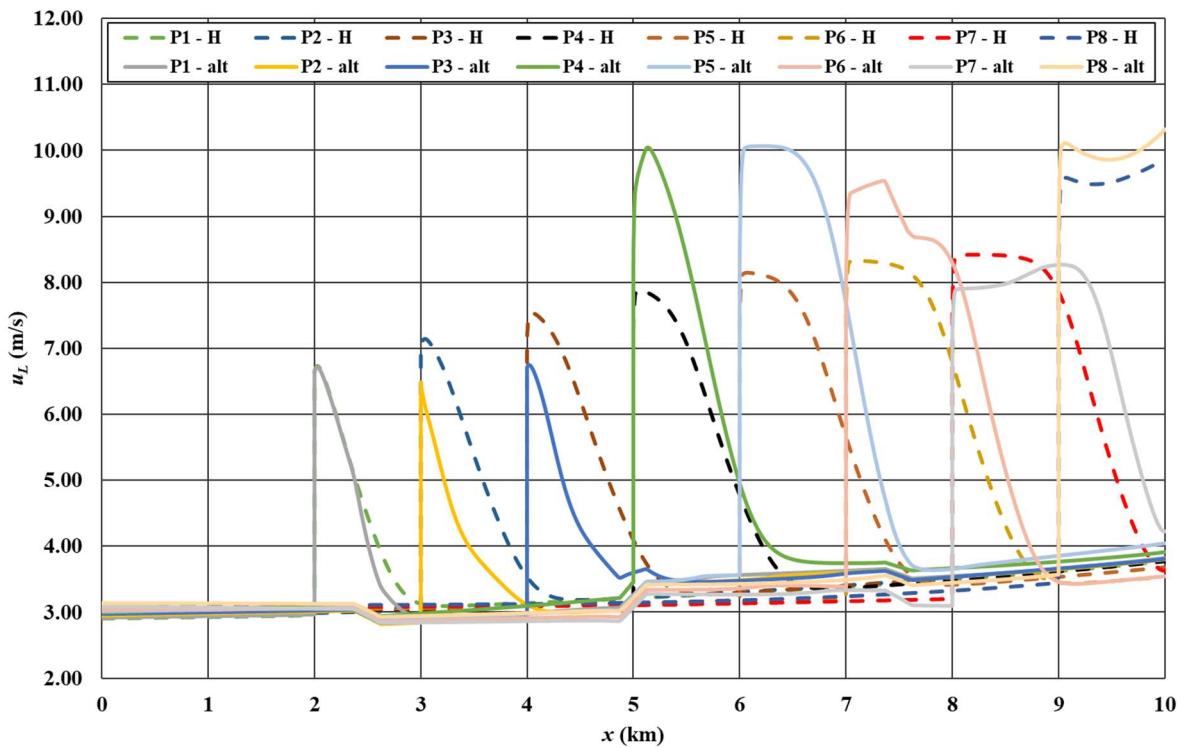


Figura 7.40. Distribuição da curva de velocidade do líquido ao longo do duto para diferentes posições do *pig*.

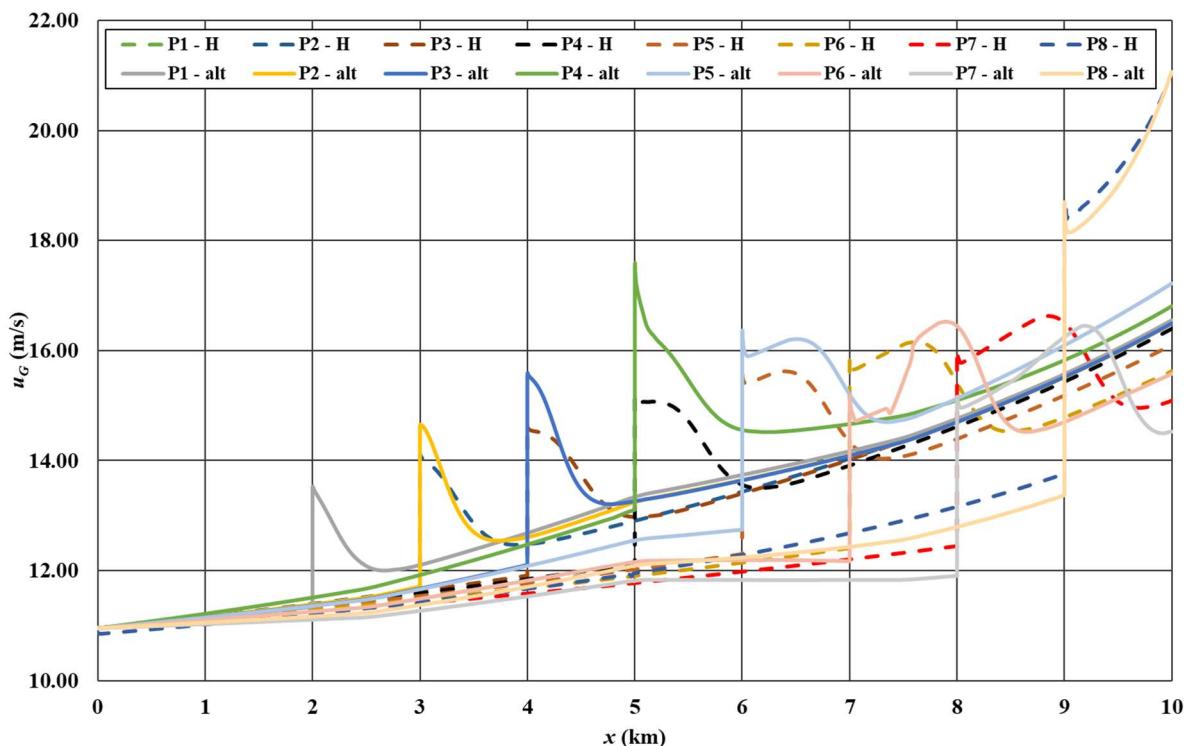


Figura 7.41. Distribuição da curva de velocidade do gás ao longo do duto para diferentes posições do *pig*.

As curvas de pressão, apresentadas na Figura 7.42, acomodam os efeitos da variação da inclinação e das novas distribuições das curvas de velocidade do líquido e gás e fração volumétrica do líquido.

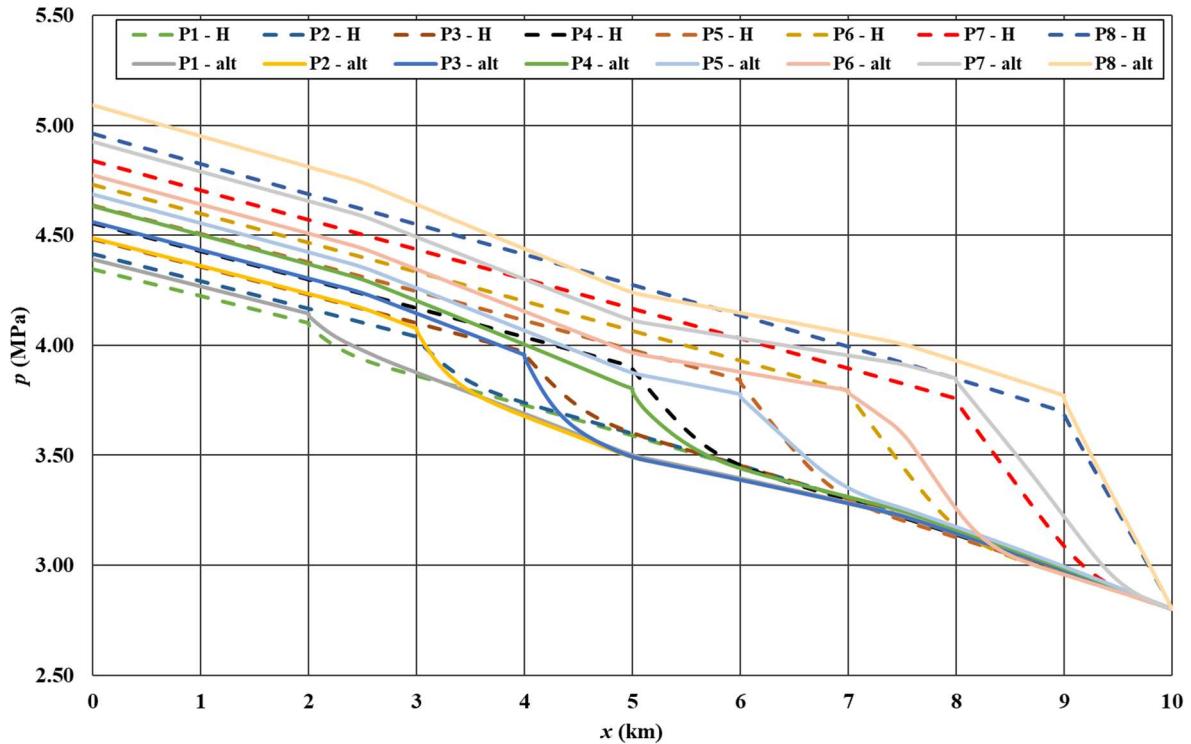


Figura 7.42. Distribuição da curva de pressão ao longo do duto para diferentes posições do *pig*.

