

Análise de Algoritmos - Algoritmos Diversos

Gustavo de Souza Silva
Guilherme de Souza Silva
Arthur Xavier
Schumaiquer Souto

Faculdade de Computação
Universidade Federal de Uberlândia

2 de agosto de 2017

Lista de Figuras

2.1	Busca Largura - Grafo Esparso	35
2.2	Busca em Largura - Grafo Denso	36
2.3	Busca Profundidade - Grafo Esparso	37
2.4	Busca Profundidade - Grafo Denso	38
2.5	Ordenação Topologica - Grafo Esparso	39
2.6	Ordenação Topologica - Grafo Denso	40
3.1	Huffman - Vetor Aleatório	42
3.2	Seleção de Atividade Interativo - Vetor crescente	43
3.3	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor Aleatório	44
3.4	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente	45
3.5	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P10	46
3.6	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P20	47
3.7	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P30	48
3.8	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P40	49
3.9	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P50	50
3.10	Seleciona Recursivo de Atividade- Vetor decrescente	51
3.11	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P10	52
3.12	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P20	53
3.13	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P30	54
3.14	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P40	55
3.15	Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P50	56
3.16	Mochila Fracionaria - Vetor ordenado	57
4.1	Corte Haste Bottom Up - Vetor Aleatório	59
4.2	Corte Haste Memoizada - Vetor Aleatório	61
4.3	Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P10	62
4.4	Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P20	63
4.5	Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P30	64
4.6	Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P40	65
4.7	Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P50	66
4.8	Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente	67
4.9	Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P10	68
4.10	Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P20	69
4.11	Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P30	70
4.12	Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P40	71
4.13	Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P50	72
4.14	SCM - Vetor caracteres	73
4.15	Parentização Bottom Up - Vetor Aleatório	74
4.16	Parentização Bottom Up - Vetor Crescente	75

4.17	Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P10	76
4.18	Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P20	77
4.19	Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P30	78
4.20	Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P40	79
4.21	Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P50	80
4.22	Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente	81
4.23	Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P10	82
4.24	Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P20	83
4.25	Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P30	84
4.26	Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P40	85
4.27	Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P50	86
5.1	Min - Vetor Aleatório	89
5.2	Min - Vetor Crescente	90
5.3	Min - Vetor Crescente P10	91
5.4	Min - Vetor Crescente P20	92
5.5	Min - Vetor Crescente P30	93
5.6	Min - Vetor Crescente P40	94
5.7	Min - Vetor Crescente P50	95
5.8	Min - Vetor Decrescente	96
5.9	Min - Vetor Decrescente P10	97
5.10	Min - Vetor Decrescente P20	98
5.11	Min - Vetor Decrescente P30	99
5.12	Min - Vetor Decrescente P40	100
5.13	Min - Vetor Decrescente P50	101
5.14	MinMax - Vetor Aleatório	102
5.15	MinMax - Vetor Crescente	103
5.16	MinMax - Vetor Crescente P10	104
5.17	MinMax - Vetor Crescente P20	105
5.18	MinMax - Vetor Crescente P30	106
5.19	MinMax - Vetor Crescente P40	107
5.20	MinMax - Vetor Crescente P50	108
5.21	MinMax - Vetor Decrescente	109
5.22	MinMax - Vetor Decrescente P10	110
5.23	MinMax - Vetor Decrescente P20	111
5.24	MinMax - Vetor Decrescente P30	112
5.25	MinMax - Vetor Decrescente P40	113
5.26	MinMax - Vetor Decrescente P50	114
5.27	Seleciona Aleatorizado - Vetor Aleatório	115

Lista de Tabelas

2.1	Busca Largura com grafo Esparso	34
2.2	Busca em Largura Grafo Denso	35
2.3	Busca Profundidade com Grafo Esparso	36
2.4	Busca Profundidade em um Grafo Denso	37
2.5	Ordenação Topologica com Grafo Esparso	38
2.6	Ordenação Topologica com Grafo Denso	39
3.1	Huffman com vetor aleatório	41
3.2	Seleção de Atividade Interativo com vetor crescente	42
3.3	Seleciona Recursivo de Atividade de Atividade de Atividade de Atividade de Atividade de Atividade de Atividade de Atividade de Atividade de de Atividade com vetor aleatório	43
3.4	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente	44
3.5	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P10	45
3.6	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P20	46
3.7	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P30	47
3.8	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P40	48
3.9	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P50	49
3.10	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente	50
3.11	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P10	51
3.12	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P20	52
3.13	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P30	53
3.14	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P40	54
3.15	Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P50	55
3.16	Mochila Fracionaria com vetor ordenado	56
4.1	Corte Haste Bottom Up com vetor aleatório	59
4.2	Corte Haste Bottom Up com vetor aleatório	60
4.3	Corte Haste Memoizada com vetor aleatório	60
4.4	Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P10	61
4.5	Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P20	62
4.6	Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P30	63
4.7	Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P40	64
4.8	Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P50	65
4.9	Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente	66
4.10	Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P10	67
4.11	Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P20	68
4.12	Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P30	69
4.13	Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P40	70
4.14	Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P50	71

