ANÁLISE DE DISSIPAÇÃO DE CALOR POR INTERAÇÃO DE ALETAS E CONDUTIVIDADE TÉRMICA VARIÁVEL

Jonatas Motta Quirino
quirinojm@hotmail.com

Orientadores:
Prof. Dr. Eduardo D. Corrêa & Prof. Dr. Rodolfo do L. Sobral

MOTIVAÇÃO

O baixo ou equivocado controle térmico é a razão da falha de uma enorme parte de componentes industriais.

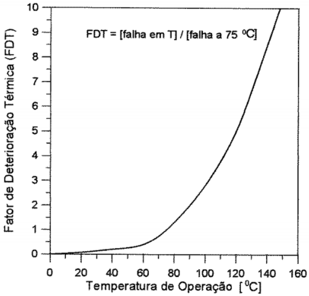
MOTIVAÇÃO

O baixo ou equivocado controle térmico é a razão da falha de uma enorme parte de componentes industriais.
A *NASA* estima que 100% das falhas dos seus *Circuitos integrados de microondas monolíticas* (MMIC) poderiam ser evitadas [1].

MOTIVAÇÃO

O baixo ou equivocado controle térmico é a razão da falha de uma enorme parte de componentes industriais.

A *NASA* estima que 100% das falhas dos seus *Circuitos integrados de microondas monolíticas* (MMIC) poderiam ser evitadas [1].



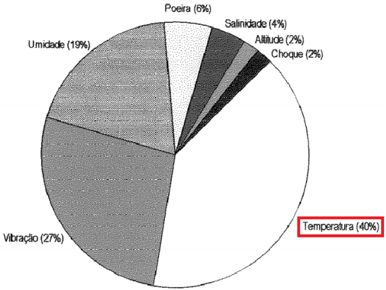
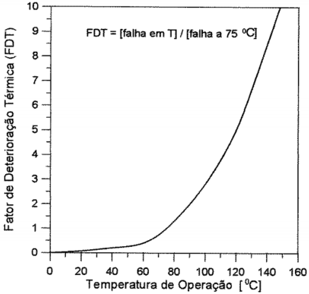


Figura: Taxa e causa de falhas [2]

MOTIVAÇÃO

O baixo ou equivocado controle térmico é a razão da falha de uma enorme parte de componentes industriais.
A *NASA* estima que 100% das falhas dos seus *Circuitos integrados de microondas monolíticas* (MMIC) poderiam ser evitadas [1].



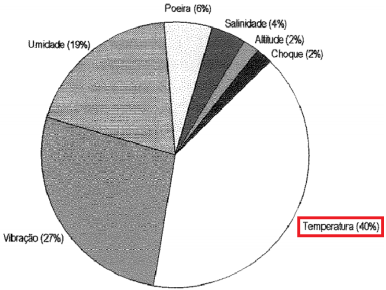


Figura: Taxa e causa de falhas [2]

O uso de aletas é amplamente empregado na dissipação de calor e comumente mal projetado por negligências no dimensionamento.

OBJETIVO

O objetivo é a observação da dissipação de calor de uma aleta dupla de uma superfície primária através dos processos de transferência de calor de condução, convecção e radiação térmica.

OBJETIVO

O objetivo é a observação da dissipação de calor de uma aleta dupla de uma superfície primária através dos processos de transferência de calor de condução, convecção e radiação térmica.

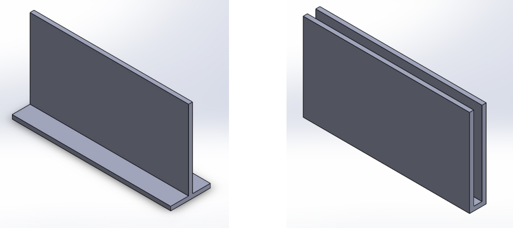


Figura: Aletas

Por fim propõe-se a comparação entre os resultados com e sem os efeitos de radiação; condutividade térmica constante e variável e de aletas simples e duplas.

