

**SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO EM GASODUTOS NA PRESENÇA
DE UM PIG UTILIZANDO O MÉTODO NUMÉRICO FCT**

Rodrigo Augusto Camara Patricio

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa
de Pós-graduação em Engenharia Mecânica,
COPPE, da Universidade Federal do Rio de
Janeiro, como parte dos requisitos necessários à
obtenção do título de Mestre em Engenharia
Mecânica.

Orientadores: Gustavo César Rachid Bodstein
Felipe Bastos de Freitas Rachid

Rio de Janeiro
Setembro de 2016

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO EM GASODUTOS NA PRESENÇA
DE UM PIG UTILIZANDO O MÉTODO NUMÉRICO FCT

Rodrigo Augusto Camara Patricio

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO
LUIZ COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA (COPPE)
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA MECÂNICA.

Examinada por:

Prof. Gustavo César Rachid Bodstein, Ph.D.

Prof. Felipe Bastos de Freitas Rachid, D.Sc.

Prof. Albino José Kalab Leiróz, Ph.D.

Prof. Leonardo Santos de Brito Alves, Ph.D.

Dr. Renan Martins Baptista, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
SETEMBRO DE 2016

Patrício, Rodrigo Augusto Camara

Simulação do Escoamento Bifásico em Gasoduto na Presença de um *PIG* Utilizando o Método Numérico FCT/
Rodrigo Augusto Camara Patrício. – Rio de Janeiro:
UFRJ/COPPE, 2016.

XXIII, 104 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Gustavo César Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid.

Dissertação (mestrado) – UFRJ/ COPPE/ Programa de
Engenharia Mecânica, 2016.

Referências Bibliográficas: p. 96 - 102.

1. Deslocamento de *PIGs* em dutos. 2. Polidutos bifásicos.
3. Algoritmo Numérico. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Mecânica. III. Título.

Dedico este trabalho à toda minha família,
e, em especial, ao meu pai,
Carlos Alberto Patrício (*in memoriam*).

AGRADECIMENTOS

Sem o apoio incondicional de toda minha família não teria sido possível atingir o final de mais este objetivo. Gostaria de agradecer especialmente à minha mãe, Angela, ao meu pai, Aires, e à minha avó, Maria Verônica, pelo incentivo e compreensão.

Gostaria de agradecer à minha namorada, Renata Quintais, por todo amor e carinho ao longo desta jornada.

Aos meus professores orientadores Gustavo César Rachid Bodstein e Felipe Bastos de Freitas Rachid deixo aqui registrado a gratidão por terem depositado em mim tamanha confiança e pelo tempo e paciência dedicados ao longo desses dois anos.

A realização deste trabalho não seria possível sem meus companheiros diários de laboratório. À Carina Sondermann por estar junto desde os primeiros dias desta caminhada, à Aline Figueiredo pelas horas dedicadas tirando dúvidas e contribuindo com toda paciência, à Jaciara Roberta sempre alegre e presente para qualquer ajuda que fosse necessária e ao Raphael Viggiano, que apesar de ter se unido a menos tempo já vem somando forças de grande valia ao grupo. Agradeço também ao Renan Baptista pela ajuda e conhecimento compartilhado.

Gostaria de agradecer também à Petrobras pelo incentivo provido por meio do projeto, fornecendo o auxílio financeiro para que fosse possível a realização deste trabalho.

Resumo da Dissertação apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

SIMULAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO EM GASODUTOS NA PRESENÇA
DE UM PIG UTILIZANDO O MÉTODO NUMÉRICO FCT

Rodrigo Augusto Camara Patricio

Setembro/2016

Orientadores: Gustavo César Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid

Programa: Engenharia Mecânica

A passagem de *PIGs* no interior de dutos é uma prática amplamente utilizada na indústria de óleo e gás com o objetivo de atingir elevados níveis de eficiência e produtividade na operação rotineira de transporte de fluidos. Prever a dinâmica deste equipamento no interior da tubulação, dadas as condições do escoamento, é fundamental. Este trabalho tem como objetivo simular o deslocamento de um *PIG* no interior de tubulações contendo escoamento bifásico em dutos horizontais de padrão estratificado. Para tal, foi utilizada uma abordagem unidimensional e o modelo matemático se baseia no Modelo de Dois Fluidos que contempla duas equações para conservação de massa e duas para conservação da quantidade de movimento. Para a resolução deste sistema de equações diferenciais parciais, foi utilizado o método numérico FCT (*Flux-Corrected Transport*). A presença do *PIG* na linha foi considerada como uma fronteira móvel e o acoplamento foi realizado mediante a divisão do escoamento em duas partes, a montante e a jusante do *PIG*. Foram propostos modelos para estimar as forças de atrito entre a superfície interna do duto e o *PIG*, assim como a vazão de *bypass* existente devido ao acoplamento. A primeira etapa do trabalho foi realizada considerando apenas escoamentos monofásicos e em seguida um modelo para escoamentos bifásicos foi proposto. Os resultados gerados foram comparados com o *software* comercial OLGA e apresentou bons resultados.

Abstract of Dissertation presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Master of Science (M.Sc.)

NUMERICAL SIMULATION OF PIG MOTION IN TWO-PHASE FLOW
PIPELINES USING THE FLUX-CORRECTED TRANSPORT METHOD

Rodrigo Augusto Camara Patricio

September/2016

Advisors: Gustavo César Rachid Bodstein

Felipe Bastos de Freitas Rachid

Department: Mechanical Engineering

PIGs are widely used in the oil and gas industry in order to achieve high levels of efficiency and productivity. The prediction of the PIG dynamics inside the pipeline, given the flow conditions, is of fundamental importance. This work aims at simulating the motion of a PIG inside a pipeline in a gas-liquid two-phase flow under stratified-flow pattern. The modeling makes use of a one-dimensional approach and is based on the Two-Fluid model, which considers two mass conservation equations and two momentum conservation equations. The Flux-Corrected Method (FCT) was used to solve the governing equations formed by a system of non-linear partial differential equations. The PIG is considered a moving boundary within the two-phase flow, dividing the fluid flow upstream and downstream the PIG. In the first stage of this work the objective was to provide simulations involving a PIG in one-phase flow compressible and incompressible. In the second stage, a model for two-phase flow was proposed and implemented. The results were compared with the commercial software OLGA showing satisfactory results.

SUMÁRIO

ÍNDICE DE FIGURAS	XI
ÍNDICE DE TABELAS	XIV
LISTA DE SÍMBOLOS	XV
1. INTRODUÇÃO	1
1.1 MOTIVAÇÃO	1
1.2 RELEVÂNCIA DO PROBLEMA	2
1.3 OBJETIVOS	3
1.3.1 OBJETIVO GERAL	3
1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	3
2. REVISÃO DE LITERATURA	5
2.1 ESCOAMENTO BIFÁSICO	5
2.1.1 CLASSIFICAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO	5
2.1.2 MODELOS PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	6
2.2 MOVIMENTO DE <i>PIGs</i> EM TUBULAÇÕES	7
2.2.1 <i>PIGs</i> EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO	8
2.2.2 <i>PIGs</i> EM ESCOAMENTO BIFÁSICO	10
3. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO	13
3.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO MONOFÁSICO	13
3.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO	14
4. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	16
4.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO	16

4.2	EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	16
4.3	EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS	19
4.3.1	FATOR DE ATRITO NA PAREDE	19
4.3.2	FATOR DE ATRITO INTERFACIAL	20
5.	MODELO DE MOVIMENTAÇÃO DO <i>PIG</i>	21
5.1	PIG EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO	23
5.1.1	QUANTIDADADE DE MOVIMENTO LINEAR DO <i>PIG</i>	23
5.1.2	FORÇAS DE ATRITO HIDRODINÂMICO E MECÂNICO	24
5.1.3	BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO <i>PIG</i>	30
5.2	PIG EM ESCOAMENTO BIFÁSICO	34
5.2.1	BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO <i>PIG</i>	35
5.2.2	FORÇAS DE ATRITO DO <i>PIG</i>	36
5.3	MÉTODO DE SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ALGÉBRICAS	37
5.4	ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DO CONJUNTO <i>PIG</i> E ESCOAMENTO	39
6.	MÉTODO NUMÉRICO	45
6.1	EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA E MODELO DE DISCRETIZAÇÃO	45
6.2	MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO	47
6.2.1	EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA	47
6.3	MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO	48
6.3.1	EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA	48
6.4	DISCRETIZAÇÃO DO TERMO DE FLUXO CONSERVATIVO	49
6.5	MÉTODO NUMÉRICO NÃO CONSERVATIVO	51
6.6	IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	52
6.7	CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA	54
7.	RESULTADOS E DISCUSSÕES	55

7.1	<i>PIG</i> EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO	56
7.1.1	DESCRIÇÃO GERAL DAS SIMULAÇÕES EM MEIO MONOFÁSICO	56
7.1.2	ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO	58
7.1.1	ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE GÁS	64
7.2	<i>PIG</i> EM ESCOAMENTO BIFÁSICO	69
7.3	COMPARAÇÕES COM O SOFTWARE OLGA (Schlumberger, Versão 2014.2)	81
7.3.1	BREVE DESCRIÇÃO DO OLGA	81
7.3.2	RESULTADOS PARA O CASO MONOFÁSICO	81
7.3.3	RESULTADOS PARA O CASO BIFÁSICO	88
8.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	93
8.1	CONCLUSÕES	93
8.2	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		96
APÊNDICE A. VALIDAÇÃO DO ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO		103

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1. Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais. (SONDERMANN, 2016)	6
Figura 5.1. Tipos de <i>PIG</i> (Fontes: 4pipe e PhDutos): (a) <i>PIG</i> de disco bidirecional; (b) <i>PIG</i> de copo de limpeza; (c) <i>PIG</i> instrumentado (<i>smart PIG</i>)	22
Figura 5.2. <i>PIG</i> idealizado.	22
Figura 5.3. Esquema do encaixe entre <i>PIG</i> e duto (BUENO <i>et al.</i> , 2012)	25
Figura 5.4. Esquema da área de contato mecânico e hidrodinâmico.	26
Figura 5.5. Volume de controle ao redor do <i>PIG</i> .	31
Figura 5.6. Perfil de velocidade na folga efetiva.	32
Figura 5.7. Representação esquemática da modelagem mecânica do <i>PIG</i> e da golfada na linha.	34
Figura 5.8. Representação esquemática da modelagem simplificada do <i>PIG</i> e da golfada em formação na linha.	35
Figura 5.9. Discretização do duto e posicionamento do <i>PIG</i> na malha discretizada.	39
Figura 5.10. Esquema da malha discretizada em duas partes em relação ao posicionamento do <i>PIG</i> .	40
Figura 5.11. Detalhamento das células calculadas após o primeiro passo da estratégia de calculo do acoplamento <i>PIG/duto</i> .	42
Figura 5.12. Esquema do terceiro passo da estratégia de solução do acoplamento entre sistema EDA do <i>PIG</i> e FCT.	43
Figura 7.1. Exemplo de seção usada para lançamento de <i>PIGs</i> .	56
Figura 7.2. Desenho esquemático do <i>PIG</i> com furos.	57
Figura 7.3. <i>PIG</i> de copos com furos	57
Figura 7.4. Perfil de pressão e velocidade do escoamento de água em regime permanente sem a presença do <i>PIG</i> na linha.	59
Figura 7.5. Distribuição da pressão da água ao longo do duto para três posições diferentes do <i>PIG</i> .	60
Figura 7.6. Distribuição da velocidade da água para três posições diferentes do <i>PIG</i> .	61
Figura 7.7. Histórico da velocidade do <i>PIG</i> ao longo do duto em escoamento monofásico de líquido.	61

Figura 7.8. Velocidade do <i>PIG</i> em escoamento monofásico de líquido ao longo do tempo com fechamento abrupto de válvula após 300 segundos.	62
Figura 7.9. Gráfico comparativo da velocidade de um <i>PIG</i> sem furo, com furos de 2,5 cm e furos de 5,0 cm em escoamento monofásico de líquido.	64
Figura 7.10. Perfil de pressão e velocidade do escoamento de ar em regime permanente sem a presença do <i>PIG</i> na linha.	65
Figura 7.11. Distribuição da pressão do ar ao longo do duto para três posições diferentes do <i>PIG</i> .	66
Figura 7.12. Distribuição da velocidade do ar ao longo do duto para três posições diferentes do <i>PIG</i> .	66
Figura 7.13. Histórico da velocidade do <i>PIG</i> ao longo do duto em escoamento monofásico de gás.	67
Figura 7.14. Velocidade do <i>PIG</i> em escoamento monofásico de gás ao longo do tempo com fechamento abrupto de válvula após 300 segundos.	68
Figura 7.15. Gráfico comparativo da velocidade de um <i>PIG</i> sem furo, com furos de 2,5 cm e furos de 5,0 cm em escoamento monofásico de gás.	69
Figura 7.16. Curvas de pressão e fração volumétrica em regime permanente ao longo do duto.	72
Figura 7.17. Curvas de velocidade do gás e do líquido em regime permanente ao longo do duto.	72
Figura 7.18. Perfil de velocidade líquido ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do <i>PIG</i> .	73
Figura 7.19. Perfil de velocidade gás ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do <i>PIG</i> .	74
Figura 7.20. Perfil de fração volumétrica de líquido ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do <i>PIG</i> .	74
Figura 7.21. Perfil de pressão ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do <i>PIG</i> .	75
Figura 7.22. Sobreposição da curva de pressão e de fração volumétrica para a posição $x_P = 22$ km.	76
Figura 7.23. Histórico da velocidade do <i>PIG</i> ao longo do duto em escoamento bifásico.	77
Figura 7.24. Gráfico comparativo da velocidade de um <i>PIG</i> sem furo, com furos de 2,5cm e furos de 5,0cm em bifásico.	78

Figura 7.25. Instantes iniciais das velocidades dos <i>PIGs</i> com e sem furos.	79
Figura 7.26. Posição do <i>PIG</i> nos instantes finais da simulação.	79
Figura 7.27. Fração volumétrica de líquido na posição $x_P = 22$ km para os <i>PIGs</i> com e sem furos.	80
Figura 7.28. Comparativo entre as curvas de pressão do líquido entre FCT e OLGA para $x_P = 10$ km.	83
Figura 7.29. Comparativo entre as curvas de velocidade do líquido entre FCT e OLGA para $x_P = 10$ km.	84
Figura 7.30. Comparativo do histórico de velocidade do <i>PIG</i> em escoamento monofásico de líquido ao longo do tempo entre FCT e OLGA.	85
Figura 7.31. Comparativo entre as curvas de pressão do gás entre FCT e OLGA para $x_P = 10$ km.	86
Figura 7.32. Comparativo entre as curvas de velocidade do gás entre FCT e OLGA para $x_P = 10$ km.	87
Figura 7.33. Comparativo do histórico de velocidade do <i>PIG</i> em escoamento monofásico de gás ao longo do tempo entre FCT e OLGA.	88
Figura 7.34. Comparativo entre as curvas de pressão para $x_P = 14$ km.	89
Figura 7.35. Comparativo entre as curvas de velocidade do gás para $x_P = 14$ km.	90
Figura 7.36. Comparativo entre as curvas de fração volumétrica de líquido para $x_P = 14$ km.	91
Figura 7.37. Comparativo entre as curvas de velocidade do líquido para $x_P = 14$ km.	91
Figura 7.38. Comparativo entre as curvas do histórico de velocidade do <i>PIG</i> ao longo do tempo.	92

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 5.1. Evolução do FCT em conjunto com o sistema de EDA em cada passo para escoamento monofásico.	44
Tabela 5.2. Evolução do FCT em conjunto com o sistema de equações algébricas não lineares em cada passo para escoamento bifásico.	44
Tabela 7.1. Dados de configuração do duto para escoamento monofásico.	56
Tabela 7.2. Dados construtivos do <i>PIG</i>	58
Tabela 7.3. Propriedades da água e condições de contorno da simulação	58
Tabela 7.4. Vazão de <i>bypass</i> total para <i>PIG</i> sem furo e com furo em escoamento monofásico de líquido.	63
Tabela 7.5. Propriedades do ar e condições de contorno da simulação	64
Tabela 7.6. Vazão de <i>bypass</i> total para <i>PIG</i> sem furo e com furo em escoamento monofásico de gás.	69
Tabela 7.7. Propriedades do fluido	70
Tabela 7.8. Dados de configuração do duto.	70
Tabela 7.9. Dados construtivos do <i>PIG</i>	70
Tabela 7.10. Condição de contorno para o escoamento bifásico.	71
Tabela 7.11. Vazão mássica de líquido e gás através do bypass.	80
Tabela 7.12. Condição de contorno para comparação em escoamento monofásico de líquido no <i>software OLGA</i> .	82
Tabela 7.13. Condição de contorno para comparação em escoamento monofásico de gás no <i>software OLGA</i> .	85
Tabela 7.14. Condição de contorno para comparação em escoamento bifásico no <i>software OLGA</i> .	89
Tabela A.1. Variação da pressão ao longo do duto entre a entrada e saída do duto.	104

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos latinos:

A	Área da seção transversal [m ²]
A_k	Área da seção transversal para cada fase k [m ²]
A_c	Área de contato efetivo do PIG [m ²]
A_H	Área de contato hidrodinâmico na interface do PIG [m ²]
A_M	Área de contato mecânico na interface do PIG [m ²]
a_P	Aceleração do PIG [m/s ²]
B_{jk}	Termo de força de corpo para cada fase k [kg/m ² s ²]
C_g	Velocidade do som no gás [m/s]
CFL	Número de CFL, Courant-Friedrichs-Lowy
D	Diâmetro interno do duto [m]
D_P	Diâmetro do PIG [m]
D_h	Diâmetro hidráulico [m]
D_{hk}	Diâmetro hidráulico para cada fase k
E^*	Módulo de Elasticidade equivalente do PIG [Pa]
f_I	Fator de atrito na interface
f_k	Fator de atrito de cada fase k
F	Número de Froude
F_P	Forças externas atuantes no PIG [N]
F_H	Força de atrito hidrodinâmica [N]
F_M	Força de atrito mecânica [N]
\mathbf{F}	Vetor dos termos de fluxo
\mathbf{F}^{ad}	Termo de fluxo anti-difusivo
\mathbf{F}^{cad}	Correção do termo de fluxo anti-difusivo
\mathbf{F}^d	Termo de fluxo difusivo
$\hat{\mathbf{F}}^{FCT}$	Vetor dos termos de fluxo calculados pelo FCT

$\hat{\mathbf{F}}^{RI}$	Vetor dos termos de fluxo calculados por Ritchmyer
g	Aceleração da gravidade [m/s ²]
h_L	Altura de líquido na seção transversal [m]
\mathbf{H}	Matriz dos termos não conservativos
i	Variação do número de equações
j	Discretização espacial
k	Índice caracterizador de fase, G para gás ou L para líquido
L	Comprimento do duto [m]
L_C	Comprimento característico do PIG [m]
M_P	Massa do PIG [kg]
\dot{m}_{bp}	Vazão mássica de <i>bypass</i> para modelo de PIG [kg/s]
\dot{m}_G	Vazão mássica de gás [kg/s]
\dot{m}_L	Vazão mássica de líquido [kg/s]
\dot{m}_{total}	Vazão mássica total [kg/s]
N	Número de células de discretização
N_{EQ}	Número de Equações
p	Pressão [Pa]
p_{ck}	Termo de correção de pressão de cada fase k [Pa]
p_{cP}	Pressão de contato do PIG com o duto [Pa]
P	Quantidade de movimento linear [kgm/s]
P_{ref}	Quantidade de movimento linear de referência [kgm/s]
Q_{gap}	Vazão volumétrica de <i>bypass</i> através do <i>gap</i> [m ³ /s]
Q_h	Vazão volumétrica de <i>bypass</i> através do furo [m ³ /s]
Q_b	Vazão volumétrica de <i>bypass</i> através do corpo [m ³ /s]
\mathbf{Q}	Vetor de variáveis conservadas
\mathbf{Q}^d	Vetor de variáveis conservadas da solução difusiva
$\bar{\mathbf{Q}}$	Vetor das variáveis conservadas médio calculado na Eq.(6.18)
$\tilde{\mathbf{Q}}$	Vetor de variáveis conservadas atualizado
r_P	Raio do PIG [m]

R	Constante dos gases [J/kgK]
Re_k	Número de Reynolds para cada fase k
Re_{Sk}	Número de Reynolds referente calculado a partir da velocidade superficial de cada fase k
S	Função sinal definida na Eq. (6.24)
S_I	Perímetro da interface [m]
S_k	Perímetro molhado de cada fase k [m]
\mathbf{S}	Vetor dos termos fonte
t	Tempo [s]
t^n	Discretização no tempo
T	Temperatura do fluido [K]
T_∞	Temperatura do ambiente [K]
T_I	Termo do atrito na interface [kg/m ² s ²]
T_{kw}	Termo do atrito na parede do duto para cada fase k [kg/m ² s ²]
u_k	Velocidade de cada fase k [m/s]
u_{Sk}	Velocidade superficial da fase k [m/s]
v_P	Velocidade do PIG [m/s]
V_k	Volume ocupado por cada fase k [m ³]
\mathbf{W}	Vetor de variáveis primitivas
x	Coordenada cartesiana longitudinal [m]
\mathbf{x}	Vetor definido na Eq. (6.28)
\mathbf{y}	Vetor definido na Eq. (6.28)
\mathbf{z}	Vetor definido na Eq. (6.28)

Símbolos gregos:

α_k	Fração volumétrica da fase k
β	Ângulo de inclinação entre o duto e a horizontal [graus]
δ	Espaço na interface entre PIG/Duto [m]
γ	Razão dos calores específicos

$\Delta \mathbf{Q}^d$	Variação do vetor de variáveis conservadas da solução difusiva
Δp_p	Diferença de pressão atuante no <i>PIG</i> [Pa]
Δr	Diferença entre raio do duto e raio do <i>PIG</i> [m]
Δt	Variação no tempo [s]
Δx	Variação da distância [m]
ε	Rugosidade superficial [m]
ε_c	Razão da área de contato do <i>PIG</i> com o duto
ξ	Erro relativo
η_d	Fator de atrito dinâmico entre <i>PIG</i> e duto
η_e	Fator de atrito estático entre <i>PIG</i> e duto
λ_{\max}^n	Maior velocidade em que as ondas de pressão se propagam [m/s]
μ	Coeficiente anti-difusivo Eq. (6.21)
μ_k	Viscosidade dinâmica de cada fase k [kg/ms]
ν	Coeficiente difusivo Eq. (6.19)
ν_k	Viscosidade dinâmica de cada fase k [m ² /s]
ρ_k	Massa específica de cada fase k [kg/m ³]
σ	Tensão superficial [N/m]
τ_I	Tensão na interface [Pa]
τ_k	Tensão na parede de cada fase k [Pa]
χ	Variável dependente do problema

1. INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Na indústria petrolífera, a demanda cada vez maior por produtos derivados do petróleo faz com que seja necessário um maior conhecimento prévio do que ocorre durante o transporte destes fluidos. Dentre as diversas formas de transporte, o uso de dutos é o mais indicado devido ao seu alto rendimento, capacidade de se cobrir longas distâncias e a possibilidade de haver o escoamento contínuo da produção NGUYEN *et al.* (2001).

A eficiência elevada no deslocamento de óleo, gás e outros derivados de petróleo é necessária devido à importância econômica destes produtos. O baixo custo no transporte se reflete diretamente no custo total de operação, evidenciando ser fundamental um cronograma de manutenção em dia. Para dutos, a principal forma de se inspecionar, desobstruir e limpar a superfície interna é a utilização de um equipamento chamado *PIG*.

A etimologia do termo *PIG* tem duas vertentes distintas. Como originalmente sua principal função era limpeza e desobstrução de dutos, ao final da operação era comum que o equipamento alcançasse a saída do duto repleto de óleo, parafinas e outros dejetos depositados no interior da tubulação. Além disso ouvia-se um som semelhante a um porco durante sua passagem, motivo pelo qual foi dado o nome em referência ao próprio animal. Entretanto, alguns artigos, como NGUYEN *et al.* (2001), referem-se a este equipamento como *Pipeline Inspection Gauge*¹.

Ao longo dos anos o conhecimento sobre a dinâmica e comportamento físico do *PIG* evoluiu de um caráter com alto grau de subjetividade até o momento em que, por necessidade de se aprimorar a operação, foi desencadeada uma busca pela compreensão física da dinâmica do *PIG*. O conhecimento de parâmetros como diferencial de pressão, velocidade do *PIG*, estimativa das forças de atrito envolvidas é crucial para o desempenho eficaz de suas funções. A possibilidade de se desenvolver ferramentas numéricas que permitam a avaliação de todas as variáveis importantes do problema se torna um diferencial.

PIGs são, em sua maioria, equipamentos que não possuem a capacidade de se mover independentemente. Seu deslocamento ocorre devido ao escoamento do fluido no

¹ Equipamento de inspeção interna de dutos, tradução livre do autor.

interior da tubulação. O movimento se inicia no momento em que o diferencial de pressão atuante atinge um valor crítico, chamado de diferença de pressão crítica, Δp_c . Este valor pode ser obtido experimentalmente ou através de *softwares* de análise de elementos finitos, pois depende do tipo de *PIG* sofre influência principalmente da forma com que ocorre o encaixe entre o *PIG* e o duto. Apesar dos avanços das ferramentas numéricas existentes, saber o momento exato e as condições que ocorrerá o lançamento do *PIG* continua sendo um desafio.

Em situações mais extremas, como por exemplo a necessidade de se inspecionar trechos de tubulações de difícil acesso ou muito antigas, o uso de *PIGs* convencionais não é indicado. A possibilidade do *PIG* ficar preso no interior da tubulação faz com que alternativas devam ser consideradas, nesses casos é recomendada a utilização um equipamento bastante semelhante ao *PIG*, conhecido como *PIT* (*Pipeline Inspection Tool*²), onde um cabo de aço é preso à uma das extremidades e seu deslocamento é feito ao se puxar o *PIT* ao longo da tubulação, sem a necessidade do fluido para se movimentar.

1.2 RELEVÂNCIA DO PROBLEMA

PIGs são utilizados em diferentes momentos da vida útil de tubulações: ao final da fase construtiva (comissionamento), em que é necessária a remoção de produtos remanescentes não desejáveis, após a fase de testes hidrostáticos, para esvaziamento e secagem e, por fim, ao longo de toda vida útil para manutenção e inspeção.

Segundo BAKER (1970), em tubulações onde *PIGs* são passados periodicamente, a capacidade de transporte de gás, por exemplo, é 70% superior quando comparadas a tubulações sem passagem de *PIGs*. Isso se dá devido à remoção de parafinas e outros dejetos depositados na parede interior do duto, que reduzem o diâmetro interno da tubulação e aumentam, assim, a perda de carga, resultando em menores vazões.

Estimar, a priori, o tempo de permanência do *PIG* no duto dadas às condições de operação têm reflexos imediatos nos custos de produção. Diversos modelos foram propostos para caracterização das forças atuantes no *PIG*, assim como outros parâmetros operacionais, como vazão de *bypass* e velocidade desenvolvida pelo *PIG*, que serão detalhados ao longo do texto.

² Ferramenta de inspeção de dutos, tradução livre do autor.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 OBJETIVO GERAL

Ao longo de cerca de 8 anos o Laboratório de Mecânica dos Fluidos e Aerodinâmica (LABMFA) da COPPE/UFRJ vem desenvolvendo e evoluindo um *software* de simulação numérica de escoamentos no interior de tubulações. Esse desenvolvimento deve-se a um convênio entre a PETROBRAS S/A e a COPPE que vêm incentivando alunos desde a graduação até pós-graduação para que o código da simulação numérica seja concebido da melhor maneira possível. Este trabalho faz parte de uma longa sequência de outros projetos, bem-sucedidos, já desenvolvidos.

O objetivo deste trabalho é propor um conjunto composto por uma solução numérica para o escoamento bifásico acoplada a um modelo de movimento do *PIG*. Para simulação numérica do escoamento, será utilizado o método chamado *Flux-Corrected Transport* (FCT), que é um eficiente método para casos que possuem descontinuidades, para obter uma solução aproximada do problema de valor inicial e de contorno. Vale ressaltar que não foram encontrados na literatura trabalhos que tratassem o conjunto *PIG/Duto* utilizando este método. Para tal, será utilizada a linguagem FORTRAN 90, o compilador *Microsoft Visual Studio®* 2013 juntamente com a biblioteca de funções *IMSL* 7.0.

1.3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Especificamente objetiva-se implementar um modelo matemático para escoamento monofásico, resolvido numericamente pelo FCT, para simular escoamentos de líquido e de gás, separadamente em dutos reais e validar estes modelos em comparação com soluções analíticas ou numéricas disponíveis. Feita esta etapa, serão propostos um modelo matemático para o *PIG* em conjunto com uma estratégia de acoplamento ao modelo de escoamento monofásico, que simule, no âmbito do FCT, o movimento do *PIG* na tubulação.

O modelo matemático de movimentação do *PIG* visa caracterizar os principais parâmetros deste equipamento no interior de dutos, tais quais: forças de atrito atuantes na interface *PIG/duto*, velocidade desenvolvida ao longo do escoamento, vazão de *bypass* através do *PIG* dos fluidos transportados. Desta forma será possível prever o tempo de

permanência do *PIG* no duto durante operações de limpeza ou inspeções para manutenção.

Analogamente ao caso monofásico exposto acima, será implementado um modelo matemático para escoamento bifásico de padrão estratificado, resolvido numericamente pelo FCT. Em seguida o modelo matemático de movimentação do *PIG* e a estratégia de acoplamento ao escoamento bifásico serão implementados.

Os resultados obtidos através dos modelos propostos serão comparados com o *software* comercial, amplamente utilizado pela indústria, OLGA (SCHLUMBERGER, Versão 2014.2).

2. REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo são abordados os principais artigos que retratam o estado da arte para elaboração desta dissertação, tendo como foco principal os trabalhos onde se analisa a dinâmica de *PIGs* em dutos com escoamentos monofásicos e bifásicos.

Na primeira parte desta seção, serão tratados os trabalhos sobre escoamento bifásicos em tubulações na ausência de *PIGs*. Já na segunda e terceira partes, serão levantados os principais trabalhos sobre a dinâmica de *PIGs* tanto em escoamentos monofásicos quanto em bifásicos. É importante ressaltar que a literatura disponível sobre este tema é bastante limitada, possivelmente por envolver aspectos considerados sigilosos pela indústria.

2.1 ESCOAMENTO BIFÁSICO

Escoamento bifásico consiste em uma condição onde dois fluidos escoam simultaneamente havendo interação entre ambos. Neste trabalho serão consideradas as fases líquida e gasosa.

2.1.1 CLASSIFICAÇÃO DE ESCOAMENTO BIFÁSICO

A interação entre as duas fases ao longo de toda a tubulação pode produzir diversas topologias para a mistura bifásica, dependendo das quantidades de cada componente presente no escoamento e das condições de velocidade e pressão. ISHII e HIBIKI (2006) apresentaram um estudo onde analisaram a interface entre as fases, enaltecendo a descontinuidade das propriedades dos fluidos nesta região.

A inclinação do duto tem grande impacto no comportamento do escoamento como um todo. Devido as motivações práticas que motivam este trabalho, apenas os dutos horizontais ou que possuem pequenas inclinações serão considerados. TAITEL e DUKLER (1976) classificaram o escoamento em tubos horizontais em quatro padrões principais, apresentados na Figura 2.1, sendo eles: estratificado, golfadas, anular e bolhas. No escoamento estratificado, o líquido encontra-se na parte inferior do duto enquanto o gás se localiza na parte superior. O escoamento em golfadas ocorre em situações onde há

um aumento significativo da velocidade de escoamento do gás em relação ao do líquido, que formam ondulações na interface. A golfada é formada no momento em que toda a seção do duto é preenchida pelo líquido. O padrão de escoamento anular consiste em uma fina camada de líquido revestindo a parede do duto, assim como gotículas dispersas na fase gasosa. Já o padrão de bolhas dispersas ocorre para altas vazões de líquido. Outros padrões podem ocorrer como uma combinação desses quatro grupos principais.

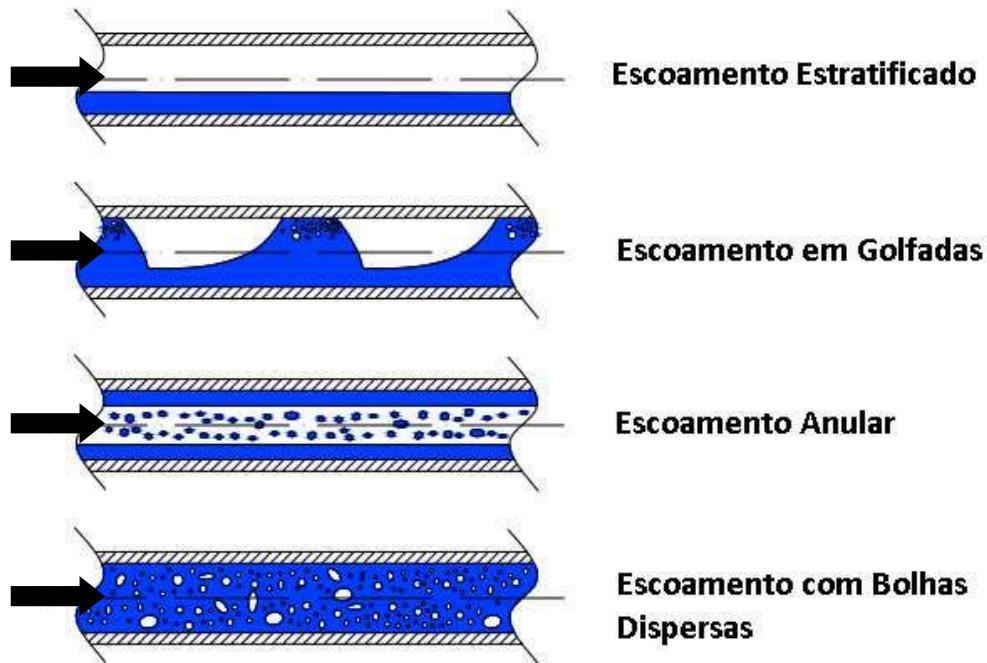


Figura 2.1. Padrões de escoamento bifásico em dutos horizontais. (SONDERMANN, 2016)

2.1.2 MODELOS PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

Existem diversos modelos na literatura que descrevem escoamentos bifásicos. STEWART e WENDROF (1984) dentre outros autores, propuseram três diferentes abordagens eulerianas para descrição destes escoamentos:

- Modelo de Equilíbrio Homogêneo / *Homogeneous Equilibrium Model* (HEM);
- Modelo de Mistura / *Drift-Flux Model* (DFM);
- Modelo de Dois Fluidos / *Two-Fluid Model* (TFM).

O primeiro modelo consiste em uma abordagem mais simplificada, onde o escoamento é considerado com uma mistura homogênea e os valores de velocidade,

pressão e temperatura de ambas as fases são iguais. A formulação matemática deste modelo é equivalente à formulação de escoamentos monofásicos, ou seja, é considerada apenas uma equação de conservação de massa, uma para a conservação da quantidade de movimento e uma para energia. O Modelo de Equilíbrio Homogêneo é indicado para escoamentos com bolhas dispersas.