A curva  $P6 - \text{alt}$  em especial, apresentada em detalhe na Figura 7.43, reafirma que, quanto maior a fração volumétrica de líquido, maior o gradiente de pressão para a mesma região. A distribuição do líquido ao longo do duto impacta diretamente nos gradientes locais de pressão e, por consequência, no valor de pressão calculado na entrada do duto.

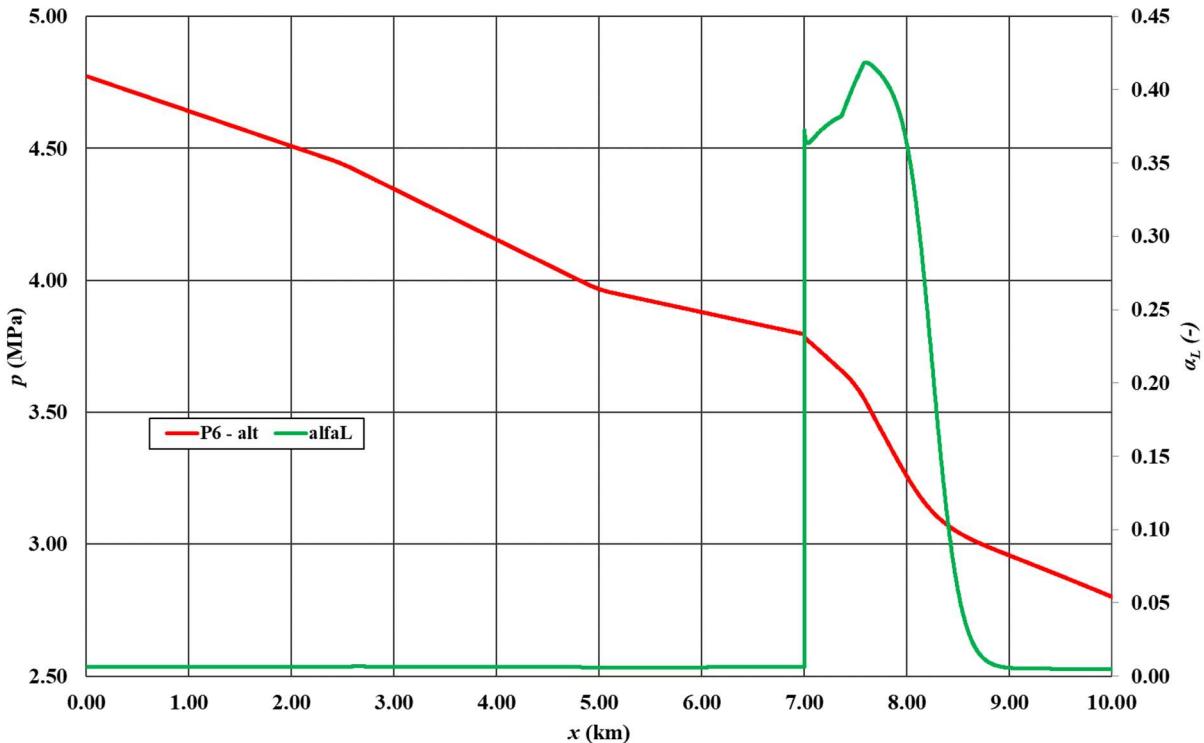


Figura 7.43. Curva de pressão e fração volumétrica de líquido para  $x_P = 7 \text{ km}$ .

Por fim, na Figura 7.44 ilustra a curva que descreve a evolução da velocidade do *pig* em função das variações altimétricas ao longo do duto. Observa-se inicialmente um aumento significativo da velocidade na posição  $x_P = 1 \text{ km}$ . Contudo, à medida que o *pig* se aproxima do início do primeiro segmento de inclinação ascendente, identifica-se uma sutil desaceleração, devido à curva que o *pig* teve que fazer para entrar no trecho de duto com inclinação ascendente. Esta tendência se inverte na região anterior próximo ao ponto mais alto, onde a velocidade do *pig* experimenta um novo incremento, mas novamente desacelera muito próximo ao pico. No entanto, durante a descida no subsequente segmento de declive, a velocidade se mantém quase inalterada, demonstrando um equilíbrio nas forças atuantes sobre o *pig*, até que uma desaceleração é novamente observada ao se aproximar da altitude inicial de  $h = 0 \text{ m}$ . Este comportamento ilustra uma dinâmica complexa, influenciada tanto pela altimetria do terreno quanto pelas características intrínsecas do fluxo e da interação do *pig*.

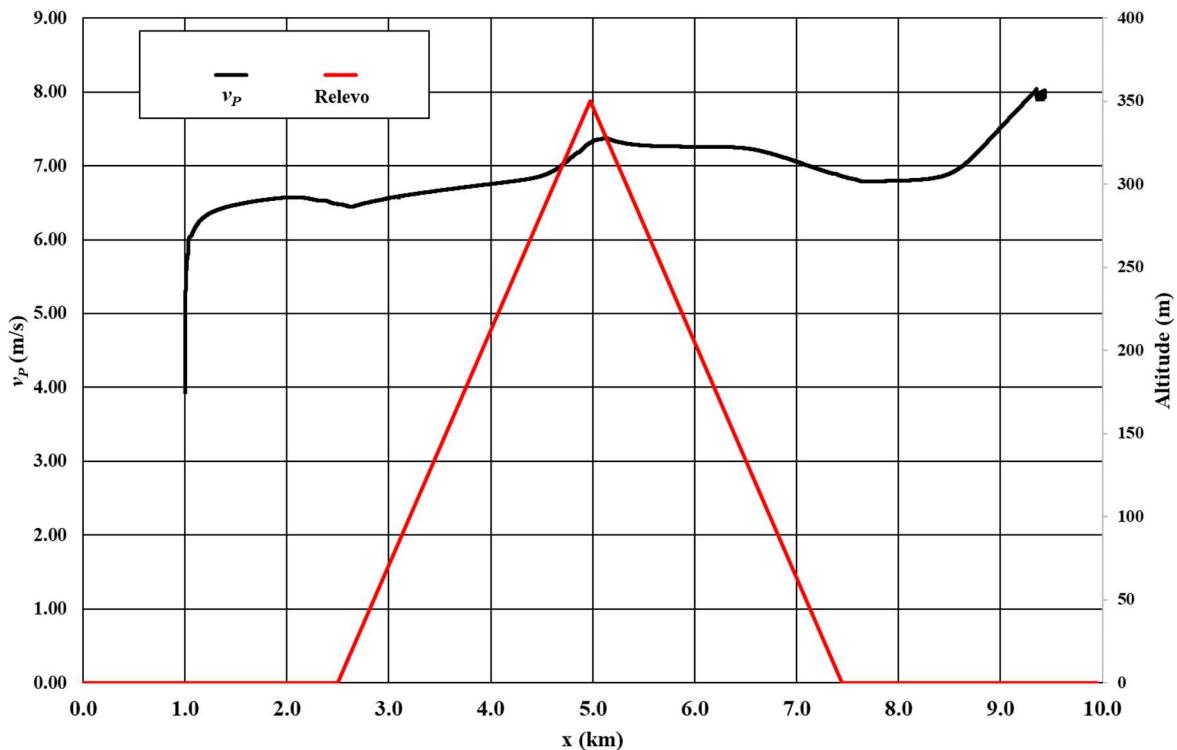


Figura 7.44. Variação da fração volumétrica do líquido a montante do *pig* ao longo da distância.