DEFINIÇÕES

- A aleta não é considerada uma fonte própria de calor, ou seja, ela não gera, e sim dissipa calor.

DEFINIÇÕES

- A aleta não é considerada uma fonte própria de calor, ou seja, ela não gera, e sim dissipa calor.
- A largura (x) e altura (y) são muito maiores que a espessura(z).

DEFINIÇÕES

- A aleta não é considerada uma fonte própria de calor, ou seja, ela não gera, e sim dissipa calor.
- A largura (x) e altura (y) são muito maiores que a espessura(z).
- Material homogêneo e sua condutividade térmica (k) varia, sendo ela uma função da temperatura em cada ponto, obtida a partir de método matemático apropriado.

DESCRIÇÃO FÍSICA

As leis físicas que regem os efeitos analisados:

DESCRIÇÃO FÍSICA

As leis físicas que regem os efeitos analisados:

- Condução térmica
  - Lei de Fourier

$$\frac{dQ}{dt} = -k(T)A\frac{\partial T}{\partial x_i}$$

As leis físicas que regem os efeitos analisados:

- Condução térmica
  - Lei de Fourier

$$\frac{dQ}{dt} = -k(T)A\frac{\partial T}{\partial x_i}$$

- Convecção térmica
  - Lei do resfriamento de Newton

$$\frac{dQ}{dt} = hA[T(t) - T_\infty]$$

As leis físicas que regem os efeitos analisados:

- Condução térmica
  - Lei de Fourier

$$\frac{dQ}{dt} = -k(T)A\frac{\partial T}{\partial x_i}$$

- Convecção térmica
  - Lei do resfriamento de Newton

$$\frac{dQ}{dt} = hA[T(t) - T_\infty]$$

- Radiação térmica
  - Lei de Stefan-Boltzmann

$$\frac{dQ}{dt} = \varepsilon A\sigma T^4$$

CONDIÇÕES DE CONTORNO (c.c.)

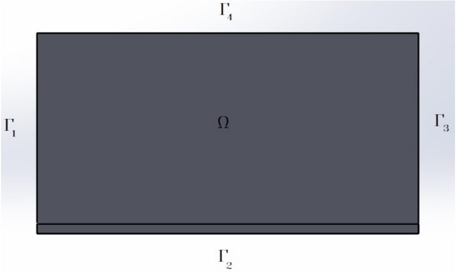


Figura: Contorno e domínio

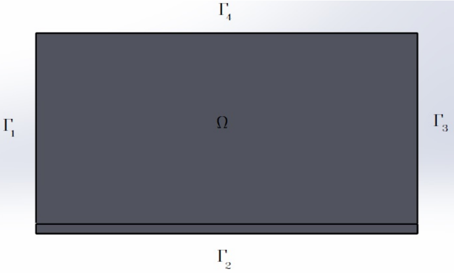


Figura: Contorno e domínio

1. Γ_1 $(x = 0)$, Γ_3 $(x = L)$ e Γ_4 $(y = H)$ seguem as c.c. de *Neumann*, ou seja, estão termicamente isoladas.

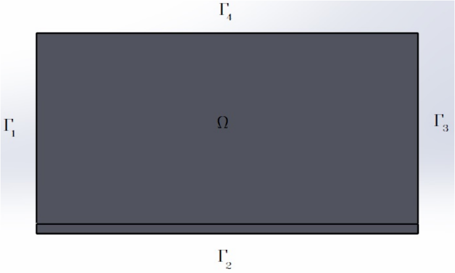


Figura: Contorno e domínio

1. Γ_1 $(x = 0)$, Γ_3 $(x = L)$ e Γ_4 $(y = H)$ seguem as c.c. de *Neumann*, ou seja, estão termicamente isoladas.
2. Γ_2 $(y = 0)$ segue as c.c. de *Dirichlet*, possuindo a mesma temperatura prescrita da superfície primária.