Para o Modelo de Mistura, os valores de pressão e temperatura também são considerados iguais para ambas as fases e para as interfaces, mas as velocidades são tratadas de maneira independente. Neste modelo, a formulação matemática consiste em uma equação de conservação de massa para cada fase, uma equação de conservação da quantidade de movimento e energia para a mistura. A determinação das velocidades de cada fase é feita através de equações constitutivas relativas ao caso estudado.

Por fim, o terceiro modelo mencionado, Modelo de Dois Fluidos, trata independentemente os valores de velocidade, pressão e temperatura. Sua formulação consiste em duas equações para conservação de massa, duas para conservação de quantidade de movimento e duas para conservação da energia. É uma das formulações para escoamentos bifásicos mais robustas presentes na literatura, e será o modelo utilizado neste trabalho.

Em trabalhos desenvolvidos por OMGBA-ESSAMA (2004), FIGUEIREDO (2010), BAPTISTA (2013), BUENO (2013), SONDERMANN (2016) e FIGUEIREDO (2016) o Modelo de Dois Fluidos em conjunto com o método numérico FCT foi utilizado para solução de escoamento bifásico em dutos. Com exceção de SONDERMANN (2016), que considerou a equação de energia para a mistura em sua formulação, todos os trabalhos mencionados anteriormente consideraram o escoamento como isotérmico. Os autores apresentaram bons resultados.

2.2 MOVIMENTO DE *PIGs* EM TUBULAÇÕES

Apesar do crescente esforço dos últimos anos para se chegar a modelos que possam prever com exatidão o deslocamento de *PIGs* no interior de dutos, a maior parte do conhecimento adquirido foi alcançado através da experiência de campo. A imensa quantidade de parâmetros que determinam as características construtivas e suas consequências no acoplamento com a tubulação dificultam a criação de um modelo global e definitivo.

Para uma correta aproximação das grandezas envolvidas ao longo da passagem do *PIG* são necessárias estimativas das forças de atrito geradas na interface e na quantidade de fluidos que transpassa a barreira imposta pelo *PIG*, chamada de vazão de *bypass*.

2.2.1 PIGs EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO

AZEVEDO *et al.* (1996) apresentaram propostas para se estimar a vazão de *bypass* através do *PIG* assim como as forças de atrito resultantes do encaixe por interferência do *PIG* no interior do duto e do movimento através da linha. Para determinação das forças atuantes no *PIG* foi necessária uma abordagem por elementos finitos em conjunto com dados experimentais. Para o trabalho, foram levadas em consideração variadas formas e tipos de construção diferentes. Os resultados foram considerados satisfatórios pelos autores.

CAMPO (1998) realizou um trabalho onde simulava o deslocamento de *PIGs* em escoamento de líquidos levemente compressíveis. A descrição do movimento do *PIG* levou em consideração as forças de atrito atuantes e vazões de *bypass* existentes. O sistema de equações que descrevem o movimento do fluido foi resolvido através do método das características e as equações de movimento do *PIG* através do método Runge-Kutta. Os resultados obtidos demonstraram estar de acordo com os dados presentes na literatura.

NIECKELE *et al.* (2001) apresentaram um trabalho de simulação do movimento do *PIG*, tanto para dutos com gás quanto com líquidos. Para o movimento do fluido, foram utilizadas duas equações, uma para o balanço de massa e uma para a quantidade de movimento. O acoplamento de ambos os lados da tubulação foi realizado com a solução simultânea da equação de momento do *PIG*. Foi utilizada uma malha de discretização adaptativa, ou seja, quanto mais próximo ao *PIG* mais células de discretização eram utilizadas. Três casos foram apresentados: esvaziamento do duto, duto com flanges para simular o *PIG* preso e utilização de *bypass* através do *PIG*.

NGUYEN *et al.* (2001)(1) simularam o movimento do *PIG* utilizando o método das características tendo gás como fluido. Em seu desenvolvimento foram utilizadas as equações de balanço de massa, quantidade de movimento e de energia do gás simultaneamente com a equação de momento do *PIG*. Para cálculo da equação de momento do *PIG*, as forças de atrito estático e dinâmico foram consideradas constantes e

outros parâmetros relacionados diretamente ao movimento foram obtidos através de análise experimental.

No mesmo ano, NGUYEN *et al.* (2001)(2) realizaram uma simulação bastante semelhante à apresentada anteriormente, tendo agora acrescida à simulação a presença de *bypass* através do *PIG*. Os resultados obtidos com *bypass* foram considerados melhores quando comparados aos resultados sem *bypass*.

ESMAEILZADEH *et al.* (2006) realizou a simulação tanto para líquido quanto para gás. A simulação envolvendo líquido considerou duas equações sendo uma para conservação da massa e outra para conservação da quantidade de movimento, já para a simulação com gás, foram consideradas três equações, as duas mencionadas anteriormente em conjunto com a equação da energia. Foi utilizado o método das características para solução do sistema de equações do fluido. Para o *PIG* foi realizado um balanço de forças atuantes e uma correlação para determinar o diferencial de pressão através dos furos de *bypass*. O duto foi dividido em duas seções separadas devido a presença do *PIG*. Os resultados obtidos se mostraram acuradas e possibilitou uma previsão mais acurada da velocidade desenvolvida pelo *PIG*.

HOSSEINALIPOUR *et al.* (2007)(1) apresentou um trabalho que simula o deslocamento de *PIGs* no interior de gasodutos. As equações de conservação de massa e quantidade de movimento do fluido foram resolvidas através do método das diferenças finitas utilizando uma malha computacional móvel e defasada (*staggered grid*). Esse sistema de equações foi resolvido em conjunto com o sistema de equações de movimento do *PIG* e de vazão de *bypass*. Foram realizadas simulações de situações típicas em dutos e os resultados obtidos mostraram um comportamento adequado para o modelo proposto.

ESMAEILZADEH *et al.* (2009) apresentaram outro trabalho, semelhante ao apresentado três anos antes. Desta vez foi feito um modelo mais detalhado do *PIG*, considerando que a força de contato entre a superfície interna do duto e o *PIG* são função das propriedades físicas do *PIG* e do fator de atrito do escoamento.

TOLMASQUIM e NIECKELE (2008) apresentaram um trabalho onde foi proposta uma ferramenta numérica capaz de avaliar e controlar as variáveis de processo do escoamento através de um controlador PID. Foram utilizadas duas equações para descrever o escoamento, sendo uma para conservação da massa e outra para conservação da quantidade de movimento. Para o movimento do *PIG* foram utilizadas a equação de movimento e a equação de queda de pressão através dos furos de *bypass*. As forças de contato atuantes foram consideradas constantes. Foi realizada uma simulação do

deslocamento de um *PIG* em uma tubulação onde o fluido a montante era gás (nitrogênio) e o fluido a jusante era óleo. Os resultados obtidos foram comparados com dados reais julgados adequados.

BOTROS e GOLSHAN (2009) fizeram uma revisão bibliográfica de artigos relacionados ao movimento do *PIG* tanto em escoamento monofásico quanto em escoamento bifásico. Neste trabalho foram brevemente abordadas diferentes técnicas de solução. Os resultados foram obtidos utilizando o método das características e apresentaram boa concordância quando comparados à dados de campo disponíveis.

MIRSHAMSI e RAFEEYAN (2015) fizeram uma abordagem diferente dos outros autores ao descrever o movimento do *PIG* considerando duas ou três dimensões. Não existem dados experimentais para comparação de resultados, mas o modelo apresentado se mostrou satisfatório ao ser comparado com geometrias específicas, e foi capaz de estimar posição e velocidade do *PIG* ao longo do tempo no duto.

PATRICIO *et al.* (2016)(1) apresentaram um trabalho onde é realizada uma simulação do deslocamento do *PIG* no interior de dutos contendo líquido levemente compressíveis. O duto foi dividido em duas partes sendo uma a montante e outra a jusante do *PIG*. Foi utilizado o método numérico FCT para solução do sistema de equações de balanço do escoamento. Uma estratégia de acoplamento dos modelos de movimentação do *PIG* e do escoamento foi proposta e os resultados obtidos foram considerados satisfatórios pelos autores.

No mesmo ano, PATRICIO *et al.* (2016)(2) apresentaram um trabalho semelhante ao anterior, contemplando escoamento monofásico de gás. O método numérico, modelo de movimentação do *PIG* e estratégia de acoplamento das soluções foram os mesmos. A modelagem de gás ideal foi considerada para o fluido e os resultados foram comparados com o *software* comercial OLGA apresentando ótimo comportamento.

2.2.2 *PIGs* EM ESCOAMENTO BIFÁSICO

MINAMI e SHOHAM (1995) conduziram uma comparação entre dados experimentais e simulações numéricas. Foram contemplados casos envolvendo um *PIG* assim como múltiplos *PIGs*. A abordagem utilizada para realização da simulação foi dividir o escoamento em três zonas distintas, sendo elas:

1. Região a montante do *PIG* contendo uma pequena quantidade de líquido;

2. Imediatamente à frente do *PIG*, chamada de golfada, e
3. A região à direita da golfada com padrão de escoamento estratificado, ainda não perturbado pela presença do *PIG*.

Os resultados obtidos foram considerados muito bons pelos autores e as previsões do modelo bastante acuradas.

LIMA e YEUNG (1999) apresentaram um trabalho onde consideravam diferentes padrões de escoamento. Logo, foram apresentadas diferentes formulações para cada tipo. Foi utilizado o método de Newton (semi-implícito) para solução das equações. O *PIG* foi considerado como uma fronteira móvel no sistema, sendo assim, o duto foi dividido em duas partes. Os resultados obtidos foram considerados satisfatórios pelos autores.

XIAO-XUAN XU e GONG (2005) apresentaram um trabalho onde o duto também é dividido em três regiões, assim como foi apresentado por MINAMI e SHOHAM (1995), e o *PIG* é considerado como uma fronteira móvel. É apresentado um equacionamento para a região a montante do *PIG* (escoamento monofásico de gás), e um equacionamento para a região de golfada (balanços de massa e quantidade de movimento). Também é apresentado um balanço de energia para completar o modelo e possibilitar seu uso em escoamentos não-isotérmicos. O modelo mais uma vez é resolvido utilizando um método semi-implícito de diferenças finitas. Dados obtidos pelo modelo são comparados com dados obtidos por um simulador numérico comercial de escoamento multifásico amplamente utilizado pelo mercado. A comparação foi considerada satisfatória.

HOSSEINALIPOUR *et al.* (2007)(2) propuseram um modelo bastante semelhante ao apresentado por MINAMI e SHOHAM (1995). Em seu trabalho foi utilizada uma abordagem simplificada para um escoamento transiente isotérmico em conjunto com alguns critérios para detecção de mudanças de padrões de escoamento. Os resultados obtidos foram comparados com dados experimentais e foram considerados satisfatórios pelos autores.

BUENO *et al.* (2012) realizaram um trabalho onde é proposto um modelo de movimentação de um *PIG* idealizado em conjunto com a solução do sistema de equações de balanço do escoamento bifásico. As equações de balanço do escoamento foram tratadas de forma geral, assim como o detalhamento dos termos de fluxo, de maneira que fosse possível a utilização de diferentes modelos e diferentes métodos numéricos. O modelo de movimentação do *PIG* se baseou nos mais completos presentes na literatura até o momento. É importante ressaltar que esse trabalho foi a primeira abordagem

envolvendo o conjunto *PIG*/escoamento desenvolvido pelo Laboratório de Mecânica dos Fluidos e Aerodinâmica (LABMFA) e o principal motivador para a realização desta dissertação.

3. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO

Neste capítulo serão descritas as equações de balanço do escoamento monofásico, acompanhadas das relações constitutivas correspondentes. O modelo monofásico tem como objetivo avaliar o comportamento da estratégia de solução numérica do *PIG*, que será descrita mais a diante neste trabalho. Desta forma foi possível adquirir confiança na capacidade de solução para o problema mais complexo envolvendo o escoamento bifásico.

3.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO MONOFÁSICO

A formulação adotada para os escoamentos monofásicos tanto de líquido quanto de gás em dutos é composta por uma equação de conservação de massa e uma equação para conservação da quantidade de movimento, assim como suas relações constitutivas. As seguintes hipóteses devem ser levadas em consideração:

- abordagem unidimensional;
- duto horizontal;
- área de seção transversal constante;
- escoamento de gás será considerado compressível (gás ideal);
- escoamento de líquido será considerado como levemente compressível;
- viscosidade do fluido constante;
- escoamento isotérmico;
- duto indeformável.

Conforme mencionado nas hipóteses acima, o escoamento será considerado como isotérmico. Desta maneira, para o caso de escoamento monofásico de gás deve-se observar que a relação entre massa específica e pressão será obtida através da hipótese de gás ideal, mediante a utilização da seguinte relação:

$$\rho_G = \frac{P}{RT}, \quad (3.1)$$

onde ρ e p representam a massa específica e pressão. R é a constante universal dos gases e T é a temperatura. Já para o escoamento de líquidos, a determinação da massa específica será feira mediante a utilização da equação de estado apresentada a seguir:

$$\rho_L = \frac{p}{c^2} + \rho_0, \quad (3.2)$$

onde c^2 representa o quadrado da velocidade do som no fluido e ρ_0 representa a massa específica de referência do líquido.

3.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO

A seguir serão apresentadas as equações de balanço do escoamento no interior de tubulações.

- Equação de conservação da massa (Equação da Continuidade):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} = 0, \quad (3.3)$$

- Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u^2 + p)}{\partial x} = -\rho g \sin(\beta) - \frac{1}{2} \frac{f \rho u |u| S}{A}, \quad (3.4)$$

onde u representa a velocidade do fluido. As variáveis g , β , A e S são a aceleração gravitacional local, inclinação do duto com a horizontal, área de seção do duto e perímetro interno do duto. O fator de atrito na parede é denotado f , o qual é expresso através da correlação proposta por MOODY (1947), apresentada abaixo:

$$f = \max \left\{ \frac{16}{Re}; 0,001375 \left[1 + \left[2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D} \right) + \frac{10^6}{Re} \right]^{1/3} \right] \right\}, \quad (3.5)$$

$$Re = \frac{\rho D |u|}{\mu}, \quad (3.6)$$

onde Re é o número de Reynolds do escoamento, ε é a rugosidade superficial do duto e D o diâmetro interno da tubulação. A Eq. (3.5) automaticamente determina o valor de f acordo com o regime de escoamento existente, isto é, caso o maior valor calculado seja obtido através da primeira correlação, o escoamento se encontra em regime laminar, caso contrário o regime de escoamento será considerado turbulento, e o valor de f será obtido através da segunda correlação.

Com o objetivo de validar o modelo apresentado para escoamento de gás, SONDERMANN (2016) realizou duas comparações com dois casos presentes na literatura cujas soluções analíticas são conhecidas. A primeira delas envolveu o escoamento na Linha de Fanno. Este caso consiste em um escoamento adiabático, viscoso e compressível. As simulações realizadas através do FCT tiveram como objetivo secundário avaliar o impacto na solução obtida ao se utilizar malhas de discretização menos ou mais refinadas. Nesse estudo foram avaliadas malhas de discretização de 100, 1.000 e 10.000 células. Constatou-se uma boa acurácia para malhas a partir de 1.000 elementos.

A segunda validação realizada por SONDERMANN (2016) envolve um escoamento no tudo de choque, também conhecido como problema de Riemann, que consiste em um problema de valor inicial onde o duto é dividido em duas regiões separadas por uma membrana contendo o mesmo fluido, porém com pressão e massa específica distintas. A simulação se inicia, no instante $t = 0$, ao se retirar esta membrana ocasionando em uma descontinuidade no escoamento. Os resultados obtidos se mostraram bastante acurados ao serem comparados com a solução exata, e o comportamento do FCT ao se deparar com descontinuidades foi extremamente acurado, não apresentando oscilações ou dissipação excessivas nas proximidades das descontinuidades.

Já para a validação do caso envolvendo escoamento monofásico de líquido, foi utilizada a equação da energia em conjunto com a correlação proposta por MOODY (1947) para determinação da queda de pressão ao longo do duto. Os resultados obtidos encontram-se no Apêndice A.

4. MODELO MATEMÁTICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

Neste capítulo serão apresentadas as equações de balanço do escoamento bifásico em tubulações de acordo com o modelo matemático de Dois Fluidos utilizado neste trabalho. Serão detalhadas também as equações constitutivas referentes às interações entre as fases.

4.1 HIPÓTESES PARA O ESCOAMENTO BIFÁSICO

A modelagem matemática do escoamento bifásico em dutos é uma tarefa difícil. Diversos padrões podem ocorrer ao longo da tubulação de acordo com as condições existentes e, portanto, algumas hipóteses precisam ser levadas em consideração a fim de se obter uma simplificação do problema matemático que permita chegar a uma solução. As hipóteses utilizadas neste trabalho são apresentadas a seguir:

- abordagem unidimensional;
- duto horizontal;
- área de seção transversal constante;
- escoamento estratificado;
- não há transferência de massa entre as fases;
- pressão única para ambas as fases;
- fase líquida incompressível e fase gasosa considerada compressível (modelada como gás ideal);
- viscosidade constante;
- escoamento isotérmico;
- duto indeformável.

4.2 EQUAÇÕES DE BALANÇO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

As equações que governam o escoamento em tubulações levam em consideração o balanço de massa e a conservação da quantidade de movimento em um volume de controle. Aplicando as hipóteses mencionadas anteriormente, temos:

- Equação da conservação da massa (Equação da continuidade):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_G \alpha_G) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_G \alpha_G u_G) = 0, \quad (4.1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_L \alpha_L) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho_L \alpha_L u_L) = 0, \quad (4.2)$$

- Equação de conservação da quantidade de movimento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p)}{\partial x} = \\ (p - p_{cG}) \frac{\partial \alpha_G}{\partial x} - \rho_G \alpha_G g \operatorname{sen} \beta + \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_G S_G}{A}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p)}{\partial x} = \\ (p - p_{cL}) \frac{\partial \alpha_L}{\partial x} - \rho_L \alpha_L g \operatorname{sen} \beta - \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_L S_L}{A}, \end{aligned} \quad (4.4)$$

onde ρ_k , u_k e α_k representam a massa específica, velocidade e a fração volumétrica de cada fase k , com k podendo ser G para a fase gás e L para a fase líquida. O símbolo p representa a pressão e g , β , τ_k e τ_I são a aceleração da gravidade local, o ângulo de inclinação entre o duto e a horizontal e as tensões cisalhantes para as fases e para a interface líquido e gás, respectivamente. A área da seção transversal do duto é denotada por A e S_k e S_I são, respectivamente, o perímetro molhado da fase k e da interface. A grandeza p_{ck} é o termo de correção de pressão para fase k , t representa a variável do tempo e x a coordenada espacial ao longo do duto, onde:

$$\tau_k = \frac{1}{2} f_k \rho_k u_k |u_k| \quad \text{e} \quad \tau_I = \frac{1}{2} f_I \rho_G (u_G - u_L) |u_G - u_L|, \quad (4.5)$$

$$S_L = D \left[\pi - \cos^{-1} \left(2 \frac{h_L}{D} - 1 \right) \right], \quad (4.6)$$

$$S_G = \pi D - S_L, \quad (4.7)$$

$$S_L = D \sqrt{1 - \left(2 \frac{h_L}{D} - 1 \right)^2}, \quad (4.8)$$

sendo h_L é a altura de líquido na seção transversal. A fração volumétrica, α_k , é definida da seguinte maneira:

$$\alpha_L \equiv \frac{A_L}{A_L + A_G}, \quad (4.9)$$

$$\alpha_G \equiv \frac{A_G}{A_L + A_G}, \quad (4.10)$$

onde A_L e A_G são as áreas ocupadas pelo líquido e pelo gás. Tem-se então a seguinte relação:

$$\alpha_L + \alpha_G = 1. \quad (4.11)$$

Conforme mencionado nas hipóteses acima, a modelagem adotada para o escoamento considera apenas um valor de pressão para ambas as fases, no entanto, para escoamentos estratificados, é necessário contabilizar o efeito hidrostático de cada fase. BONIZZI *et al.* (2001) propôs a seguinte correção, baseado na altura de líquido, h_L .

$$p_{ck} = \rho_k \alpha_k g \cos(\beta) \frac{dh_L}{d\alpha_k}, \quad (4.12)$$

onde

$$\frac{dh_L}{d\alpha_L} = \frac{\pi D}{4} \frac{\sqrt{1-X^2}}{1-X^2}, \quad (4.13)$$

$$\alpha_L = \left(\frac{1}{\pi} \right) \left\{ \pi - \cos^{-1} [X] + X \sqrt{(1-X^2)} \right\}, \quad (4.14)$$

$$X = \frac{2h_L}{D} - 1. \quad (4.15)$$

4.3 EQUAÇÕES CONSTITUTIVAS

Para que seja possível caracterizar completamente o problema, se faz necessário a utilização de equações constitutivas. Essas equações descrevem o efeito dos atritos interfacial e na parede e serão descritas a seguir.

4.3.1 FATOR DE ATRITO NA PAREDE

São muitas as correlações existentes na literatura para determinação do fator de atrito. ZIGRANG e SILVESTER (1985) e BENDIKSEN *et al.* (1991) utilizam a correlação proposta por MOODY (1947), definida como:

$$f_k = \max \left\{ \frac{16}{Re_k}; 0,001375 \left[1 + \left[2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D_{hk}} \right) + \frac{10^6}{Re_k} \right]^{1/3} \right] \right\}, \quad (4.16)$$

onde f_k assume o valor máximo dentre as duas equações acima, de maneira que é automaticamente determinado se o regime do escoamento é laminar ou turbulento. O parâmetro ε representa a rugosidade superficial do duto, D_{hk} e Re_k são o diâmetro hidráulico e o número de Reynolds da fase k , respectivamente, definidos de acordo com

$$Re_k = \frac{\rho_k D_{hk} |u_k|}{\mu_k}, \quad (4.17)$$

$$D_{hG} = \frac{4A_G}{S_G + S_I} \quad \text{e} \quad D_{hL} = \frac{4A_L}{S_L}, \quad (4.18)$$

sendo μ_k a viscosidade dinâmica do fluido da fase k .

4.3.2 FATOR DE ATRITO INTERFACIAL

ANDREUSSI *et al.* (1987) propôs a seguinte formulação para o fator de atrito interfacial em escoamentos estratificados:

$$f_I = \begin{cases} f_G & , \text{ se } F \leq 0,36 \\ f_G + 29,7 f_G (F - 0,36)^{0,67} \left(\frac{h_L}{D} \right)^{0,2} & , \text{ se } F > 0,36 \end{cases} \quad (4.19)$$

sendo f_G o fator de atrito da fase gasosa, obtido a partir da Eq. (4.16). O número de Froude, F , é calculado pela expressão

$$F = u_G \left(\frac{\rho_G}{\rho_L - \rho_G} \frac{dA_L}{dh_L} \frac{1}{A_G g \cos \beta} \right)^{1/2}. \quad (4.20)$$

5. MODELO DE MOVIMENTAÇÃO DO *PIG*

Neste capítulo são apresentadas as equações básicas utilizadas para a descrição do movimento do *PIG* em dutos. O sistema de equações formado relaciona as interações entre *PIG/Duto* e *PIG/Fluido*. A dificuldade de se determinar com precisão todos os efeitos sofridos e causados pelo *PIG* é enorme. São muitas as variáveis envolvidas devido à grande variedade de formatos e funções de cada tipo de *PIG* disponível no mercado atualmente.

Para que os objetivos com a passagem do *PIG* através da tubulação sejam alcançados, seu diâmetro, $D_P = 2 r_P$, deve ser ligeiramente maior do que o diâmetro interno do duto, resultando em um encaixe por interferência. São inúmeras as consequências deste ajuste, indo desde a capacidade de vedação do(s) fluido(s) a montante e a jusante até a velocidade desenvolvida durante seu tempo de permanência no duto. O encaixe entre *PIG/Duto* nem sempre ocorre de maneira a vedação seja 100% realizada, desta maneira o espaço existente é denominado *gap*, identificado por δ .

Outras formas de *bypass* podem ocorrer simultaneamente. Como por exemplo o *bypass* através de furos no corpo do *PIG*, utilizados como uma das formas de controle da sua velocidade. Dessa forma, há passagem de fluido da região a montante para a região a jusante, e o diferencial de pressão no *PIG* tende a diminuir, reduzindo, assim, sua velocidade. Uma terceira forma de *bypass* ocorre devido a permeabilidade do material do qual o *PIG* é constituído.

A diversidade de tipos de *PIGs* é enorme, como se pode observar na pequena amostra da Figura 5.1. Cada um dos *PIGs* mostrados tem uma função distinta e, por este motivo, apresentam características geométricas e construtivas diferentes. Diante desta realidade, é muito difícil elaborar de um modelo mecânico que conte com todas essas características construtivas e sua relação com o duto onde será utilizado.



Figura 5.1. Tipos de *PIG* (Fontes: 4pipe e PhDutos): (a) *PIG* de disco bidirecional; (b) *PIG* de copo de limpeza; (c) *PIG* instrumentado (*smart PIG*)

Portanto, o modelo apresentado aqui é referente à um *PIG* idealizado. São definidos parâmetros gerais, como L_c , que é o comprimento efetivo de contato, o diâmetro, a existência ou não de furos, o tamanho do *gap* e as características físicas do material. Na Figura 5.2 pode se observar este modelo simplificado. O comprimento efetivo representa a soma de toda a área efetiva de contato do *PIG* com o duto.

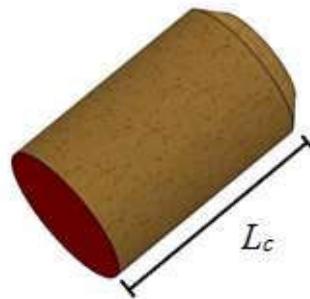


Figura 5.2. *PIG* idealizado.

O parâmetro L_c será considerado apenas para a determinação das forças atuantes na interface entre *PIG* e duto e no cálculo da vazão de *bypass*. A influência do volume de fluido deslocado no interior da tubulação devido à sua presença será desconsiderada, visto que $L_c \ll L$, sendo L o comprimento total da tubulação.

A seguir serão apresentados os modelos matemáticos que descrevem o movimento do *PIG* tanto em escoamentos monofásicos quanto em escoamentos bifásicos. Devido à grande quantidade de variáveis presentes, e para uma melhor compreensão do texto, foram adotadas algumas notações para correta identificação do posicionamento das variáveis presentes no escoamento em relação ao *PIG*. Ou seja, junto às variáveis p , u , u_k e α_k referentes às células de discretização a montante e a jusante do *PIG*, serão acrescentados os sobrescritos (-) e (+), respectivamente. Por exemplo, o valor da pressão a montante do *PIG* será representado da seguinte maneira: $p_P^- := p(x = x_P, t)$, onde x_P é a posição do *PIG* no instante t .

5.1 PIG EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO

5.1.1 QUANTIDADE DE MOVIMENTO LINEAR DO PIG

A equação que descreve o movimento do *PIG* é obtida a partir da segunda lei de Newton.

$$\frac{d(M_P v_P)}{dt} = \sum F_p, \quad (5.1)$$

onde M_P e v_P representam a massa e velocidade do *PIG*, respectivamente, enquanto F_p é o conjunto de forças externas atuantes no *PIG*. A variável t representa o tempo.

Devido aos diferentes tipos de *PIG* existentes e sua complexidade construtiva, determinar com precisão suas características físicas é uma tarefa árdua. Além disso, variações no diâmetro da tubulação devido a defeitos construtivos, amassados, soldas ou outros equipamentos presentes na linha afetam diretamente a interação *PIG/Duto*. Neste trabalho algumas hipóteses simplificadoras foram adotadas, tais como:

- tubo liso (sem imperfeições ou amassados);
- ausência de equipamentos extras na linha;
- área de seção do duto constante;
- tubo horizontal,
- massa do *PIG* constante,
- *PIG* considerado como superfície singular.

Ao se identificar os termos do lado direito da Eq. (5.1) a seguinte relação é obtida:

$$M_p \frac{dv_p}{dt} = \Delta p_p A - F_H - F_M - M_p g \operatorname{sen} \beta, \quad (5.2)$$

onde Δp_p representa a diferença de pressão entre faces a montante e a jusante do *PIG*, A é a área frontal do *PIG*, F_H e F_M são as forças de atrito hidrodinâmico e mecânico, g representa a força gravitacional local e β a inclinação do duto com a horizontal.

5.1.2 FORÇAS DE ATRITO HIDRODINÂMICO E MECÂNICO

A determinação das forças de atrito atuantes no *PIG* foi estudada por diversos autores como O'DONOGHUE (1996), AZEVEDO (1996), CAMPO (1998) e NIECKELE *et al.* (2001). Devido às complexas características construtivas e a grande variedade de tipos de *PIG* é necessária uma abordagem simplificadora frente aos parâmetros que serão levados em consideração.

Alguns parâmetros muito importantes ao se avaliar as forças de atrito atuantes são o diâmetro nominal do *PIG*, $2r_p$, sendo r_p o raio do *PIG*, e seu comprimento efetivo, L_c . O diâmetro deve ser ligeiramente maior que o diâmetro do duto, o que produz um ajuste por interferência, resultando em uma maior eficiência na limpeza, vedação e outros requisitos necessários à sua operação. Já o comprimento efetivo está diretamente ligado às forças de atrito atuantes. A Figura 5.3 apresenta o conjunto *PIG/duto*. O parâmetro δ , chamado de *gap*, representa a folga média existente e D o diâmetro do duto.

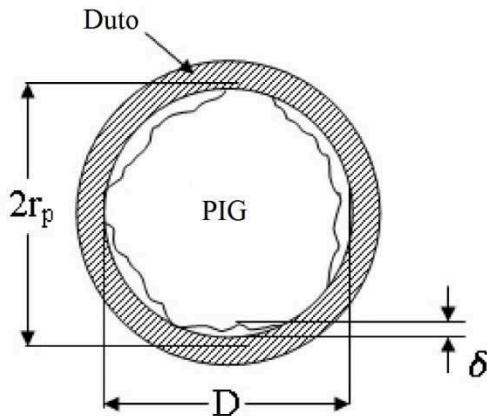


Figura 5.3. Esquema do encaixe entre *PIG* e duto (BUENO *et al.*, 2012)

A existência do *gap* é justificada devido à presença de imperfeições na superfície do duto, ao desgaste do *PIG*, à presença de soldas e outros equipamentos ao longo da linha. A determinação exata, de δ é extremamente difícil. Para fins de praticidade, adota-se um valor médio constante. AZEVEDO (1996) considerou este valor médio devido à impossibilidade de se desenvolver um modelo que leve em conta todas as variações locais deste parâmetro.

Para determinação das forças de atrito é importante avaliar a razão de contato entre as superfícies. Pois essa relação irá determinar a influência dos esforços viscosos e dos esforços mecânicos sobre o movimento do *PIG*. Na Figura 5.4 está representada uma possível configuração entre a área de contato hidrodinâmico e a área de contato mecânico. Sabe-se que a área de contato total, A_c , é dada por:

$$A_c = A_M + A_H , \quad (5.3)$$

onde A_M e A_H são, respectivamente as áreas de contato mecânico e hidrodinâmico.

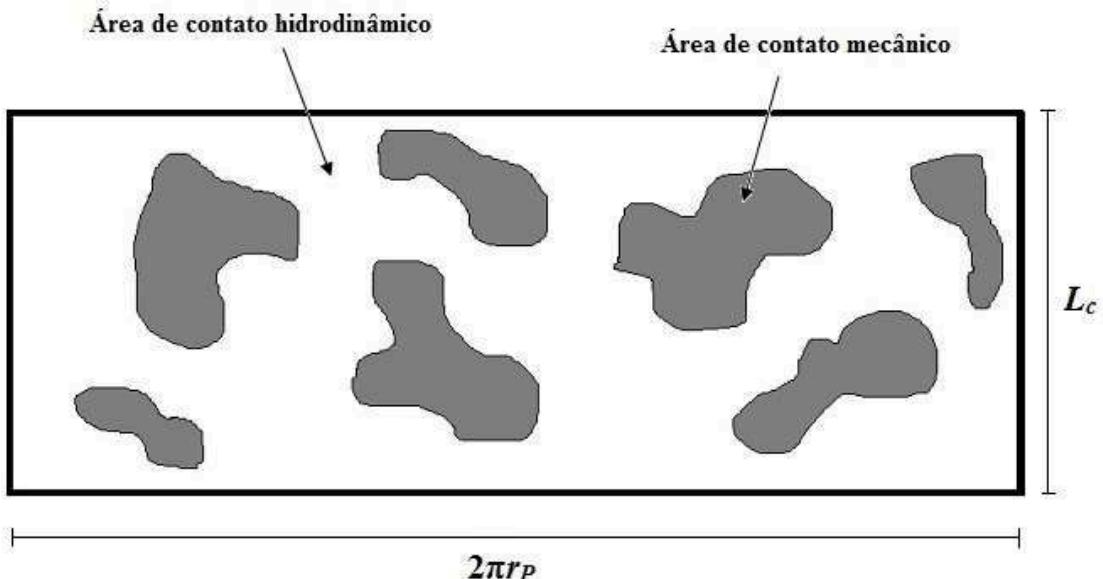


Figura 5.4. Esquema da área de contato mecânico e hidrodinâmico.

CAMPO (1988) propôs que a relação entre duas áreas de contato fosse definida da seguinte maneira:

$$\varepsilon_c = \frac{A_M}{A_c}, \quad \varepsilon_c \in [0, 1], \quad (5.4)$$

onde ε_c representa a razão de contato efetivo. Se $\varepsilon_c = 0$ então não há contato físico direto entre o *PIG* e a superfície interna do duto, ocasionando apenas em força de atrito hidrodinâmica atuando no *PIG*. Já se $\varepsilon_c = 1$ a vedação é perfeita, havendo apenas força de atrito mecânico. A área de contato total, A_c é definida da seguinte maneira:

$$A_c = \pi D L_c. \quad (5.5)$$

Substituindo a Eq. (5.5) em (5.4), a área de contato mecânico pode ser expressa como

$$A_M = \varepsilon_c A_c. \quad (5.6)$$

Como as áreas de atrito hidrodinâmico e mecânico são complementares, temos que:

$$A_H = (1 - \varepsilon_c) A_c . \quad (5.7)$$

Para a determinação de F_H foi considerado que a razão entre o *gap* e o diâmetro do duto é muito pequena, $\delta/D \ll 1$. Desta maneira, pode-se aproximar o escoamento através deste espaço por um escoamento laminar completamente desenvolvido entre placas planas paralelas. Sendo assim, a tensão tangencial que atua no *PIG* é dada por:

$$\tau_p = \frac{\Delta p \delta}{2L_c} - \mu \frac{v_p}{\delta}, \quad (5.8)$$

Logo, F_H é dado por:

$$F_H = A_H \tau_p = (1 - \varepsilon_c) A_c \left(\frac{\Delta p \delta}{2L_c} - \mu \frac{v_p}{\delta} \right). \quad (5.9)$$

A força de atrito mecânico F_M é obtida a partir da lei de Coulomb, que relaciona a força normal de contato com o coeficiente de atrito da superfície interna do duto. F_M pode ser de natureza estática, F_M^e , ou dinâmica, F_M^d . F_M^e varia de zero até seu valor máximo, expresso da seguinte maneira:

$$F_M^e = \eta_e N , \quad (5.10)$$

onde η_e representa o coeficiente de atrito estático e N a força de atrito normal entre o *PIG* e o duto. Já para a situação onde ocorre deslizamento entre as superfícies de contato, a força mecânica dinâmica irá atuar, e a equação equivalente a Eq. (5.10) é escrita da seguinte maneira:

$$F_M^d = \eta_d N , \quad (5.11)$$

onde η_d representa o coeficiente de atrito dinâmico, de maneira que $\eta_e > \eta_d$. MONTANNI (1992) realizou um trabalho onde foram testados diferentes *PIGs* com diferentes materiais. Os valores obtidos estavam de acordo com os valores médios reportados na literatura ($\eta = 0,48$). Neste trabalho foi utilizado $\eta_e = 0,45$ e $\eta_d = 0,4$.

