Modelagem de Transporte de Partículas em Canal em Regime Laminar e Turbulento

Apresentação: Apoena Calil
Gabriel Meletti

Local: PPG-EM UERJ - Rua Fonseca Teles 121, Rio de Janeiro - RJ
Horário: 16 horas
Data: 13 de março de 2015 (sexta-feira)

ESBOÇO

1. Escoamento Laminar
2. Escoamento Turbulento
3. Escoamento Multifásico
4. Escoamento Multifásico com Partículas
5. Problema Proposto
6. Resultados

1. Escoamento Laminar

1.1) Regime Laminar Permanente

Considerando o escoamento em coordenadas polares nesse caso usando os eixos x e y, obtemos as equações de Navier – Stokes para estas componentes para um escoamento incompressível com viscosidade constante , ou seja, um escoamento isotérmico, e sem forças de corpo.

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \vartheta\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial xy^2}\right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \vartheta\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial xy^2}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

Para o escoamento estar em regime permanente temos que:

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial u}{\partial t} = 0$$

1. Escoamento Laminar

Supondo também que o escoamento esteja completamente desenvolvido,obtemos :

$$\frac{\partial u}{\partial x} = 0 \qquad \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

A partir das formulações anteriores e da condição de contorno de não deslizamento, v = 0, em todo o escoamento, reescrevemos a equação de Navier – Stokes:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} &= 0 \\ -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} &= 0 \end{aligned}$$

Para que a derivada de pressão parcial em relação a componente y seja nula, tem-se que p = p(x), ou seja, a pressão não depende da coordenada y. Com isso, conclui-se que o escoamento é incompressível, desenvolvido e estacionário, em um canal onde as componentes na direção z não são consideradas, obtendo o seguinte resultado:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

1. Escoamento Laminar

A equação anterior do gradiente de pressão é uma Equação Diferencial Parcial de segunda ordem, em que a solução é o perfil de velocidade laminar do escoamento, dada por:

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}y^2 + C_1 y + C_2$$

com:

$$\begin{aligned} C_1 &= \frac{u(L) - u(0)}{L} - \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}L \\ C_2 &= u(0) \end{aligned}$$

onde L é a largura do canal. Usando as seguintes condições de contorno: u(0) = u(L) = 0, obtemos:

$$u(y) = \frac{1}{2\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\left(y^2 - Ly\right)$$

1. Escoamento Laminar

1.2) Regime Laminar Transiente

Considerando as mesmas hipóteses, ou seja o mesmo escoamento, representa-se por:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$$

Observa-se que agora a equação depende da densidade do fluido, ρ. No regime transiente, o perfil de velocidade será variado com o tempo, além da pressão agora variar com as componentes da posição x e do tempo t, ou seja, p = p(x,t). Para calcularmos nesse caso o perfil de velocidade do escoamento é necessário usar o método de discretização.

1.2.1) Discretização

O método de discretização utilizado para se obter o perfil de velocidade aplicado na equação acima é o de diferenças finitas centradas, que é calculado da seguinte forma:

Para cada nó **i** da malha se tem um passo de tempo Δt, e a distancia entre cada nó será igual a Δy, a partir desta ideia obtemos a expressão:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \alpha\frac{\nu_{i+1/2}(u_{i+1}^{n+1} - u_i^{n+1}) - \nu_{i-1/2}(u_i^{n+1} - u_{i-1}^{n+1})}{\Delta y^2} +$$

$$+ (1-\alpha)\frac{\nu_{i+1/2}(u_{i+1}^{n} - u_i^{n}) - \nu_{i-1/2}(u_i^{n} - u_{i-1}^{n})}{\Delta y^2}$$

onde,

$$\nu_{i+1/2} = (\nu_i + \nu_{i+1})/2$$

$$\nu_{i+1/2} = (\nu_i + \nu_{i+1})/2$$

2. Escoamento Turbulento

Um escoamento se torna turbulento para números de Reynolds acima de um determinado limite, isso porque Reynolds observou através de experimentos os regimes pelos quais um escoamento deve passar e quais influenciavam na transição, essa instabilidade torna o escoamento hidrodinamicamente desenvolvido e transitando do regime laminar para o turbulento.

A partir dessas premissas, as Equações de Navier- Stokes foram modificadas para atender a esse tipo de escoamento, tornado-se então a equação de RANS – Reynolds/ Averaged/ Navier – Stokes. Para os escoamentos incompressíveis, em coordenadas cartesianas, temos:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} + w\frac{\partial u}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}\overline{\tilde{u}\tilde{u}} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{\tilde{u}\tilde{v}} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{\tilde{u}\tilde{w}}\right) \\
\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} + w\frac{\partial v}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \nu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}\overline{\tilde{v}\tilde{u}} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{\tilde{v}\tilde{v}} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{\tilde{v}\tilde{w}}\right) \\
\frac{\partial w}{\partial t} + u\frac{\partial w}{\partial x} + v\frac{\partial w}{\partial y} + w\frac{\partial w}{\partial z} &= -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}\right) - \left(\frac{\partial}{\partial x}\overline{\tilde{w}\tilde{u}} + \frac{\partial}{\partial y}\overline{\tilde{w}\tilde{v}} + \frac{\partial}{\partial z}\overline{\tilde{w}\tilde{w}}\right)
\end{aligned}
$$