CONDIÇÕES DE CONTORNO (c.c.)

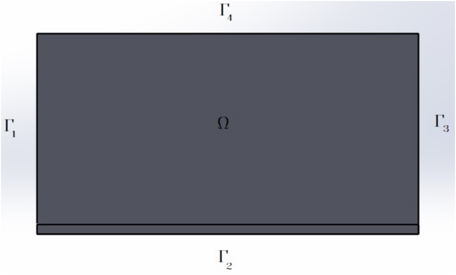


Figura: Contorno e domínio

1. Γ_1 $(x = 0)$, Γ_3 $(x = L)$ e Γ_4 $(y = H)$ seguem as c.c. de *Neumann*, ou seja, estão termicamente isoladas.
2. Γ_2 $(y = 0)$ segue as c.c. de *Dirichlet*, possuindo a mesma temperatura prescrita da superfície primária.
3. Ω_1 $(z = 0)$ e Ω_2 $(z = \delta)$ estão submetidas à convecção e radiação térmica.

- Distribuição térmica

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right)=0$$

MODELAGEM DO PROBLEMA

- Distribuição térmica

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial y}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(k(T)\frac{\partial T}{\partial z}\right)=0$$

- Condutividade térmica variando apenas no eixo y

$$\left(k(T)\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}\right)+\left(\frac{\partial k(T)}{\partial y}\cdot\frac{\partial T}{\partial y}\right)+$$

$$+\left(k(T)\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial y^2}\right)+\left(k(T)\cdot\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)=0$$

MÉTODOS NUMÉRICOS

Para estabelecer parâmetros que relacionem condutividade térmica (k) e temperatura (T), foi utilizado o método de *Método de Mínimos Quadrados* (MMQ) no caso exponencial, que aproxima uma curva à pontos estipulados, formando uma curva de tendência.

Para estabelecer parâmetros que relacionem condutividade térmica (k) e temperatura (T), foi utilizado o método de *Método de Mínimos Quadrados* (MMQ) no caso exponencial, que aproxima uma curva à pontos estipulados, formando uma curva de tendência.

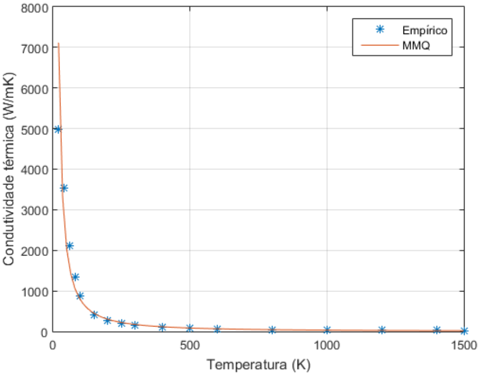


Figura: Aproximação por MMQ

A partir das equações abaixo, busca-se determinar os coeficientes a e b a partir dos dados empíricos T (substituindo x) e k (substituindo y).

$$y = ax^b$$

$$B = \frac{n\sum(\ln x \ln y) - \sum(\ln x)\sum(\ln y)}{n\sum[(\ln x)^2] - (\sum(\ln x)^2)}$$

$$A = \frac{\sum(\ln y) - b\sum(\ln x)}{n}$$

Onde $b = B$ e $a = exp(A)$

INSERÇÃO DOS EFEITOS DE RADIAÇÃO

Mantendo as premissas iniciais e as condições de contorno expostas:

$$z = 0 \Rightarrow k(T)\frac{dT}{dz} = h\,(T - T_{\infty}) + \varepsilon\sigma T_{rad}^{4}$$

$$z = \delta \Rightarrow -k(T)\frac{dT}{dz} = h\,(T - T_{\infty}) + \varepsilon\sigma T_{rad}^{4}$$