Antes de prosseguir com o detalhamento da força de atrito mecânico, é importante observar a existência de três possibilidades para a correta descrição do movimento do *PIG*. A primeira ocorre quando o *PIG* está em repouso ou até a iminência de movimento ($v_p = 0$ e $a_p = 0$), sendo assim, o valor de F_M^e deve ser utilizado, de maneira que seu valor varie de zero (mínimo) até seu máximo, definido pelo somatório de todas as outras forças atuantes sobre o *PIG*. A segunda, para os momentos que o *PIG* se encontra em movimento ($v_p \neq 0$), utilizando o valor de F_M^d . Este parâmetro também será utilizado nas situações em que o *PIG* estiver invertendo o sentido do seu movimento, ou seja, estiver parado no duto ($v_p = 0$) mas com aceleração diferente de zero ($a_p \neq 0$).

$$F_M = \begin{cases} \operatorname{sgn}(v_p) F_M^d, & \text{se } v_p \neq 0 \\ (p^- - p^+) A - F_H - M_p g \operatorname{sen} \beta, & \text{se } v_p = 0 \text{ e } \frac{dv_p}{dt} = 0 \\ \operatorname{sgn}((p^- - p^+) A - F_H - M_p g \operatorname{sen} \beta) F_M^e, & \text{se } v_p = 0 \text{ e } \frac{dv_p}{dt} \neq 0 \end{cases}, \quad (5.12)$$

A determinação do valor de N é feita através do produto da superfície externa do *PIG* com a pressão de contato exercida, isto é,

$$N = \varepsilon_c A_c p_{cp}, \quad (5.13)$$

onde p_{cp} é a pressão de contato entre o *PIG* e a parede interna do duto.

A determinação de p_{cp} é, talvez, a tarefa mais desafiadora na modelagem do movimento do *PIG*. Esse parâmetro é resultado de diversas características físicas tanto do *PIG* quanto da interação *PIG/duto*. GOMES (1994) utilizou o método de elementos finitos para um *PIG* cilíndrico e obteve a seguinte equação:

$$p_{cp} = \frac{1}{1-\nu} \left(\frac{E\Delta r}{r_p} + \nu \frac{(p_p^- + p_p^+)}{2} \right), \quad (5.14)$$

onde ν e E são o coeficiente de Poisson e módulo de elasticidade do *PIG*, Δr é a diferença entre o raio do *PIG* e o raio do duto, e p_p é a pressão nas faces do *PIG*, onde (-) indica a face a montante do e (+) a face a jusante do *PIG*.

Aplicando a Eq. (5.14) nas Eqs. (5.10) e (5.11) obtém-se as seguintes equações:

$$F_M^e = \varepsilon_c \pi D L_c \eta_e \frac{1}{(1-\nu)} \left(\frac{E\Delta r}{r_p} + \nu \frac{(p_p^- + p_p^+)}{2} \right), \quad (5.15)$$

$$F_M^d = \varepsilon_c \pi D L_c \eta_d \frac{1}{(1-\nu)} \left(\frac{E\Delta r}{r_p} + \nu \frac{(p_p^- + p_p^+)}{2} \right), \quad (5.16)$$

Pode-se notar nas Eqs. (5.15) e (5.16) que as duas parcelas dominantes referem-se à interferência no acoplamento entre o *PIG* e o duto e ao efeito compressivo causado pela pressão imposta nas faces a montante e a jusante do *PIG*. O valor máximo de F_M^e está diretamente ligado à força mínima necessária para que o *PIG* inicie seu movimento. Esta força é alcançada quando a diferença de pressão através do *PIG* alcança o valor conhecido como pressão crítica, ou Δp_c . Este valor é obtido experimentalmente de acordo com GOMES (1994). Deve-se ressaltar que Δp_c depende da interação *PIG/Duto*.

O modelo proposto acima foi baseado em *PIGs* cilíndricos semelhantes aos *PIGs* espuma, sendo considerada uma boa aproximação ao caso real, segundo CAMPO (1998). Entretanto, para *PIGs* com formatos variados, como os *PIGs* de copo, os valores de força de atrito e pressão crítica são muito superiores aos obtidos através de experimentos ou através da análise de elementos finitos. Isso é justificado devido à alta complexidade construtiva do *PIG* e à presença de diferentes materiais em sua composição. Para se contornar este problema é obtido um valor de módulo de elasticidade equivalente, E^* .

O parâmetro E^* é obtido considerando que o *PIG* está na iminência do movimento. Então, a partir do valor de Δp_c , que representa o maior valor de pressão suportado pelo *PIG* antes de iniciar o movimento, a seguinte relação é estabelecida

$$\Delta p_c A = F_M^{e,\max}, \quad (5.17)$$

Aplicando a Eq.(5.15) na Eq.(5.17), obtém-se

$$\left\{ \begin{array}{l} E^* = \frac{\Delta p_c r_p}{\Delta r} \left[\frac{D(1-\nu)}{4\varepsilon L_c \eta_e} - \frac{\nu}{2} \right] - \frac{r_p \nu p_p^+}{\Delta r}, \\ E^* > 0 \end{array} \right. \quad (5.18)$$

A existência do termo negativa a direita resulta na restrição de que $E^* > 0$, desta forma deve-se ter atenção ao utilizar o modelo proposto para compatibilização.

5.1.3 BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO PIG

A modelagem do movimento do *PIG* em escoamento monofásico é completada ao se determinar a quantidade de fluido que passa através do *PIG*, vazão de *bypass*. Como já mencionado anteriormente, existem três mecanismos diferentes nos quais pode ocorrer passagem de fluido. O primeiro ocorre através do *gap*, Q_{gap} , O segundo é a vazão através de furos que atravessam longitudinalmente o corpo do *PIG*, Q_h e, por fim, a vazão devida a permeabilidade do material com o qual o *PIG* é construído, Q_b .

Conforme já mencionado anteriormente, a presença do *PIG* no interior da tubulação é considerada como uma fronteira móvel, sendo esta por sua vez uma superfície singular. Aplicando o princípio da conservação de massa para esta superfície singular, chega-se à seguinte equação:

$$\int_{S_p^-} \rho^- (u^- - v_p^-) nda + \int_{S_p^+} \rho^+ (u^+ - v_p^+) nda = 0, \quad (5.19)$$

onde S_p^- e S_p^+ são as faces a montante e a jusante da superfície singular imposta pelo *PIG* e p_p^-, u^-, p_p^+ e u^+ são a pressão e velocidade a montante (-) e a jusante (+) respectivamente, como esquematizado na Figura 5.5 a seguir. Esta expressão estabelece que as vazões mássicas a montante e a jusante sejam iguais.

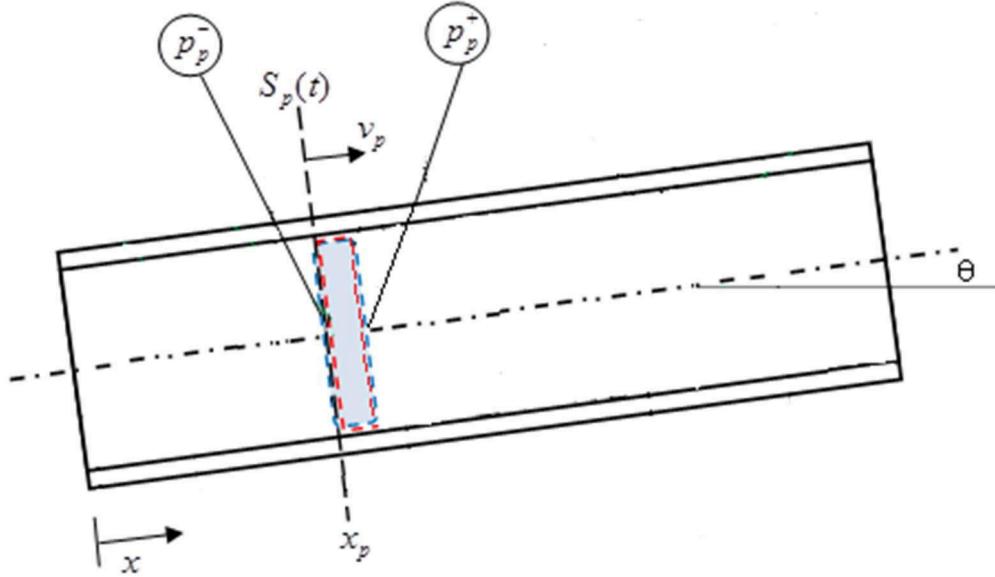


Figura 5.5. Volume de controle ao redor do PIG.

Da Eq. (5.19), obtém-se a seguinte relação:

$$\rho^- A(u^- - v_p) = \rho^+ A(u^+ - v_p) = \dot{m}_{bp}, \quad (5.20)$$

A vazão de *bypass* pode ser escrita da seguinte forma:

$$\dot{m}_{bp} = \bar{\rho}_p Q_{BP} = \bar{\rho}_p (Q_{gap} + K_1 \cdot Q_h + K_2 \cdot Q_b), \quad (5.21)$$

Onde K_1 e K_2 podem assumir valores iguais a 0 ou 1, de acordo com a presença ou não do tipo específico de *bypass*. O símbolo Q_{BP} representa a vazão volumétrica de *bypass* total e Q_{gap} , Q_h e Q_b as vazões através do *gap*, furos e corpo no *PIG*, respectivamente. O parâmetro $\bar{\rho}_p(p_p^-, p_p^+)$ representa a massa específica média, e é obtido da seguinte maneira:

$$\bar{\rho}_p = \frac{\rho_p^-(x = x_p^-, t) + \rho_p^+(x = x_p^+, t)}{2}, \quad (5.22)$$

A determinação de Q_{gap} parte da mesma premissa feita no cálculo da força de atrito hidrodinâmico, F_H , onde se assume que o escoamento através do *gap* ocorre através de

duas placas planas paralelas em regime permanente completamente desenvolvido, AZEVEDO *et al.* (1996). Utilizando este modelo, chega-se a seguinte equação:

$$Q_{gap} = \pi D \left(\frac{\delta^3}{12\mu} \frac{\Delta p_p}{L_c} - \frac{\delta}{2} v_p \right), \quad (5.23)$$

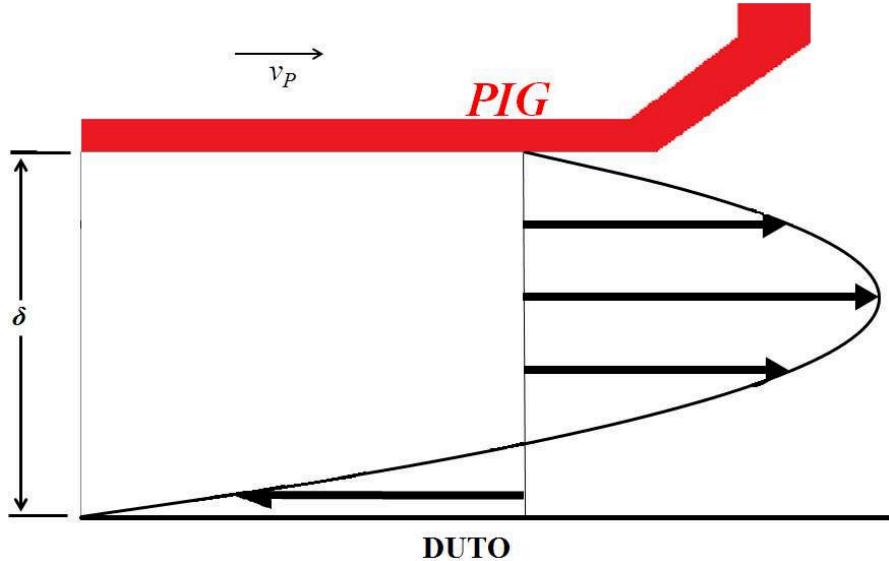


Figura 5.6. Perfil de velocidade na folga efetiva.

A partir da Eq. (5.23) observa-se que a vazão de *bypass* depende do diferencial de pressão e da velocidade do *PIG*. Na Figura 5.6 é mostrado o perfil de velocidade do fluido no *gap* para a situação em que a velocidade do *PIG* e o gradiente de pressão são positivos. Nota-se, que para esse caso, ocorre tanto uma vazão positiva quanto uma vazão negativa.

O controle da velocidade desenvolvida pelo *PIG* é fundamental para que a maior eficiência seja alcançada nos serviços realizados. Velocidades muito elevadas podem comprometer a qualidade da limpeza da superfície interna do duto. Caso esteja sendo realizada uma varredura em busca de defeitos ou rupturas no duto, utilizando por exemplo *PIGs* instrumentados, a qualidade dos dados coletados pode ser prejudicada. Por outro lado, velocidades reduzidas podem impactar diretamente no custo de operação devido à demora do próprio procedimento de inspeção ou à baixa vazão de produtos a serem transportados.

Para fins de modelagem, esses furos são considerados como tubos e, de acordo com CAMPO (1998), podem ser expressas da seguinte maneira:

$$Q_h = \text{sgn}(\Delta p_p) \frac{n\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{\frac{2|\Delta p_p|}{\bar{\rho}_p}}{k_h + \frac{f_h l}{d}}} , \quad (5.24)$$

onde n é o número de furos e d o diâmetro de cada furo. As grandezas k_h e f_h são o coeficiente de perda de carga local e fator de fricção do fluido no furo, respectivamente.

Por fim, para *PIGs* espuma deve-se contabilizar a vazão de *bypass* através do corpo devido à porosidade do material dada por, AZEVEDO (1996):

$$Q_b = \frac{\pi D^2 K}{4\mu} \frac{\Delta p_p}{L_c} , \quad (5.25)$$

onde K representa a permeabilidade do material do *PIG* em relação ao fluido.

De posse das Eqs. (5.2), (5.20) e (5.21) o modelo de descrição do *PIG* em meios monofásicos está completo. Estas equações formam um sistema de equações diferenciais ordinárias e algébricas (EDOA), dado por

$$\left\{ \begin{array}{l} M_p \frac{dv_p}{dt} = \Delta p_p A - F_H - F_M - M_p g \text{sen} \beta \\ \rho^- A (u^- - v_p) = \rho^+ A (u^+ - v_p) = \dot{m}_{bp} \\ \dot{m}_{bp} = \bar{\rho}_p (Q_{gap} + K_1 \cdot Q_h + K_2 \cdot Q_b) \end{array} \right. , \quad (5.26)$$

com

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta p_p = p(x = x_p^-, t) - p(x = x_p^+, t) \\ u^- = u(x = x_p^-, t) \quad e \quad u^+ = u(x = x_p^+, t) \\ \rho^- = \rho(\rho = x_p^-, t) \quad e \quad \rho^+ = \rho(x = x_p^+, t) \end{array} \right. , \quad (5.27)$$

O sistema de três equações apresentado na Eq.(5.26) em conjunto com as duas equações de balanço do escoamento monofásico (Eq.(3.3) e Eq.(3.4)) possuem um total de cinco incógnitas que devem ser obtidas ao final de cada passo de tempo, são elas: $p(x=0)$, $u(x=L)$, $u(x=x_p^-)$, $p(x=x_p^+)$ e v_p . Os primeiros dois parâmetros são obtidos

diretamente através do método numérico FCT, os três últimos são obtidos na solução do sistema de EDOA do *PIG*.

5.2 PIG EM ESCOAMENTO BIFÁSICO

O deslocamento de um *PIG* no interior de dutos com escoamento bifásicos provoca, em geral, a formação de uma golfada à sua frente em medida em que o *PIG* se desloca. Fatores como excesso de líquido acumulado, desníveis nas características do terreno, ascensão do duto podem promover seu aumento ou diminuição. A Figura 5.7 mostra a situação acima mencionada, onde em azul é representado o *PIG*, em vermelho o conjunto *PIG/golfada*, a variável x_p , representa a posição do *PIG*, e os símbolos p_p^- , e p_p^+ são a pressão a montante e a jusante do *PIG* respectivamente.

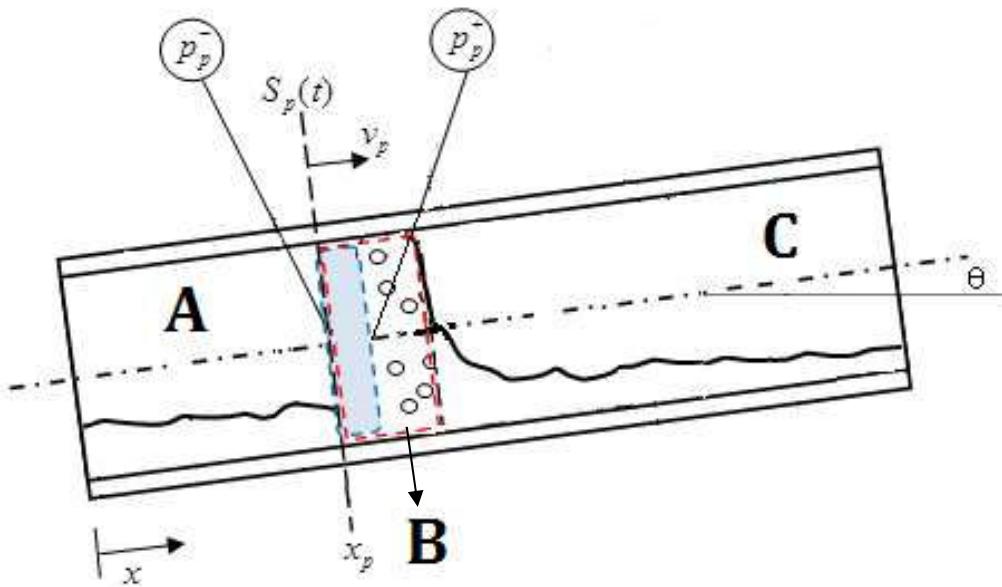


Figura 5.7. Representação esquemática da modelagem mecânica do *PIG* e da golfada na linha.

O modelo proposto acima representa um cenário bastante completo, onde há a existência da golfada já formada, indicado pela letra (B), e outras duas regiões sendo uma a montante do *PIG* (A) e a outra a jusante da frente da golfada (C), contendo o escoamento estratificado. A imediata implementação deste modelo completo se mostrou bastante desafiadora devido à complexidade e ao grande número de parâmetros e variáveis que influenciam o resultado final. Optou-se então por uma abordagem mais simples onde o

conjunto retratado ilustra a fase inicial do deslocamento do *PIG* como mostrado a seguir na Figura 5.8.

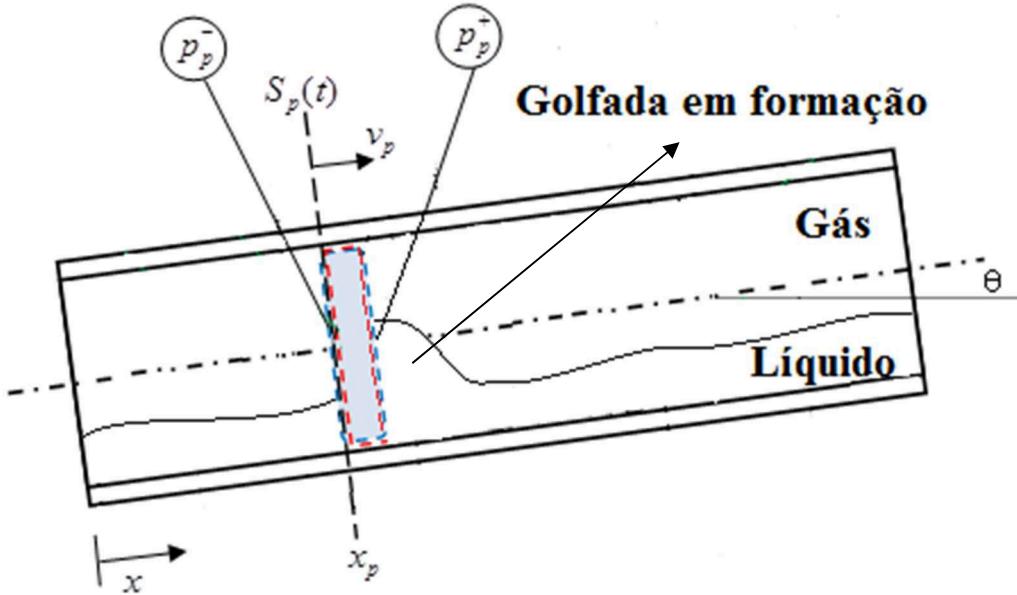


Figura 5.8. Representação esquemática da modelagem simplificada do *PIG* e da golfada em formação na linha.

Logo, de acordo com o modelo ilustrado na figura acima é esperado que os resultados representem os primeiros instantes da movimentação do *PIG* até o limiar de formação da golfada.

5.2.1 BALANÇO DE MASSA ATRAVÉS DO *PIG*

O balanço de massa através do *PIG* é obtido de forma bastante semelhante ao caso monofásico, apresentado na Eq. (5.19). A equação de continuidade aplicada a cada fase permite escrever

$$\rho_L^-(p_p^-)\alpha_L^-A(u_L^- - v_p) = \rho_L(p_p^+)\alpha_L^+A(u_L^+ - v_p) = \dot{m}_{LBP}, \quad (5.28)$$

$$\rho_G^-(p_p^-)\alpha_G^-A(u_G^- - v_p) = \rho_G(p_p^+)\alpha_G^+A(u_G^+ - v_p) = \dot{m}_{GBP}, \quad (5.29)$$

onde \dot{m}_{LBP} e \dot{m}_{GBP} representam as vazões mássicas de líquido e gás através do *PIG*. A determinação desses valores recai nos mesmos casos apresentados para o escoamento

monofásico, isto é, corresponde à soma das vazões de *bypass* através do *gap*, através dos furos e através do corpo do *PIG*, para cada fase presente. Sendo assim, tem-se:

$$\dot{m}_{LBP} = \bar{\rho}_{Lp}(Q_{gap,L} + K_1 \cdot Q_{h,L} + K_2 \cdot Q_{b,L}), \quad (5.30)$$

$$\dot{m}_{GBP} = \bar{\rho}_{Gp}(Q_{gap,G} + K_1 \cdot Q_{h,G} + K_2 \cdot Q_{b,G}), \quad (5.31)$$

onde, analogamente às Eqs. (5.23), (5.24) e (5.25), obtém-se:

$$Q_{gap,k} = \pi D \left(\frac{\delta^3}{12\mu_k} \frac{\Delta p_{kp}}{L_c} - \frac{\delta}{2} v_p \right), \quad (5.32)$$

$$Q_{h,k} = \text{sgn}(\Delta p_{kp}) \frac{n\pi d^2}{4} \cdot \sqrt{\frac{2|\Delta p_{kp}|/\bar{\rho}_{kp}}{k_{kh} + f_{kh}l/d}}, \quad (5.33)$$

$$Q_{b,k} = \frac{\pi D^2 K_k}{4\mu_k} \frac{\Delta p_{kp}}{L_c}, \quad (5.34)$$

5.2.2 FORÇAS DE ATRITO DO *PIG*

A modelagem das forças atuantes no *PIG* é semelhante àquela apresentada na seção 5.1.2. Para contemplar a presença do líquido e gás adota-se como aproximação os valores médios para viscosidade dinâmica do fluido, que é avaliada para a mistura, e produz a grandeza $\bar{\mu}$. Logo, da Eq. (5.9):

$$F_H = A_H \tau_P = (1 - \varepsilon_c) A_c \left(\frac{\Delta p \delta}{2L_C} - \bar{\mu} \frac{v_p}{\delta} \right), \quad (5.35)$$

onde $\bar{\mu}(\mu_G, \mu_L)$ é a média dos valores de viscosidade dinâmica do líquido e gás no *gap*, definida por

$$\bar{\mu} \equiv \left(\frac{\alpha_L^- + \alpha_L^+}{2} \right) \mu_L + \left(\frac{\alpha_G^- + \alpha_G^+}{2} \right) \mu_G . \quad (5.36)$$

De posse das Eqs.(5.2), (5.28), (5.29), (5.30) e (5.31) obtém-se um sistema de cinco equações que descrevem o movimento do *PIG* no interior da tubulação, e são dados por

$$\begin{cases} M_p \frac{dv_p}{dt} = \Delta p_p A - F_H - F_M - M_p g \sin \beta \\ \rho_L^-(p_p^-) \alpha_L^- A (u_L^- - v_p) = \rho_L(p_p^+) \alpha_L^+ A (u_L^+ - v_p) \\ \rho_G^-(p_p^-) \alpha_G^- A (u_G^- - v_p) = \rho_G(p_p^+) \alpha_G^+ A (u_G^+ - v_p) , \\ \dot{m}_{LBP} = \bar{\rho}_{Lp} (Q_{Lgap} + K_1 \cdot Q_{Lh} + K_2 \cdot Q_{Lb}) \\ \dot{m}_{GBP} = \bar{\rho}_{Gp} (Q_{Ggap} + K_1 \cdot Q_{Gh} + K_2 \cdot Q_{Gb}) \end{cases} \quad (5.37)$$

com

$$\begin{cases} \Delta p_p = p(x = x_p^-, t) - p(x = x_p^+, t) \\ u_L^- = u_L(x = x_p^-, t) \quad e \quad u_L^+ = u_L(x = x_p^+, t) \\ u_G^- = u_G(x = x_p^-, t) \quad e \quad u_G^+ = u_G(x = x_p^+, t) , \\ \alpha_L^- = \alpha_L(x = x_p^-, t) \quad e \quad \alpha_L^+ = \alpha_L(x = x_p^+, t) \\ \rho_G^-(p_p^-) \alpha_G^- A (u_G^- - v_p) = \rho_G(p_p^+) \alpha_G^+ A (u_G^+ - v_p) \end{cases} \quad (5.38)$$

O sistema de cinco equações apresentado na Eq.(5.37) em conjunto com as quatro equações de balanço do escoamento bifásico (Eqs.(4.1), (4.2), (4.3) e (4.4)) possuem um total de nove incógnitas que devem ser obtidas ao final de cada passo de tempo, são elas: $p(x=0)$, $u_G(x=L)$, $u_L(x=L)$, $\alpha_L(x=L)$, $u_G(x=x_P^-)$, $u_L(x=x_P^-)$, $\alpha_L(x=x_P^-)$, $p(x=x_p^+)$ e v_p . Os primeiros quatro parâmetros são obtidos diretamente através do método numérico FCT, enquanto os cinco últimos são obtidos na solução do sistema de EDOA do *PIG*.

5.3 MÉTODO DE SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ALGÉBRICAS

A solução dos sistemas das Eqs. (5.26) e (5.37) recai em uma solução de sistemas de equações diferenciais ordinárias e algébricas não lineares (EDOA). Para solução destes sistemas, será utilizada a rotina DAESL disponível na biblioteca matemática IMSL 7.0.

Esta rotina é baseada no algoritmo DASSL (*Differential Algebraic System Solver*) desenvolvido por PETZOLD (1982). A rotina soluciona sistemas de equações expressos da seguinte forma:

$$\begin{cases} f\left(t, \mathbf{x}, \frac{d\mathbf{x}}{dt}\right) = 0 \\ \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \frac{d\mathbf{x}}{dt}(t_0) = \frac{d\mathbf{x}_0}{dt} \end{cases}, \quad (5.39)$$

onde t é a variável independente e \mathbf{x} é o vetor que contém as variáveis dependentes.

O algoritmo DASSL consiste em substituir as derivadas presentes na Eq.(5.39) por aproximações de diferenças finitas e resolver o sistema gerado utilizando o método de Newton. As aproximações realizadas nas derivadas utilizam formulas de diferenciação regressiva de ordem k , com $1 \leq k \leq 5$. O passo utilizado para o avanço da solução, assim com a ordem k varia de acordo com o comportamento dos resultados obtidos.

A utilização da rotina DASSL na solução do *PIG* em escoamento monofásico se mostrou eficaz para uma extensa faixa de operação. Devido às muitas variáveis envolvidas na determinação das forças e do *bypass*, não foi possível realizar simulações onde toda a vazão de fluido através do *PIG* fosse zerada ou para valores superiores à aproximadamente 50% da vazão de entrada. Esta limitação deve-se, possivelmente, ao fato de que combinações de valores de variáveis presentes alterem o índice de diferenciação do sistema.

Já para o escoamento bifásico, apesar das simplificações propostas para este primeiro modelo, a rotina DASSL não obteve sucesso em nenhum caso testado. A existência de duas novas equações em relação ao caso monofásico também alterou o índice de diferenciação do sistema, fazendo com que o método não fosse mais aplicável.

Como primeira abordagem simplificadora, optou-se por desconsiderar o termo de inércia da aceleração do *PIG*, transformando a EDOA da Eq. (5.37) em um sistema de equações algébricas não lineares, composto por

$$\begin{cases} \Delta p_p A = F_H + F_M + M_p g \sin \beta \\ \rho_L^-(p_p^-) \alpha_L^- A(u_L^- - v_p) = \rho_L(p_p^+) \alpha_L^+ A(u_L^+ - v_p) \\ \rho_G^-(p_p^-) \alpha_G^- A(u_G^- - v_p) = \rho_G(p_p^+) \alpha_G^+ A(u_G^+ - v_p) . \\ \dot{m}_{LBP} = \bar{\rho}_{Lp} (Q_{Lg} + K_1 \cdot Q_{Lh} + K_2 \cdot Q_{Lb}) \\ \dot{m}_{GBP} = \bar{\rho}_{Gp} (Q_{Gg} + K_1 \cdot Q_{Gh} + K_2 \cdot Q_{Gb}) \end{cases} \quad (5.40)$$

5.4 ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO DO CONJUNTO *PIG* E ESCOAMENTO

A utilização do método numérico FCT para solução do conjunto acoplado de equações do escoamento (monofásico ou bifásico) com as equações de movimento do *PIG* não havia sido desenvolvida até o presente momento. A seguir, esta estratégia será detalhada simultaneamente para o caso do escoamento monofásico quanto para o escoamento bifásico.

A presença do *PIG* na linha, em termos numéricos, foi considerada como uma fronteira móvel caracterizada por uma descontinuidade nos campos de velocidade, pressão e, no caso de escoamento bifásico, na fração volumétrica. Esta descontinuidade fez com que o duto fosse tratado de maneira diferenciada para as partes a montante e a jusante do *PIG*.

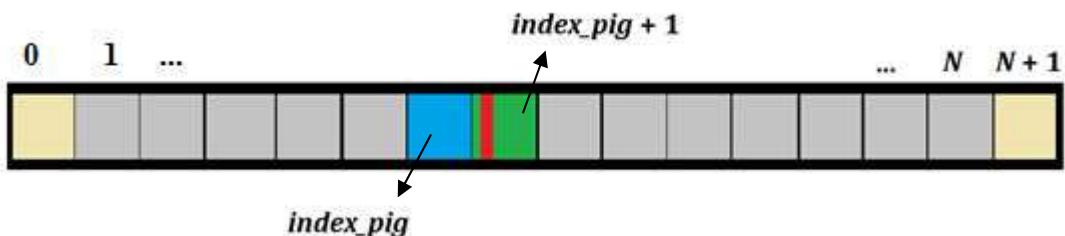


Figura 5.9. Discretização do duto e posicionamento do *PIG* na malha discretizada.

Na Figura 5.9 é mostrado um esquema da discretização do duto juntamente com o posicionamento do *PIG*, representado em cor vermelha. Em cor amarela são representadas as condições de contorno fixas do sistema ($j = 0$ e $j = N + 1$). Já as células em azul e verde, identificadas por $index_pig$ e $index_pig + 1$, representam as células a montante e a jusante do *PIG*, respectivamente. Essas células são utilizadas para imposição das condições de contorno móveis impostas devido à presença do *PIG*.

São três os passos necessários para solução do sistema de equações do escoamento acoplado às equações de movimentação do *PIG*.

O **primeiro passo** consiste em resolver o sistema de equações apresentados nas Eqs. (5.26) ou (5.40). Desta forma, além de atualizar o valor da velocidade do *PIG* obtém-se os valores que serão utilizados como condição de contorno da fronteira móvel mencionada anteriormente. Logo, para o caso monofásico têm-se que:

$$\begin{cases} Y_{\text{entrada}} = [u^- p_P^+]^T \\ Y_{\text{saída}} = [v_P \ p_P^- \ u^+]^T \end{cases}, \quad (5.41)$$

E, para o caso bifásico, têm-se que:

$$\begin{cases} Y_{\text{entrada}} = [\alpha_L^- u_G^- u_L^- p_P^+]^T \\ Y_{\text{saída}} = [v_P \ p_P^- \ \alpha_L^+ u_G^+ u_L^+]^T \end{cases}, \quad (5.42)$$

onde Y_{entrada} representa o vetor com os valores conhecidos do passo de tempo anterior que são utilizados para o cálculo de $Y_{\text{saída}}$, que contém os valores de saída da solução do sistema de equações de movimento do *PIG*.

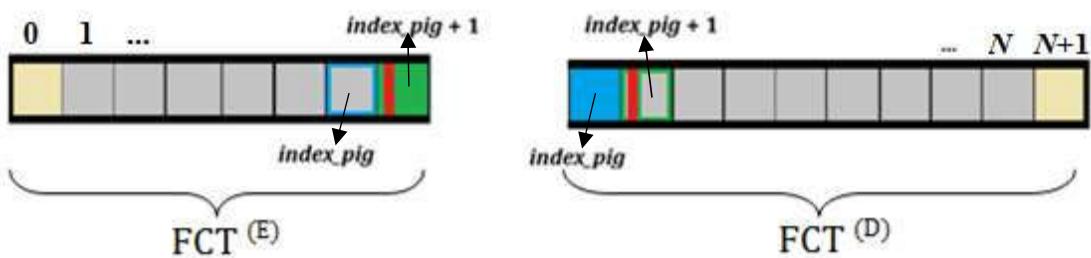


Figura 5.10. Esquema da malha discretizada em duas partes em relação ao posicionamento do *PIG*.

