# Fenômenos de Transferência – FEN/MECAN/UERJ

Prof° Gustavo Rabello – 2° período 2014 – lista de exercícios – 06/11/2014

## Conservação de Quantidade de Movimento

1. A componente de velocidade $v_y$ de um escoamento bi-dimensional, estacionário e incompressível, de um fluido newtoniano é dada por $v_y = e^{-2y} \cos x$. Determinar a componente $v_x$ da velocidade e o gradiente de pressões, desprezando-se a força gravitacional.

2. O campo de velocidades incompressível de um escoamento de água é dado por $\mathbf{v} = (Ax + By)\mathbf{i} - Ay\ \mathbf{j}$, onde $A = 1\,s^{-1}$ e $B = 2\,s^{-1}$ e as coordenadas são medidas em metros. Determinar a magnitude e o sentido da aceleração de uma partícula no ponto $(x, y) = (1, 2)$ e o gradiente de pressão no mesmo ponto. Massa específica da água: $\rho = 993\,kg/m^3$. Viscosidade dinâmica da água: $\mu = 1,0 \times 10^{-3} Ns/m^{-2}$.

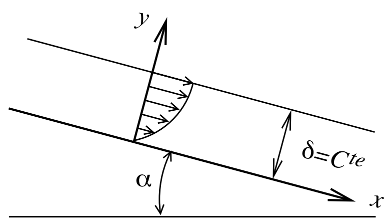
3. O campo de velocidades dado por:

$$v_r = 10\left(1 + \frac{1}{r^2}\right)\operatorname{sen}\theta \qquad v_\theta = 10\left(1 - \frac{1}{r^2}\right)\cos\theta \qquad v_z = 0$$

   representa um possível escoamento incompressível? Em caso afirmativo determine o gradiente de pressão desprezando efeitos viscosos e gravitacionais.

4. A componente radial de um escoamento incompressível é dada, no plano $(r, \theta)$ por $v_r = -A\cos(\theta/r^2)$. Determinar uma solução possível para a componente $v_\theta$, o gradiente de pressões e calcular o **rot v**.

5. Calcular a vazão e os fluxos de quantidade de movimento e de energia cinética por unidade de comprimento na direção $z$, de uma lâmina de fluido com espessura $\delta$, que escoa sobre uma placa plana conforme figura ao lado. A massa específica do fluido é $\rho$. O campo de velocidades é dado por:




$$\mathbf{v} = \frac{g\operatorname{sen}\alpha}{\nu}\left(y\delta - \frac{y^2}{2}\right)\mathbf{i}$$

   Calcular o perfil de velocidades se a viscosidade do fluido variar ao longo da direção $y$ segundo a lei $\mu = \mu_0\,(1 + y/\delta)$.

6. O número de Reynolds crítico para a transição laminar-turbulento em tubos é $Ud/\nu = 2000$. Qual é o valor crítico da velocidade $U$ em tubos de diâmetro $d = 6\,cm$ e $d = 60\,cm$ para:

| | T (K) | $\mu\,(Ns/m^2)$ | $\rho\,(kg/m^3)$ |
|---|---|---|---|
| água | 300 | $855 \times 10^{-6}$ | 1017 |
| Ar | 300 | $18,46 \times 10^{-6}$ | 0,861 |
| óleo lubrificante | 350 | $3,56 \times 10^{-2}$ | 853,9 |
| Etilenoglicol | 350 | $0,342 \times 10^{-2}$ | 1079 |

7. Um bombeiro reduz a área de saída do bocal de uma mangueira de incêndio, de modo que a velocidade dentro da mangueira seja muito pequena quando comparada com a da saída. Qual é a altura máxima que a água pode atingir se a pressão dentro da mangueira for de $700\,kPa$? Massa específica da água: $\rho = 1016\,kg/m^3$; Pressão atmosférica: $P_{atm} = 101,3\,kPa$.

8. Uma tubulação é utilizada para elevar água ($\rho = 1013\,kg/m^3$) entre dois pontos. A diferença de nível (altura) entre os dois pontos é de $5,0\,m$. A curva característica da bomba e a curva da perda de carga da tubulação por efeito viscoso são dadas pela tabela abaixo. Pede-se determinar:

    - A vazão de operação do sistema de bombeamento;
    - A potência de bombeamento requerida, no ponto de operação do sistema.

| $Q_{vol}$ ($m^3/s$) | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5,0 | 5,5 | 6,0 | 6,5 | 7,0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta H_B$ ($m$) | 13,0 | 12,5 | 11,9 | 11,4 | 10,8 | 10,3 | 9,50 | 8,65 | 7,80 | 6,90 | 5,70 |
| $\Delta H_T$ ($m$) | 5,93 | 6,45 | 7,08 | 7,83 | 8,70 | 9,69 | 10,8 | 12,0 | 13,3 | 14,8 | 16,3 |