De forma generalizada é expressa por:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v}\cdot\nabla\mathbf{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla \mathrm{p} + \nu\nabla^2\mathbf{v} - \nabla\cdot\overline{\tilde{\mathbf{v}}\otimes\tilde{\mathbf{v}}}$$

2. Escoamento Turbulento

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla \mathrm{p} + \nu \nabla^2 \mathbf{v} - \nabla \cdot \overline{\tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}}}$$

Observando a equação na sua forma generalizada , os termos não lineares de flutuação podem ser interpretados como o tensor tensão turbulento, expresso por: $\tau_t = -\rho \overline{\tilde{\mathbf{v}} \otimes \tilde{\mathbf{v}}}$

Com isso, podemos reescrever a equação de RANS generalizada:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \mathbf{v} = -\frac{1}{\rho} \nabla \mathrm{p} + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot (\mu \nabla \mathbf{v} + \tau_t)$$

onde: $\tau_t = \mu_t \nabla \mathbf{v}$

é a viscosidade turbulenta, dessa forma ao introduzirmos o conceito de viscosidade turbulenta a equação de RANS, final pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\nu_m + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial y} \right]$$

2. Escoamento Turbulento

2.1) Discretização

A forma de discretização para encontrarmos o perfil de velocidade a ser implementado, será a mesma do escoamento laminar transiente, método de diferenças centradas deslocadas.

$$\frac{u_i^{n+1}-u_i^n}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} \quad + \quad \alpha\frac{\nu_{i+1/2}(u_{i+1}^{n+1}-u_i^{n+1})-\nu_{i-1/2}(u_i^{n+1}-u_{i-1}^{n+1})}{\Delta y^2} + $$

$$+ \quad (1-\alpha)\frac{\nu_{i+1/2}(u_{i+1}^{n}-u_i^{n})-\nu_{i-1/2}(u_i^{n}-u_{i-1}^{n})}{\Delta y^2}$$

Onde:

$$\nu_{i+1/2} = (\nu_i + \nu_{i+1})/2$$

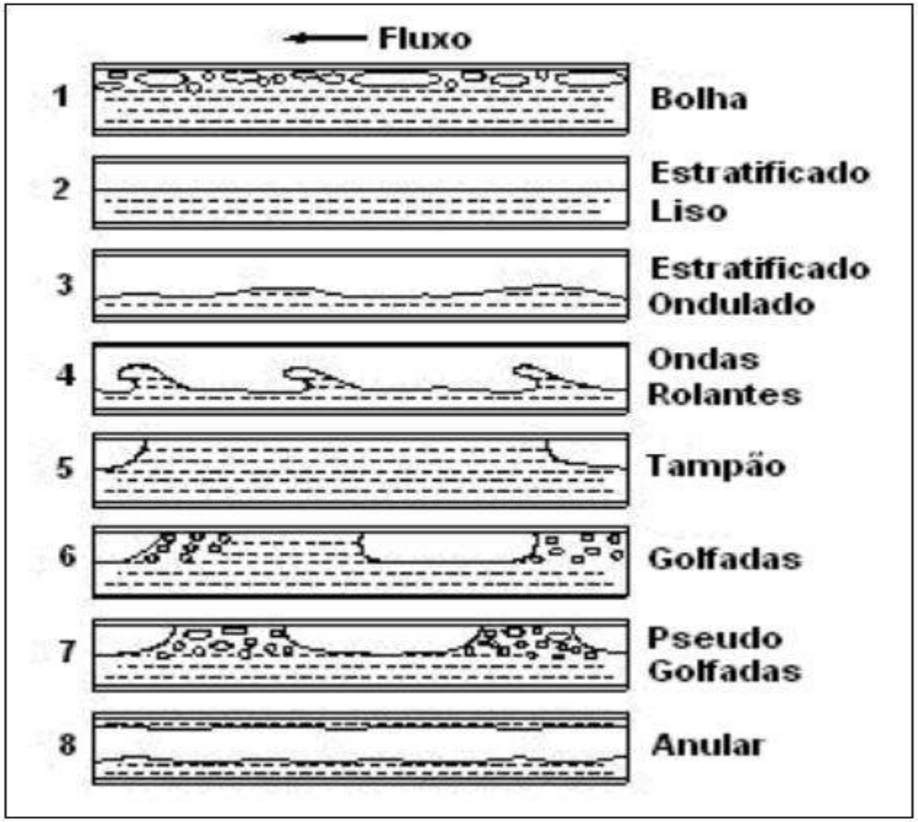
$$\nu_{i+1/2} = (\nu_i + \nu_{i+1})/2$$

Porém com: $\nu = \nu_m + \nu_t$

3. Escoamento Multifásico

Tradicionalmente quando nos referimos ao escoamento de óleo, água e gás, chamado de fluxo multifásico, porém na verdade trata-se de um escoamento bifásico, onde uma das fases é gasosa e a outra líquida. O fluxo bifásico pode ocorrer em trechos verticais ou horizontais.

3.1) Escoamento Horizontal



3. Escoamento Multifásico

3.2) Escoamento Vertical