Mantendo as premissas iniciais e as condições de contorno expostas:

$$z = 0 \Rightarrow k(T)\frac{dT}{dz} = h\left(T - T_{\infty}\right) + \varepsilon\sigma T_{rad}^{4}$$

$$z = \delta \Rightarrow -k(T)\frac{dT}{dz} = h\left(T - T_{\infty}\right) + \varepsilon\sigma T_{rad}^{4}$$

Através do *Teorema do Valor Médio* tem-se que

$$\frac{d}{dz}\left(k(T)\frac{d\overline{T}}{dz}\right) = -\frac{2}{\delta}[h\left(\overline{T} - T_{\infty}\right) + \varepsilon\sigma T_{rad}^{4}]$$

INSERÇÃO DOS EFEITOS DE RADIAÇÃO

Mantendo as premissas iniciais e as condições de contorno expostas:

$$z = 0 \Rightarrow k(T)\frac{dT}{dz} = h(T - T_{\infty}) + \varepsilon\sigma T_{rad}^4$$

$$z = \delta \Rightarrow -k(T)\frac{dT}{dz} = h(T - T_{\infty}) + \varepsilon\sigma T_{rad}^4$$

Através do *Teorema do Valor Médio* tem-se que

$$\frac{d}{dz}\left(k(T)\frac{d\overline{T}}{dz}\right) = -\frac{2}{\delta}[h\left(\overline{T} - T_{\infty}\right) + \varepsilon\sigma T_{rad}^4]$$

Considerando que não há variação de T em x:

$$k(T)\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial k(T)}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y}\right) - \frac{2}{\delta}[h(T - T_{\infty}) + \varepsilon\sigma T_{rad}^4] = 0$$

INSERÇÃO DOS EFEITOS DE MUTUALIDADE

A radiação mútua entre duas aletas considera que o calor proveniente de uma aleta é exatamente o calor recebido pela outra.

INSERÇÃO DOS EFEITOS DE MUTUALIDADE

A radiação mútua entre duas aletas considera que o calor proveniente de uma aleta é exatamente o calor recebido pela outra. O resultado matemático do efeito da interação entre as aletas numa perspectiva unicamente de radiação se dá pela seguinte integral:

A radiação mútua entre duas aletas considera que o calor proveniente de uma aleta é exatamente o calor recebido pela outra. O resultado matemático do efeito da interação entre as aletas numa perspectiva unicamente de radiação se dá pela seguinte integral:

$$E_{mut} = \int_0^b \sigma \overline{T}^4(\xi) \left(\frac{d^2}{2[(y-\xi)^2 + d^2]^{\frac{3}{2}}} \right) d\xi$$

Por fim

$$k(T)\frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \left(\frac{\partial k(T)}{\partial y} \cdot \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \frac{2}{\delta}[h(T - T_\infty) + \varepsilon\sigma T_{rad}^4] -$$

$$- \int_0^b \sigma \overline{T}^4(\xi) \left(\frac{d^2}{2[(y-\xi)^2 + d^2]^{\frac{3}{2}}} \right) d\xi = 0$$

- Para as EDO's será usado o Método de Diferenças Finitas (MDF)

$$f'(x) = \frac{f(x+\epsilon) - f(x-\epsilon)}{2\epsilon} + o(\epsilon^2)$$

$$f''(x) = \frac{f(x+\epsilon) - 2f(x) + f(x-\epsilon)}{\epsilon^2} + o(\epsilon^2)$$

- Para as EDO's será usado o Método de Diferenças Finitas (MDF)

$$f'(x) = \frac{f(x+\epsilon) - f(x-\epsilon)}{2\epsilon} + o(\epsilon^2)$$

$$f''(x) = \frac{f(x+\epsilon) - 2f(x) + f(x-\epsilon)}{\epsilon^2} + o(\epsilon^2)$$

- Substituindo na equação da distribuição térmica

$$T_j = \frac{\delta}{2k_j + 2hl^2}\left[T_{j+1}\left(\frac{k_j - k_{j-1}}{2} + k_j\right)\right] - \\ - \frac{\delta}{2k_j + 2hl^2}\left[T_{j-1}\left(\frac{k_j - k_{j-1}}{2} - k_j\right)\right] + \\ + \frac{2hl^2 T_\infty}{2k_j + 2hl^2} - \frac{2\varepsilon\sigma T_{rad}}{2k_j + 2hl^2} - E_{mut}$$

- Avaliação dos valores de temperatura em todos os casos estudados para alguns pontos da aleta.