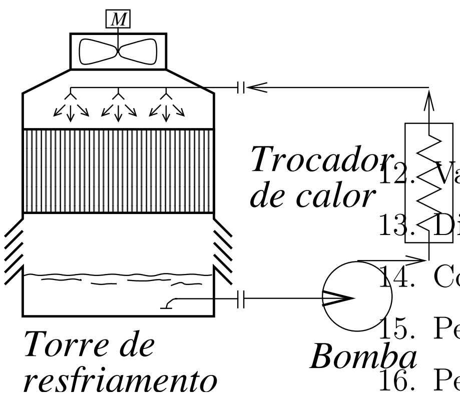
    onde:

    - $Q_{vol}$: Vazão volumétrica da bomba ou da tubulação;
    - $\Delta H_B$: Altura manométrica da bomba;
    - $\Delta H_T$: Perda de carga da tubulação por efeito viscoso.

9. Água a $20°C$ ($\rho = 1000\,kg/m^3$ e $\mu = 1 \times 10^{-3} Ns/m^2$) escoa em um canal de concreto, com largura $a = 0,3\,m$ e profundidade $b = 0,2\,m$. Se a velocidade do escoamento for de $0,1\,m/s$ qual deve ser a inclinação do canal? Assumir $f = 0,027$.

10. Água a $20°C$ ($\rho = 1000\,kg/m^3, \mu = 1,0 \times 10^{-3} NS/m^2$) corre por efeito gravitacional em um tubo de $1\,mm$ de diâmetro. Calcule a vazão supondo que o escoamento seja laminar e a pressão, constante ao longo do tubo. É razoável supor que o escoamento seja laminar?

11. Calcular a altura manométrica total e a potência da bomba de um sistema de água de resfriamento conforme fluxograma abaixo.




12. Vazão do sistema: $240\,m^3/h$;
13. Diâmetro da tubulação: $\phi = 150\,mm$;
14. Comprimento da tubulação: $200\,m$;
15. Perda de carga na torre: $\Delta H = 6\,m$;
16. Perda de carga no trocador (em $m$): $\Delta H = 15\,(v^2/2g)$, onde $v$ é velocidade do escoamento através dos tubos do trocador (diâmetro dos tubos: $\phi_T = 125\,mm$);

17. Água escoa verticalmente para baixo saindo de uma torneira cujo diâmetro de saída é $D$. Determinar o perfil do filete d'água em função da altura, $D = D(z)$, considerando $z = 0$ na saída da torneira e sabendo que a velocidade nesse ponto é $V_s$. Considerar que a aceleração da gravidade tem módulo $g$ e que o escoamento se faz em regime laminar. Utilizar a equação da continuidade para obter uma relação entre a velocidade e o diâmetro ao longo do filete para complementar a equação de Bernoulli e desprezar os efeitos viscosos (perdas).

18. Ar quente ($\rho_q = 1,08\,kg/m^3$) escoa por uma chaminé vertical de seção quadrada com lado $b = 0,20\,m$ e altura $h = 3,0\,m$. Determine a velocidade e a vazão em massa pela chaminé sabendo que a massa específica do ar exterior é $\rho_f = 1,2\,kg/m^3$. Considere $K = 1,0$ na entrada, $K = 0,3$ na saída e $f = 0,003$ no trecho reto da chaminé.

19. As equações da continuidade e de Navier-Stokes para o escoamento bi-dimensional de um fluido incompressível são:

$$\begin{aligned} \mathbf{div}\,\mathbf{v} &= 0 \\ \frac{D\mathbf{v}}{Dt} &= -\frac{1}{\rho}\,\mathbf{grad}\,p + \nu\,\nabla^2\mathbf{v} + \mathbf{g} \end{aligned}$$

onde $\mathbf{v} = v_x\mathbf{i} + v_y\mathbf{j}$. Mostrar que este sistema pode ser reduzido à forma:

$$\frac{D\boldsymbol{\omega}}{Dt} = \nu\nabla^2\boldsymbol{\omega} \qquad\qquad \boldsymbol{\omega} = \mathbf{rot}\,\mathbf{v} = \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y}\right)\mathbf{k}$$

Sugestão: Derivar a equação de $v_y$ em relação a $x$, a de $v_x$ em relação a $y$, subtrair uma da outra, utilizar a equação da continuidade e a definição de $\mathbf{rot}\,\mathbf{v}$.