#### 7.2.4 VAZAMENTO PRESENTE NA LINHA

A seguir estão listados os resultados obtidos para o movimento de um *pig* em um escoamento bifásico de padrão estratificado, Patrício *et al.*, 2018. O modelo contempla a passagem do *pig* em uma tubulação de 45 km com escoamento de óleo e gás com um vazamento da magnitude de 10% da vazão mássica na entrada, posicionado na metade do comprimento do duto, comparados com os resultados obtidos utilizando o software comercial OLGA®.

Os resultados apresentados a seguir foram obtidos seguindo o procedimento adotado nos casos já discutidos, onde primeiramente o regime permanente do escoamento é calculado e em seguida o *pig* é inserido na tubulação. O *pig* foi inserido na posição  $x_P = 100$  m e se manteve dentro do duto ao longo de todo o tempo. Na Tabela 14 estão listadas as propriedades de fluido utilizadas, assim como as condições de contorno.

Tabela 14. Propriedades do fluido e condições de contorno.

$\rho_l$	777,2 kg/m <sup>3</sup>
$\mu_l$	$8,58 \times 10^{-4}$ Pa·s
$\mu_g$	$1,11 \times 10^{-5}$ Pa·s
$k$	392,5 J/kg.K
$p$ (Saída)	6,0 MPa
$u_L$ (Entrada)	0,9 m/s
$u_G$ (Entrada)	4,65 m/s
$\alpha_L$ (Entrada)	0,0078

Nas figuras a seguir estão apresentados os resultados obtidos no trabalho atual e comparados com os apresentados por Patricio, 2018. Foram selecionados dois instantes distintos, *pig* a montante e a jusante do vazamento, para representar o efeito do *pig* no escoamento e o efeito do vazamento sobre o ele. Na Figura 7.45 é apresentada a curva de pressão ao longo do duto. As curvas de linha contínua representam os resultados obtidos no presente trabalho, enquanto as curvas tracejadas e traço/ponto representam os resultados obtidos por Patricio, 2018 e com o OLGA®. A posição do *pig* pode ser facilmente visualizada porque provoca uma perda de carga local, caracterizada por um degrau,  $\Delta p_p$ . O  $\Delta p_p$  inicialmente calculado por Patricio, 2018 e pelo OLGA® foi de 0,08 MPa e 0,11 MPa, respectivamente. O presente trabalho obteve um  $\Delta p_p = 0,12$  MPa. O erro relativo entre os resultados de Patricio, 2018 e o presente trabalho quando comparados ao OLGA® são de 27,3% e 18,2%, respectivamente. O maior ganho, porém, quando comparado aos resultados de referência do OLGA®, se dá na entrada do duto, conforme pode-se observar na Figura 7.45, a diferença entre os resultados de Patricio, 2018 e a referência possuía um erro relativo de 3,3%. Já com a metodologia atual esta diferença foi reduzida para 0,35% reforçando assim a qualidade do resultado obtido. O efeito do vazamento, devido à sua pequena magnitude, é de difícil visualização nos gráficos de pressão.

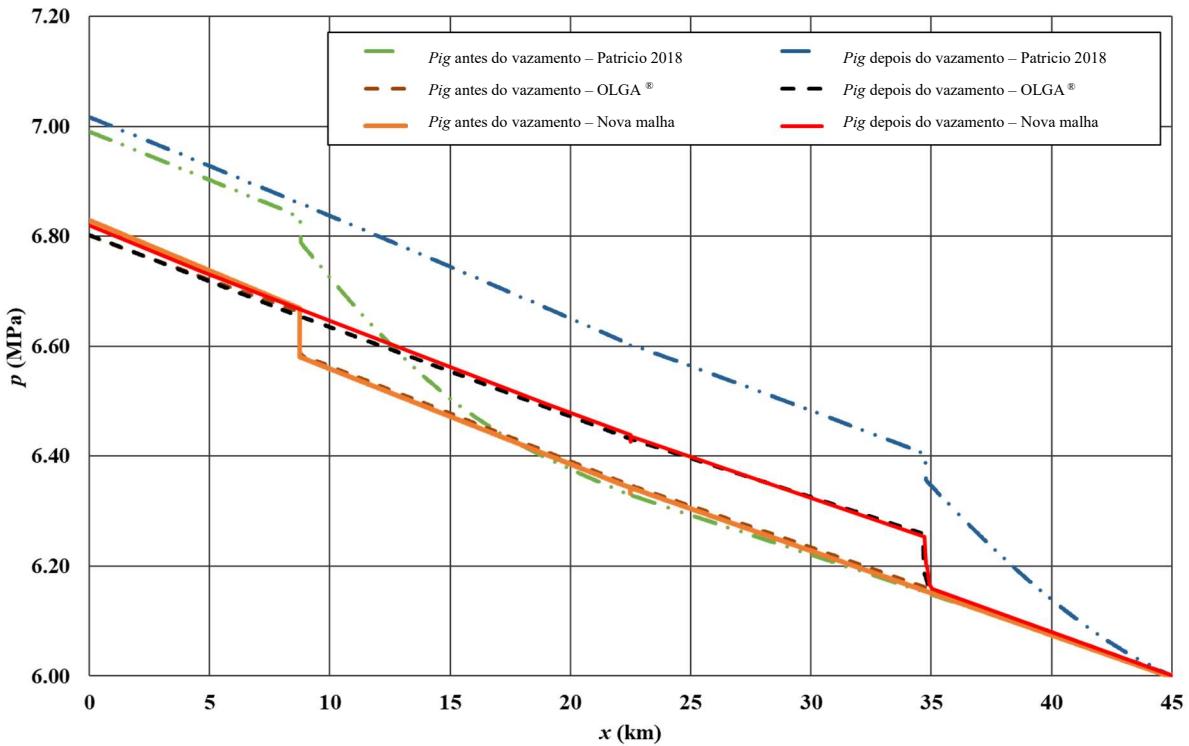


Figura 7.45. Pressão ao longo do duto.

A velocidade do gás é apresentada na Figura 7.46. O vazamento está facilmente identificado em  $x_l = 22,5$  km. A queda no valor da velocidade indica uma perda de massa para o meio externo. Nas posições do *pig* pode-se observar a ocorrência de um pico local mais pronunciado na simulação do OLGA®. Enquanto nos resultados apresentados por Patricio, 2018, a velocidade do gás teve pouca variação, já no trabalho atual observa-se um comportamento com uma maior tendência a se aproximar do obtido pelo OLGA®.

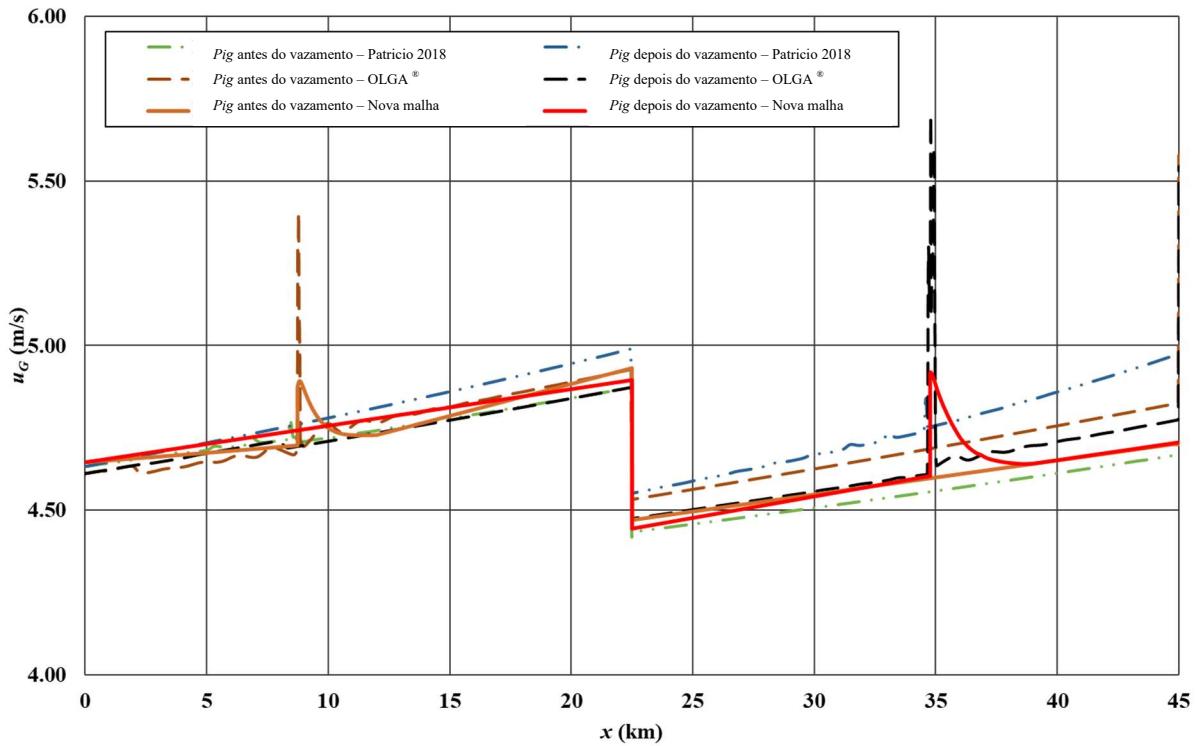


Figura 7.46. Velocidade do gás ao longo do duto.