Para o **segundo passo**, o duto deve ser dividido em dois. Nesta etapa, o FCT será utilizado para resolução do escoamento a esquerda (montante), $\text{FCT}^{(E)}$, e para o escoamento a direita (jusante), $\text{FCT}^{(D)}$, como representado na Figura 5.10. Estas duas seções de duto são tratadas de maneira independente, ou seja, para fins práticos

representam dois escoamentos distintos. Desta maneira, se fez necessária a criação de células *ghost* temporárias tanto para a saída da seção de duto à esquerda, célula representada em cor verde, quanto para a entrada da seção de duto à direita, célula representada em cor azul. Deve-se ressaltar o fato de que o valor das células *ghost* temporárias não são os mesmos das células que fazem parte efetivamente da discretização do duto. Por exemplo, no cálculo de FCT ^(E), as células de cor azul e verde possuem diferentes valores em relação àquelas de mesma cor para o cálculo de FCT ^(D).

- Imposição das condições contorno em FCT ^(E):

Para impor as condições de contorno na entrada do trecho de duto FCT ^(E) deve-se seguir o procedimento descrito em na seção 6.6. Para a fronteira móvel utiliza-se uma abordagem semelhante, onde cria-se uma célula *ghost* temporária, identificada pela cor verde na Figura 5.10, de maneira que, para o caso monofásico, tem-se:

$$\mathbf{W}_{j=index_pig+1}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_P^- & u_{j=index_pig}^n \end{bmatrix}^T. \quad (5.43)$$

Já para o caso bifásico:

$$\mathbf{W}_{j=index_pig+1}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_P^- & \alpha_{L,j=index_pig}^n & u_{G,j=index_pig}^n & u_{L,j=index_pig}^n \end{bmatrix}^T.$$

Conforme mencionando acima, esta é uma célula *ghost* temporária, de maneira que os valores nela impostos são utilizados apenas nesta etapa, e devem ser descartados após o cálculo. Ou seja, para o cálculo de FCT ^(D) esses valores não serão levados em conta.

- Imposição das condições contorno em FCT ^(D):

A célula *ghost* temporária está identificada pela cor azul na Figura 5.10, e seus valores são, para o caso monofásico:

$$\mathbf{W}_{j=index_pig}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_{j=index_pig+1}^n & u^+ \end{bmatrix}^T, \quad (5.44)$$

Já para o caso bifásico:

$$\mathbf{W}_{j=index_pig}^{n+\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} p_{j=index_pig+1}^n & \alpha_L^+ & u_G^+ & u_L^+ \end{bmatrix}^T, \quad (5.45)$$

Ao fim do segundo passo, apenas as células pertencentes ao interior do domínio são atualizadas, como mostrado na Figura 5.11 identificadas na cor azul claro. Já as células em azul escuro e verde, por representarem o contorno móvel, devem ser tratadas de maneira diferenciada, conforme descrito a seguir no terceiro passo.

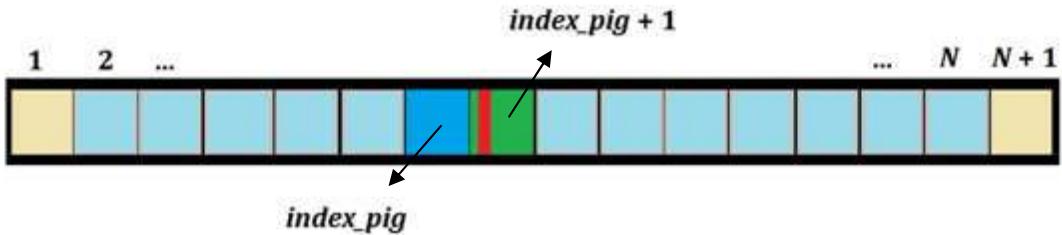


Figura 5.11. Detalhamento das células calculadas após o primeiro passo da estratégia de calculo do acoplamento PIG/duto.

O **terceiro passo** consiste em atualizar, via FCT, as variáveis presentes no vetor Y_{entrada} . Mais uma vez, deve-se tratar o duto em duas partes distintas, como mostrado na Figura 5.12. Neste passo o FCT é aplicado independentemente para as células a montante e a jusante do *PIG*. A proposta de solução consiste em se repetir os valores da célula a ser calculada para a célula *ghost* temporária. Em outras palavras, para a seção de duto à esquerda, os valores presentes em index_pig são replicados para $\text{index_pig} + 1$; da mesma forma ocorre para a seção de duto à direita, onde os valores de $\text{index_pig} + 1$ são replicados para index_pig . A seguir é necessário evoluir o FCT levando em conta os mesmos cuidados descritos na seção 6.6, onde é detalhada a forma com a qual o FCT deve ser tratado nos contornos.

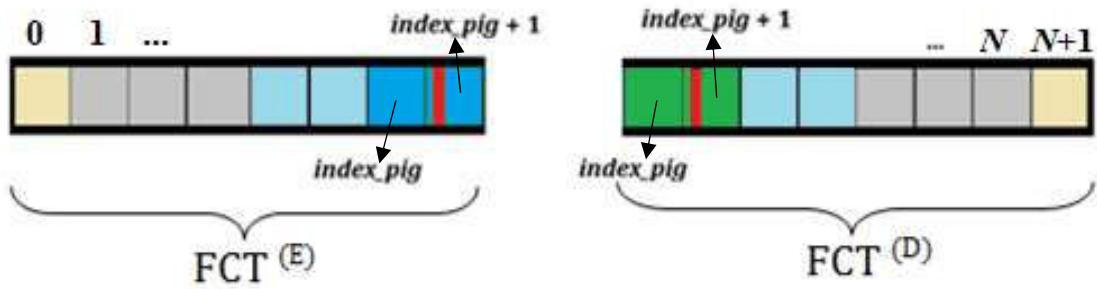


Figura 5.12. Esquema do terceiro passo da estratégia de solução do acoplamento entre sistema EDA do *PIG* e FCT.

Na Tabela 5.1 e na Tabela 5.2 a seguir é mostrada a evolução dos três passos anteriormente descritos. Em cor verde são destacados os termos que são atualizados em cada passo, em azul os termos já atualizados e em cor amarela os termos que ainda serão atualizados.

Tabela 5.1. Evolução do FCT em conjunto com o sistema de EDA em cada passo para escoamento monofásico.

1º passo	FCT (E)	p_P^-	p_P^+	FCT (D)
		u^-	u^+	
2º passo	FCT (E)	p_P^-	p_P^+	FCT (D)
		u^-	u^+	
3º passo	FCT (E)	p_P^-	p_P^+	FCT (D)
		u^-	u^+	

Tabela 5.2. Evolução do FCT em conjunto com o sistema de equações algébricas não lineares em cada passo para escoamento bifásico.

1º passo	FCT (E)	p_P^-	p_P^+	FCT (D)
		α_L^-	α_L^+	
		u_G^-	u_G^+	
		u_L^-	u_L^+	
2º passo	FCT (E)	p_P^-	p_P^+	FCT (D)
		α_L^-	α_L^+	
		u_G^-	u_G^+	
		u_L^-	u_L^+	
3º passo	FCT (E)	p_P^-	p_P^+	FCT (D)
		α_L^-	α_L^+	
		u_G^-	u_G^+	
		u_L^-	u_L^+	

6. MÉTODO NUMÉRICO

Método numérico é um conjunto de estratégias sequenciadas de tal forma que seja possível obter a solução de problemas complexos. Nesta seção é apresentado o método numérico utilizado para a solução das equações diferenciais parciais presentes no sistema monofásico e bifásico dos capítulos anteriores.

6.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA E MODELO DE DISCRETIZAÇÃO

As equações de conservação de massa e momento tanto para o escoamento monofásico quanto para o escoamento bifásico podem ser reescritas na forma canônica de leis de conservação, como mostrado a seguir:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{S}, \quad (6.1)$$

Na Eq. (6.1) \mathbf{Q} , $\mathbf{F}(\mathbf{Q})$ e $\mathbf{S}(\mathbf{W})$ são respectivamente os vetores de variáveis conservadas, de fluxo conservativo e termo fonte respectivamente. $\mathbf{H}(\mathbf{W})$ representa a matriz com os termos não-conservativos e \mathbf{W} representa o vetor de variáveis primitivas. As componentes dos vetores mencionados anteriormente serão detalhadas em momento oportuno de acordo com o tipo de escoamento (monofásico ou bifásico). Neste trabalho, $\mathbf{H}(\mathbf{W}) = 0$ na Eq. (6.1) quando utilizada para escoamentos monofásicos.

A aproximação para solução da Eq. (6.1) é obtida através de uma abordagem explícita de diferenças finitas de primeira ordem no tempo, a mesma utilizada na maior parte dos pacotes computacionais de simulação numérica de escoamento (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) e descrita por autores como FLETCHER (1988), HIRSH (1990) e TORO (1997). A discretização da Eq. (6.1) segundo um esquema explícito para cálculo do vetor \mathbf{Q}_j^{n+1} , para as variáveis conservadas no instante $t^{n+1} = t^n + \Delta t$, produz a equação.

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} \underbrace{\left[\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n \right]}_{\text{NFT}} + \Delta t^n \underbrace{\left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n}_{\text{NCT}} + \Delta t^n \mathbf{S}_j^n, \quad (6.2)$$

Sendo n o parâmetro que indica o passo de tempo anterior da simulação e $n + 1$ o passo de tempo atual. Os dois termos identificados por NFT e NCT indicam as componentes de fluxo (NFT – *Numerical Flux Term*) e os termos não conservativos (NCT – *Non-Conservative Term*), respectivamente. Estes, por sua vez, são calculados utilizando métodos específicos.

Para obtenção da solução numérica, optou-se por uma malha de discretização uniforme, com células de mesmo tamanho ao longo de todo domínio. Sabendo que L é o comprimento total do duto e N o número de células da malha computacional, temos que:

$$\Delta x = \left(\frac{L}{N} \right) \equiv x_{j+1/2} - x_{j-1/2}, \quad (6.3)$$

onde $x_{j+1/2}$ e $x_{j-1/2}$ representam as faces à direita e a esquerda do centro da célula. Com $j = \{1, N\}$.

A determinação de Δt requer uma maior atenção. Passos de tempo escolhidos inadequadamente podem causar instabilidades numéricas ou fazer com que a solução seja extremamente lenta e, por consequência, ineficiente. HIRSCH (1990) e TORO (1997) recomendam que esta escolha seja feita com base na condição *CFL* (Courant-Friedrichs-Lowy), expressa da seguinte maneira:

$$\Delta t^n = CFL \frac{\Delta x}{\lambda_{\max}^n}, \quad (6.4)$$

onde *CFL* é um número positivo menor ou igual à 1. Valores de *CFL* próximos ao limite superior fazem com que o método seja mais eficiente mantendo a estabilidade necessária para se chegar à solução desejada. SOD (1985) mostrou que para o método numérico FCT, o valor máximo para *CFL* deve ser 0,5. A grandeza λ_{\max}^n é o maior autovalor no domínio do escoamento no passo de tempo n , e expressa, fisicamente, a maior velocidade relativa (em valor absoluto) com a qual as perturbações se propagam no meio, definido como

$$\lambda_{\max}^n = \max_j \left\{ \max_i \left\{ |\lambda_j^i| \right\} \right\}, \text{ para } j = 1, \dots, N \quad i = 1, \dots, N_{EQ}, \quad (6.5)$$

onde N_{EQ} é o número de equações de balanço do problema.

O valor λ_{\max}^n foi estudado por TOUMI (1996), MASELLA *et al.* (1998) e BAPTISTA (2007). Foi mostrado que, em grande parte dos escoamentos bifásicos encontrados em dutos de óleo e gás, a diferença entre as velocidades das fases é da ordem de 10 m/s, enquanto que a velocidade do som na fase gás é na ordem de 300 a 400m/s. Considerando estes estudos, assumiu-se o valor constante de 400 m/s para λ_{\max} .

Neste trabalho tanto o valor de Δx , como já mencionado anteriormente, quanto o valor de Δt serão considerados constantes ao longo de toda a simulação. Esta opção foi feita devido à simplicidade de programação.

6.2 MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO MONOFÁSICO

6.2.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA

A forma canônica para escoamentos monofásicos pode ser reescrita a partir da Eq. (6.1) da seguinte forma:

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{S}, \quad (6.6)$$

onde os vetores \mathbf{Q} , $\mathbf{F}(\mathbf{W})$, $\mathbf{S}(\mathbf{W})$ e \mathbf{W} são dador por

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\rho g \sin \beta - \frac{1}{2} \frac{f \rho u |u| \pi D}{A} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} p \\ u \end{bmatrix}. \quad (6.7)$$

Sendo assim, a forma discretizada em diferenças finitas é escrita conforme a Eq.(6.2) e reescrita da seguinte maneira:

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \underbrace{\left[\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n \right]}_{\text{NFT}} + \Delta t \mathbf{S}_j^n, \quad (6.8)$$

onde NFT (*Numerical Flux Term*) indica as componentes de fluxo conservativo. Esta parcela é obtida através do método FCT, detalhado na seção 6.4.

6.3 MÉTODO NUMÉRICO PARA ESCOAMENTO BIFÁSICO

6.3.1 EQUAÇÕES NA FORMA CANÔNICA

A forma canônica das leis de conservação para escoamentos bifásicos pode ser escrita como

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} = \mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} + \mathbf{S}, \quad (6.1)$$

onde \mathbf{W} , \mathbf{Q} , $\mathbf{F}(\mathbf{W})$, $\mathbf{S}(\mathbf{W})$ e $\mathbf{H}(\mathbf{W})$ são compostos pelos seguintes elementos:

$$\mathbf{W} = [p \quad \alpha_L \quad u_G \quad u_L]^T, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G \\ \rho_L \alpha_L \\ \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \end{bmatrix}, \quad (6.10)$$

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \rho_G \alpha_G u_G \\ \rho_L \alpha_L u_L \\ \rho_G \alpha_G u_G^2 + \alpha_G p \\ \rho_L \alpha_L u_L^2 + \alpha_L p \end{bmatrix}, \quad (6.11)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p & 0 & 0 \\ 0 & p - P_c & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (6.12)$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\rho_G \alpha_G g \operatorname{sen} \beta + \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_G S_G}{A} \\ -\rho_L \alpha_L g \operatorname{sen} \beta - \frac{\tau_I S_I}{A} - \frac{\tau_L S_L}{A} \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

A forma discretizada baseada em diferenças finitas, analogamente à Eq. (6.2), é reescrita considerando os valores de Δx e Δt constantes, como

$$\mathbf{Q}_j^{n+1} = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \underbrace{[\mathbf{F}_{j+1/2}^n - \mathbf{F}_{j-1/2}^n]}_{\text{NFT}} + \Delta t \underbrace{\left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n}_{\text{NCT}} + \Delta t \mathbf{S}_j^n. \quad (6.14)$$

6.4 DISCRETIZAÇÃO DO TERMO DE FLUXO CONSERVATIVO

A determinação do termo de fluxo conservativo, parcela indicada por NFT nas Eqs. (6.8) e (6.14), é obtido da mesma maneira tanto para os casos monofásicos quanto para os casos bifásicos. Em geral, o termo de fluxo \mathbf{F} é expresso como funções genéricas dos estados à esquerda e à direita das células adjacentes, conforme

$$\mathbf{F}_{j-1/2}^n = \mathbf{F}_{j-1/2}(\mathbf{Q}_{j-1}^n, \mathbf{Q}_j^n), \quad \mathbf{F}_{j+1/2}^n = \mathbf{F}_{j+1/2}(\mathbf{Q}_j^n, \mathbf{Q}_{j+1}^n). \quad (6.15)$$

A escolha de $\mathbf{F}_{j-1/2}$ e $\mathbf{F}_{j+1/2}$ determina o esquema numérico que será utilizado. Neste trabalho, o método que será utilizado para solução se chama *Flux-Corrected Transport – FCT*. Cuja descrição pode ser encontrada em: BORIS e BOOK (1973), (1976) e BOOK *et al.* (1975). Sabe-se que métodos de integração numérica de segunda ordem (ou superiores) induzem um certo grau de dispersão em sua solução, principalmente próximo a descontinuidades, e, métodos de menor ordem induzem um certo grau de difusão (ZALESAK, 1979). O FCT é um método baseado em uma mistura de destas parcelas difusivas e dispersivas, e é um esquema central de primeira ordem no tempo e segunda ordem no espaço.

Tomando como base FLETCHER (1988), HIRSCH (1990) e ESSAMA (2004) será apresentado a seguir os passos da operacionalização do FCT.

- 1) Obter a primeira aproximação $\tilde{\mathbf{Q}}_j$ através do esquema de Ritchmyer detalhado em TORO (1999):

$$\tilde{\mathbf{Q}}_j = \mathbf{Q}_j^n - \frac{\Delta t^n}{\Delta x} (\hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} - \hat{\mathbf{F}}_{j-1/2}^{\text{RI}}), \quad (6.16)$$

no qual o cálculo do fluxo é definido como:

$$\hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} = \mathbf{F}(\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2}), \quad (6.17)$$

onde $\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2}$ é calculado de acordo com:

$$\bar{\mathbf{Q}}_{j+1/2} = \frac{1}{2} (\mathbf{Q}_{j+1}^n + \mathbf{Q}_j^n) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t^n}{\Delta x} [\mathbf{F}(\mathbf{Q}_{j+1}^n) - \mathbf{F}(\mathbf{Q}_j^n)]; \quad (6.18)$$

- 2) Geração de fluxos difusivos:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^d = v_{j+1/2} (\mathbf{Q}_{j+1}^n - \mathbf{Q}_j^n), \quad (6.19)$$

De acordo com XIAO (1991) e LEZEAU e THOMPSON (1998), o coeficiente difusivo $v_{j+1/2}$, é constante e igual à 0,125.

- 3) Difusão da solução:

$$\mathbf{Q}_j^d = \tilde{\mathbf{Q}}_j + (\mathbf{F}_{j+1/2}^d - \mathbf{F}_{j-1/2}^d); \quad (6.20)$$

- 4) Geração de fluxos anti-difusivos:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^{\text{ad}} = \mu_{j+1/2} (\tilde{\mathbf{Q}}_{j+1} - \tilde{\mathbf{Q}}_j); \quad (6.21)$$

Da mesma forma que v na Eq. (6.19), $\mu_{j+1/2}$ também foi avaliado por XIAO (1991) e LEZEAU e THOMPSON (1998) e seu valor recomendado é constante e igual à 0,125.

5) Cálculo da primeira diferença de \mathbf{Q}_j^d :

$$\Delta \mathbf{Q}_{j+1/2}^d = \mathbf{Q}_{j+1}^d - \mathbf{Q}_j^d ; \quad (6.22)$$

6) Limitação dos fluxos anti-difusivos:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^{cad} = S \max \left\{ 0, \min \left\{ S \Delta \mathbf{Q}_{j-1/2}^d, \left| \mathbf{F}_{j+1/2}^{ad} \right|, S \Delta \mathbf{Q}_{j+3/2}^d \right\} \right\}, \quad (6.23)$$

em que,

$$S = \text{sgn } \mathbf{F}_{j+1/2}^{ad} ; \quad (6.24)$$

7) Geração do fluxo entre as células $\mathbf{F}_{j+1/2}^n$:

$$\mathbf{F}_{j+1/2}^n = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{FCT}} = \hat{\mathbf{F}}_{j+1/2}^{\text{RI}} + \frac{\Delta x}{\Delta t^n} \left(\mathbf{F}_{j+1/2}^{cad} - \mathbf{F}_{j+1/2}^d \right). \quad (6.25)$$

6.5 MÉTODO NUMÉRICO NÃO CONSERVATIVO

O termo não conservativo (NCT) está presente apenas no equacionamento referente ao escoamento bifásico. Nele é aplicado o esquema MINMOD proposto por HARTEN (1983), utilizado por ESSAMA (2004), BUENO (2013) SONDERMANN (2016) e FIGUEIREDO (2016). Sua discretização pode ser escrita como

$$\left(\mathbf{H} \frac{\partial \mathbf{W}}{\partial x} \right)_j^n = \frac{\mathbf{H}_j^n}{\Delta x} m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}), \quad (6.26)$$

onde $\mathbf{H}_j^n = \mathbf{H}(\mathbf{W}_j^n)$ e a função $m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ são definidos como:

$$\begin{cases} m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \equiv s \cdot \min \{|\mathbf{x}|, |\mathbf{y}|, |\mathbf{z}|\}, \text{ se } \operatorname{sgn}(\mathbf{x}) = \operatorname{sgn}(\mathbf{y}) = \operatorname{sgn}(\mathbf{z}) = s \\ m(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \equiv 0, \text{ se } \operatorname{sgn}(\mathbf{x}) \neq \operatorname{sgn}(\mathbf{y}) \neq \operatorname{sgn}(\mathbf{z}) \end{cases}, \quad (6.27)$$

onde:

$$\mathbf{x} \equiv 2(\mathbf{W}_{j+1}^n - \mathbf{W}_j^n); \quad \mathbf{y} \equiv \frac{1}{2}(\mathbf{W}_{j+1}^n - \mathbf{W}_{j-1}^n); \quad \mathbf{z} \equiv 2(\mathbf{W}_j^n - \mathbf{W}_{j-1}^n). \quad (6.28)$$

As equações acima devem ser interpretadas componente a componente.

6.6 IMPOSIÇÃO DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Para imposição das condições de contorno neste trabalho, foram criadas duas células de discretização extras, uma em cada extremidade do duto, e serão chamadas de células fantasmas (ou *ghost cells*). Estas células estão fora do domínio físico do problema em questão, servindo apenas para que os valores desejados sejam impostos.

O número de condições de contorno equivale ao número de equações do sistema de equações diferenciais e, consequentemente, ao número de variáveis primitivas, \mathbf{W} . A forma com que estes valores são impostos é determinada a partir da análise da hiperbolicidade do problema. Esta análise deve ser feita em todo o domínio a fim de se garantir a hiperbolicidade da solução, ou seja, os autovalores obtidos devem ser reais e linearmente independentes. Quando avaliados nos contornos, os sinais obtidos determinam a forma com a qual as condições de contorno devem ser impostas. Em JEFFREY (1976), foi mostrado que, na entrada do duto, o número de autovalores positivos determina quantas condições de contorno devem ser impostas na entrada e, na saída, o número de autovalores negativos determina quantas condições de contorno que devem ser impostas na saída.

Para o escoamento monofásico impõe-se uma condição de contorno em cada uma das extremidades do duto. Os melhores resultados foram alcançados ao se impor o valor de velocidade do fluido na entrada e o valor de pressão na saída, ou seja, o valor de velocidade (u) é imposto em $x = L - \Delta x/2$, ($j = 0$) e o valor de pressão (p) em $x = L + \Delta x/2$, ($j = N+1$).

As informações prescritas no contorno são completadas ao se copiar o valor de pressão, caso esteja sendo considerada a entrada do duto, ou velocidade, no caso da saída do duto, obtido no passo de tempo anterior da primeira célula interna de discretização. Matematicamente, pode-se escrever

$$\mathbf{W}_{j=0}^n = \begin{bmatrix} p_{j=1}^n & u_{j=0}^{n+1} \end{bmatrix}^T, \quad (6.29)$$

$$\mathbf{W}_{j=N+1}^n = \begin{bmatrix} p_{j=N+1}^{n+1} & u_{j=N}^n \end{bmatrix}^T. \quad (6.30)$$

Nos casos de escoamento bifásico avaliados neste trabalho, o estudo de hiperbolicidade realizado por FIGUEIREDO (2016) para o modelo de Dois Fluidos utilizado mostrou que, para as condições simuladas, existem três autovalores positivos e um negativo tanto na entrada quanto na saída do duto. Logo, têm-se:

$$\mathbf{W}_{j=0}^n = \begin{bmatrix} p_{j=1}^n & \alpha_{Lj=0}^{n+1} & u_{Gj=0}^{n+1} & u_{Lj=0}^{n+1} \end{bmatrix}^T, \quad (6.31)$$

$$\mathbf{W}_{j=N+1}^n = \begin{bmatrix} p_{j=N+1}^{n+1} & \alpha_{Lj=N}^n & u_{Gj=N}^n & u_{Lj=N}^n \end{bmatrix}^T, \quad (6.32)$$

de maneira que $p_{j=1}^n$ é o valor da pressão na primeira célula do interior do domínio calculado no passo de tempo anterior e $(\alpha_L)_{j=N}^n$, $(u_L)_{j=N}^n$, e $(u_G)_{j=N}^n$ são os valores de fração volumétrica, velocidade de líquido e gás calculados na última célula do domínio no passo de tempo anterior.

A forma com que as condições de contorno são impostas requer uma atenção especial ao utilizar o FCT nestas regiões. Algumas alternativas foram utilizadas neste trabalho para se determinar os valores de \mathbf{Q} e \mathbf{F} nos contornos.

1) Para a primeira aproximação de $\tilde{\mathbf{Q}}_J$:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{j=0} = \mathbf{Q}_{j=0}^n \quad ; \quad \tilde{\mathbf{Q}}_{j=N+1} = \mathbf{Q}_{j=N+1}^n, \quad (6.33)$$

3) Para a difusão da solução \mathbf{Q}_j^d

$$\mathbf{Q}_{j=0}^d = \tilde{\mathbf{Q}}_{j=0} = \mathbf{Q}_{j=0}^n \quad ; \quad \mathbf{Q}_{j=N+1}^d = \tilde{\mathbf{Q}}_{j=N+1} = \mathbf{Q}_{j=N+1}^n, \quad (6.34)$$

6) Na limitação dos fluxos anti-difusivos $\mathbf{F}_{j+1/2}^{cad}$

$$\mathbf{F}_{1/2}^{cad} = S \max \left\{ 0, \min \left\{ |\mathbf{F}_{1/2}^{ad}|, S \Delta \mathbf{Q}_{3/2}^d \right\} \right\}, \quad (6.35)$$

$$\mathbf{F}_{N+1/2}^{cad} = S \max \left\{ 0, \min \left\{ S \Delta \mathbf{Q}_{N-1/2}^d, |\mathbf{F}_{N+1/2}^{ad}| \right\} \right\}. \quad (6.36)$$

6.7 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

Um critério de convergência no tempo foi utilizado neste trabalho para as simulações que não envolviam a presença do *PIG*, de maneira a determinar o momento em que escoamento alcançasse o regime permanente. Os resultados dessas simulações já em regime permanente foram utilizados como condição inicial para as simulações envolvendo a presença do *PIG*. A determinação do regime permanente se dá da seguinte forma:

$$\max \xi(\chi_i^n)_j \leq 10^{-6}, \quad (6.37)$$

$$\xi(\chi_i^n)_j = \frac{\left| (\chi_i^{n+1})_j - (\chi_i^n)_j \right|}{\max \left\{ 1, |(\chi_i^n)|_j \right\}}, \quad (6.38)$$

onde $(\chi_i^n)_j$ é uma variável dependente que pode assumir os seguintes valores:

$$j \in \{2, N-1\}, n \in \{1, 2, 3, \dots\}, i \in \{1, \dots, N_{EQ}\} \text{ onde: } i = \begin{cases} 1 \rightarrow p \\ 2 \rightarrow u \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} 1 \rightarrow p \\ 2 \rightarrow \alpha_L \\ 3 \rightarrow u_G \\ 4 \rightarrow u_L \end{cases}, \quad (6.39)$$

7. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nos capítulos anteriores foram apresentados os modelos e a estratégia proposta para solução do conjunto *PIG/Duto/Eescoamento*. Neste capítulo serão apresentados alguns dos resultados obtidos para os dois cenários mencionados, monofásico e bifásico.

Para os escoamentos monofásicos, os fluidos utilizados foram ar e água, enquanto que para os escoamentos bifásicos foram utilizados óleo e gás. Devido à falta de dados de campo ou de dados experimentais, os valores de velocidade e pressão do fluido do escoamento monofásico foram baseados em valores médios obtidos na literatura. Já para o escoamento bifásico foram utilizados dados de dois dutos reais.

A simulação em escoamentos monofásicos durante a passagem de um *PIG* teve como principal objetivo avaliar o comportamento da estratégia de solução proposta, de maneira que a confiança sobre o método e a capacidade de entendimento do conjunto *PIG/Duto* fosse ampliada. Optou-se então em simular dois casos para cada fluido. O primeiro caso representa o fechamento abrupto de uma válvula na cabeça do duto, enquanto que no segundo caso será avaliada a influência de furos no corpo do *PIG*.

Vale ressaltar que o procedimento de lançamento do *PIG* tal qual é realizado na indústria não foi contemplado neste trabalho, assim como também não é contemplado em diversos *softwares* comerciais utilizados pela indústria. O lançamento do *PIG* em uma linha de transporte de fluidos é feito através de uma seção de duto em Y anexada ao duto principal, conforme ilustrado na Figura 7.1. Este procedimento pode ocorrer simultaneamente ao bombeamento dos produtos ou, em casos mais extremos, com a parada total da linha de produção. Porém, independentemente da situação do escoamento na tubulação principal, a partida do *PIG* ocorre quando o Δp_c é atingido.

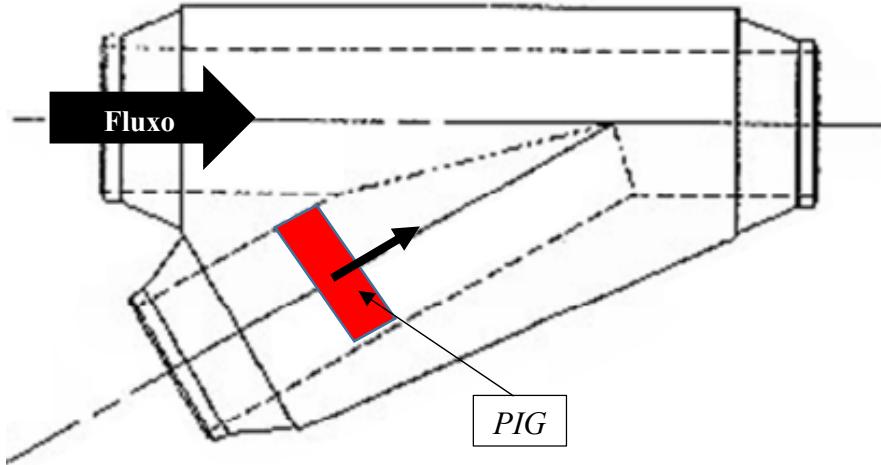


Figura 7.1. Exemplo de seção usada para lançamento de *PIGs*.

7.1 PIG EM ESCOAMENTO MONOFÁSICO

A seguir serão apresentados os resultados obtidos através das simulações em escoamento monofásico. Na Tabela 7.1 encontram-se os dados referentes à tubulação utilizada nas simulações, tanto de líquido, quanto de gás.

Tabela 7.1. Dados de configuração do duto para escoamento monofásico.

Diâmetro	0,3032 m
Comprimento do duto	20 km
Rugosidade superficial	$4,57 \times 10^{-5}$ m
Número de células de discretização	1000

7.1.1 DESCRIÇÃO GERAL DAS SIMULAÇÕES EM MEIO MONOFÁSICO

A forma com a qual ocorre o lançamento de *PIG* na indústria não fez parte do escopo deste trabalho. Sendo assim, com o objetivo de se contornar esta simplificação preservando ao máximo as características físicas do problema, optou-se por iniciar as simulações a partir de um escoamento em regime permanente. O *PIG* foi posicionado na posição $x = x_p$ no instante $t = t_0$, e permaneceu dentro da tubulação ao longo de toda simulação.

Para o caso onde há o fechamento abrupto da válvula foi utilizada a função degrau variando o valor da condição de contorno da entrada de $u_{j=0}^n$ para zero. Já para as simulações envolvendo furos, foi considerada a configuração apresentada na Figura 7.2 e na Figura 7.3, com quatro furos distribuídos uniformemente no corpo do *PIG*, sendo r_f o raio do furo. Na Tabela 7.2 estão listadas as principais propriedades do *PIG* utilizado nas simulações do escoamento monofásico de líquido.

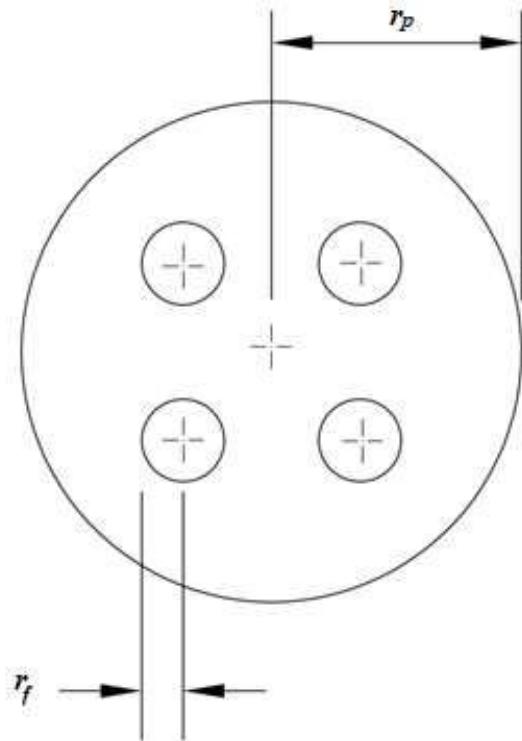


Figura 7.2. Desenho esquemático do *PIG* com furos.

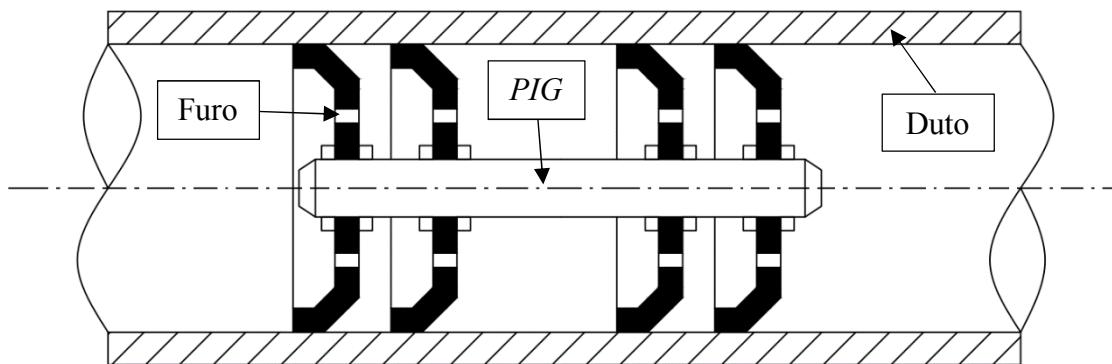


Figura 7.3. *PIG* de copos com furos

Tabela 7.2. Dados construtivos do *PIG*

M_P	50 kg
L_c	0,5 m
r_p	0,1518 m
Δp_c	$1,4 \times 10^5$ Pa
$x_p(t_0)$	1,0 km
E^*	7,08 MPa
η_e	0,45
η_d	0,40

7.1.2 ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE LÍQUIDO

A Tabela 7.3 apresenta as propriedades da água e as condições de contorno utilizadas nas simulações. Na Figura 7.4 é apresentado o perfil de velocidade e pressão na tubulação em regime permanente sem a presença do *PIG*. Nela é possível observar a queda de pressão ao longo da linha devido à perda de carga causada pelo atrito do fluido com a parede interna do duto. Já a velocidade se mantém constante, conservando assim a massa, uma vez que o líquido foi considerado como levemente compressível.