20. Escrever as equações de Euler (sem viscosidade) e de Navier-Stokes (viscosidade cinemática constante) sem a pressão, utilizando a notação tensorial cartesiana; Nos casos em que a viscosidade cinemática não é constante a Conservação de Quantidade de Movimento angular em sua forma diferencial toma a forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\,\mathbf{rot}\,\mathbf{v}) = \,\mathbf{rot}\,(\mathbf{v}\times\,\mathbf{rot}\,\mathbf{v}) + \,\mathbf{rot}\,\left[\mathbf{div}\,\nu\left(\mathbf{grad}\,\mathbf{v} + \mathbf{grad}^{\,T}\mathbf{v}\right)\right].$$

Reescrever essa equação na forma tensorial cartesiana.

21. **HIDROESTÁTICA**: fazer exercícios passados em sala de aula.

# Conservação de Energia

1. Mostrar que a função dissipação de um fluido newtoniano incompressível é dada por:

$$\tau : \mathbf{grad}\,\mathbf{v} = \mu\left\{2\left[\left(\frac{\partial v_x}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_z}{\partial z}\right)^2\right] + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}\right)^2\right\}$$

2. Mostrar que:

$$\frac{D}{Dt}\left(\frac{v^2}{2}\right) = -\frac{1}{\rho}v_i\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{\rho}\frac{\partial v_i\tau_{ij}}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho}\tau_{ij}\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + v_i g_i.$$

3. O campo bi-dimensional, estacionário e incompressível de um fluido newtoniano é tal que $v_x = Ax^2y^2$. Determinar a taxa de variação com o tempo, da energia cinética de uma partícula que se move nesse campo.

4. Um fluido newtoniano incompressível, escoa em regime permanente, em um campo bi-dimensional de velocidades, $(v_x, v_y)$. A componente $v_x$ é dada por $v_x = Ax^2y^2$, onde $A$ é uma constante. Pede-se determinar a forma mais simples da componente $v_y$ deste escoamento e a função dissipação.

5. O campo bi-dimensional, estacionário e incompressível de um fluido newtoniano, no qual ocorre uma reação química que libera calor, é tal que $v_x = Axy$ e $T = T_0(1 - e^{-xy/L^2})$, onde $L$ é uma constante, $0 \leq x \leq L$ e $0 \leq y \leq L$. Determinar:

   (a) A forma mais simples da componente $v_y$ da velocidade;

   (b) A Função Dissipação;

   (c) A taxa de variação da temperatura com o tempo, de uma partícula que se move com a velocidade do campo;

   (d) A taxa de produção de calor por unidade de volume, $\dot{Q}$.

6. A componente $v_x$ do campo de velocidades bi-dimensional de um fluido incompressível, sem fontes de calor, é dada, em um certo instante de tempo, por $v_x = x\,\mathrm{sen}\,y$. O campo de temperaturas é dado, nesse mesmo instante, por $T = T_0 \mathrm{sen}\,x\cos y$. Pede-se:

   (a) A forma mais simples da componente $v_y$ do campo de velocidades nesse instante;

   (b) A função dissipação nesse instante;

   (c) O valor de $\partial T/\partial t$ nesse instante.

7. Definir o potencial gravitacional $\phi$, tal que a força gravitacional por unidade de massa, $F_i$, que se origina desse potencial e age sobre uma partícula do meio contínuo, seja da forma $F_i = \partial\phi/\partial x_i$. Definir também a energia total por unidade de massa $e_t$, de um meio contínuo por:

$$e_t \equiv e + \frac{1}{2}v^2 + \phi.$$

   Mostrar que a equação da energia interna pode ser escrita na forma:

$$\frac{\partial \rho e_t}{\partial t} + \frac{\partial \rho v_i e_t}{\partial x_j} \equiv -\frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i\sigma_{ij}}{\partial x_j}.$$

8. Mostrar que a equação da entropia pode ser escrita na forma:

$$\rho\frac{Ds}{Dt} \equiv -\frac{\partial}{\partial x_i}\left(\frac{q_i}{T}\right) - \frac{1}{T^2}q_i\frac{\partial T}{\partial x_i} + \tau_{ij}\frac{\partial v_i}{\partial x_j}.$$

O primeiro termo do membro direito da equação acima representa a variação reversível de entropia de uma partícula do meio devido a transferência de calor. O sinal desse termo muda segundo o sentido do fluxo de calor. A segunda e a terceira parcelas representam acréscimos irreversíveis de entropia da partícula em virtude de efeitos de transferência de calor e viscosos. Essa análise não inclui efeitos irreversíveis de difusão e mistura. A equação mostra que o escoamento de um fluido de composição uniforme, sem efeitos viscosos e sem transferência de calor é isoentrópico.