Na Figura 7.47 e na Figura 7.48 são apresentadas as curvas de velocidade do líquido e fração volumétrica de líquido, respectivamente. Conforme o esperado, mediante o apresentado casos anteriores, o efeito difusivo foi reduzido de maneira significativa. Observando-se as curvas de velocidade nota-se uma redução significativa se sua extensão. Já as curvas da fração volumétrica de líquido, acompanharam as reduções observadas na velocidade do líquido e capturaram maiores valores ocupados pelo líquido na seção reta do duto na posição do *pig*.

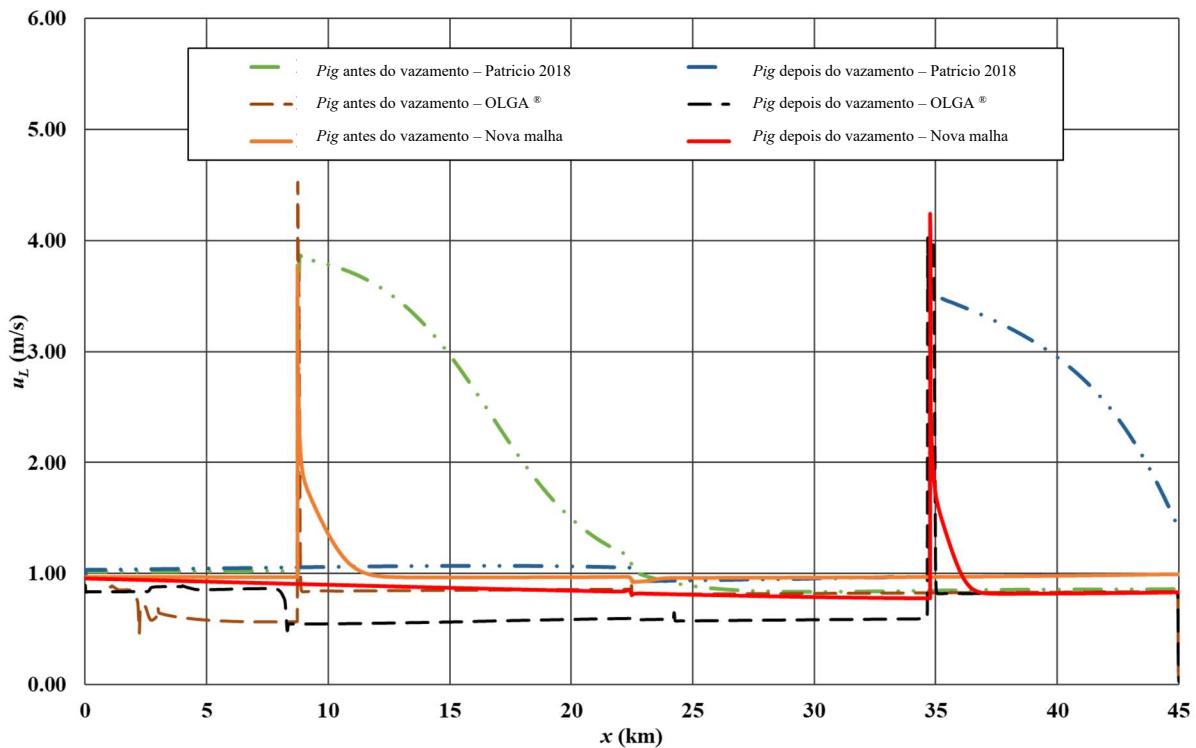


Figura 7.47. Velocidade do líquido ao longo do duto.

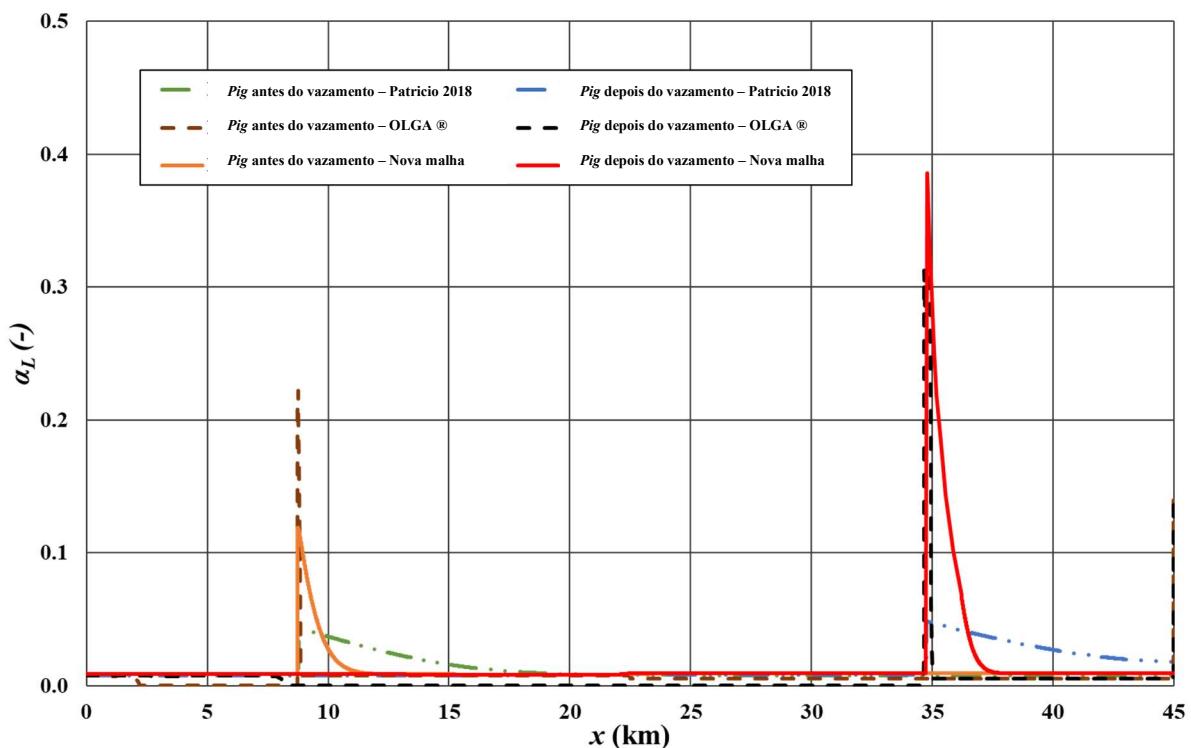


Figura 7.48. Fração volumétrica do líquido ao longo do duto.

Na Figura 7.49 é apresentado o histórico de velocidade do *pig*. Nota-se que ao longo das primeiras 2,25h de deslocamento do *pig* as curvas coincidiram desde a aceleração inicial, até atingirem sua velocidade de cruzeiro. Todas capturaram bem a presença do vazamento em  $t = 1,5$  h. Devido ao efeito difusivo extenso dos resultados de Patricio, 2018, as perturbações causadas por tal efeito nas condições de saída do duto afetaram diretamente o comportamento do *pig*, fazendo com que a velocidade aumentasse precocemente. A curva vermelha também apresentou um aumento no trecho final, indicando que a frente de onda do *slug* alcançou a saída do duto e alterou o comportamento das condições de contorno. É importante reforçar que o aumento da velocidade do *pig* observado próximo à extremidade final do duto é devido à condição de contorno aplicada nessa região. Essa condição de contorno, que inclui a velocidade dos fluidos e a fração volumétrica, depende das grandezas no interior do domínio. Como as grandezas a jusante do *pig* são maiores devido à formação do *slug*, os valores no contorno também aumentam, impactando diretamente na velocidade final do *pig*. Esse comportamento é observado tanto na simulação realizada com o software desenvolvido neste trabalho quanto na simulação utilizando o software OLGA®, indicando que a condição de contorno é a principal responsável pelo aumento da velocidade do *pig* próximo à saída do duto.