- Avaliação dos valores de temperatura em todos os casos estudados para alguns pontos da aleta.

Nó	Simples, sem radiação, k constante	Simples, sem radiação, k variável	Simples, com radiação, k constante	Simples, com radiação, k variável	Dupla, com radiação, k constante	Dupla, com radiação, k variável
1	500,000	500,000	500,000	500,000	500,000	500,000
2	450,009	494,187	354,391	472,352	444,281	482,642
3	412,513	488,653	287,807	449,331	382,204	468,810
4	384,390	483,380	252,613	429,807	347,513	456,491
5	363,296	478,356	232,703	413,006	327,599	445,458
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
46	300,001	394,009	203,248	255,370	263,920	326,863
47	300,000	393,810	203,248	255,143	263,885	326,680
48	300,000	393,678	203,248	254,992	263,824	326,557
49	300,000	393,612	203,248	254,916	263,728	326,495
50	300,000	393,612	203,248	254,916	263,728	326,495

Legenda de cores		
500K	T	200K

Figura: Valores de temperatura

RESULTADOS GRÁFICOS

- Avaliação dos Perfis Térmicos em todos os casos estudados.

- Avaliação dos Perfis Térmicos em todos os casos estudados.

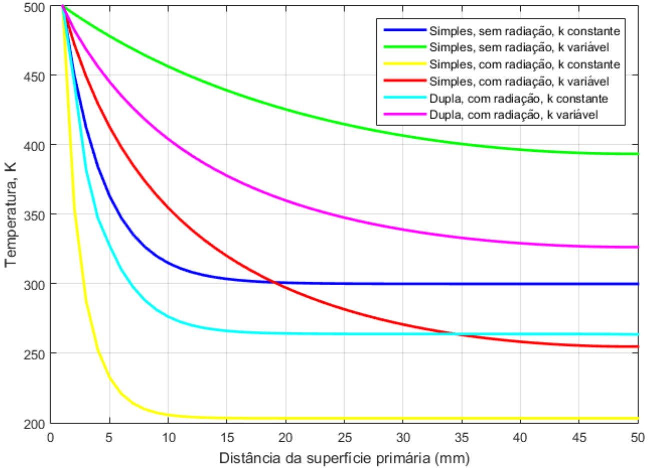


Figura: Perfis térmicos sobrepostos

CONCLUSÃO

- As diferenças entre as curvas mostram que a negligência dos efeitos expostos geram perfis com temperaturas até $21,9\%$ mais altas, por menor dispersão do calor.

CONCLUSÃO

- As diferenças entre as curvas mostram que a negligência dos efeitos expostos geram perfis com temperaturas até $21,9\%$ mais altas, por menor dispersão do calor.
- O MMQ se mostrou um método simples e eficiente na análise da variação da condutividade térmica.

CONCLUSÃO

- As diferenças entre as curvas mostram que a negligência dos efeitos expostos geram perfis com temperaturas até $21,9\%$ mais altas, por menor dispersão do calor.
- O MMQ se mostrou um método simples e eficiente na análise da variação da condutividade térmica.
- Vale ressaltar que as variações de k são muito mais evidentes em baixas e médias temperaturas, pois em altos valores de T, o perfil de k se aproxima de uma reta, de maneira assintótica.

