CURSO DE PYTHON
PARA ENGENHARIA MECÂNICA

PYTHON PARA ENGENHARIA MECÂNICA

Preparado por: Prof. Gustavo Anjos
19 de Maio de 2017

Resumo. Este texto de nível introdutório tem como objetivo familiarizar o aluno de graduação na criação de ferramentas e solução de problemas em engenharia mecânica com a utlização de uma moderna linguagem de computador - Python. Este texto não se restringe a futuros engenheiros mecânicos, mas também pode ser usado por alunos que desejam obter um conhecimento inicial de solução de problemas diferenciais e como introdução à construção de códigos numéricos mais elaborados.

Conteúdo

1 Introdução 1

2 Movimento Horizontal de um Carrinho 1

3 Velocidade terminal de uma gota 2

4 Lançamento de projétil 3

5 Sistema massa-mola 3

6 Sistema massa-mola dissipativo 4

7 Sistema massa-mola vertical 5

8 Geração de malha 1D 5

9 Solução de problema térmico permanente 1D 6

10 Solução de problema térmico permanente com geração de calor 1D 6

11 Solução de problema térmico transiente 1D 7

12 Solução de equação de transporte 7

1 Introdução

Introdução sobre a importânica da linguagem Python na Engenharia Mecânica.

Solução de problemas diferenciais.

Importância da validação do código.

Curso baseado nos livros Mecânica...

Controle de versões (git)

Editor de texto (vim)

2 Movimento Horizontal de um Carrinho

Neste exemplo deseja-se calcular como a força de atrito linear $F = -bv$ atua em uma partícula com massa m a fim de desacelerá-la até sua completa parada na direcao x.

A solucao analítica da equacao:

$$m * \frac{dv}{dt} = -b * v \tag{1}$$

$$v(t) = v0 * exp(-b * t/m) \tag{2}$$

$$x(t) = \int_0^t v(t)dt = x_i nf * (1 - exp(-b * t/m)) \tag{3}$$

onde $x_i nf = v0 * m/b$

Dados da simulação:

- $m = 1.0$ massa da particula
- $b = 0.1$ coeficiente
- $dt = 0.1$ passo de tempo

Condições iniciais:

- $time = 0.0$ tempo inicial
- $v_0 = 10.0$ velocidade inicial
- $x = 0.0$ posição inicial

3 Velocidade terminal de uma gota

Neste problema deseja-se calcular como a força de atrito linear $F = -bv$ atua em uma partícula com massa m sob uma força de gravidade $F = mg$ a fim de desacelerá-la até o equilíbrio de forças, onde a aceleração seja igual a 0 na direcao y.

A solução analítica da equação:

$$m * \frac{dv}{dt} = b * abs(v) - m * g \tag{4}$$

$$v(t) = v0 * exp(-b * t/m) + v_l im * (1 - exp(-b * t/m)) \tag{5}$$

$$x(t) = \int_0^t v(t)dt \tag{6}$$

Dados da simulação:

- $D = 1.5e - 06$ $[m]$ diâmetro da gota óleo
- $\#D = 0.2e - 03$ $[m]$ diâmetro da gota de neblina
- $rho = 840$ $[kg/m^3]$ densidade do líquido
- $g = 9.81$ $[m/s^2]$ aceleração da gravidade
- $V = np.pi * D * D * D/6.0$ $[m^3]$ volume da gota
- $m = rho * V$ $[kg]$ massa da partícula
- $beta = 1.6e - 04$ $[kg/ms]$ viscosidade dinâmica do ar
- $b = beta * D$ $[kg/s]$ coeficiente de atrito linear
- $dt = 0.0000001$ $[s]$ passo de tempo

4 Lançamento de projétil

Neste exemplo deseja-se calcular como a forca de atrito linear $F = bv$, ou a forca de atrito quadratica $F = cv^2$ ou ausencia de forcas de atrito atuam em uma particula com massa m sob uma forca de gravidade $F = mg$