Tabela 7.3. Propriedades da água e condições de contorno da simulação

ρ_0	997,98 kg/m ³
μ	$1,00114 \times 10^{-3}$ Pa·s
T	293 K
c	1485 m/s
p (Saída)	10^5 Pa
u (Entrada)	2,0 m/s

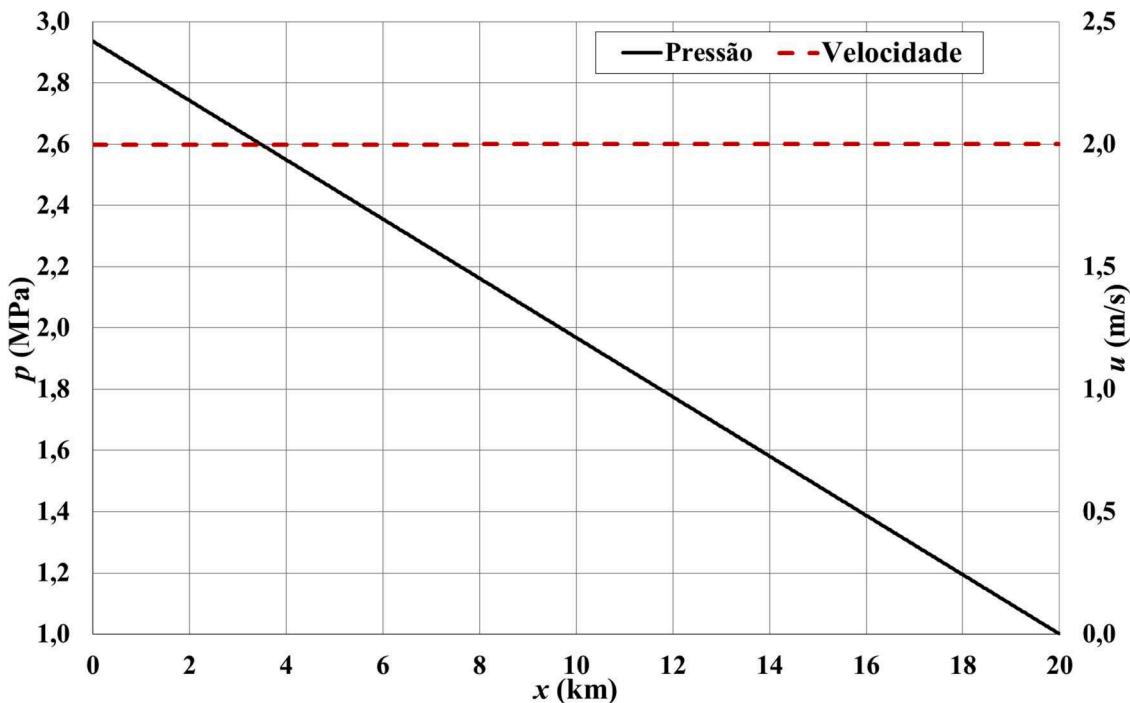


Figura 7.4. Perfil de pressão e velocidade do escoamento de água em regime permanente sem a presença do *PIG* na linha.

Já na presença do *PIG* no interior da tubulação, pode-se notar na Figura 7.5 e na Figura 7.6 o resultado da perturbação causada nas curvas de pressão e velocidade. Na Figura 7.5 além da curva de pressão em regime permanente, foram traçadas outras três curvas em instantes de tempo diferentes com o *PIG* localizado em $x_p = \{4 \text{ km}, 10 \text{ km}, 16 \text{ km}\}$. Pode-se observar a variação de pressão local causada pelo *PIG*. Esta variação ocorre devido à perda de carga localizada promovida por sua presença. Quanto maior for a força exercida pelo *PIG* nas paredes internas no duto, maior será o diferencial de pressão local causado, necessitando de mais força para se movimentar.

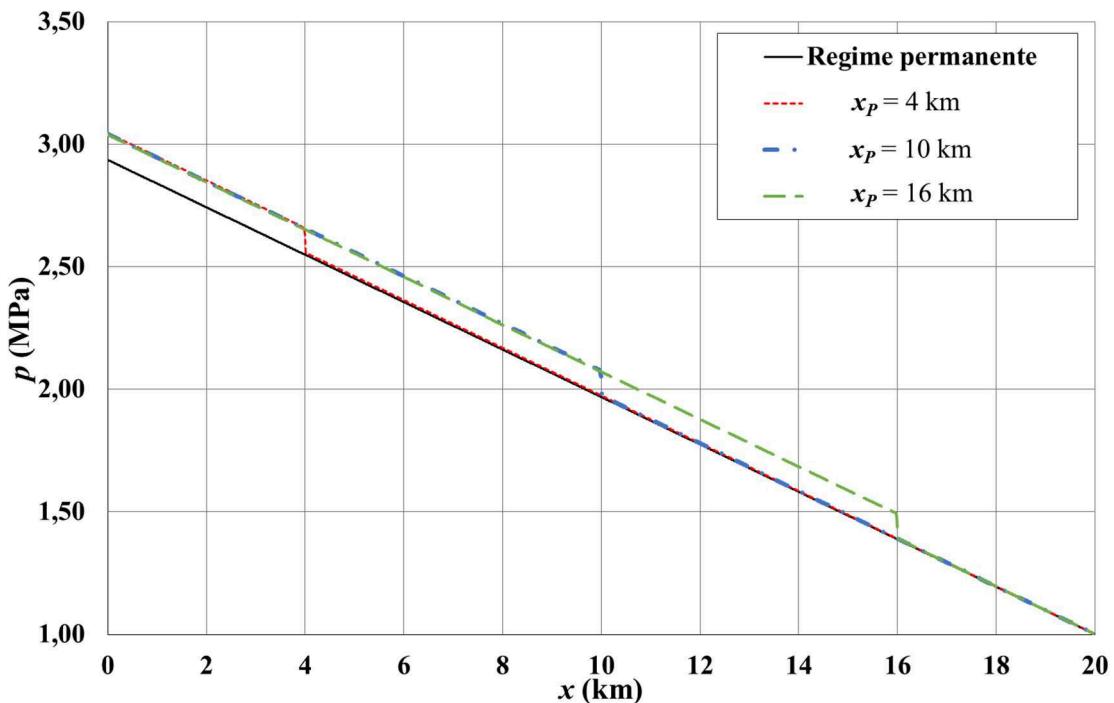


Figura 7.5. Distribuição da pressão da água ao longo do duto para três posições diferentes do *PIG*.

Na Figura 7.6, novamente foram marcadas três posições do *PIG* ao longo da simulação. Nos resultados observa-se que a velocidade da água sofreu um leve aumento a jusante do *PIG* devido à queda de pressão local, porém manteve seu valor a montante do *PIG* quando comparada a velocidade em regime permanente.

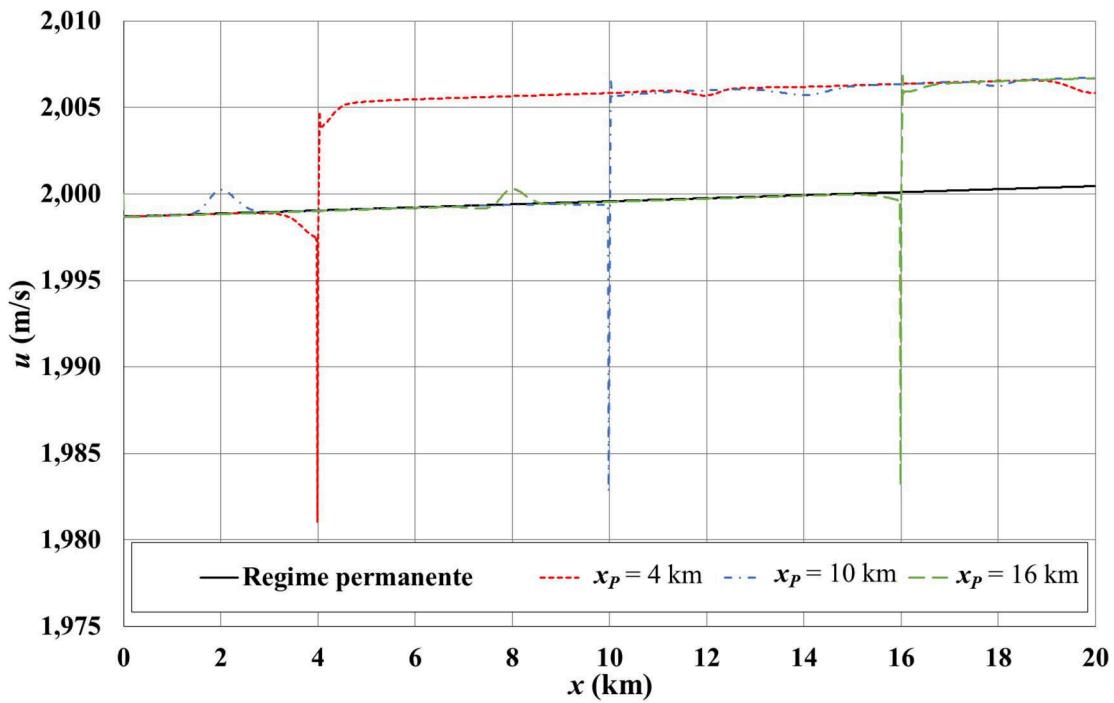


Figura 7.6. Distribuição da velocidade da água para três posições diferentes do *PIG*.

Já na Figura 7.7 é mostrada a velocidade do *PIG* ao longo de todo trajeto. Nota-se uma rápida aceleração inicial seguida da estabilização em torno de $v_P = 1,8 \text{ m/s}$.

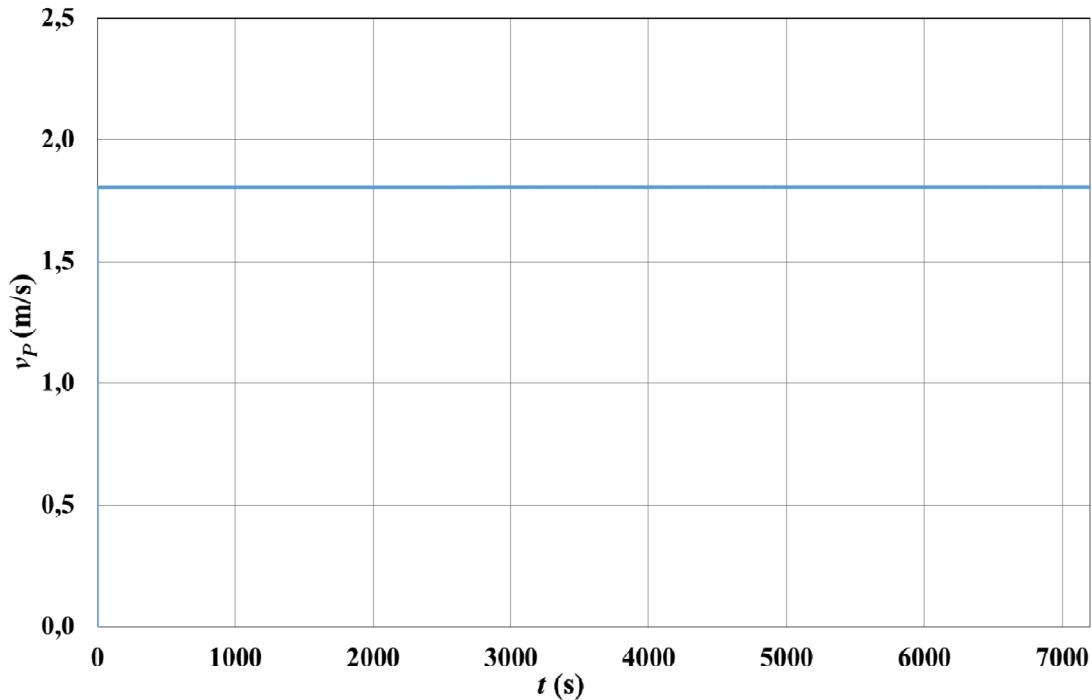


Figura 7.7. Histórico da velocidade do *PIG* ao longo do duto em escoamento monofásico de líquido.

- Fechamento abrupto da válvula:

Visando observar a resposta do *PIG* a uma ocorrência transiente no duto, um experimento de fechamento de válvula foi realizado. O *PIG* foi posicionado em $x_p = 15$ km, e após 300 s de tempo físico de simulação, a válvula localizada na entrada do duto foi fechada. Na Figura 7.8 pode-se observar a rápida aceleração do *PIG* seguida da estabilização em $v_p = 1,8$ m/s. Após o fechamento nota-se um breve momento, cerca de 10 s, até que a desaceleração ocorresse. Sabendo que a velocidade de propagação da onda de choque é de $c = 1485$ m/s, e que o período da onda é calculado através de $T = 2L/c$, pode-se concluir esta diferença no tempo de resposta de v_p ocorre devido a distância na qual o *PIG* se encontra da entrada do duto. Para esse *PIG* e nestas condições, foram necessários cerca de 2,25 min para que v_p se reduzisse a zero. É interessante observar o comportamento do *PIG* à medida que sua velocidade variou. Nota-se, através dos valores de v_p , que ocorreram inversões no sentido do movimento até que a parada total fosse alcançada.

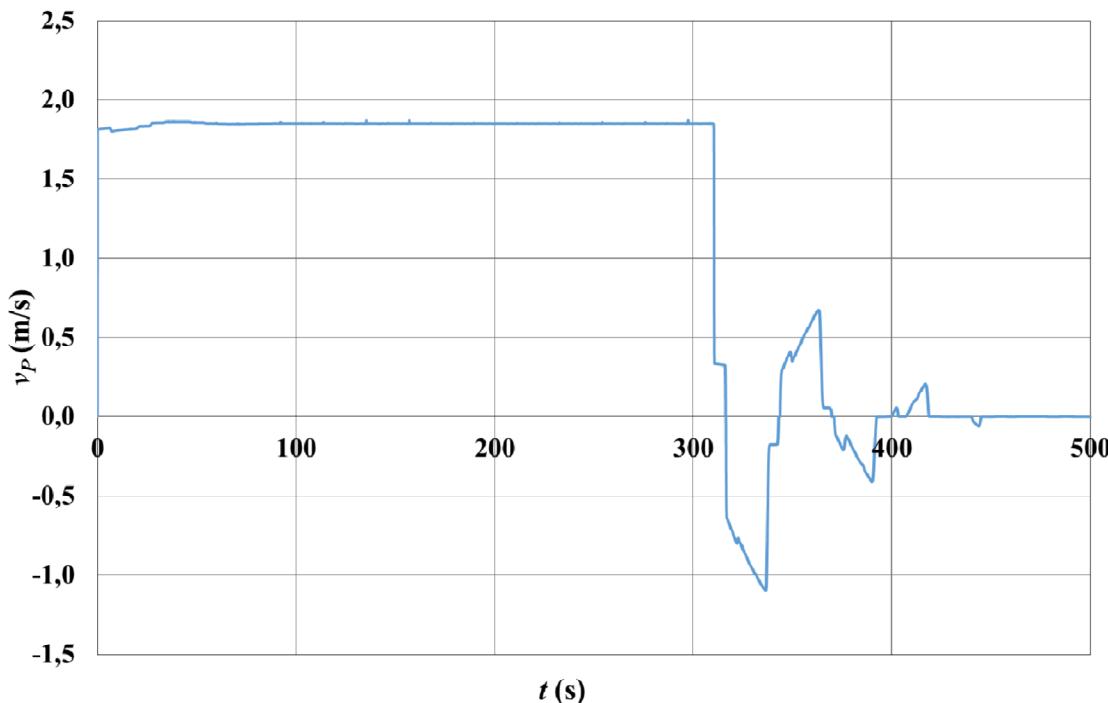


Figura 7.8. Velocidade do *PIG* em escoamento monofásico de líquido ao longo do tempo com fechamento abrupto de válvula após 300 segundos.

- Comparação entre *PIG* com furo e sem furos

Conforme já mencionado neste trabalho, o uso furos no corpo do *PIG* visa, principalmente, o controle da velocidade de deslocamento ao longo do escoamento. Os furos considerados nas simulações tiveram como objetivo demonstrar o impacto causado na velocidade desenvolvida pelo *PIG*. Na Tabela 7.4 são apresentados o tempo total de deslocamento para um *PIG* sem furos e dois *PIGs* com furos de 2,5 cm e 5,0 cm, respectivamente, assim como a vazão mássica total. A vazão mássica total leva em conta não apenas a presença do furo, mas também a vazão através do *gap*.

Tabela 7.4. Vazão de *bypass* total para *PIG* sem furo e com furo em escoamento monofásico de líquido.

	Sem furo	Furo de 2,5 cm	Furo de 5,0 cm
Tempo total de deslocamento	2,83 h	3,23 h	4,68 h
Vazão de <i>bypass</i>	9,54 kg/s	22,6 kg/s	61,8 kg/s
Vazão de <i>bypass</i> em relação à vazão de entrada	6,6%	15,7%	42,2%

Como esperado, o tempo necessário para que o *PIG* percorresse uma distância da posição inicial $x_p(t_0) = 1$ km até $x_p(t^{n+1}) = 19,5$ km foi de 65,4 % maior para o *PIG* contendo furos de 5 cm em relação ao *PIG* sem furos e 45% mais quando comparado ao *PIG* com furos de 2,5 cm, o que indica uma diminuição significativa na velocidade desenvolvida pelo dispositivo, conforme apresentado na Figura 7.9.

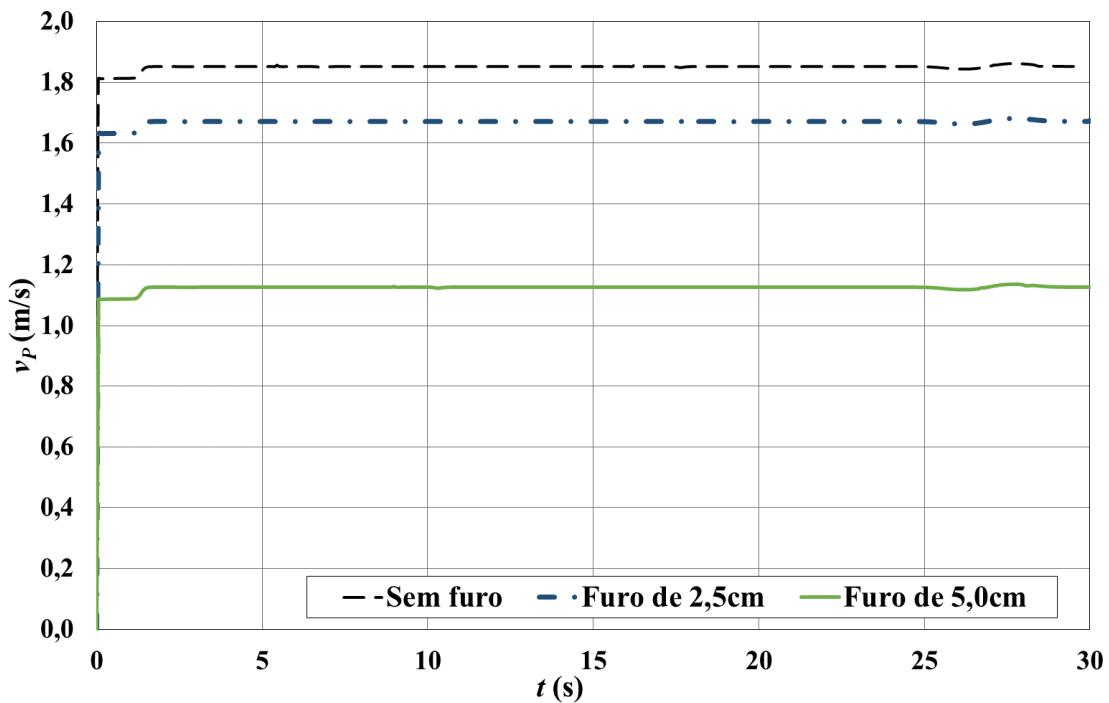


Figura 7.9. Gráfico comparativo da velocidade de um *PIG* sem furo, com furos de 2,5 cm e furos de 5,0 cm em escoamento monofásico de líquido.

7.1.1 ESCOAMENTO MONOFÁSICO DE GÁS

As simulações envolvendo gás (ar) seguiram o mesmo roteiro das simulações com água apresentadas acima. Sendo assim, apenas as diferenças entre os dois casos serão detalhadas ao longo da seção.

As propriedades do ar que foram consideradas no escoamento são apresentadas da Tabela 7.5 abaixo.

Tabela 7.5. Propriedades do ar e condições de contorno da simulação

ρ (Saída)	12,76 kg/m ³
μ	$1,9 \times 10^{-5}$ Pa·s
T	293 K
R	287,0 J/kg·K
p (Saída)	10^5 Pa
u (Entrada)	5,0 m/s

Na Figura 7.10 são apresentados os perfis de pressão e velocidade do ar escoando no duto em regime permanente. Pode-se notar, ao comparar com os perfis apresentados na Figura 7.4, que a variação de pressão do escoamento composto por ar é cerca de 50 % menor em relação a água, justificado devido à baixa resistência exercida pelo gás para seu deslocamento. Em contrapartida, o valor da velocidade sofre um aumento significativo. A compressibilidade o ar causa a variação da massa específica ao longo do duto, de maneira que para que a conservação da massa seja obedecida, o valor da velocidade do fluido deve aumentar.

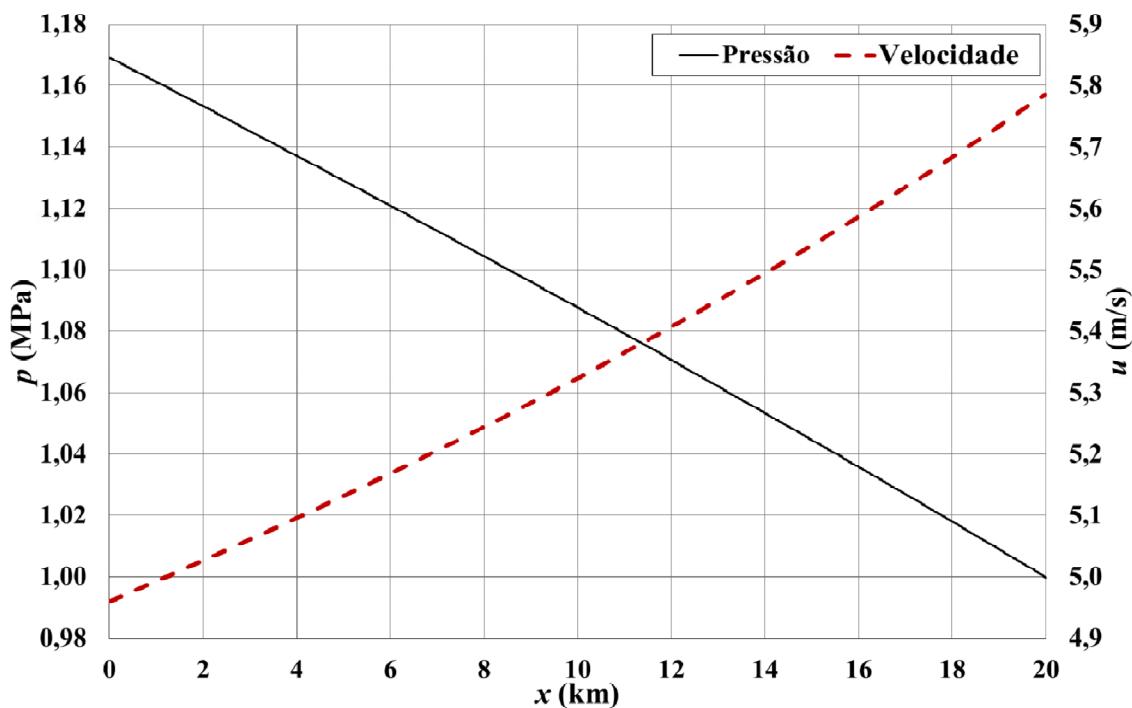


Figura 7.10. Perfil de pressão e velocidade do escoamento de ar em regime permanente sem a presença do *PIG* na linha.

Na Figura 7.11 e na Figura 7.12 são mostradas as curvas de pressão e de velocidade do ar em três instantes de tempo diferentes para o *PIG* nas posições $x_P = \{4 \text{ km}, 10 \text{ km}, 16 \text{ km}\}$. Nota-se um comportamento semelhante ao caso monofásico de líquido.

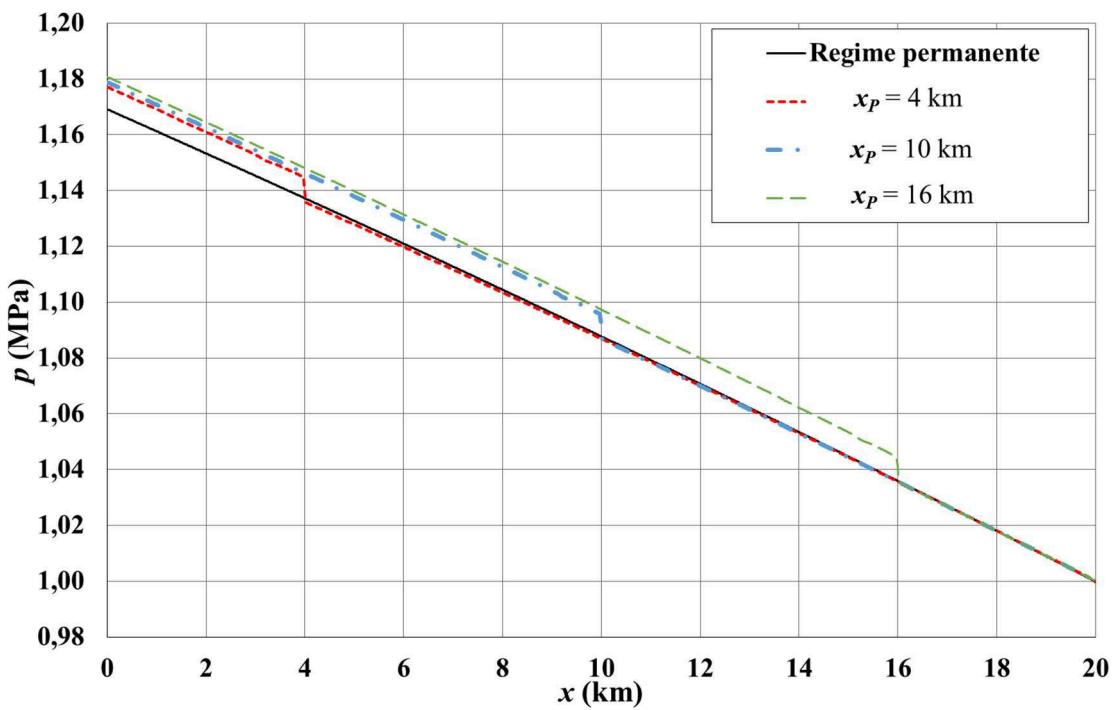


Figura 7.11. Distribuição da pressão do ar ao longo do duto para três posições diferentes do PIG.

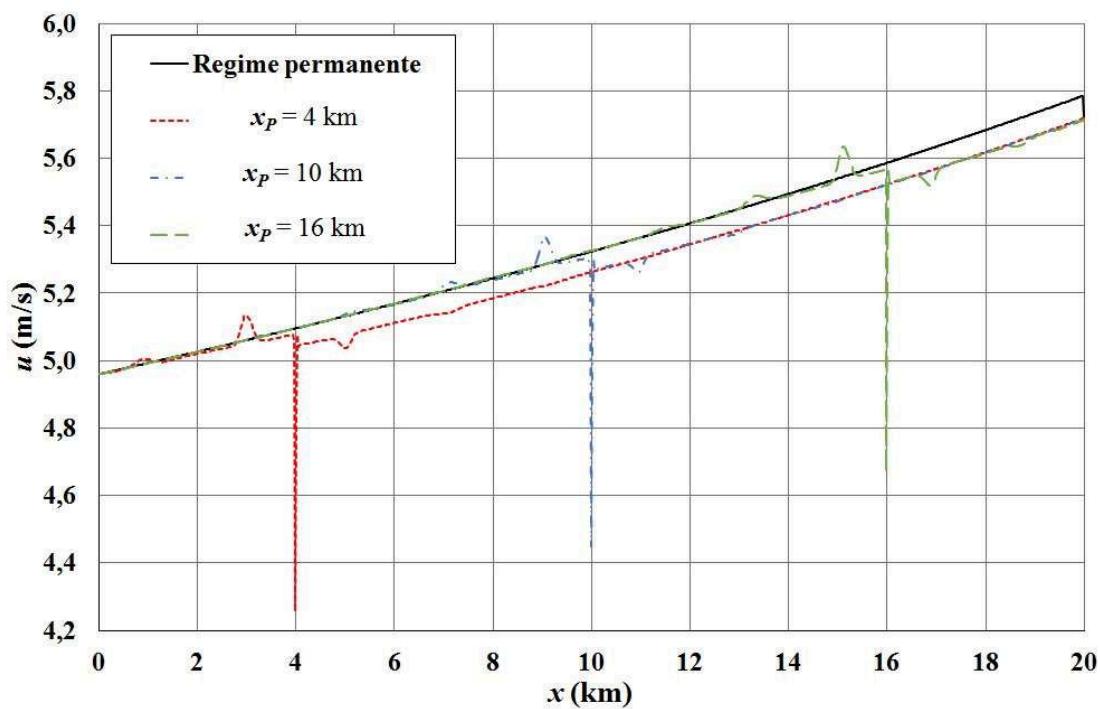


Figura 7.12. Distribuição da velocidade do ar ao longo do duto para três posições diferentes do PIG.

Por fim, a Figura 7.13 apresenta o histórico da velocidade do *PIG* ao longo do tempo no interior do duto. Nota-se também uma rápida aceleração inicial seguida de um incremento constante na velocidade. Como o *PIG* tende a acompanhar o fluido que o impulsiona, é esperado que ocorresse esse aumento de velocidade.

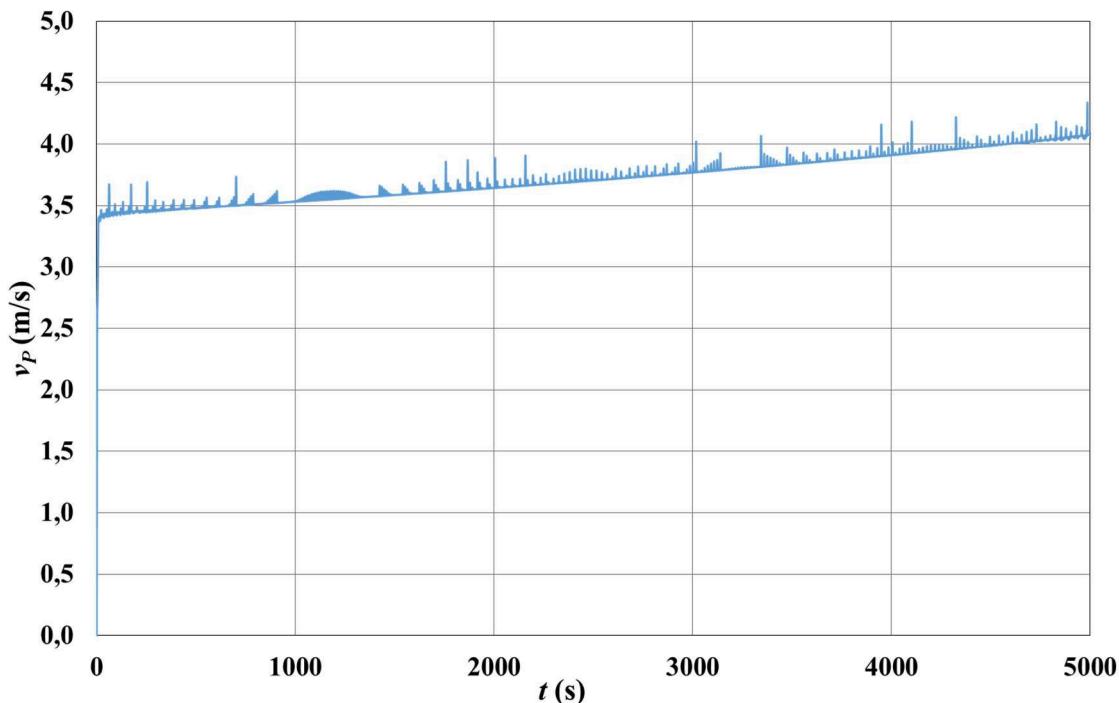


Figura 7.13. Histórico da velocidade do *PIG* ao longo do duto em escoamento monofásico de gás.

- Fechamento abrupto da válvula:

Para o fechamento abrupto da válvula na entrada, diferente do caso de escoamento de líquido, o *PIG* foi posicionado na posição 10 km. O fechamento da válvula na entrada do duto ocorreu após 300 s de simulação. Na Figura 7.14 é mostrada a variação da velocidade ao longo do tempo. De maneira semelhante ao comportamento desenvolvido pelo *PIG* em escoamento monofásico de líquido, um pequeno atraso ocorreu entre o fechamento da válvula e a resposta do dispositivo na linha. Sabendo que a velocidade de propagação da onda de choque é de 360 m/s, utilizando a relação $T = 2L/c$, o tempo total para que a velocidade do *PIG* começasse a reduzir foi de cerca de 28 s, conforme pode ser observado no gráfico. A compressibilidade do gás faz com que a desaceleração se dê de maneira mais lenta e não faz com que ocorram inversões no sentido do movimento.

Uma vez que o *PIG* atinge a velocidade zero, se mantém parado no duto. O tempo total transcorrido foi de 5,3 min.

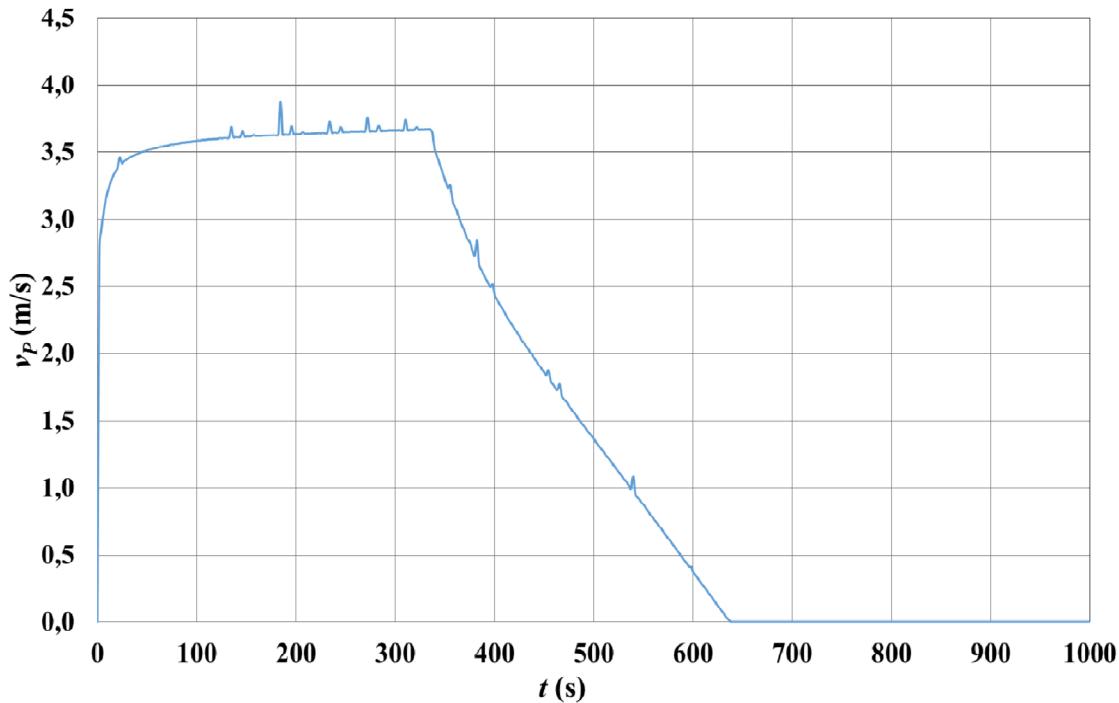


Figura 7.14. Velocidade do *PIG* em escoamento monofásico de gás ao longo do tempo com fechamento abrupto de válvula após 300 segundos.