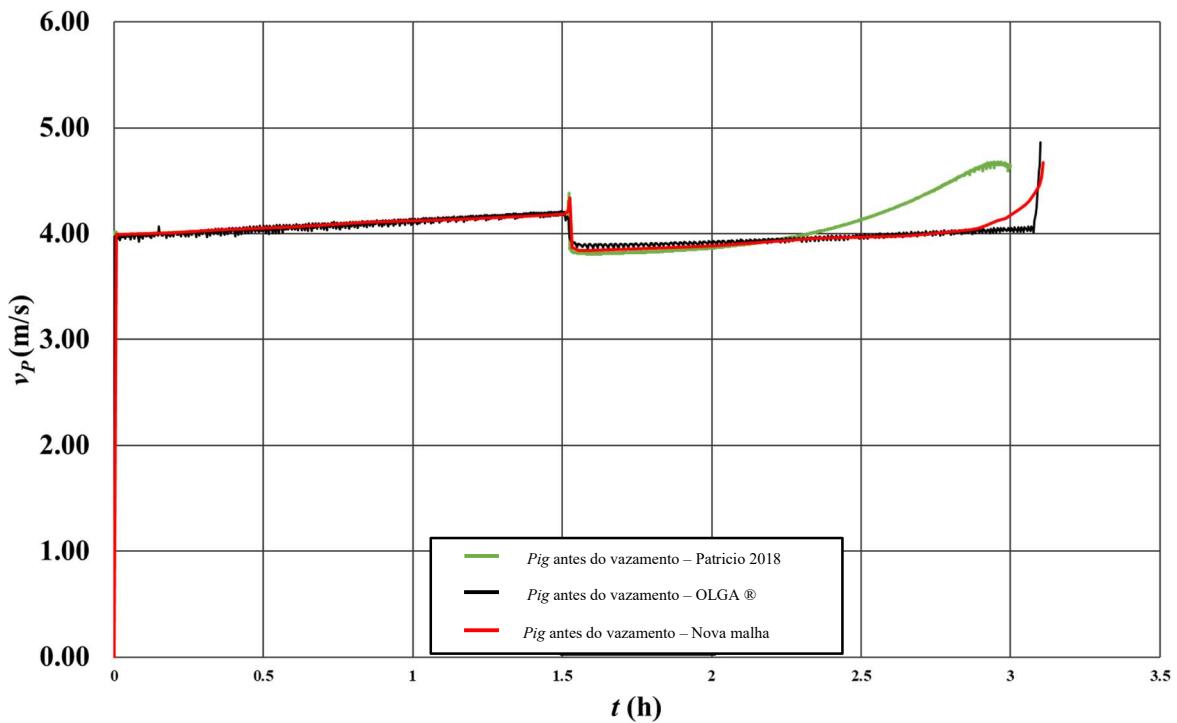


Figura 7.49. Histórico de velocidade do *pig*

## **8. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES**

### **8.1 CONCLUSÕES**

Este estudo abordou a modelagem de escoamentos bifásicos em gasodutos, com ênfase na interação entre o escoamento e o *pig*. A pesquisa iniciou com uma revisão dos princípios do escoamento monofásico, estabelecendo uma base teórica que fundamentou a compreensão dos fenômenos envolvidos e facilitou a transição para contextos mais complexos. A partir dessa base, o trabalho evoluiu para a formulação do modelo matemático destinado à simulação de escoamentos bifásicos, modelo este que tem como objetivo captar a interação entre as fases líquida e gasosa e a dinâmica do *pig* dentro do duto. A pesquisa apresentou uma progressão metodológica, desde modelos mais simplificados, envolvendo escoamentos monofásicos até abordagens que incorporam variáveis adicionais, como diferentes tipos de acidentes na tubulação, como altimetria e vazamentos.

Um aspecto fundamental que distingue este estudo é a abordagem adotada para a modelagem do *pig*. Neste trabalho, o *pig* é tratado como uma fronteira móvel singular, uma perspectiva que difere da abordagem convencional de volume de controle móvel. Além disso, o modelo de *pig* utilizado neste estudo se destaca quanto comparado com os modelos simplistas encontrados nas pesquisas realizadas durante o desenvolvimento da tese. O modelo aqui proposto considera diversas grandezas dimensionais e características construtivas do *pig* que afetam diretamente seu comportamento e sua interação com o escoamento. Essa abordagem mais detalhada e realista do *pig* permite uma representação mais fiel da dinâmica do sistema, levando em conta fatores como a geometria do *pig*, sua massa, comprimento total e outras propriedades relevantes. Essa caracterização abrangente do *pig* é essencial para capturar com precisão os efeitos de sua presença no escoamento e para obter resultados mais confiáveis e representativos.

A integração dessa abordagem para a modelagem do *pig* com o Modelo de Dois Fluidos de quatro equações e uma pressão para as fases unidimensional e transitória demonstra a robustez e a versatilidade do modelo desenvolvido. Essa combinação permite simulações mais acuradas e confiáveis, levando em conta a natureza multifásica e variável no tempo dos escoamentos em dutos, bem como a influência das características específicas do *pig* no sistema.

A investigação inicial da pesquisa concentrou-se na análise de escoamentos monofásicos, essencial para compreender a dinâmica fundamental do *pig* em dutos. Esta fase da pesquisa foi

dedicada a examinar o desempenho da combinação entre o método numérico adotado e o modelo de *pig* utilizado. Devido à sua natureza comparativamente mais simples, essa abordagem permitiu a simulação e análise de diversos cenários, estabelecendo uma base sólida para estudos mais complexos.

Neste capítulo, foram realizadas diversas análises e simulações envolvendo escoamentos monofásicos de gás e líquido. Inicialmente, foram apresentados os resultados para as simulações considerando uma tubulação horizontal, observando o comportamento das variáveis de interesse, como pressão e velocidade, e a introdução do *pig* na tubulação após a estabilização do sistema em regime permanente. Em seguida, foi examinado o escoamento com perfil altimétrico variado, ilustrando as variações nas curvas de pressão e velocidade do escoamento. A velocidade do *pig* foi analisada, revelando um aumento em trechos ascendentes e uma diminuição em trechos descendentes para ambos os casos devido à influência da coluna hidrostática. Esses resultados destacam a importância de considerar a interação entre o *pig*, o fluido e a altimetria do duto.

Posteriormente, foi simulado o deslocamento do *pig* em uma tubulação de 20 km com a presença de um vazamento. Foram analisadas as distribuições de velocidade e pressão ao longo do duto em regime permanente na presença do vazamento, bem como o histórico de velocidade do *pig*. Os resultados demonstraram uma redução na velocidade do escoamento e do *pig* na região do vazamento, evidenciando a perda de massa para o meio externo. Essas análises e simulações forneceram informações sobre o comportamento dos escoamentos monofásicos de gás e líquido em dutos, considerando diferentes condições de inclinação, perfis altimétricos variados e a presença de vazamentos. Os resultados obtidos contribuem para a compreensão da dinâmica do *pig* e sua interação com o escoamento, destacando a importância de considerar esses fatores na modelagem e simulação de sistemas de transporte de fluidos em dutos.