A equacao vetorial (em X e Y) toma a seguinte forma:

$$m\frac{dv}{dt} = F_{drag} + F_g \tag{7}$$

$$m\frac{dv_x}{dt} = Fx_{drag} \tag{8}$$

$$m\frac{dv_y}{dt} = Fy_{drag} + Fy_g \tag{9}$$

Dados da simulação;

- $\#D = 1.5e - 06$ $[m]$ diâmetro do projétil
- $D = 7.0e - 02$ $[m]$ diâmetro da gota de neblina
- $g = 9.81$ $[m/s^2]$ aceleração da gravidade
- $V = \pi * D * D * D/6.0$ $[m^3]$ volume da gota
- $m = 0.15$ $[kg]$ massa da partícula
- $\beta = 0.25$ $[kg/ms]$ viscosidade dinâmica do ar
- $b = \beta * D$ $[kg/s]$ coeficiente de atrito linear
- $\gamma = 0.25$ $[Ns^2/m^4]$
- $c = gamma * D * D$ coeficiente de atrito linear
- $dt = 0.01$ $[s]$ passo de tempo

Condições iniciais

- $time = 0.0$ [s] tempo
- $x = 0.0$ [m] posição
- $y = 0.0$ [m] posição
- $vx = 19.3$ [m/s] velocidade
- $vy = 23.0$ [m/s] velocidade

5 Sistema massa-mola

Neste exemplo deseja-se calcular como a força de mola $F = -kx$ atua em uma particula com massa m sem dissipação.

A solução analítica da equação:

$$m\frac{dv}{dt} = -kx \tag{10}$$

$$v(t) = v_0 exp(-bt/m) \tag{11}$$

$$x(t) = \int_0^t v(t)dt = x_i nf(1 - exp(-bt/m)) \tag{12}$$

onde $x_{inf} = v_0 m/b$

Dados da simulação

- $m = 1.0$ massa da partícula
- $k = 0.1$ coeficiente da mola
- $dt = 0.1$ passo de tempo

Condições iniciais:

- $time = 0.0$ tempo total da simulação
- $x = 0.0$ posição inicial da partícula
- $v_x = 10.0$ velocidade inicial da partícula

6 Sistema massa-mola dissipativo

Neste exemplo deseja-se calcular como a forca de atrito linear $F = -bv$ atua em uma partícula com massa m sob uma forca elástica (de mola) linear $F = -kx$ a fim de desacelerá-la ate o equilíbrio de forças, onde a aceleração seja igual a 0 na direcao y.

A equação em X:

$$m\frac{dv}{dt} = F_{spring} + F_{friction} \tag{13}$$

Dados da simulação:

- $m = 1.0$ massa da partícula
- $k = 0.1$ coeficiente da mola
- $b = 0.1$ coeficiente de atrito linear
- $dt = 0.1$ passo de tempo

Condições iniciais:

- $time = 0.0$ tempo total da simulação
- $x = 0.0$ posição inicial da partícula
- $v_x = 10.0$ velocidade inicial da partícula

7 Sistema massa-mola vertical

Neste exemplo deseja-se calcular como a força de gravidade $F = -mg$ atua em uma partícula com massa m sob uma forca elástica (de mola) $F = -kx$ a fim de mantê-la oscilando.

A equação em X:

$$m\frac{dv}{dt} = F_{spring} + F_{grav} \tag{14}$$

$F_{spring} = -kx$ e $F_{grav} = mg$

Dados da simulação:

- $m = 1.0$ massa da partícula
- $k = 0.1$ coeficiente da mola
- $b = 0.1$ coeficiente de atrito linear
- $y = 0.0$ posição inicial da partícula
- $vy = 10.0$ velocidade inicial da partícula
- $g = 9.81$ $[m/s^2]$ aceleração da gravidade
- $D = 7.0e - 02$ $[m]$ diâmetro da partícula
- $gamma = 0.25$ $[Ns^2/m^4]$
- $c = gamma * D * D$ coeficiente de atrito linear
- $dt = 0.1$ $[s]$ passo de tempo
- $time = 0.0$ tempo total da simulação
- $\#D = 1.5e - 06$ $[m]$ diâmetro do projétil
- $m = 0.15$ $[kg]$ massa da partícula
- $\beta = 0.25$ $[kg/ms]$ viscosidade dinâmica do ar
- $b = \beta D$ $[kg/s]$ coeficiente de atrito linear