- Comparação entre *PIG* com furo e sem furo

O comportamento observado na simulação em escoamento monofásico de gás foi o mesmo observado em escoamento monofásico de líquido. À medida que a vazão de bypass através do *PIG* foi aumentada, sua velocidade desenvolvida foi reduzida de maneira significativa, indicando um correto funcionamento do código desenvolvido também para fluidos compressíveis.

Na Tabela 7.6 são apresentados os tempos totais necessários para que o *PIG* percorresse toda a distância do duto, de $x_P(t_0) = 1$ km até $x_P(t^{n+1}) = 19,5$ km. Nota-se um aumento de 113 % no tempo de viagem do *PIG* com quatro furos de 5 cm quando comparado ao *PIG* sem furos, reflexo da baixa velocidade desenvolvida, como apresentado na Figura 7.15. Ao comparar as curvas apresentadas na Figura 7.9 com as curvas na Figura 7.15 nota-se uma aceleração significativamente mais suave para o caso envolvendo escoamento monofásico de gás, em função da maior compressibilidade deste fluido.

Tabela 7.6. Vazão de *bypass* total para *PIG* sem furo e com furo em escoamento monofásico de gás.

	Sem furo	Furo de 2,5 cm	Furo de 5 cm
Tempo total de deslocamento	1,41 h	1,62 h	3,01 h
<i>bypass</i>	0,69 kg/s	1,16 kg/s	2,64 kg/s
Vazão de <i>bypass</i> em relação à vazão de entrada	12,8%	25,2%	49,2%

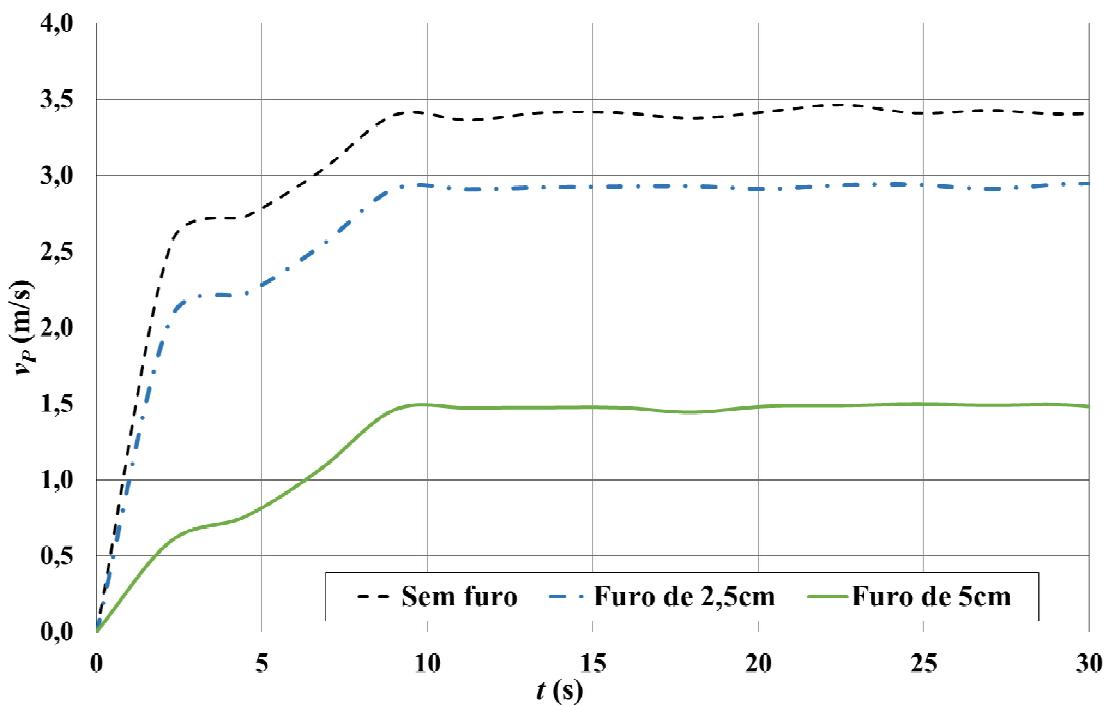


Figura 7.15. Gráfico comparativo da velocidade de um *PIG* sem furo, com furos de 2,5 cm e furos de 5,0 cm em escoamento monofásico de gás.

7.2 *PIG* EM ESCOAMENTO BIFÁSICO

A seguir serão apresentados os resultados obtidos para o escoamento bifásico. O caso abordado representa um escoamento bifásico isotérmico de padrão estratificado em duto horizontal. Da mesma forma que o caso monofásico, o *PIG* é colocado na posição $x = x_P(t_0)$ em um escoamento em regime permanente. O cálculo dos autovalores do sistema de EDPs foi realizado ao longo de toda simulação para todos os pontos do domínio, em especial nos pontos de contorno fixos (extremidades do duto) e móveis (células de

discretização à esquerda e à direita do *PIG*), a fim de garantir que as condições de hiperbolicidade sejam satisfeitas.

As propriedades do fluido utilizado na simulação estão listadas na Tabela 7.7, os valores correspondem a um fluido real utilizado na indústria. Já na Tabela 7.8 estão listados os dados de configuração do duto considerado e, na Tabela 7.9, as características construtivas do *PIG*, sem furo.

Tabela 7.7. Propriedades do fluido

Massa específica de líquido (kg/m³)	777,2
Viscosidade dinâmica de líquido (Pa·s)	8,58x10 ⁻⁴
Viscosidade dinâmica de gás (Pa·s)	1,11x10 ⁻⁵
Constante de gás (J/kg·K)	392,5

Tabela 7.8. Dados de configuração do duto.

Diâmetro (m)	0,3032
Comprimento (km)	45,0
Rugosidade (m)	4,572x10 ⁻⁵
Inclinação (graus)	0,0
Temperatura (°C)	20
Células de discretização	1000

Tabela 7.9. Dados construtivos do *PIG*

M_P	50 kg
L_c	0,5 m
r_p	0,1518 m
Δp_c	1,4 x10 ⁵ Pa
$x_p(t_0)$	1,0 km
E^*	7,08 Mpa
η_e	0,45
η_d	0,40

Conforme mencionado, a partida do *PIG* ocorre em um escoamento em regime permanente obtido a partir das condições de contorno apresentadas na Tabela 7.10. Os resultados calculados para velocidade de gás e líquido, pressão e fração volumétrica ao longo do duto estão ilustradas na Figura 7.16 e na Figura 7.17.

Tabela 7.10. Condição de contorno para o escoamento bifásico.

	Entrada ($j = 0$)	Saída ($j = N + 1$)
Pressão (MPa)	-	1,013
Fração volumétrica de líquido (-)	0,0422425	-
Velocidade de gás (m/s)	5,98	-
Velocidade de líquido (m/s)	0,94	-

O comportamento das curvas das variáveis dependentes do problema se mostraram coerentes com a realidade física. A curva de pressão decai ao longo do duto devido ao atrito das paredes e ao atrito interfacial. Esta queda de pressão resulta em uma queda da massa específica do gás e um aumento da velocidade do gás para que sua massa seja conservada (gás é tratado como fluido compressível), que por sua vez acelera o líquido (líquido é tratado como fluido incompressível). Logo, mais uma vez devido à necessidade de se conservar a massa, observa-se uma diminuição na fração volumétrica de líquido.

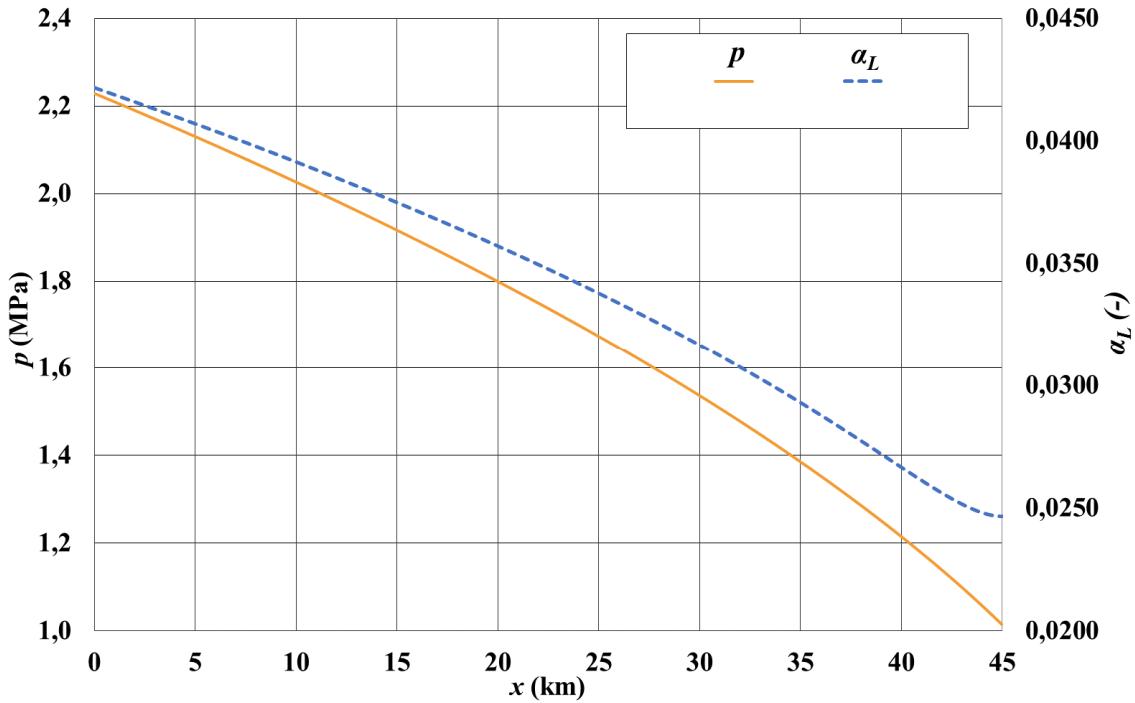


Figura 7.16. Curvas de pressão e fração volumétrica em regime permanente ao longo do duto.

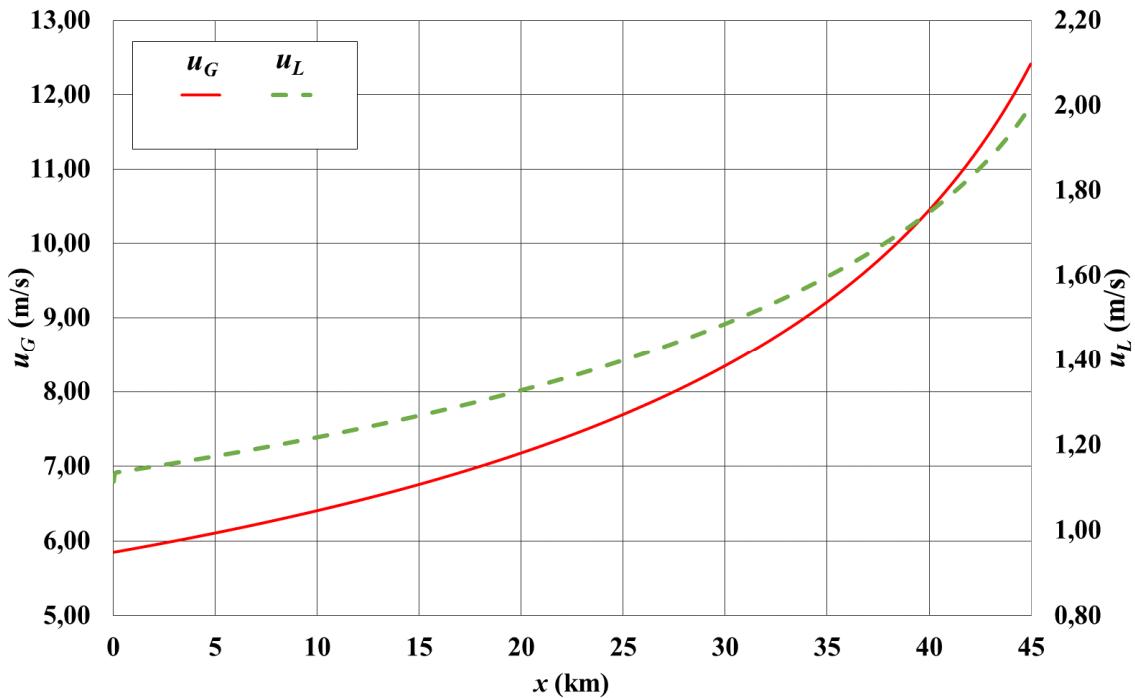


Figura 7.17. Curvas de velocidade do gás e do líquido em regime permanente ao longo do duto.

A análise de hiperbolicidade do sistema de equações diferenciais parciais foi realizada ao longo de todo domínio e em todos os passos do tempo retornando autovalores

sempre reais e, quando avaliada nos contornos, manteve o mesmo padrão. Entretanto, ao atingir a posição $x_p = 26$ km, os valores das variáveis a montante e a jusante do *PIG* retornaram autovalores complexos, resultando em um sistema não-hiperbólico. Sendo assim a simulação foi interrompida neste instante.

É importante salientar que as simplificações realizadas no modelo de movimentação proposto tinham como objetivo simular os instantes iniciais do conjunto *PIG/Eescoamento*. Logo, não era previsto que o *PIG* atingisse o final do duto. Entretanto, a fim de avaliar o comportamento da solução optou-se por realizar a simulação com o máximo de tempo possível.

A seguir serão apresentadas as curvas de velocidade (líquido e gás), pressão e fração volumétrica de líquido para três posições distintas do *PIG*, $x_p = \{7 \text{ km}, 14 \text{ km}, 22 \text{ km}\}$. Na Figura 7.18 e na Figura 7.19 são apresentadas as curvas de velocidade de líquido e de gás respectivamente. Pode-se observar um aumento significativo nos valores de u_L a jusante do *PIG*. Este comportamento retrata a reação do fluido ao ser empurrado pelo dispositivo, uma vez que o líquido se desloca mais lentamente do que o *PIG*. Já os valores de u_G a montante do *PIG* foram reduzidos, pois a velocidade de deslocamento do *PIG* é menor que a velocidade de deslocamento do gás.

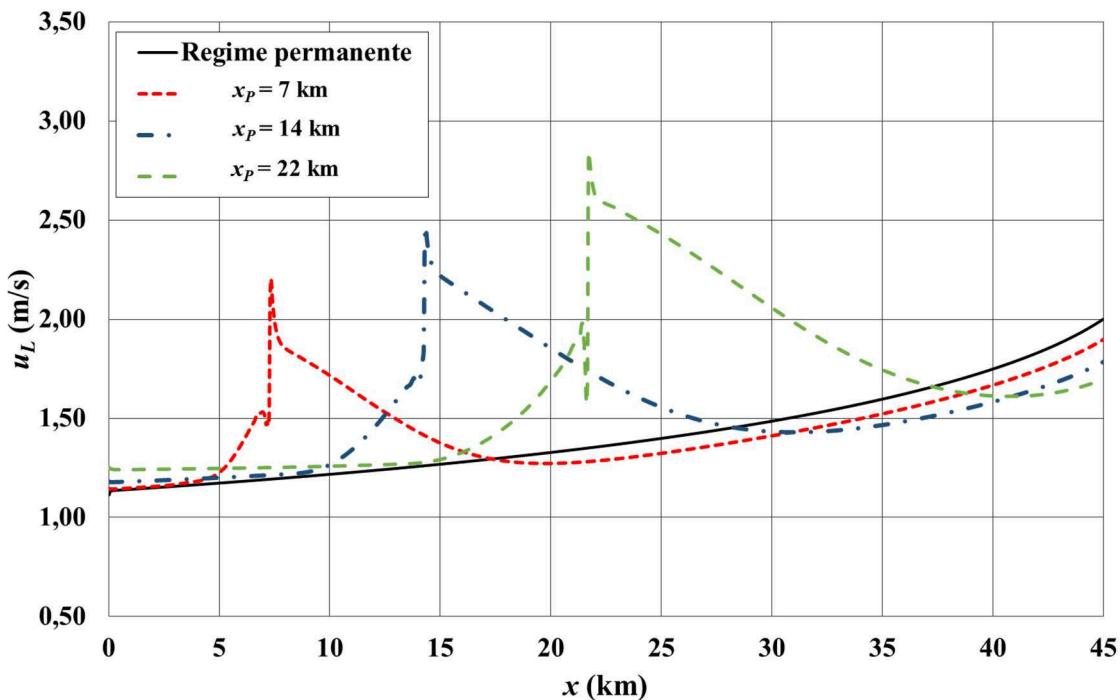


Figura 7.18. Perfil de velocidade líquido ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do *PIG*.

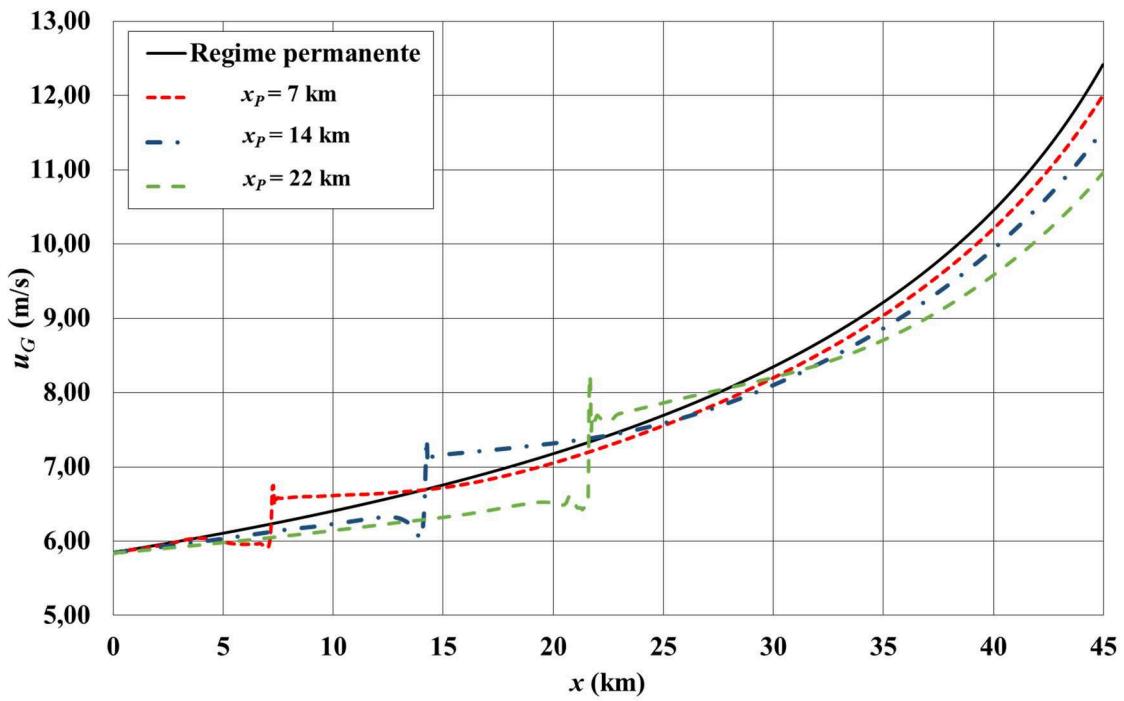


Figura 7.19. Perfil de velocidade gás ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do *PIG*.

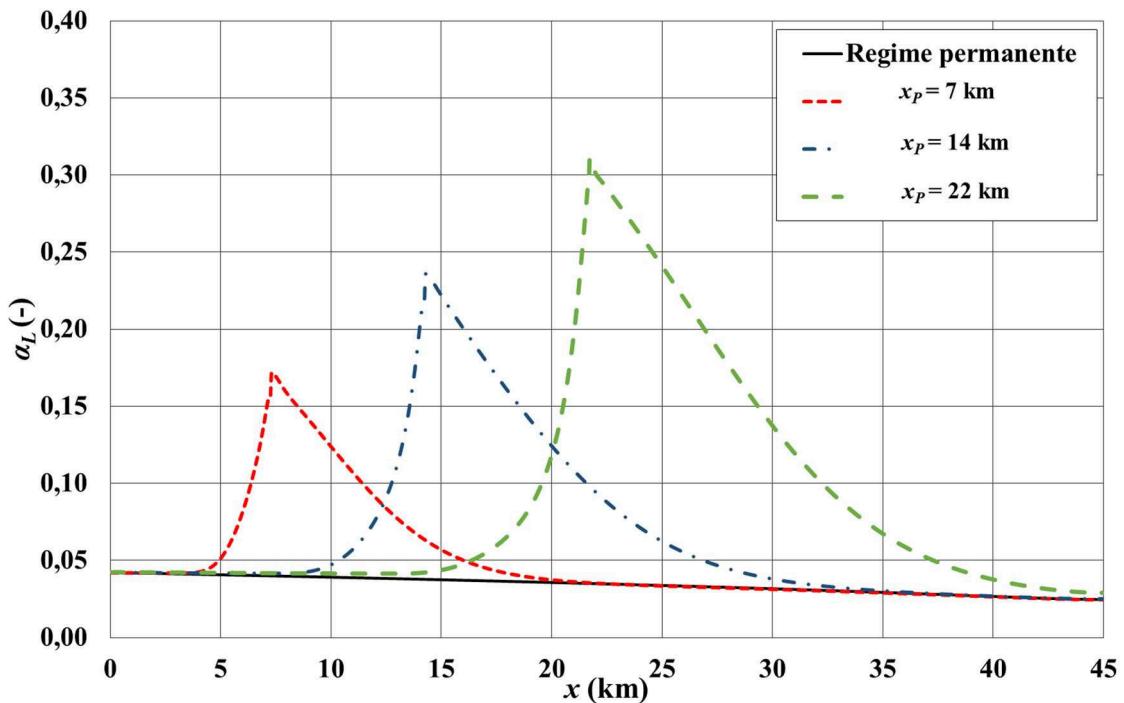


Figura 7.20. Perfil de fração volumétrica de líquido ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do *PIG*.

À medida que o *PIG* percorre o comprimento do duto é de se esperar que ocorra um acúmulo de líquido a jusante, conforme ilustrado na Figura 5.8, este comportamento pode

ser observado na Figura 7.20. A elevada fração volumétrica a montante do *PIG* indica a passagem de líquido da direita para a esquerda conforme o movimento do *PIG* ocorre.

Já na Figura 7.21, encontram-se a curvas de pressão para as três posições correspondentes. Diferente dos casos monofásicos, onde a tendência global das curvas para as diferentes posições do *PIG* acompanhava a curva de regime permanente, observa-se um aumento significativo da pressão na entrada do duto e diferentes gradientes de pressão em seções distintas do duto.

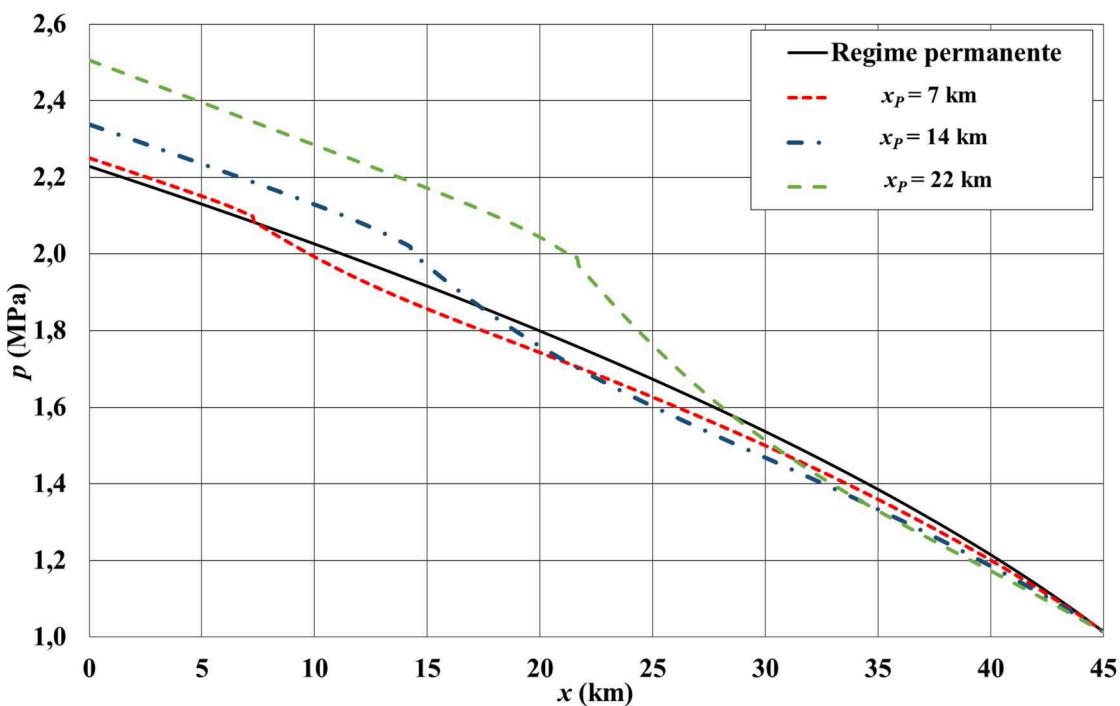


Figura 7.21. Perfil de pressão ao longo do duto para o regime permanente e para três diferentes posições do *PIG*.

A diferença entre os gradientes de pressão entre as regiões a montante e a jusante do *PIG* se dá devido à variação na fração volumétrica de líquido. Em detalhe, na Figura 7.22, pode-se observar a presença de três regiões com diferentes gradientes de pressão (A, B e C). Esta variação é devido às diferentes quantidades de líquido em cada seção do duto. Regiões com mais quantidade de líquido, fração volumétrica maior, apresentam gradiente de pressão maiores, já para regiões com fração volumétrica menor, apresentam gradiente de pressão menores.

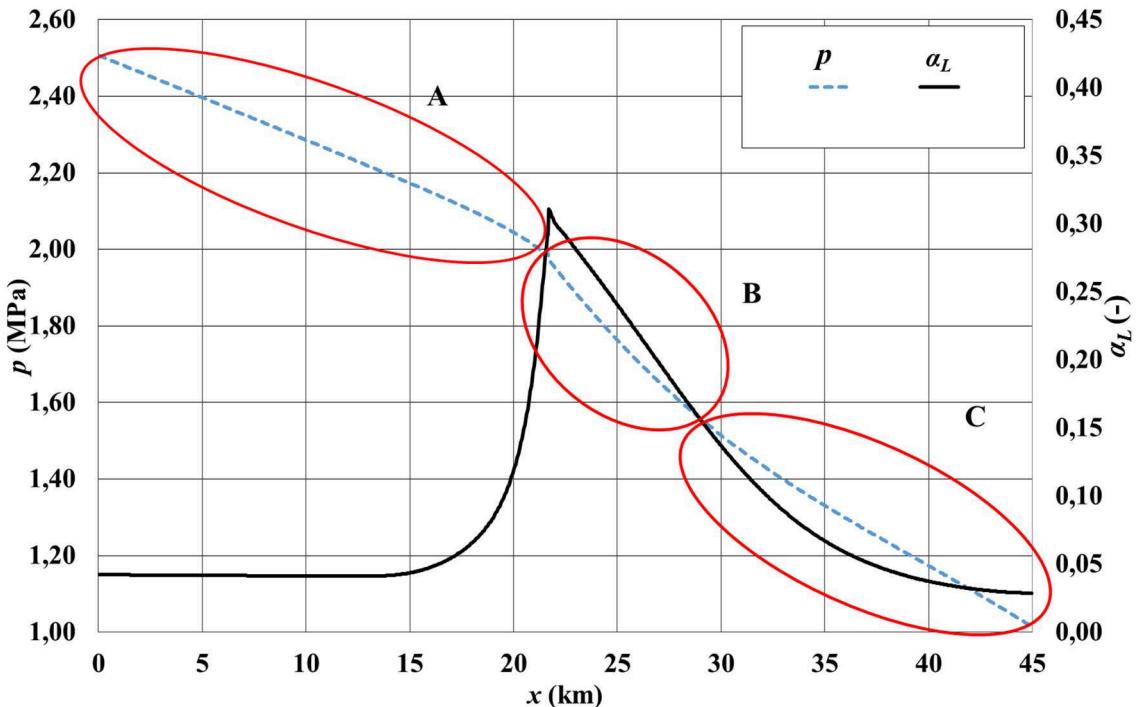


Figura 7.22. Sobreposição da curva de pressão e de fração volumétrica para a posição $x_P = 22$ km.

Por fim, na Figura 7.23 é traçado o histórico de velocidade do PIG ao longo do tempo. Apesar da instabilidade observada, nota-se que o valor alcançado está entre o máximo (limitado por u_G) e o mínimo (limitado por u_L). O tempo necessário para que o PIG alcançasse a posição $x_P = 26$ km foi de 3,6 h.

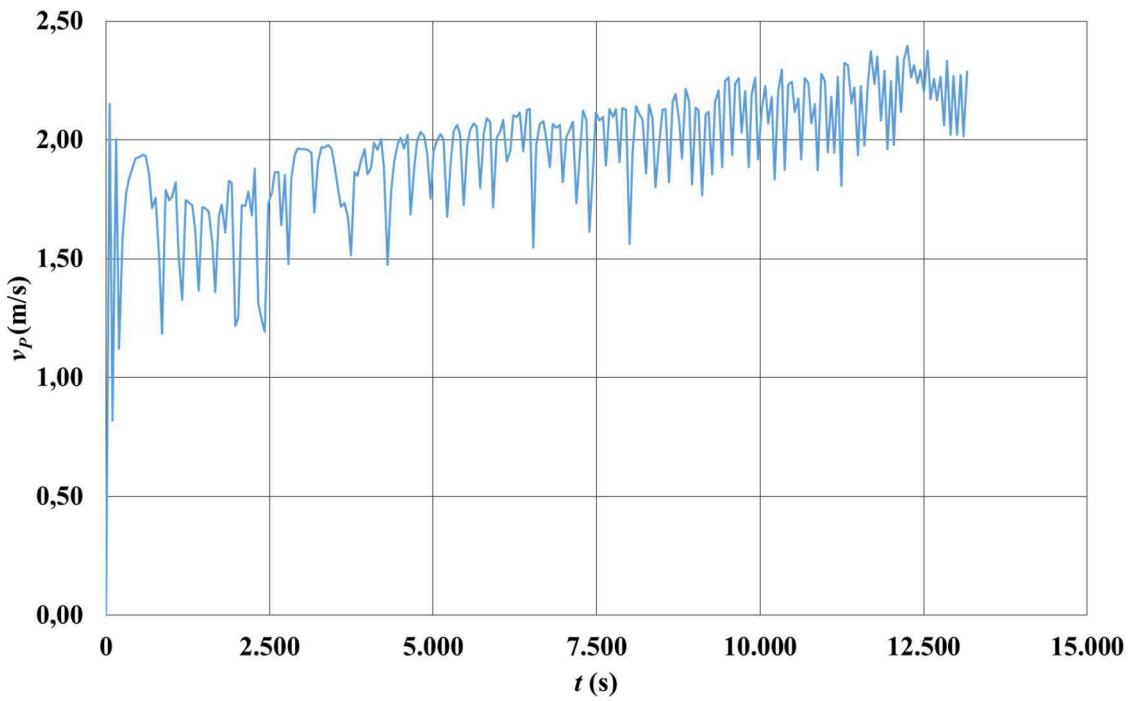


Figura 7.23. Histórico da velocidade do *PIG* ao longo do duto em escoamento bifásico.

- Comparação entre *PIGs* com furo e sem furo

A seguir serão apresentados os resultados envolvendo três diferentes *PIGs*, semelhante aos casos monofásicos, sendo um *PIG* sem furos e outros dois com quatro furos de 2,5 cm e 5 cm respectivamente, baseado na mesma configuração apresentada na Figura 7.2.

Na Figura 7.24 estão traçadas as três curvas de velocidade dos respectivos *PIGs*. Pode-se observar que o impacto da presença dos furos não resultou em uma redução significativa da velocidade desenvolvida.

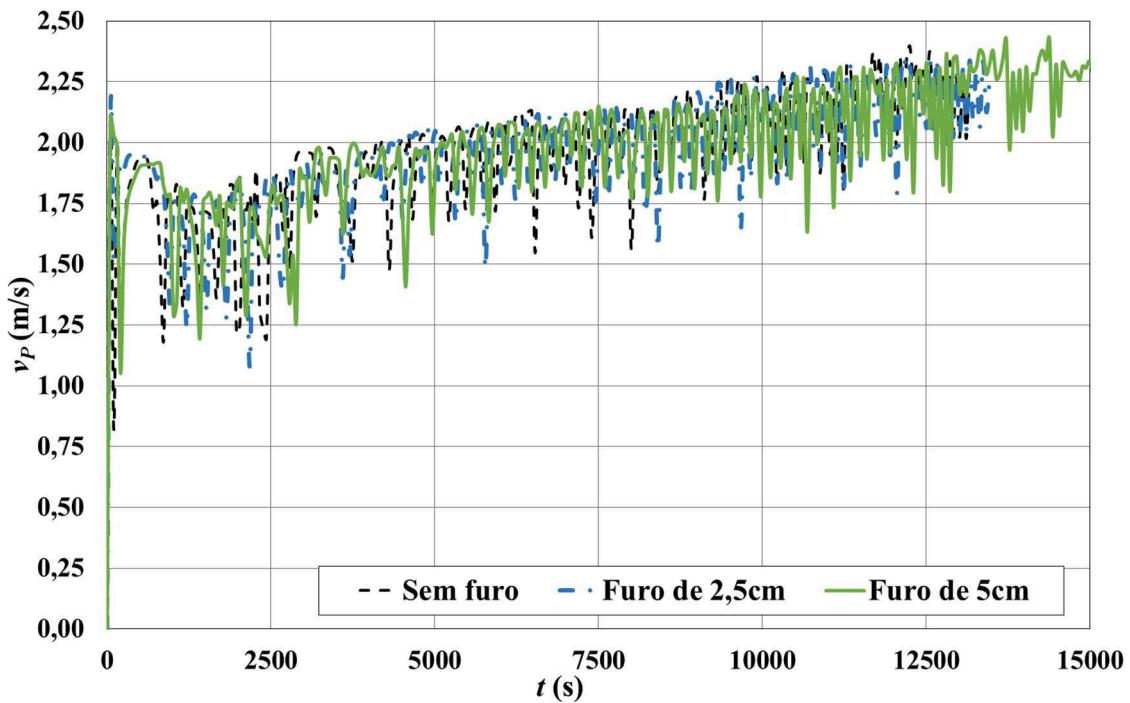


Figura 7.24. Gráfico comparativo da velocidade de um *PIG* sem furo, com furos de 2,5cm e furos de 5,0cm em bifásico.