CONCLUSÃO

- As diferenças entre as curvas mostram que a negligência dos efeitos expostos geram perfis com temperaturas até $21,9\%$ mais altas, por menor dispersão do calor.
- O MMQ se mostrou um método simples e eficiente na análise da variação da condutividade térmica.
- Vale ressaltar que as variações de k são muito mais evidentes em baixas e médias temperaturas, pois em altos valores de T, o perfil de k se aproxima de uma reta, de maneira assintótica.
- A análise de dissipação térmica, para se aproximar de um modelo real, nunca deve negligenciar a interação térmica, os efeitos radiativos e variação de k.

EM ANDAMENTO

- Consideração e análise do efeito Seebeck, sobre geração de diferença de potencial (d.d.p.) em função da variação de temperaturas.

EM ANDAMENTO

- Consideração e análise do efeito Seebeck, sobre geração de diferença de potencial (d.d.p.) em função da variação de temperaturas.
- Adimensionalização dos resultados.

- Consideração e análise do efeito Seebeck, sobre geração de diferença de potencial (d.d.p.) em função da variação de temperaturas.
- Adimensionalização dos resultados.
- Cálculo de eficiência da aleta em cada caso, e comparar a justificativa no uso de aletas.

EM ANDAMENTO

- Consideração e análise do efeito Seebeck, sobre geração de diferença de potencial (d.d.p.) em função da variação de temperaturas.
- Adimensionalização dos resultados.
- Cálculo de eficiência da aleta em cada caso, e comparar a justificativa no uso de aletas.
- Estimativa da distância ótima entre aletas duplas.

EM ANDAMENTO

- Consideração e análise do efeito Seebeck, sobre geração de diferença de potencial (d.d.p.) em função da variação de temperaturas.
- Adimensionalização dos resultados.
- Cálculo de eficiência da aleta em cada caso, e comparar a justificativa no uso de aletas.
- Estimativa da distância ótima entre aletas duplas.
- Comparação da acurácia no MMQ e outros métodos para a variação da condutividade térmica.

BIBLIOGRAFIA

- Apostol, T. M. Calculus, vol. II Editora Reverté SA, Barcelona, Buenos Aires, Caracas, México, MCMLXXII, 1969
- Boyce, W. E.; DiPrima, R. C. and Haines, C. W. Elementary differential equations and boundary value problems Wiley New York, 1969
- Cheng, A. H.-D. & Cheng, D. T. Heritage and early history of the boundary element method Engineering Analysis with Boundary Elements, 2005, 29, 268-302
- Holman, J. P., Heat transfer McGraw-Hill, 2010
- de Oliveira Fortuna, A. Técnicas computacionais para dinâminca dos fluidos: conceitos básicos e aplicações Edusp, 2000
- Quarteroni, A.; Sacco, R. & Saleri, F. Numerical mathematics Springer Science & Business Media, 2010, 37
- RUGGIERO, M. A. G. & LOPES, V. L. d. R. Cálculo numérico: aspectos teóricos e computacionais Makron Books do Brasil, 1997

BIBLIOGRAFIA

- Stark, B. MEMS reliability assurance guidelines for space applications 1999
- Ramos, R. A. V. & others Analise da convecção natural em superfícies com fontes de calor protuberantes 1998
- Van Huffel, S. & Vandewalle, J. The total least squares problem: computational aspects and analysis SIAM, 1991
- Phdthesis (Sobral) Sobral, R. d. l. Simulação numérica de aletas num contexto de altas temperaturas. Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, 2017
- Kraus, A. D.; Aziz, A. & Welty, J. Extended surface heat transfer John Wiley & Sons, 2002
- Sparrow, E.; Eckert, E. & Irvine, T. The effectiveness of radiating fins with mutual irradiation J. Aerosp. Sci, 1961, 28, 763-772

ANÁLISE DE DISSIPAÇÃO DE CALOR POR INTERAÇÃO DE ALETAS E CONDUTIVIDADE TÉRMICA VARIÁVEL

Jonatas Motta Quirino
quirinojm@hotmail.com

Orientadores:
Prof. Dr. Eduardo D. Corrêa & Prof. Dr. Rodolfo do L. Sobral