Prosseguindo para o escoamento bifásico, a pesquisa focou na capacidade do modelo de simular o processo de formação de *slug* a jusante do *pig* à medida que este se movimenta ao longo do duto. Resultados preliminares indicaram a presença de um forte efeito difusivo nas simulações utilizando o método FCT. A pesquisa identificou que a aplicação de um refinamento diferenciado da malha computacional se mostrou eficaz para atenuar o efeito difusivo. O refinamento diferenciado envolve aumentar a densidade das células na malha de forma seletiva ao longo do duto, concentrando um maior número de células nas regiões onde a precisão é mais crítica, como na frente de onda do *slug*. Esta abordagem permite uma representação mais acurada das descontinuidades e variações abruptas de propriedades que caracterizam o escoamento bifásico. A implementação do refinamento diferenciado da malha no contexto do

método FCT mostrou-se particularmente eficaz. O FCT é um método numérico desenvolvido para combinar a captura de descontinuidades através do controle dos efeitos difusivos e dispersivos, e a consequente supressão de oscilações numéricas indesejadas. Ao aplicar o refinamento diferenciado da malha, foi possível reduzir significativamente a difusão artificial da frente de onda do *slug*, resultando em simulações que oferecem uma representação mais fiel da dinâmica real do escoamento. A capacidade de atenuar o efeito difusivo melhora não apenas a precisão das simulações, mas também a confiabilidade das previsões e análises baseadas nesses modelos.

Em relação aos tempos computacionais, a análise dos diferentes métodos e malhas revelou diferenças significativas. Especificamente, a implementação da malha refinada acoplada ao método FCT resultou em uma redução drástica do tempo de execução. Por exemplo, no caso de uma simulação com 50.000 células, o programa com a malha refinada foi executado 11 vezes mais rápido em comparação ao programa com a malha homogênea original. Esta diferença nos tempos de execução faz com que o FCT seja uma opção atraente para simulações complexas que exigem tanto precisão quanto eficiência computacional. Em contraste, o método ROE, utilizado como comparação, não conseguiu superar a lentidão intrínseca do método, resultando em tempos de simulação elevados.

Em seguida foi abordado o caso apresentado por Patricio, 2016 e Viggiano, 2022 com o intuito de enfatizar, comparativamente, a evolução do método de solução proposto. A comparação com o modelo OLGA®, um padrão da indústria para simulações de escoamento em dutos, revelou que o método proposto conseguiu capturar os principais efeitos físicos mostrando bom alinhamento com os resultados do OLGA®.

Aprofundando na análise da dinâmica de *pigs* em escoamentos bifásicos, a pesquisa explorou o comportamento de um *pig* em um duto de 10 km sob diferentes condições de inclinação. Nos dois primeiros cenários, um com uma inclinação mais suave e outro com uma inclinação mais acentuada, observou-se que, a velocidade do escoamento e, consequentemente, do *pig* tende a aumentar com a inclinação mais acentuada. Este resultado sugere que, apesar da expectativa de que uma maior inclinação positiva resultaria em maior resistência ao escoamento devido à gravidade, a dinâmica do escoamento apresentou um comportamento diferente. Os resultados indicam que o efeito do gradiente de pressão negativo no duto mais inclinado pode acelerar o *pig*, mesmo tendo o atrito e a gravidade atuando no sentido contrário.

Avançando na investigação, o estudo explorou a dinâmica do *pig* em trechos de duto alternando entre ângulos positivos e negativos. Este cenário mais complexo destacou como as variações na inclinação do duto influenciam a dinâmica do escoamento, evidenciando o impacto

de mudanças topográficas na formação e propagação de *slugs*. No trecho com inclinação positiva, constatou-se que a velocidade do escoamento e, consequentemente, a velocidade do *pig*, assim como no caso anterior, tendiam a aumentar devido ao efeito piezométrico. No trecho com inclinação negativa, embora a gravidade tenha auxiliado o escoamento dos fluidos, ela também contribuiu para a instabilidade na interface entre as fases, favorecendo a formação de *slugs* mais alongados.

A análise global, considerando tanto os dois primeiros cenários com inclinações positivas distintas quanto o cenário subsequente com variações de inclinação, ilustrou o impacto significativo das mudanças topográficas na dinâmica do escoamento bifásico. Esses resultados confirmam a complexidade da operação de *pigs* em dutos, onde a interação entre o *pig* e o escoamento é significativamente influenciada pelas características físicas do duto, como sua inclinação.

Por fim, a pesquisa investigou o comportamento do *pig* em um cenário de vazamento no sistema, integrando os conhecimentos adquiridos nas etapas anteriores sobre as interações entre o *pig*, o escoamento bifásico e as condições anormais do duto. A análise deste caso específico revelou que, apesar do intenso efeito difusivo na proposta de solução original, o comportamento do *pig* ao passar pelo vazamento foi capturado de maneira similar por todos os programas, indicando que acidentes ao longo do trajeto não influenciam significativamente sua dinâmica. No entanto, ao alcançar o trecho final do duto, observou-se que o *pig* não apresentou o aumento de velocidade observado anteriormente, fenômeno diretamente relacionado à redução do efeito difusivo sobre as condições de contorno.

Em resumo, os resultados desta pesquisa elucidam aspectos fundamentais da dinâmica de *pigs* em escoamentos bifásicos, desde a análise do efeito numérico de difusão na simulação de escoamentos em dutos horizontais até a complexa interação entre o *pig* e escoamentos bifásicos em condições de vazamento. Esses resultados não apenas validam a modelagem do *pig* como uma superfície singular móvel e sua integração com o modelo numérico para o escoamento bifásico, mas também aprofundam a compreensão física sobre as complexas interações que governam o comportamento do *pig* e o escoamento bifásico em dutos.

## 8.2 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Primeiramente, destaca-se a necessidade de implementar uma malha de discretização que seja refinada, localizada e, sobretudo, adaptativa. Tal implementação permitiria que o

comprimento total da malha discretizada se ajustasse dinamicamente às regiões que demandam maior detalhamento, otimizando o uso de memória computacional e reduzindo significativamente o tempo de processamento, permitindo uma alocação mais inteligente dos recursos computacionais e uma análise mais precisa das áreas críticas, como as proximidades imediatas a jusante do *pig*, onde fenômenos como a formação de *slugs*, e secagem à montante, que apresentam desafios significativos. É importante, no entanto a incorporação de uma região de transição da malha refinada para a malha regular, agregando mais um fator de otimização reduzindo possíveis instabilidades numéricas na solução.

Em segundo lugar, sugere-se uma investigação mais aprofundada sobre a região imediatamente a montante do *pig*. Embora o modelo matemático atual não contemple explicitamente esse efeito, é importante reconhecer que a presença e a intensidade da raspagem podem variar de acordo com as condições específicas do escoamento e as características do *pig*. Portanto, recomenda-se a realização de estudos adicionais, combinando simulações numéricas e experimentos físicos, para elucidar os fatores que influenciam a ocorrência e a magnitude da raspagem. Essa abordagem permitirá uma compreensão mais abrangente do impacto da raspagem na eficácia do *pig* e na dinâmica do escoamento, contribuindo para o aprimoramento dos modelos matemáticos e das estratégias de limpeza e manutenção de dutos.

Além disso, ressalta-se a importância de incorporar características construtivas mais detalhadas ao modelo do *pig*. Atualmente tratado como um objeto homogêneo, a diversificação do modelo para incluir *pigs* tipo copo, instrumentados ou com diâmetro de *bypass* variável, refletiria com maior fidelidade a variedade de dispositivos utilizados na prática. Essa abordagem detalhada promete enriquecer as simulações, oferecendo uma representação mais precisa das propriedades físicas e das funcionalidades dos *pigs*. Outro fator que poderia ser incorporado ao modelo do *pig* é o seu desgaste ao percorrer a linha e como isso pode afetar seu comportamento e, por consequência, como isto impacta o escoamento. Um estudo experimental em conjunto com uma análise de elementos finitos nos modelos dos *pigs* deixaria o modelo ainda mais preciso e universal.

Por fim, a implementação da simulação de operações com mais de um *pig* durante a mesma sessão abre novas perspectivas para a análise de estratégias de manutenção e inspeção em batelada. Essa capacidade de simular a operação sequencial de múltiplos *pigs* representaria um avanço significativo, permitindo a avaliação de técnicas complexas de limpeza e inspeção que são comumente empregadas na indústria.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDREUSSI, P.; PERSEN, L.N. Stratified Gas-Liquid Flow in Downwardly Inclined Pipes. International Journal of Multiphase Flow, v. 13, n. 4, p. 565-575, 1987.

ASCHER, U.M.; PETZOLD, L.R. Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations. SIAM Classics Series, 1988.

AZEVEDO, L. F. A.; BRAGA, A.M.B.; NIECKELE, A.O.; NACCACHE, M. F. Simple Hydrodynamic Models for the Prediction of Pig Motions in Pipelines. Offshore Technology Conference, OTC 8232, 1996.