Em detalhe na Figura 7.25 e na Figura 7.26, são mostrados os instantes iniciais para a velocidade e os instantes finais para a distância alcançada pelo *PIG* até a simulação ser interrompida, respectivamente. Nestas pode-se observar que, de fato, o *PIG* sem furos se movimentou mais rapidamente em relação aos outros dois.

A linha horizontal vermelha na Figura 7.26 indica a posição final atingida pelo *PIG* sem furos no momento em que a simulação foi interrompida, sendo este o primeiro *PIG* a alcançá-la seguido do *PIG* com furos de 2,5 cm e por fim o de furos de 5 cm.

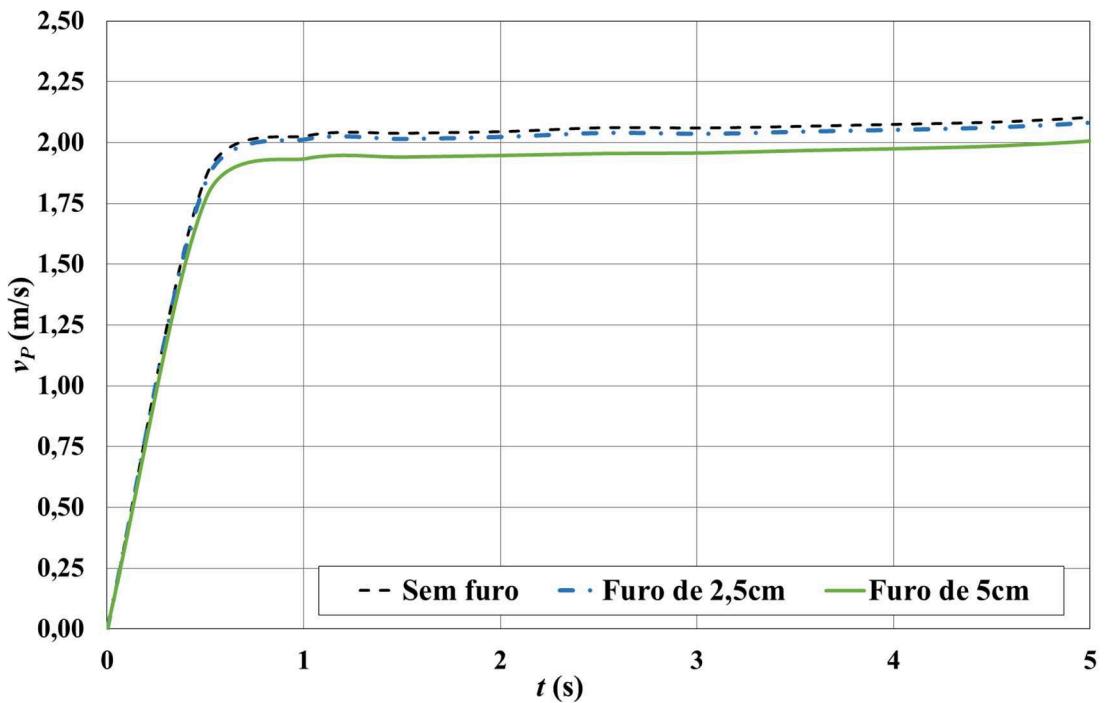


Figura 7.25. Instantes iniciais das velocidades dos *PIGs* com e sem furos.

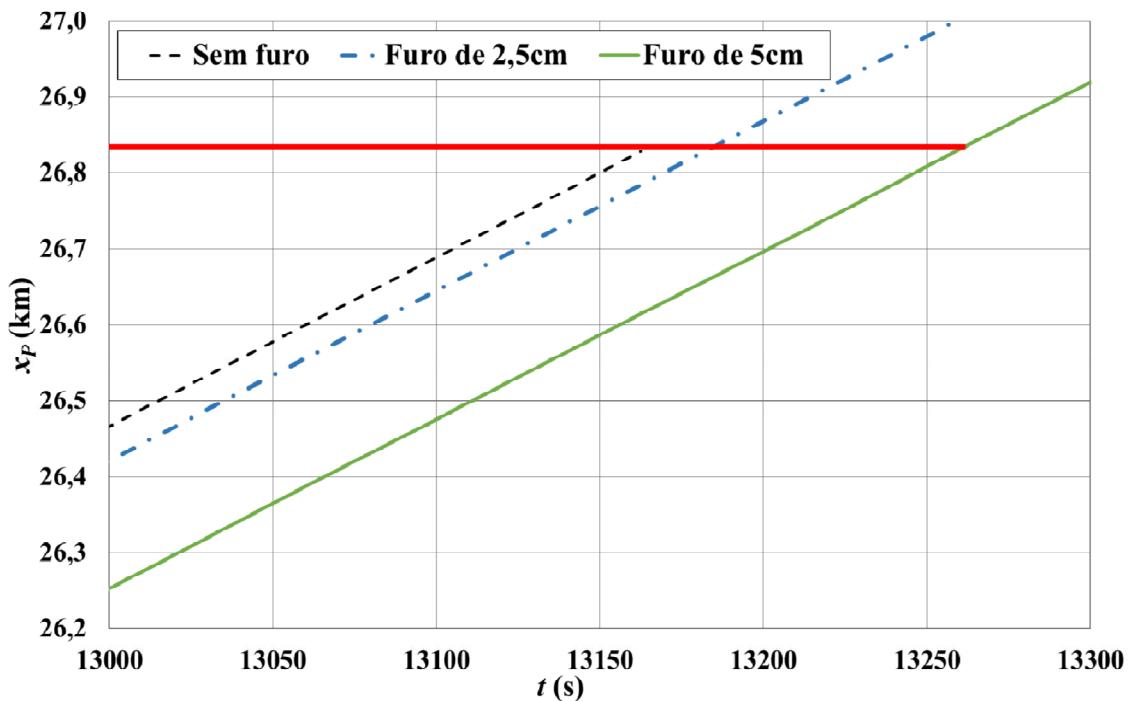


Figura 7.26. Posição do *PIG* nos instantes finais da simulação.

Ao se observar os valores das vazões mássicas através do *bypass*, apresentados na Tabela 7.11, nota-se um aumento pouco significativo à medida em que os furos foram

inseridos e aumentados. Este comportamento resultou em pouca perturbação na velocidade desenvolvida pelo *PIG*, conforme apresentado anteriormente.

Tabela 7.11. Vazão mássica de líquido e gás através do bypass.

	Sem furo	Furo de 2,5 cm	Furo de 5,0 cm
Vazão de bypass total	1,29 kg/s	1,34 kg/s	1,57 kg/s
Vazão de bypass em relação à vazão de entrada	12,7%	13,2%	15,4%

Ao se observar a fração volumétrica de líquido para uma mesma posição nos três casos avaliados, nota-se uma diminuição entre os três casos avaliados, mostrado na Figura 7.27. O menor acúmulo de líquido na golfada em formação impõe uma menor resistência ao deslocamento do *PIG*, desta forma o efeito da presença dos furos é minimizado.

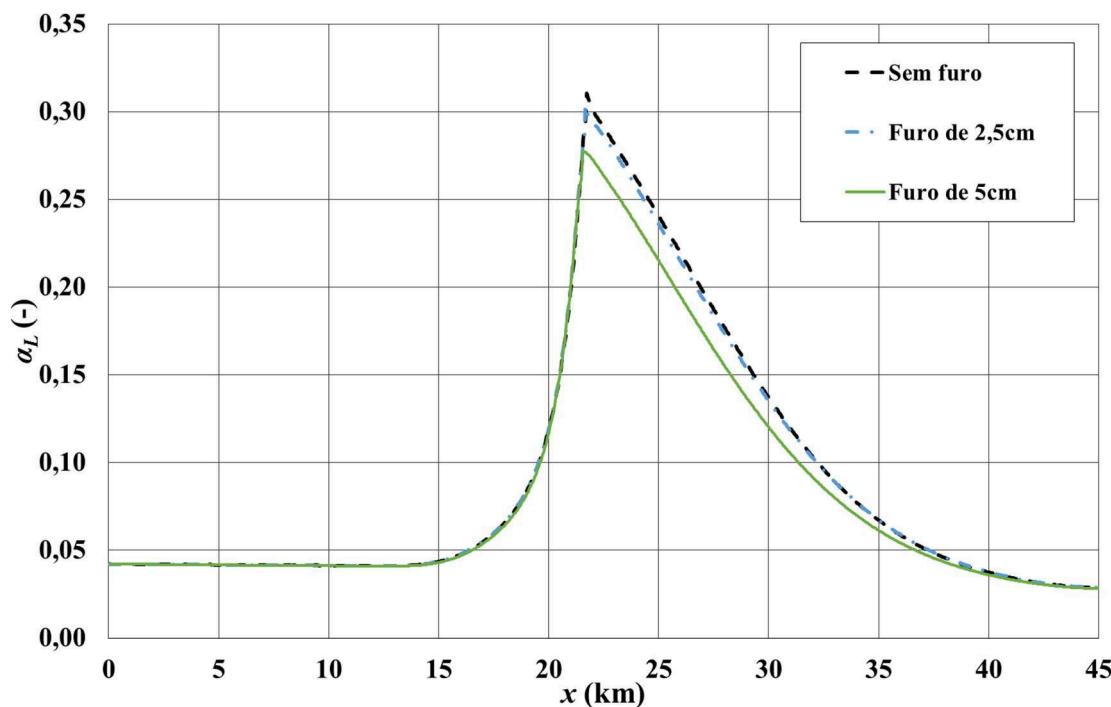


Figura 7.27. Fração volumétrica de líquido na posição $x_P = 22$ km para os *PIGs* com e sem furos.

7.3 COMPARAÇÕES COM O SOFTWARE OLGA (Schlumberger, Versão 2014.2)

Com o objetivo de validar e assegurar a confiabilidade da estratégia proposta e das soluções encontradas através das simulações utilizando o FCT, será utilizado o *software* comercial OLGA (Schlumberger, Versão 2014.2) para comparações.

7.3.1 BREVE DESCRIÇÃO DO OLGA

O desenvolvimento do OLGA começou em 1980 e passou a ser utilizado pela indústria de óleo e gás em 1984. Desde então, melhorias e atualizações foram implementadas no código comercial. A versão utilizada neste trabalho é a 2014.2.

O OLGA é um simulador trifásico, sendo elas as fases gasosa, líquida (óleo e água) e a fase dispersa (ou *droplets*, gotículas dispersas na fase gasosa) de água e óleo. São consideradas três equações de conservação de massa e outras três para conservação da quantidade de movimento, sendo uma para cada fase. Além de uma equação de energia para a mistura.

O método implícito *upwind* de primeira ordem no tempo e no espaço é utilizado para resolução do sistema de equações, tendo ainda a opção de se resolver as equações de conservação de massa através de um método de segunda ordem TVD (*Total Variation Diminishing*).

Os dados de entrada contendo as propriedades dos fluidos utilizados são fornecidos através de um arquivo PVT. Nele encontram-se as propriedades termodinâmicas dos fluidos em equilíbrio e podem variar de acordo com a pressão e temperatura em que o sistema se encontra. É necessário um módulo ao programa principal extra ou um *software* externo para gerar esses dados.

7.3.2 RESULTADOS PARA O CASO MONOFÁSICO

Conforme mencionado anteriormente, o OLGA é um simulador trifásico (água, óleo e gás). Para realizar a simulação envolvendo apenas uma fase foi elaborada uma tabela PVT considerando quantidades mínimas de óleo e gás, quando as comparações foram realizadas com água e quantidades mínimas de água e óleo para as comparações envolvendo ar, de maneira que seus efeitos sobre o escoamento fosse o menor possível.

A caracterização do tipo de *PIG* no *software OLGA* é realizada de maneira distinta da forma utilizada no modelo proposto neste trabalho. Os únicos parâmetros construtivos que podem ser definidos pelo usuário são o diâmetro (opcional) e a massa do *PIG*. Para cálculo das forças de contato, sendo elas de caráter estático ou dinâmico, são inseridas na forma de fatores de atrito, e correlações internas são utilizadas para determinação de suas magnitudes. Para a vazão de *bypass* não é possível se determinar se há furos, vazão através de *gap* ou através da permeabilidade do material. Deve-se estimar o valor percentual de vazão que ocorrerá.

Ao longo das simulações envolvendo o *OLGA*, a vazão de *bypass* se mostrou como o parâmetro mais subjetivo a ser determinado. Foram necessários diversos ajustes a fim de obter a compatibilidade entre os resultados dos dois modelos.

Os resultados comparados são referentes aos casos de líquido e de gás sem a presença de furos. Os mesmos casos apresentados anteriormente estão ilustrados a seguir para o *PIG* na posição $x_P = 10$ km.

A primeira comparação é referente ao escoamento de líquido apresentado na seção 7.1.2. O procedimento adotado no *OLGA* foi o mesmo utilizado no *FCT*, mas com uma diferença na forma de imposição da condição de contorno na entrada do duto, onde deve-se prescrever a vazão mássica total, conforme apresentado na Tabela 7.12.

Tabela 7.12. Condição de contorno para comparação em escoamento monofásico de líquido no *software OLGA*.

	Entrada do duto	Saída do duto
OLGA	144,25 kg/s	1,0 MPa
FCT	2,0 m/s	1,0 MPa

Na Figura 7.28 são representadas as curvas de pressão do fluido ao longo do duto calculadas pelos dois programas. Nota-se uma excelente concordância entre os dois resultados.

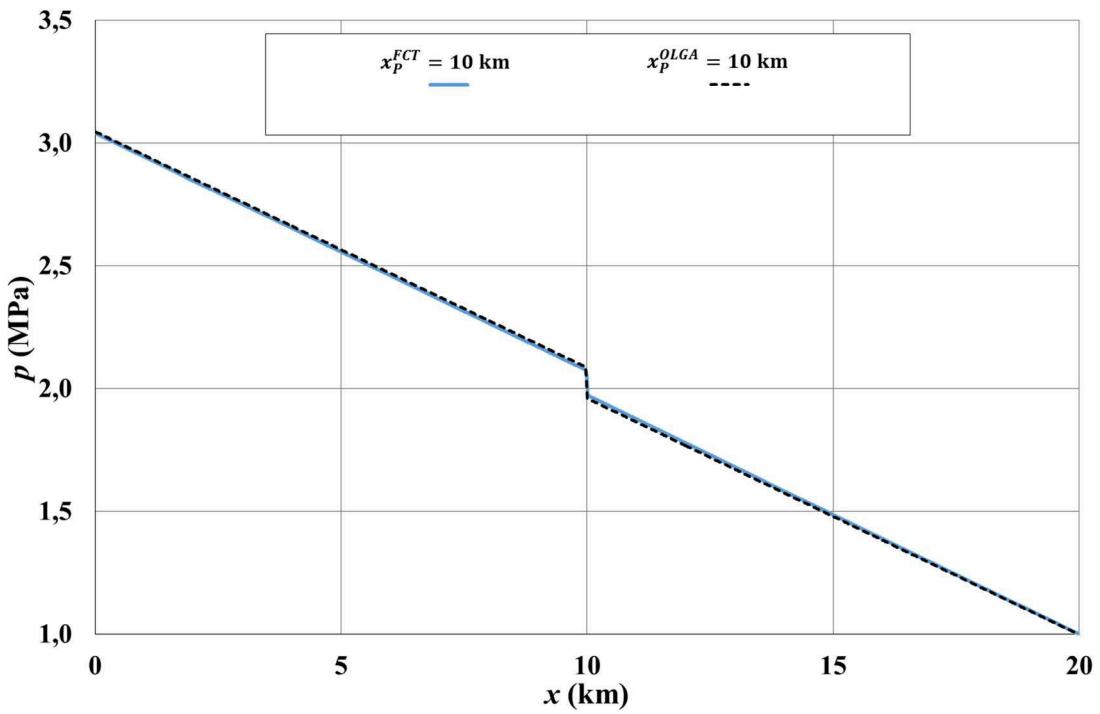


Figura 7.28. Comparativo entre as curvas de pressão do líquido entre FCT e OLGA para $x_P = 10 \text{ km}$.

Já na Figura 7.29 estão representadas as curvas de velocidade do fluido ao longo da tubulação. Embora diferenças possam ser observadas, deve-se atentar à escala utilizada, que amplifica tais diferenças. Pode-se então garantir uma ótima concordância dos resultados.

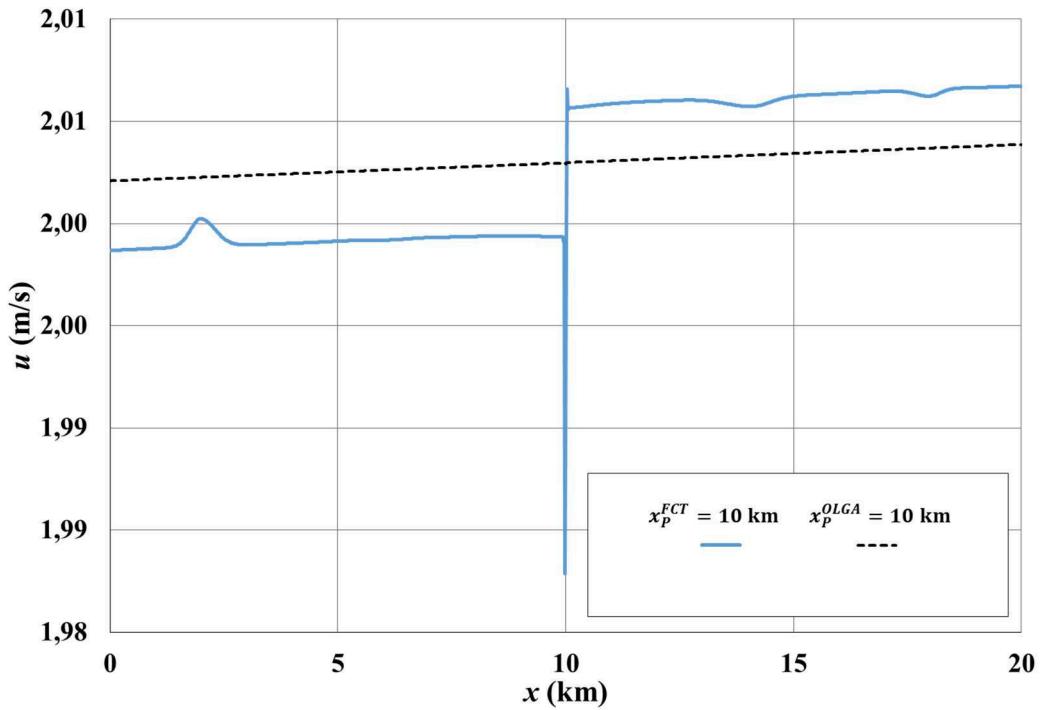


Figura 7.29. Comparativo entre as curvas de velocidade do líquido entre FCT e OLGA para $x_P = 10$ km.

Em seguida, na Figura 7.30, foi comparado o valor obtido da velocidade desenvolvida pelo *PIG*. Optou-se por apresentar apenas os primeiros 30 s de simulação com o objetivo de evidenciar as semelhanças de ambas as curvas. Nota-se o mesmo comportamento e velocidades muito próximas.

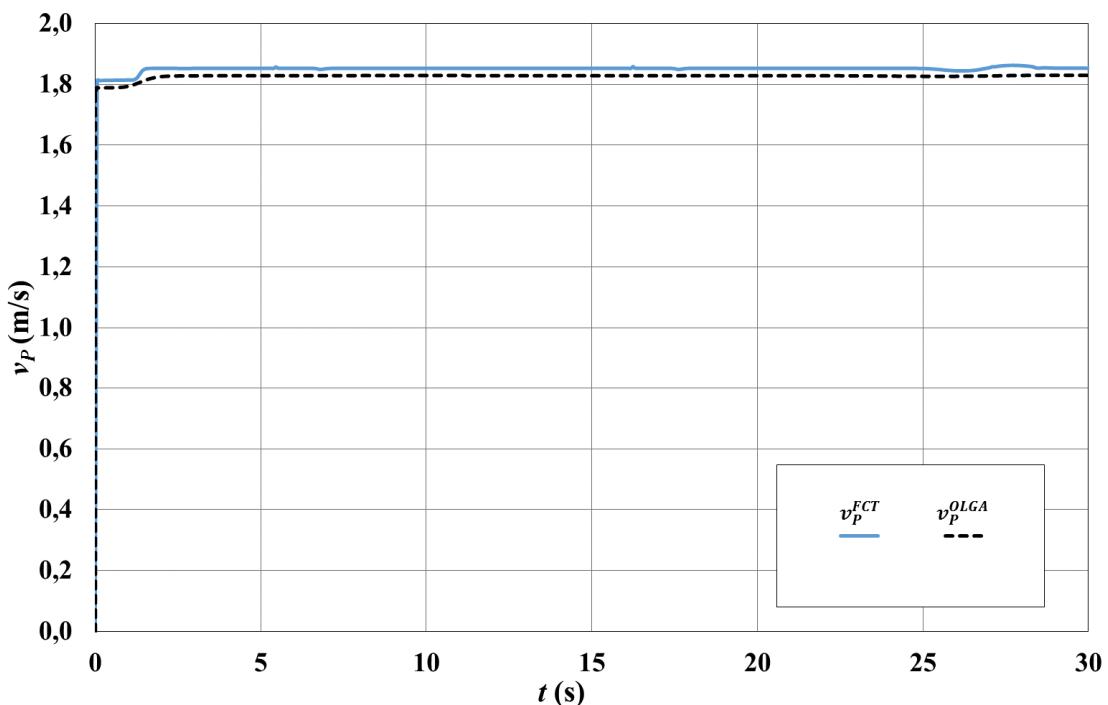


Figura 7.30. Comparativo do histórico de velocidade do *PIG* em escoamento monofásico de líquido ao longo do tempo entre FCT e OLGA.

A seguir é apresentada a comparação feita envolvendo gás. A Tabela 7.13 apresenta as condições de contorno utilizadas.

Tabela 7.13. Condição de contorno para comparação em escoamento monofásico de gás no *software* OLGA.

	Entrada do duto	Saída do duto
OLGA	5,02 kg/s	1,0 MPa
FCT	5,0 m/s	1,0 MPa

A posição do *PIG* em $x_p = 10$ km também foi escolhida para realizar as comparações. Na Figura 7.31 está representada a curva de pressão do gás ao longo do duto. Nota-se uma ótima concordância entre ambas.

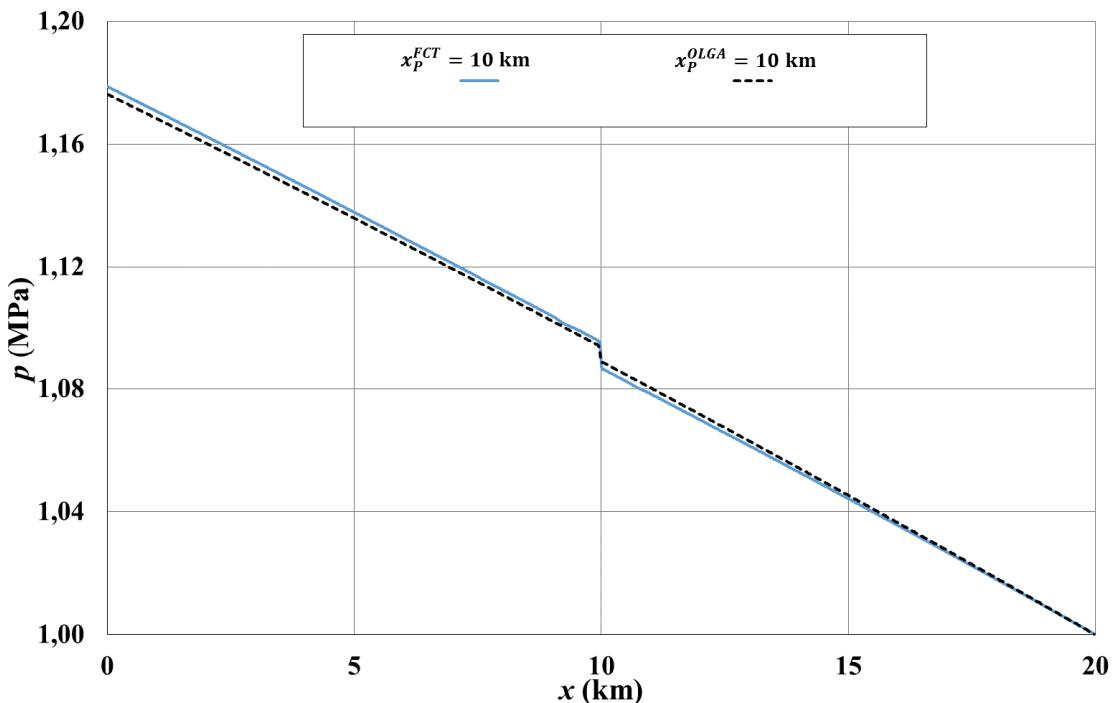


Figura 7.31. Comparativo entre as curvas de pressão do gás entre FCT e OLGA para $x_p = 10$ km.

Já na Figura 7.32 estão representadas as curvas de velocidade do gás ao longo do duto. As diferenças apresentadas para este caso estão mais acentuadas embora pequenas ($\approx 2,5\%$), ao contrário da velocidade do líquido que sofreu um leve aumento a jusante do *PIG*, a velocidade do gás foi reduzida, mas manteve o comportamento esperado.

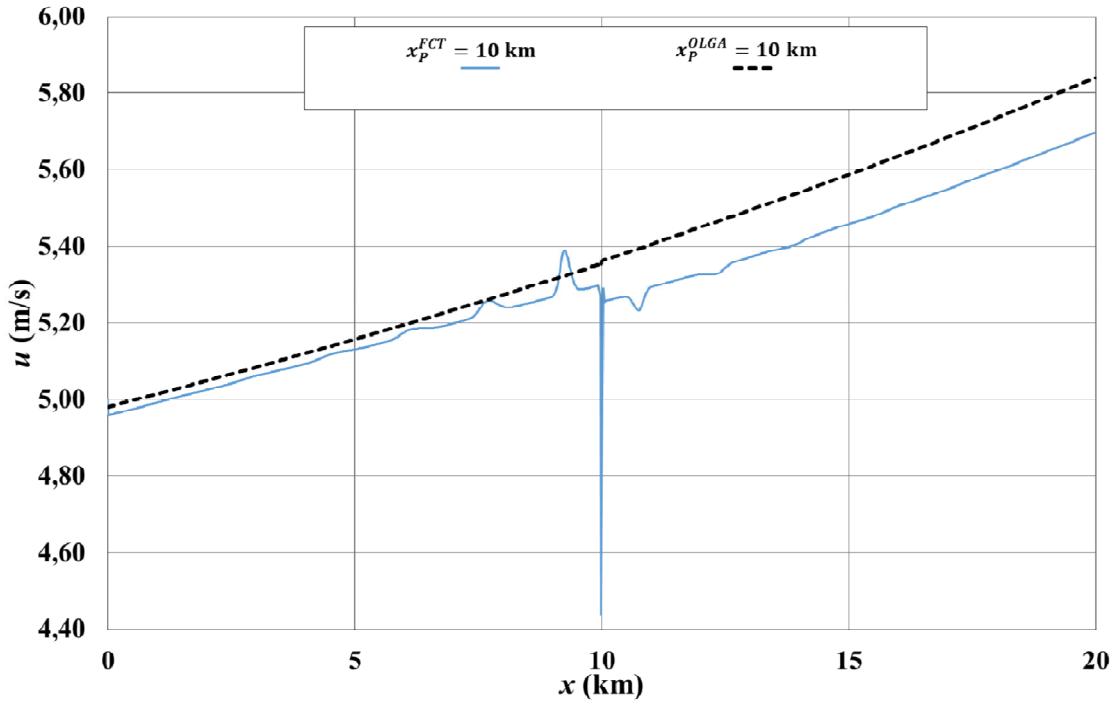


Figura 7.32. Comparativo entre as curvas de velocidade do gás entre FCT e OLGA para $x_P = 10$ km.

Por fim, na Figura 7.33 é apresentado o histórico de velocidade ao longo do tempo do *PIG* nos dois programas. Diferente do caso monofásico de líquido, onde o foco da comparação se deu nos instantes iniciais da simulação, momento onde ocorreram as variações mais significativas, para o caso monofásico de gás optou-se por avaliar como o incremento na velocidade do *PIG* iria se desenvolver a longo prazo. Os resultados mostraram uma excelente concordância ao longo de todo o tempo, indicando um ótimo comportamento da solução proposta.

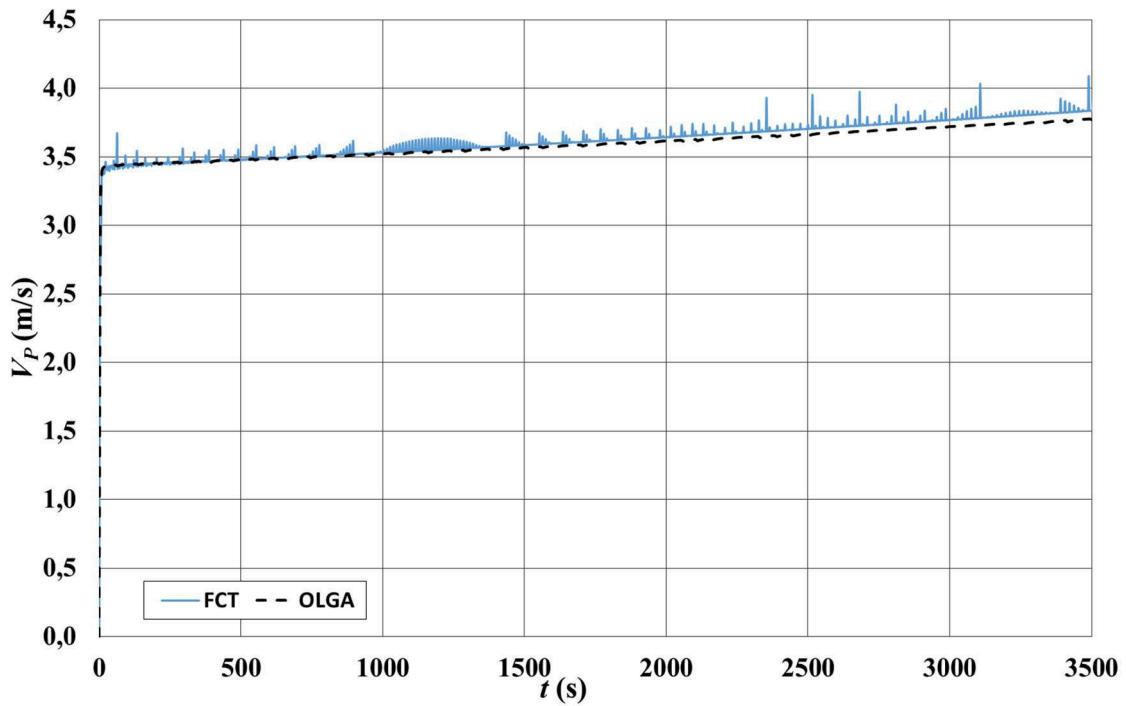


Figura 7.33. Comparativo do histórico de velocidade do *PIG* em escoamento monofásico de gás ao longo do tempo entre FCT e OLGA.

7.3.3 RESULTADOS PARA O CASO BIFÁSICO

Dando prosseguimento às comparações propostas, a seguir são apresentados os resultados das simulações de escoamento bifásico entre o código numérico desenvolvido neste trabalho e o *software* OLGA. A caracterização do fluido utilizado foi feita através de uma tabela PVT. Para que os valores das propriedades físicas do gás e líquidos fossem equivalentes em ambos os simuladores, primeiramente foi realizada a simulação no *software* OLGA e, em seguida, observando a faixa de variação de pressão ao longo do duto, os valores da massa específica, viscosidade dinâmica e constante dos gases foram obtidas para serem utilizadas no programa FORTRAN.

Na Tabela 7.14 estão listadas as condições de contorno prescritas em ambos os programas. O caso simulado é o mesmo apresentado na seção 7.2.

Tabela 7.14. Condição de contorno para comparação em escoamento bifásico no software OLGA.

	Entrada do duto	Saída do duto
OLGA	10 kg/s	1,0 MPa
FCT	$\alpha_L = 0,0422425$	
	$u_L = 5,98 \text{ m/s}$	1,0 MPa
	$u_G = 0,94 \text{ m/s}$	

Serão apresentados a seguir os gráficos das variáveis dependentes do problema (u_L , u_G , α_L , p) para a posição $x_p = 14 \text{ km}$. Na Figura 7.34 pode-se observar uma excelente concordância nas curvas de pressão dos dois programas. De forma mais evidente do que a mostrada na Figura 7.22, os diferentes gradientes de pressão ao longo do duto podem ser melhor observados na curva de resultados do OLGA.

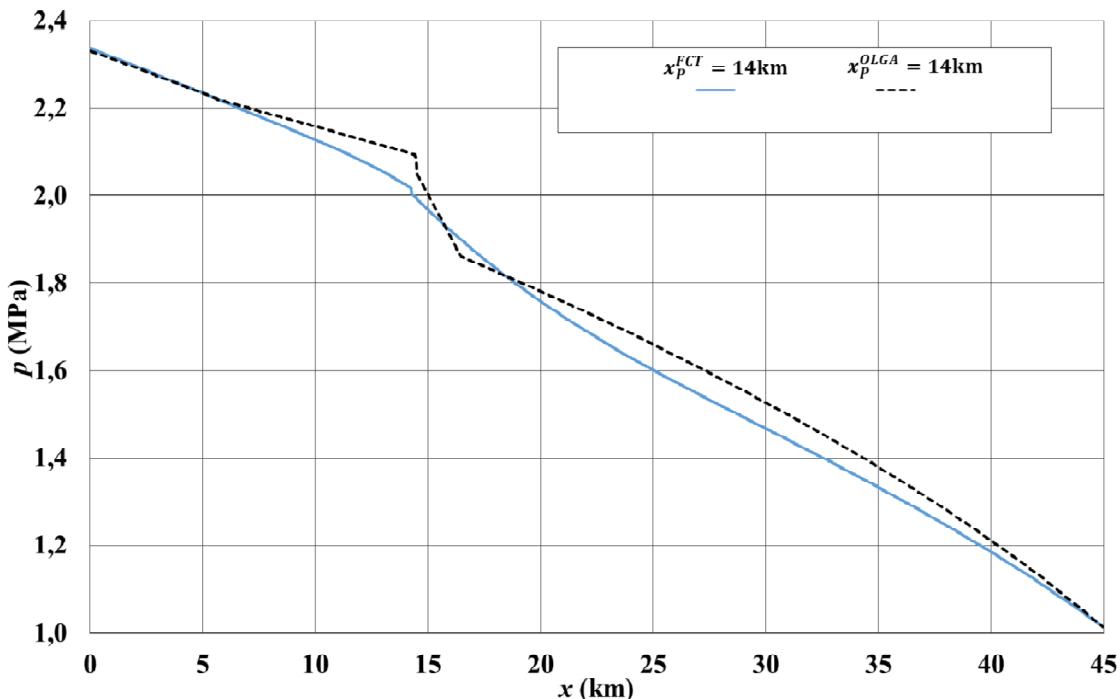


Figura 7.34. Comparativo entre as curvas de pressão para $x_p = 14 \text{ km}$.