8 Geração de malha 1D

Criacao de malha 1D para o método de elementos finitos com dx variando conforme as seguintes equações:

- constante: $dx = cte$
- quadrática: x^2
- cúbica: x^3
- exponencial: $exp(x)$

Parâmetros da malha:

- $L = 1.0$ comprimento total da malha
- $nx = 10$ número total de nós
- $ne = nx - 1$ número total de elementos

Dica: para criação de malha computacional, 2 estruturas são necessárias: um vetor de coordenadas dos nós da malha e uma matriz de conectividade de nós.

9 Solução de problema térmico permanente 1D

Neste exemplo deseja-se calcular a distribuição de temperatura unidimensional em regime permanente em uma barra com dimensão adimensional $L = 1$ e temperaturas constantes $T(x = 0) = 0$ e $T(x = L) = 1$ nas extremidades da barra.

A equação de interesse:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = 0 \tag{15}$$

para $T(x = 0) = 0$ e $T(x = L) = 1$

Execução do programa:

- $nx = 40$ número de pontos em x
- $L = 1.0$ comprimento total
- $dx = L/nx$ intervalo dx
- $Ti = 0.0$ condição de contorno do primeiro nó
- $Tf = 0.0$ condição de contorno do último nó
- $Q = 2.0$ fonte de calor

10 Solução de problema térmico permanente com geração de calor 1D

Neste exemplo deseja-se calcular a distribuicao de temperatura unidimensional em regime permanente em uma barra com dimensão adimensional $L = 1$ e temperaturas adimensionais constantes $T(x = 0) = 0$ e $T(x = L) = 0$ nas extremidades da barra e com geração de calor Q.

A equação de interesse:

$$\frac{d^2T}{dx^2} = Q \tag{16}$$

para $T(x = 0) = 0$ e $T(x = L) = 0$

Execução do programa:

- $nx = 40$ número de pontos em x
- $L = 1.0$ comprimento total
- $dx = L/nx$ intervalo dx
- $Ti = 0.0$ condição de contorno do primeiro nó
- $Tf = 0.0$ condição de contorno do último nó
- $Q = 2.0$ fonte de calor

11 Solução de problema térmico transiente 1D

Neste exemplo deseja-se calcular a evolução temporal da distribuição de temperatura unidimensional em uma barra com dimensao $L = 1$ e temperaturas constantes $T(x = 0) = 0$ e $T(x = L) = 1$ nas extremidades da barra.

A equação de interesse:

$$\frac{dT}{dt} = k\frac{d^2T}{dx^2} \tag{17}$$

para $T(x = 0) = 0$ e $T(x = L) = 1$

12 Solução de equação de transporte

Neste exemplo deseja-se calcular a equação diferencial parcial de conveção transiente usando o método de diferencas finitas e discretizando o termo convectivo vdu/dx com as seguintes metodologias:

- diferencas centradas
- upwind 1a. ordem
- upwind 2a. ordem
- semi-lagrangiano 1a. ordem
- semi-lagrangiano 2a. ordem
- lagrangiano

A equação diferencial parcial para $u(t, x)$:

$$\frac{du}{dt} + a\frac{du}{dx} = 0 \tag{18}$$

Usando um esquema explícito no tempo e diferenças centradas no espaço obtem-se um esquema do tipo:

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{dt} = -a\frac{u_{i+1}^n - u_{i-1}^n}{2dx} + O[(dt), (dx)^2] \tag{19}$$

O número de Courant (CFL) é definido como:

$$CFL = a\frac{dt}{dx} \tag{20}$$