BAKER, O. Gas-liquid flow in pipelines II. Design Manual, AGM-API, 1970.

BAPTISTA, R. M. Detecção de Vazamentos em Gasodutos com a Presença de Escoamento Bifásico, Baseada em Análise Estatística de Desbalanceamentos de Inventário. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 2013.

BARNEA, D. A Unified Model for Predicting Flow-Pattern Transitions for the Whole Range of Pipe Inclinations. Journal of Multiphase Flow, v. 13, pp. 1-12, 1987.

BENDIKSEN, K. M.; MALNES, D.; MOE, R.; NULAND, S. The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application. SPE Production Engineering, p. 171-180, 1991.

BONIZZI, M.; ISSA, R. I.; KEMPF, M. H. W. Modelling of Gas Entrainment in Horizontal *Slug* Flow. Proceedings of the ICMF 2001 Conference, USA, 2001.

BOOK, D.L.; BORIS, J.P.; HAIN, K. Flux corrected transport II: Generalizations of the method. Journal of Computational Physics, Vol. 18, p. 248-283, 1975.

BORIS, J. P.; BOOK, D. L. Flux correct transport I - SHASTA - A fluid transport algorithm that works. Journal of Computational Physics, v. 11, p. 38-69, 1973.

BORIS, J. P.; BOOK, D. L. Flux correct transport I - SHASTA - A fluid transport algorithm that works. *Journal of Computational Physics*, Vol. 11, p. 38-69, 1973.

BORIS, J. P.; BOOK, D. L. Solution of continuity equation by the method of flux-corrected transport. *Journal of Computational Physics*, v. 129, p. 85-129, 1976.

BOTROS, K. K.; GOLSHAN, H. Dynamics of Pig Motion in Gas Pipeline. AGA – Operations Conference & Biennial Exhibition, 2009.

BRENAN, K.E.; CAMPBELL, S.L.; PETZOLD, L.R. The Numerical Solution of Initial Value Problems in Differential-Algebraic Equations. SIAM Classics Series, 1966.

BUENO, D. E. G. P. Modelagem Numérica do Escoamento Bifásico em Gasodutos com Padrão Estratificado. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2013.

BUENO, D. E. G.; FIGUEIREDO, A. B.; BAPTISTA, R. M.; RACHID, F. B. F.; BODSTEIN, G. C. R. Featuring Pig Movement in Two-Phase Gas Pipelines. 9th International Pipeline Conference, IPC2012-90187, 2012.

CAMPO, E. V. Modelagem do Movimento de Pigs em Regime Transiente. Dissertação de M.Sc., PGMEC/UFRJ, Niterói, RJ, Brasil, 1998.

CHEN, S.; ZHANG, Y.; WANG, X.; TENG, K.; GONG, Y.; QU, Y. Numerical simulation and experiment of the gas-liquid two-phase flow in the pigging process based on bypass state. *Ocean Engineering*, v. 252, p. 1111184, 2022.

ESMAEILZADEH, F.; MOWLA, D.; ASEMANI, M. Mathematical Modeling and Simulation of Pigging Operation in Gas and Liquid Pipelines. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 69, p. 100-106, 2009.

ESMAEILZADEH, F.; MOWLA, D.; ASEMANI, M.; SHIRAZ U. Modeling of Pig Operations in Natural Gas and Liquid Pipeline. *SPE INTERNATIONAL*, SPE 102049, 2006.

ESSAMA, C. O. Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows (Application to Stratified & *Slug* Flow Regimes). PhD Thesis, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group, Cranfield University, Bedford, United Kingdom, 2004.

EVJE, S., FLÄTTEN, T. (2003). Hybrid flux-splitting schemes for a common two-fluid model. *Journal of Computational Physics*, 192, 175–210.

FABRE, J.; LINE, A.; PERESSON, L. Two-Fluid/Two-Flow-Pattern Model for Transient Gas-Liquid Flow in Pipes. 4th BHRA Multiphase Flow International Conference, Cranfield University, London, UK, pp. 269-289, June 1989.

FERZIGER, J. H., PERIC, M. (2002). Computational Methods for Fluid Dynamics (3rd ed.). Springer-Verlag Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-56026-2>

FIGUEIREDO, A. B. Localização de Vazamento em Gasodutos com Escoamento Bifásico de Padrão Estratificado. Tese de Ph.D., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

FIGUEIREDO, A.B. (2010). Validação teórica de uma modelagem para escoamentos bifásicos em gasodutos com duas equações de conservação para cada fase. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

FLETCHER, C.A.J. Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific Techniques for Flow Categories, Volume 2. Springer-Verlag, 1988.

GHAJAR, A.J., BHAGWAT, S.M. (2014). A flow pattern independent drift flux model based void fraction correlation for a wide range of gas–liquid two phase flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 59, 186-205.

GOMES, M.G.F.M. The Analysis of Cup Pigs by the Finite Element Method. Dissertação de M.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil, 1994.

HADAMARD, J. (1902). Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique. *Princeton University Bulletin*, 13, 49-52.

HARTEN, A. High Resolution Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. *Journal of Computational Physics*, Vol. 49 (3), pp. 357-393, 1983.

HENDRIX, M., H., W.; IJSSELDIJK, H., P., BREUGEM, W., P., HENKES, R., A., W., M. Experiments and modeling of by-pass pigging under low-pressure conditions, *Journal of Process Control*, v.71, p. 1-13, 2018

HIRSCH, C. Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of Numerical Discretization, Volume 2. John Wiley & Sons, 1990.

HOSSEINALIPOUR, S.M.; KHALILI, A.Z.; SALIMI, A. Numerical Simulation of Pig Motion Through Gas Pipelines. In: 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, 2007(1).

HOSSEINALIPOUR, S.M.; KHALILI, A.Z.; SALIMI, A. Transient Flow and Pigging Operation in Gas-Liquid Two Phase Pipelines. In: 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, pp. 976-979, 2007(2).

INTEL. INTEL® Visual FORTRAN Compiler Professional Edition for Windows with IMSL, Version 10.1.

ISSA, R. I.; Kempf, M. H. W. Simulation of slug flow in horizontal and nearly horizontal pipes with the two-fluid model. *International Journal of Multiphase Flow*, v.29, p. 69-95, 2003.

ISHII, M.; HIBIKI, T. Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow, First Edition. New York: Springer Science, 2006.

ISHII, M.; MISHIMA, K. Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations. *Nuclear Engineering and Design*, Vol. 82, pp. 107-126, 1984.

JEFFREY, A. Quasilinear Hyperbolic Systems and Waves. London: Pitman Publishing, 1976.  
LeVeque, R. (2004). Finite-volume methods for hyperbolic problems. Cambridge University Press, U.K.

LEZEAU, P.; THOMPSON, C.P. Numerical Simulation of Multi-Phase Flow: Speed, Error Control & Robustness. Cranfield University Technical Report, 1998.

LI, X.; HE, L.; LUO, X.; LIU, H.; HE, S.; LI, Q. Numerical simulation and experimental study of bypass pigging slippage. *Ocean Engineering*, v. 230, 109023, 2021.

LI, X.; TIAN, R.; HE, L.; LV, Y.; ZHOU, S.; LI, Y. A novel numerical approach for assessing the gas-liquid flow characteristics in pipelines utilizing a two-fluid model. *Applied Mathematical Modelling*, v. 131, pp 233-252, 2024.

LIMA, P.C.R.; YEUNG, H. Modeling of Pigging Operations. In: SPE INTERNATIONAL, SPE 56586, 1999.

MANDHANE, J.M., Gregory, G.A., Aziz, K. (1974). A flow pattern map for gas–liquid flow in horizontal pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, 1, 537-553.

MANUAL IMSL. IMSL Fortran Numerical Library – User’s Guide Math Library – Version 7.0. Visual Numerics.

MASELLA, J.M.; TRAN, Q.H; FERRE, D.; PAUCHON, C. Transient simulation of two-phase flows in pipes. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 24, pp. 739-755, 1998.

MELO, S.R. Um Problema de Riemann Não Clássico para o Movimento de *Pigs* em Gasodutos Isotérmicos. Dissertação de M.Sc. PGMEC/UFF, Niterói, RJ, Brasil, 2012.

MINAMI, K.; SHOHAM, O. Pigging Dynamics in Two-Phase Flow Pipelines: Experiment and Modeling. In: SPE INTERNATIONAL, 1995.