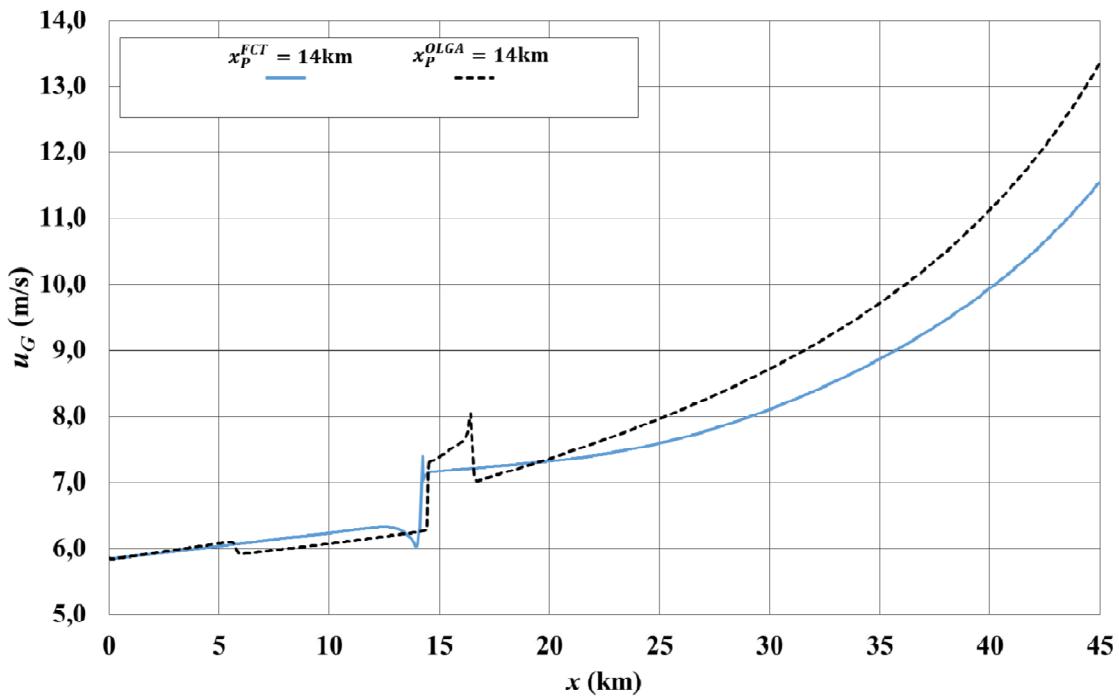


Figura 7.35. Comparativo entre as curvas de velocidade do gás para $x_p = 14$ km.

Na Figura 7.35 pode-se observar uma ótima concordância, tanto no comportamento geral da curva, quanto nos valores calculados. Algumas características como a queda da velocidade a montante do PIG e o valor máximo alcançado pelo gás jusante do PIG foram bastante próximos entre os modelos.

Já na Figura 7.36 e na Figura 7.37 pode-se observar as curvas de fração volumétrica e de velocidade de líquido. Algumas semelhanças e diferenças devem ser observadas ao comparar os resultados. A fração volumétrica de líquido de ambos os programas apresentou um valor máximo bastante semelhante, entretanto, ao contrário da curva obtida através do software OLGA, onde se observa uma “raspagem” do duto na região a montante do PIG, na curva obtida através da solução proposta neste trabalho nota-se a presença de líquido, indicando a ocorrência de *bypass* da região à direita para à região à esquerda do PIG. Este comportamento é mais uma vez evidente ao se observar a curva de velocidade de líquido.

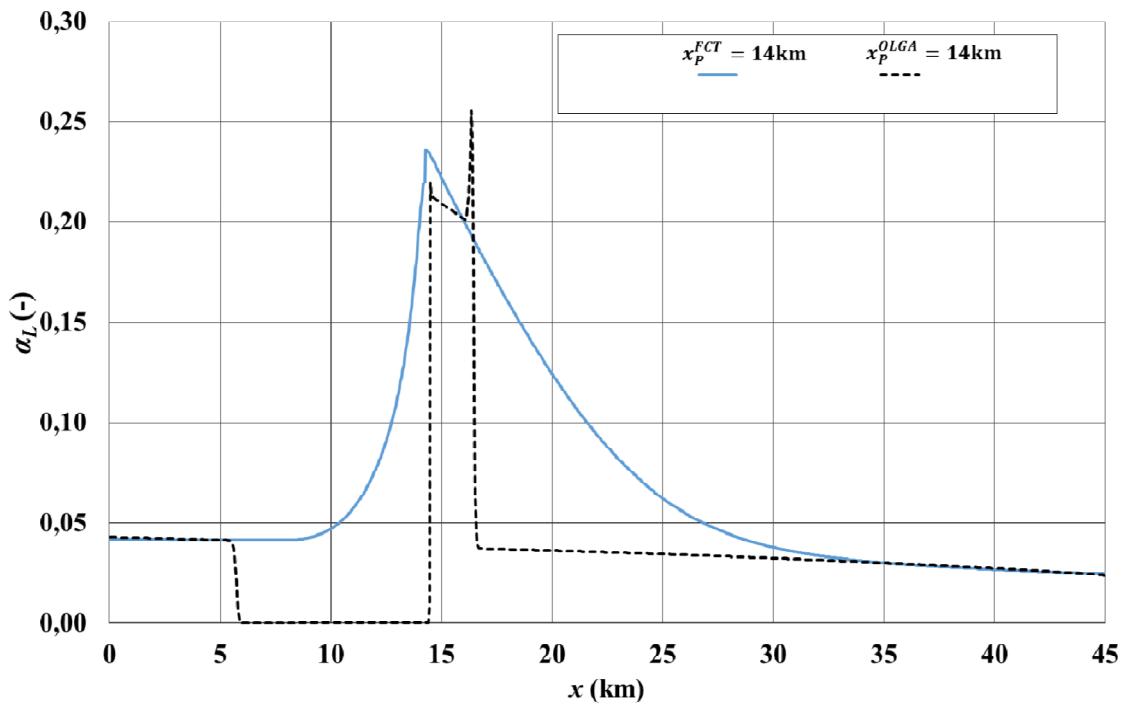


Figura 7.36. Comparativo entre as curvas de fração volumétrica de líquido para $x_p = 14$ km.

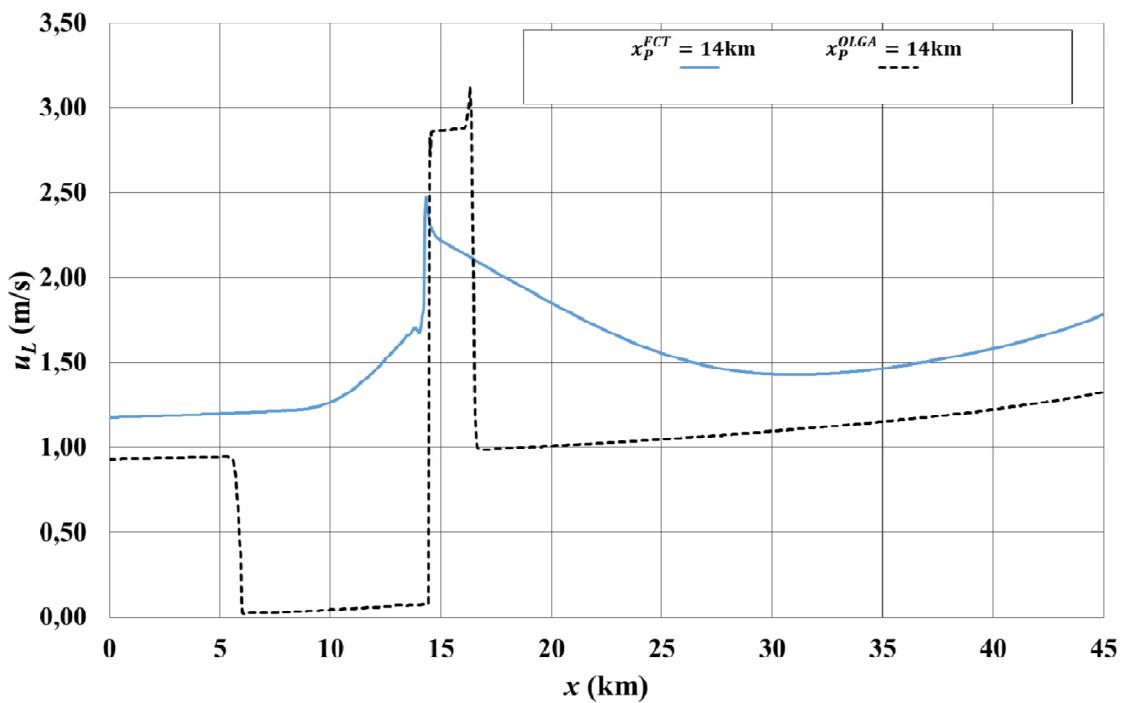


Figura 7.37. Comparativo entre as curvas de velocidade do líquido para $x_p = 14$ km.

Por fim, foi realizada a comparação entre as velocidades desenvolvidas pelo *PIG* ao longo do duto, apresentada na Figura 7.38.

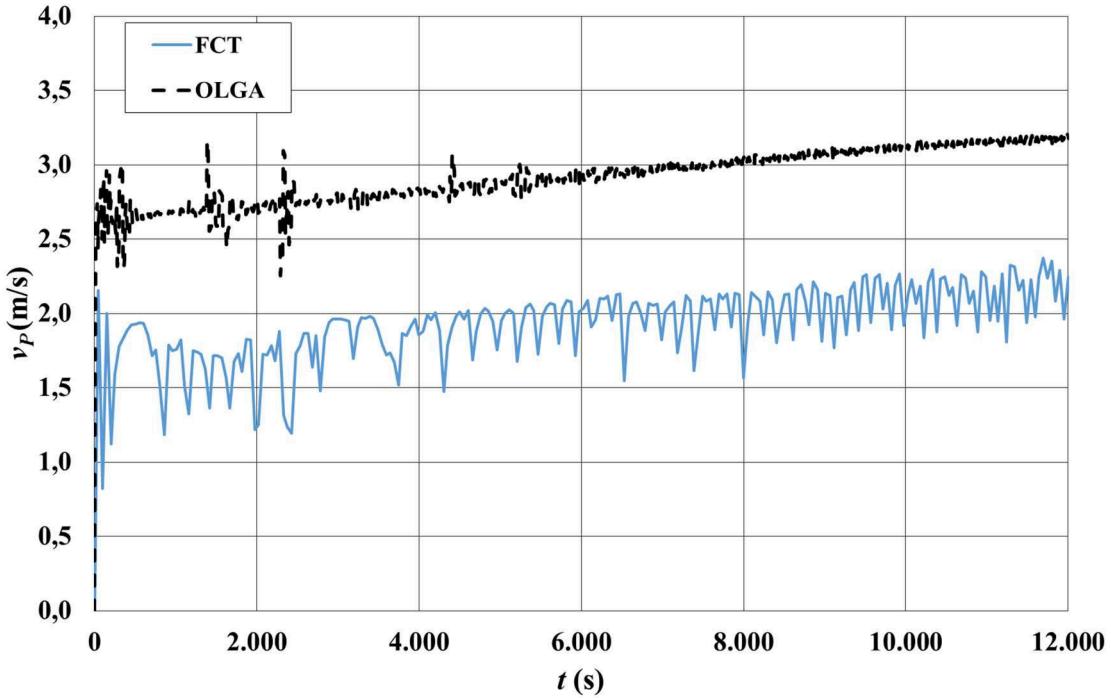


Figura 7.38. Comparativo entre as curvas do histórico de velocidade do *PIG* ao longo do tempo.

Conforme mencionado anteriormente, os métodos numéricos utilizados entre os dois programas e os modelos de movimentação do *PIG* são distintos. O reflexo desta diferença também pode ser observado na velocidade desenvolvida pelo *PIG*. Nota-se um comportamento semelhante em ambas as curvas, sofrendo um leve aumento à medida que evolui no tempo, apesar dos valores apresentados serem de magnitudes significativamente distintos. As oscilações observadas em ambas as curvas indicam uma perturbação de caráter numérico. Esta afirmação é justificada pois, nos resultados do programa proposto neste trabalho, observou-se pequenas variações em v_p a cada mudança de célula de discretização sofrida pelo *PIG*.

Apesar do esforço em se obter resultados coincidentes, não foi possível se estabelecer uma compatibilidade exata entre os programas, embora os resultados tenham sido muito próximos. Deve-se relembrar que o programa FORTRAN foi interrompido antes que o *PIG* alcançasse o final do duto, enquanto que no OLGA o deslocamento do *PIG* ocorreu ao longo de toda a tubulação.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo do desenvolvimento deste trabalho foram apresentados dois cenários distintos em relação à dinâmica de um *PIG* imerso em escoamentos monofásico e bifásico. O caso monofásico consistiu na primeira etapa da elaboração da estratégia de solução numérica proposta. Nela foram apresentadas as equações de balanço de escoamento monofásico de líquido e gás em dutos e o modelo de movimentação do *PIG*. Nesta fase foram realizados diversos ajustes na estratégia proposta para o acoplamento entre as equações e o *PIG* tivesse sucesso.

Em seguida foram apresentadas as equações de balanço do escoamento bifásico. O Modelo de Dois Fluidos foi utilizado, composto duas equações de conservação de massa e duas equações de conservação da quantidade de movimento, sendo uma para cada fase envolvida, e pressão única. O modelo de movimentação do *PIG* utilizado nas simulações sofreu simplificações para que a influência dos parâmetros envolvidos pudesse ser avaliada.

A solução do sistema de equações tanto o escoamento monofásico quanto o bifásico foi realizada através do método numérico FCT, de segunda ordem no espaço, acoplado a uma discretização de primeira ordem no tempo. Já para o modelo de movimentação do *PIG* foram utilizadas rotinas disponíveis na biblioteca de funções matemáticas IMSL. O código numérico do conjunto de soluções foi programado em linguagem FORTRAN.

8.1 CONCLUSÕES

A primeira etapa deste trabalho foi de fundamental importância para um melhor entendimento do conjunto de equações relacionando o escoamento do fluido e o modelo de movimentação do *PIG*. A abordagem simplificada do escoamento monofásico permitiu o desenvolvimento de uma estratégia de acoplamento entre *PIG* e fluido, resultando em excelentes comparações com o *software* OLGA. Os testes envolvendo o fechamento de válvulas evidenciou a robustez do método quando em circunstâncias de gradientes abruptos, enquanto que as comparações envolvendo furos no corpo do *PIG* resultaram na redução da velocidade desenvolvida, conforme esperado.

O modelo de movimentação do *PIG* proposto para o escoamento monofásico apresentou excelente comportamento, mas faz-se ainda necessária uma comparação com

dados experimentais. Dessa forma o grau de incerteza envolvendo as propriedades constitutivas do *PIG* seria reduzido. À medida que as simulações foram sendo feitas, notou-se uma enorme inter-relação entre todos os parâmetros envolvidos. O sistema de EDOA foi resolvido com auxílio da sub-rotina DAESL, presente na biblioteca de funções matemáticas IMSL (Versão 7.0).

Na segunda etapa deste trabalho foram realizadas as simulações envolvendo escoamento bifásico. A abordagem considerou que o escoamento a montante e a jusante do *PIG* tem padrão estratificado e que a simulação é iniciada com este escoamento já em regime permanente. À medida que o *PIG* se desloca ao longo do duto seria possível observar a formação da golfada na região a jusante, evidenciando um acúmulo de líquido.

O modelo de movimentação do *PIG* para escoamentos bifásicos proposto inicialmente consistia em um sistema de EDOA, assim como o modelo apresentado para escoamentos monofásicos. Entretanto sua resolução se mostrou ineficiente quando utilizada a sub-rotina DAESL devido às limitações impostas por ela. Então, como proposta de modelagem inicial, optou-se por realizar simplificações de maneira que o sistema de EDOA fosse substituído por um sistema de equações algébricas não lineares. Ao se observar os resultados gerados considerando esta simplificação pôde-se concluir que o impacto sobre a solução foi mínimo e que a caracterização da dinâmica do *PIG* foi satisfatória.

Por fim, para que fosse possível avaliar a qualidade dos resultados obtidos nas simulações envolvendo escoamentos monofásicos e bifásicos, foram realizadas três comparações com o *software* OLGA, sendo duas para escoamentos envolvendo apenas um fluido (ar e água) e uma para escoamento bifásico (óleo e gás). As comparações com os casos monofásicos apresentaram resultados de excelente concordância em todas as variáveis dependentes avaliadas, assegurando que a modelagem e a estratégia proposta foram adequadas. Já para o escoamento bifásico foram observadas algumas concordâncias e divergências. As diferenças mais importantes se deram no perfil de velocidade de líquido e da fração volumétrica de líquido, apesar de terem apresentado comportamentos semelhantes. Para a pressão e velocidade do gás, a concordância obtida foi muito boa, considerando-se as diferenças entre os modelos de escoamento bifásico, *PIG* e método numérico existentes. O fato dos modelos utilizados para modelagem do movimento do *PIG* e do método utilizado para resolução do escoamento serem distintos justifica a não concordância entre os resultados.

É válido ressaltar que a análise de hiperbolicidade ao longo de toda a simulação foi de extrema importância. Conforme mencionado na seção 7.2, a simulação com o *PIG* em meio bifásico foi interrompida antes que se atingisse o final do duto, uma vez que, até este instante todos os autovalores eram reais e ao serem avaliados nos contornos retornavam sempre três autovalores positivos (na entrada) e um negativo (na saída), mantendo assim a forma com que as condições de contorno eram prescritas. Este comportamento se alterou à medida que as condições de escoamento nas vizinhanças do *PIG* sofreram alterações significativas, como por exemplo o aumento da fração volumétrica de líquido.

8.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Apesar das simplificações empregadas no conjunto *PIG*/Escoamento para o caso bifásico, foram observados ótimos resultados sugerindo que, à medida que este modelo seja melhorado, as soluções geradas se tornem cada vez melhores. Logo, como primeira sugestão para trabalhos futuros, pretende-se considerar o modelo de movimentação do *PIG* completo.

O modelo matemático proposto para descrição do escoamento bifásico leva em consideração apenas o padrão estratificado. Logo, a formação da golfada devido ao movimento do *PIG* deve ser melhor avaliada e uma abordagem específica deve ser utilizada. A utilização de um modelo que preveja outros padrões de escoamento deverá ser considerada para ampliar a faixa de implementação do programa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ANDREUSSI, P., PERSEN, L.N., 1987, *Stratified Gas-Liquid Flow in Downwardly Inclined Pipes*”, *International Journal of Multiphase Flow*, v. 13, n. 4, pp. 565-575;
- ASCHER, U.M., PETZOLD, L.R., 1988, *Computer Methods for Ordinary Differential Equations and Differential-Algebraic Equations*, SIAM Classics Series;
- AZEVEDO, L. F. A., BRAGA, A.M.B, NIECKELE, A.O., NACCACHE, M, F, 1996, *Simple Hydrodynamic Models for the Prediction of PIG Motions in Pipelines*, Offshore Technology Conference, OTC 8232;
- BAPTISTA, R.M, 2007, “On the Estimation of Dual Phase Gas Pipeline Gas Leakage Flow Rate from the Leak Diameter”, In: *Proceedings of the Rio Pipeline Conference*, IBP-1238-07, Rio de Janeiro, RJ;
- BAPTISTA, Renan Martins, 2013, *Detecção de Vazamentos em Gasodutos com a Presença de Escoamento Bifásico, Baseada em Análise Estatística de Desbalanceamentos de Inventário*, Tese de D.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil;
- BAKER, O., *Gas-liquid flow in pipelines II*, Design Manual, AGM-API (1970);
- BENDIKSEN, K. M., MALNES, D., MOE, R., NULAND, S., 1991, “The Dynamic Two-Fluid Model OLGA: Theory and Application”, *SPE Production Engineering*, pp. 171-180, May;
- BONIZZI, M., ISSA, R. I., KEMPF, M. H. W., 2001, “Modelling of Gas Entrainment in Horizontal Slug Flow”, Proceedings of the ICMF 2001 Conference, USA.
- BORIS, J. P., BOOK, D. L., 1973, *Flux correct transport I - SHASTA - A fluid transport algorithm that works*, *Journal of Computational Physics*, Vol. 11, pp. 38-69;

BOOK, D.L., BORIS, J.P., HAIN, K., 1975, *Flux corrected transport II. -Generalizations of the method*, Journal of Computational Physics, Vol. 18, pp. 248-283;

BORIS, J.P., BOOK, D. L., 1976, *Solution of continuity equation by the method of flux-corrected transport*, Journal of Computational Physics, Vol. 129, pp. 85-129;

BOTROS, K. K., GOLSHAN, H., 2009, *Dynamics of PIG Motion in Gas Pipeline*, AGA – Operations Conference & Biennial Exhibition;

BRENAN, K.E., CAMPBELL, S.L., PETZOLD, L.R., 1966, *The Numerical Solution of Initial Value Problems in Differential-Algebraic Equations*, SIAM Classics Series;

BUENO, D. E. G., FIGUEIREDO, A. B., BAPTISTA, R. M, RACHID, F. B. F., BODSTEIN, G. C. R., 2012, *Featuring PIG Movement in Two-Phase Gas Pipelines*, 9th International Pipeline Conference, IPC2012-90187;

BUENO, D. E. G. P., 2013, *Modelagem Numérica do Escoamento Bifásico em Gasodutos com Padrão Estratificado*, Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil;

CAMPO, E. V., 1998, *Modelagem do Movimento de PIGS em Regime Transiente*, Dissertação de M.Sc. PGMEC/UFF, Niterói, RJ, Brasil;

ESMAEILZADEH, F., MOWLA, D., ASEMANI, M., SHIRAZ U., 2006, *Modeling of PIG Operations in Natural Gas and Liquid Pipeline*, SPE INTERNATIONAL, SPE 102049;

ESMAEILZADEH, F., MOWLA, D., ASEMANI, M., 2009, *Mathematical Modeling and Simulation of PIGging Operation in Gas and Liquid Pipelines*, Journal od Petroleum Science and Engineering 69 (2009) 100-106;

ESSAMA, Christian Omgbia, 2004, *Numerical Modelling of Transient Gas-Liquid Flows (Application to Stratified & Slug Flow Regimes)*, PhD Thesis, School of Engineering Applied Mathematics and Computing Group, Cranfield University, Bedford, United Kingdom;

FABRE J., LINE A., PERESSON L., 1989, *Two-Fluid/Two-Flow-Pattern Model for Transient Gas-Liquid Flow in Pipes*. 4th BHRA Multiphase Flow International Conference, Cranfield University, London, UK, pp. 269-289, June;

FIGUEIREDO, A, B, 2016, Localização de Vazamento em Gasodutos com Escoamento Bifásico de Padrão Estratificado, Tese de Ph.D. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil;

FLETCHER, C.A. J., 1988, Computational Techniques for Fluid Dynamics: Specific techniques for Flow Categories, Volume 2. Springer-Verlag;

GOMES, M. G. F. M., 1994. The analysis cup pigs by the finite element method. M.Sc. Thesis, Federal University of Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brazil;

HARTEN, A., 1983, High resolution schemes for hyperbolic conservation laws, *Journal of Computational Physics*, Vol. 49 (3), pp. 357 – 393;

HIRSCH, C., 1990, Numerical Computation of Internal and External Flows: Fundamentals of numerical discretization, Volume 2. John Wiley & Sons;

HOSSEINALIPOUR, S. M., KHALILI, A. Z., SALIMI, A., 2007 (1), *Numerical Simulation of PIG Motion Through Gas Pipelines*, 16th Australasian Fluid Mechanics Conference;

HOSSEINALIPOUR, S. M., KHALILI, A. Z., SALIMI, A., 2007 (2), *Transient Flow and PIGging Operation in Gas-Liquid Two Phase Pipelines*, 16th Australasian Fluid Mechanics Conference, pp. 976-979;

INTEL, INTEL ® Visual FORTRAN Compiler Professional Edition for Windows with IMSL, Version 10.1;

ISHII, M., MISHIMA, K., 1984, *Two-Fluid Model and Hydrodynamic Constitutive Relations*, Nuclear Engineering and Design, Vol. 82, pp. 107-126;

ISHII, M., HIBIKI, T., 2006, Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow, Frist Edition, New York, Springer Science;

JEFFREY, A., 1976, *Quasilinear Hyperbolic Systems and Waves*, London, Pitman Publishing;

LEZEAU, P., THOMPSON, C. P., 1998, *Numerical Simulation of Multi-Phase Flow: Speed, Error Control & Robustness*, Cranfield University Technical Report;

LIMA, P. C. R., YEUNG, H., 1999, *Modeling of PIGging Operations*, SPE INTERNATIONAL, SPE 56586;

MANUAL IMSL – Versão 7.0 (IMSL Fortran Numerical Library – User’s Guide Math Library – Version 7.0) – Visual Numerics;

MASELLA, J.M., TRAN, Q.H, FERRE, D., PAUCHON, C., 1998, “Transient simulation of two-phase flows in pipes”. *International Journal Multiphase Flow*, v. 24, pp. 739-755;

MELO, S. R., 2012, *Um Problema de Riemann Não Clássico para o Movimento de PIGS em Gasotudos Isotérmicos*, Dissertação de M.Sc. PGMEC/UFF, Niterói, RJ, Brasil;

MINAMI, K., SHOHAM, O., 1995, *PIGging Dynamics in Two-Phase Flow Pipelines: Experiment and Modeling*, SPE INTERNATIONAL;

MIRSHAMSI, M., RAFEEYAN, M., 2015, *Dynamic Analysis and Simulation of Long PIG in Gas Pipeline*, Journal of Natural Gas Science and Engineering;

MONTANNI, J. M., MAIA, A. Q., MOREIRA, L., 1992, “Avaliação de Matéria Prima para Confecção de Raspadores para Limpeza de Linhas de Produção de Petróleo – PIG” Comunicação Técnica CENPES-DIPOL-SEPOL – Tecnologia nº01/92, Petrobras-CENPES

MOODY, L.F., 1947, “An approximate Formula for Pipe friction factors”, *Transactions of ASME*, v. 69, pp.1005;

NIECKELE, A.O., BRAGA, A.M.B, AZEVEDO, L. F. A., 2001, *Transiente PIG Motion Through Gas and Liquid Pipelines*, *Journal Of Energy Resources Technology*, DOI: 10.1115/1.1413466;

NGUYEN, T., T., KIM, S., B., YOO, H., R., RHO, Y., W., 2001(1), *Dynamic Modeling and Its Analysis for PIG Flow Through Curved Section in Natural Gas Pipeline*, *Proceedings of 2001 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, Alberta, Canada;

NGUYEN, T., T., KIM, S., B., YOO, H., R., RHO, Y., W., 2001(2), *Modeling and Simulation for PIG With Bypass Flow Control in Natural Gas Pipeline*, *KSME International Journal*, Vol. 15 No 9;

O'DONOOGHUE, A.,F. *On the Steady Motion of Conventional Pipeline Pigs Using Incompressible Drive Media*, PhD Thesis, School of Mechanical Engineering, Cranfield University, Bedford, United Kingdom;

PATRICIO, R. A. C, SONDERMANN, C. N, FIGUEIREDO, A. B., BAPTISTA, R. M., RACHID, F. B. F., BODSTEIN, G. C. R., 2016(1), *Simulação Numérica de Escoamento Monofásico de Líquido em Dutos na Presença de PIG Utilizando o Método FCT (Flux-Corrected Transport)*, Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, CONEM, Fortaleza, CE;

PATRICIO, R. A. C, SONDERMANN, C. N, FIGUEIREDO, A. B., BAPTISTA, R. M., RACHID, F. B. F., BODSTEIN, G. C. R. 2016(2), *Numerical simulation of PIG motion in gas-flow pipelines using the Flux-Corrected Transport Method*, ENCIT, Brazilian Congress of Thermal Sciences and Engineering, Vitória, ES;

PETZOLD, L.R., 1982, *A Description of DASSL: A Differential-Algebraic System Solver*, In Proceeding of the IMACS World Congress, Montreal, Canada;

SCHLUMBERGER, OLGA – Simulador Dinâmico de Escoamento Multifásico (do inglês: Dynamic Multiphase Flow Simulator), Versão 2014.2 – As licenças foram fornecidas através de uma parceria entre a Schlumberger e a COPPE;

SONDERMANN, C. N, 2016, *Simulação de Escoamento Bifásico em Gasodutos Com Uma Equação da Energia Para a Mistura Utilizando O Método Numérico FCT*, Dissertação de M.Sc. COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil;

SONDERMANN, C. N., PATRICIO, R. A. C, FIGUEIREDO, A. B., BAPTISTA, R. M., RACHID, F. B. F., BODSTEIN, G. C. R., 2015, “*Hyperbolicity Analysis of a Two- Fluid Two-Phase Flow One-Dimensional Model for Stratified Pattern*”, Proceedings of the 2015 International Mechanical Engineering Congress & Exposition, Houston, Texas, USA, November;

STEWART, H. B., WENDROFF, B., 1984, “Two-phase flow: Models and Methods”, *Journal of Computational Physics*, v. 56, pp. 363-409;

SOD, G. A., 1985, “Numerical Methods in Fluid Dynamics: Initial and Boundary Value Problems”, Cambridge University Press;

TAITEL, Y., DUKLER, A. E., 1976, “A model for predicting flow regime transitions in horizontal and near-horizontal gas-liquid flow”. *AICHE Journal*, v. 22, n. 1, pp. 47-55, Jan;

Tan Tien NGUYEN, Sang Bong KIM, Hui Ryong YOO, Yong Woo RHO, 2001(1), *Modeling and simulation for PIG flow control in Natural Gas Pipeline*, KSME International Journal, v. 15, No. 8, pp. 1165-1173;

Tan Tien NGUYEN, Sang Bong KIM, Hui Ryong YOO, Yong Woo RHO, 2001(2), *Modeling and simulation for PIG with bypass flow control in Natural Gas Pipeline*, KSME International Journal, v. 15, No. 9, pp. 1302-1310;

TOLMASQUIN, S. T., NIECKELE, A. O., 2008, *Design and control of PIG operations through pipelines*, Journal of Petroleum Science and Engineering 62 (2008) 102-110;

TORO E. F., 1997, *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer;

TOUMI, I., 1996, "An Upwind Numerical Method for Two-Fluid Two-Phase Flow Models", Nuclear Science Engineering, v. 123, pp. 147-168.

TIRATSOO, J. N. H, 1992, *Pipeline Pigging Technology*, Second Edition, Gulf Professional Publishing;

XIAO, J. J., SHOHAM, O., 1991, "Evaluation of Interfacial Friction Factor Prediction Methods for Gas/Liquid Stratified Flow", *SPE 22765 66th Annual Technical Conference and Exhibition*, Dallas, Texas, U.S.A;

XIAO-XUAN XU, GONG, J, 2005, *Pigging simulation for horizontal gas-condensate pipelines with low-liquid loading*, Journal of Petroleum Science and Engineering, v. 48, pp. 272-280;

ZALESAK, S.T., 1979, "Fully Multidimensional Flux-Corrected Transport Algorithms for Fluids", *Journal of Computational Physics*, v.31, pp. 335-362;

ZIGRANG, D.J., SYLVESTER, N.D., 1985, "A Review of Explicit Friction Factor Equations", *Journal of Energy Resources Technology*, v. 107, pp. 280-283.

Apêndice A. Validação do Escoamento Monofásico de Líquido

Para a validação do escoamento monofásico de líquido foi utilizada a equação da energia, apresentada a seguir.

$$\frac{p_1}{\rho} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2} + gZ_1 \sin \beta = \frac{p_2}{\rho} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2} + gZ_2 \sin \beta + h_f, \quad (\text{A.1})$$

onde p_k , V_k , Z_k representam a pressão, velocidade do fluido e a cota respectivamente, com $k=[1,2]$ sendo 1 para a entrada do duto e 2 para a saída. As variáveis g e β são a aceleração gravitacional local e a inclinação do duto com a horizontal. O parâmetro α_k identifica o regime de escoamento de maneira que $\alpha_k = 1$, regime de escoamento laminar e, $\alpha_k = 2$, regime de escoamento turbulento. E, por fim, h_f representa a perda de carga ao longo do comprimento da tubulação, obtida da seguinte forma:

$$h_f = f \left(\frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2}, \quad (\text{A.2})$$

onde f , L e D representam, respectivamente o fator de atrito do fluido com a parede interna do duto, o comprimento total e diâmetro da tubulação.

Para cálculo do fator de atrito, foi utilizada a seguinte expressão:

$$f = \max \left\{ \frac{16}{Re}; 0,001375 \left[1 + \left[2 \times 10^4 \left(\frac{\varepsilon}{D} \right) + \frac{10^6}{Re} \right]^{1/3} \right] \right\}, \quad (\text{A.3})$$

onde Re é o número de Reynolds do escoamento e ε é a rugosidade superficial do duto. Pode-se observar a possibilidade de f assumir dois valores distintos na Eq.(A.3). Ao se considerar apenas o valor máximo entre os dois calculados restringe-se para escoamentos laminares, se considerada a primeira expressão e escoamentos turbulentos quando considerada a segunda equação.

A simulação utilizando o FCT foi realizada partindo o escoamento do regime transiente até que fosse alcançado o regime permanente. Foi considerado um duto de comprimento $L = 5$ km, horizontal, com diâmetro $D = 0,3032$ m e rugosidade superficial média da superfície interna do duto de $\varepsilon = 4,572 \times 10^{-5}$ m. O fluido utilizado foi a água a 20°C , massa específica $\rho = 998$ kg/m³ e viscosidade dinâmica $\mu = 1,0 \times 10^{-3}$ Pa·s, escoando com velocidade de 2 m/s imposta na entrada do duto e 40×10^5 Pa de pressão imposta na saída. Os resultados obtidos através do FCT e a equação da energia são apresentadas na Tabela A.1 a seguir.

Tabela A.1. Variação da pressão ao longo do duto entre a entrada e saída do duto.

	Erro Relativo
Solução Analítica	
$\Delta p = 0,485$ MPa	-
FCT	
$\Delta p = 0,484$ MPa	0,206 %

Observa-se uma excelente concordância entre os resultados obtidos evidenciando assim a eficácia do método FCT para simulação de escoamentos em tubulações.