MIRSHAMSI, M.; RAFEEYAN, M. Dynamic Analysis and Simulation of Long Pig in Gas Pipeline. *Journal of Natural Gas Science and Engineering*, 2015.

MIRSHAMSI, M.; RAFEEYAN, M. Speed control of inspection pig in gas pipelines using sliding mode control. *Journal of Process Control*, v.77, p. 134-140, 2019.

MONTANNI, J.M.; MAIA, A.Q.; MOREIRA, L. Avaliação de Matéria Prima para Confecção de Raspadores para Limpeza de Linhas de Produção de Petróleo – Pig. Comunicação Técnica CENPES-DIPOL-SEPOL – Tecnologia nº01/92, Petrobras-CENPES, 1992.

MOODY, L.F. “An approximate Formula for Pipe Friction Factors”. Transactions of ASME, v. 69, pp. 1005, 1947.

MUNKEJORD, S.T. (2005). Analysis of the two-fluid model and the drift-flux model for numerical calculation of two-phase flow. Ph.D. Thesis, NTNU Norwegian University of Science and Technology, Trondheim, Norway.

NGUYEN, T.T.; KIM, S.B.; YOO, H.R.; RHO, Y.W. Dynamic Modeling and Its Analysis for Pig Flow Through Curved Section in Natural Gas Pipeline. Proceedings of 2001 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation, Alberta, Canada, 2001(1).

NGUYEN, T.T.; KIM, S.B.; YOO, H.R.; RHO, Y.W. Modeling and Simulation for Pig With Bypass Flow Control in Natural Gas Pipeline. KSME International Journal, Vol. 15 No 9, 2001(2).

NIECKELE, A.O.; BRAGA, A.M.B.; AZEVEDO, L.F.A. Transient Pig Motion Through Gas and Liquid Pipelines. Journal of Energy Resources Technology. DOI: 10.1115/1.1413466, 2001.

O'DONOOGHUE, A.F. On the Steady Motion of Conventional Pipeline Pigs Using Incompressible Drive Media. PhD Thesis, School of Mechanical Engineering, Cranfield University, Bedford, United Kingdom.

PATRICIO, R.A.C. (2016). Simulação de escoamento bifásico em gasodutos na presença de um pig utilizando o método numérico FCT. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

PATRICIO, R.A.C.; BAPTISTA, R.M.; RACHID, F.B.F.; BODSTEIN, G.C.R. Numerical Simulation of Pig Motion in Gas and Liquid Pipelines Using the Flux-Corrected Transport

Method. Journal of Petroleum Science and Engineering, 189, DOI: 10.1016/j.petrol.2020.106970, 2020.

PATRICIO, R.A.C.; SONDERMANN, C.N.; FIGUEIREDO, A.; VIGGIANO, R.B.; BAPTISTA, R.M.; RACHID, F.B.F.; BODSTEIN, G.C.R. Numerical Simulation of Pig Motion in Two-Phase Flow With Stratified Pattern Pipelines Using the Flux-Corrected Transport Method. In: IMECE, International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Tampa, USA, 2017.

PATRICIO, R.A.C.; SONDERMANN, C.N.; FIGUEIREDO, A.; VIGGIANO, R.B.; BAPTISTA, R.M.; RACHID, F.B.F.; BODSTEIN, G.C.R. Numerical Simulation of Pig Motion in Two-Phase Flow Pipelines in The Presence of a Leak. In: IPC, International Pipeline Conference, Calgary, Canada, 2018.

PATRICIO, R.A.C.; SONDERMANN, C.N.; FIGUEIREDO, A.B.; BAPTISTA, R.M.; RACHID, F.B.F.; BODSTEIN, G.C.R. Simulação Numérica de Escoamento Monofásico de Líquido em Dutos na Presença de Pig Utilizando o Método FCT (Flux-Corrected Transport). In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM, Fortaleza, CE, 2016(1).

PATRICIO, R.A.C.; SONDERMANN, C.N.; FIGUEIREDO, A.B.; BAPTISTA, R.M.; RACHID, F.B.F.; BODSTEIN, G.C.R. Numerical Simulation of Pig Motion in Gas-Flow Pipelines Using the Flux-Corrected Transport Method. In: ENCIT, Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Vitória, ES, 2016(2).

PETZOLD, L.R. A Description of DASSL: A Differential-Algebraic System Solver. In: Proceedings of the IMACS World Congress, Montreal, Canada, 1982.

ROE, P.L. (1981). Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes. *Journal of Computational Physics*, 43, 357-372.

SANTIM, C.G.S., ROSA, E.S. (2015). Roe-type Riemann solver for gas–liquid flows using drift-flux model with an approximate form of the Jacobian matrix. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 80, 536–568.

SCHLUMBERGER, Olga. Simulador Dinâmico de Escoamento Multifásico (Dynamic Multiphase Flow Simulator), Versão 2014.2. As licenças foram fornecidas através de uma parceria entre a Schlumberger e a COPPE.

SOD, G.A. Numerical Methods in Fluid Dynamics: Initial and Boundary Value Problems. Cambridge University Press, 1985.

SONDERMANN, C.N. Numerical Prediction of Intermittent Two-Phase Flow in Horizontal and Inclined Pipelines and Comparison with Experiments. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2021.

SONDERMANN, C.N. Simulação de Escoamento Bifásico em Gasodutos Com Uma Equação da Energia Para a Mistura Utilizando O Método Numérico FCT. Dissertação de M.Sc., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2016.

SONDERMANN, C.N.; PATRICIO, R.A.C.; FIGUEIREDO, A.B.; BAPTISTA, R.M.; RACHID, F.B.F.; BODSTEIN, G.C.R. Hyperbolicity Analysis of a Two-Fluid Two-Phase Flow One-Dimensional Model for Stratified Pattern. In: Proceedings of the 2015 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Houston, Texas, USA, November 2015.

STEWART, H.B.; WENDROFF, B. Two-phase Flow: Models and Methods. Journal of Computational Physics, v. 56, pp. 363-409, 1984.

TAITEL, Y.; DUKLER, A.E. A Model for Predicting Flow Regime Transitions in Horizontal and Near-Horizontal Gas-Liquid Flow. AIChE Journal, v. 22, n. 1, pp. 47-55, Jan. 1976.

TAN TIEN NGUYEN, SANG BONG KIM, HUI RYONG YOO, YONG WOO RHO. Modeling and Simulation for Pig Flow Control in Natural Gas Pipeline. KSME International Journal, v. 15, No. 8, pp. 1165-1173, 2001(1).

TAN TIEN NGUYEN, SANG BONG KIM, HUI RYONG YOO, YONG WOO RHO. Modeling and Simulation for Pig with Bypass Flow Control in Natural Gas Pipeline. KSME International Journal, v. 15, No. 9, pp. 1302-1310, 2001(2).

TIRATSOO, J.N.H. Pipeline Pigging Technology. Second Edition. Gulf Professional Publishing, 1992.

TOLMASQUIN, S.T.; NIECKELE, A.O. Design and Control of Pig Operations Through Pipelines. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 62, pp. 102-110, 2008.

TORO, E.F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics. Springer, 1997.

TOUMI, I. An Upwind Numerical Method for Two-Fluid Two-Phase Flow Models. *Nuclear Science Engineering*, v. 123, pp. 147-168, 1996.

VIGGIANO, R., Transient Modeling and Simulation of Piston Devices Moving Through Single-Phase and Two-Phase Flows In Pipes Applied To Pigs and Plungers. Tese de D.Sc., Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2022.

XIAO, J.J.; SHOHAM, O. Evaluation of Interfacial Friction Factor Prediction Models in Stratified and Annular Flow. *International Journal of Multiphase Flow*, v. 17, n. 5, pp. 635-649, 1991.

XIAO-XUAN XU, GONG, J. Pigging Simulation for Horizontal Gas-Condensate Pipelines with Low-Liquid Loading. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, v. 48, pp. 272-280, 2005.

ZALESAK, S.T. Fully Multidimensional Flux-Corrected Transport Algorithms for Fluids. *Journal of Computational Physics*, v.31, pp. 335-362, 1979.

ZIGRANG, D.J.; SYLVESTER, N.D. A Review of Explicit Friction Factor Equations. *Journal of Energy Resources Technology*, v. 107, pp. 280-283, 1985.