4.15	SCM com vetor de caracteres	72
4.16	SCM Recursivo com vetor de caracteres	73
4.17	Parentização Bottom Up com vetor aleatório	74
4.18	Parentização Bottom Up com vetor Crescente	75
4.19	Parentização Bottom Up com vetor Crescente P10	75
4.20	Parentização Bottom Up com vetor Crescente P20	76
4.21	Parentização Bottom Up com vetor Crescente P30	77
4.22	Parentização Bottom Up com vetor Crescente P40	78
4.23	Parentização Bottom Up com vetor Crescente P50	79
4.24	Parentização Bottom Up com vetor Decrescente	80
4.25	Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P10	81
4.26	Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P20	82
4.27	Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P30	83
4.28	Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P40	84
4.29	Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P50	85
4.30	Parentização Recursiva	87
5.1	Min com vetor aleatório	88
5.2	Min com vetor Crescente	89
5.3	Min com vetor Crescente P10	90
5.4	Min com vetor Crescente P20	91
5.5	Min com vetor Crescente P30	92
5.6	Min com vetor Crescente P40	93
5.7	Min com vetor Crescente P50	94
5.8	Min com vetor Decrescente	95
5.9	Min com vetor Decrescente P10	96
5.10	Min com vetor Decrescente P20	97
5.11	Min com vetor Decrescente P30	98
5.12	Min com vetor Decrescente P40	99
5.13	Min com vetor Decrescente P50	100
5.14	MinMax com vetor aleatório	101
5.15	MinMax com vetor Crescente	102
5.16	MinMax com vetor Crescente P10	103
5.17	MinMax com vetor Crescente P20	104
5.18	MinMax com vetor Crescente P30	105
5.19	MinMax com vetor Crescente P40	106
5.20	MinMax com vetor Crescente P50	107
5.21	MinMax com vetor Decrescente	108
5.22	MinMax com vetor Decrescente P10	109
5.23	MinMax com vetor Decrescente P20	110
5.24	MinMax com vetor Decrescente P30	111
5.25	MinMax com vetor Decrescente P40	112
5.26	MinMax com vetor Decrescente P50	113
5.27	Seleciona Aleatorizado com vetor aleatório	114

Lista de Listagens

1.1	Arquivo dos gulosos e Programação Dinâmica	10
1.2	Estatística de Ordem	14
1.3	Arquivo de Huffman	19
1.4	Arquivo referente ao grafo	24
1.5	Geração dos grafos	26
1.6	Métodos de busca	28
1.7	Automatização dos experimentos	31

Sumário

Lista de Figuras	2
Lista de Tabelas	4
1 Introdução	10
1.1 Codificação	10
1.1.1 Comandos	32
1.2 Máquina de teste	33
2 Grafo	34
2.1 Busca Largura	34
2.2 Busca Largura - Grafo Esparso	34
2.2.1 Gráfico Busca Largura - Grafo Esparso	35
2.3 Busca Largura - Grafo Denso	35
2.3.1 Busca em Largura - Grafo Denso	36
2.4 Busca Profundidade	36
2.5 Busca Profundidade - Grafo Esparso	36
2.5.1 Busca Profundidade - Grafo Esparso	37
2.6 Busca Profundidade - Grafo Denso	37
2.6.1 Busca Profundidade - Grafo Denso	38
2.7 Ordenação Topologica	38
2.8 Ordenação Topologica - Grafo Esparso	38
2.8.1 Ordenação Topologica - Grafo Esparso	39
2.9 Ordenação Topologica - Grafo Denso	39
2.9.1 Ordenação Topologica - Grafo Denso	40
3 Guloso	41
3.1 Huffman	41
3.1.1 Vetor aleatorio	41
3.2 Seleção de Atividade Interativo	42
3.2.1 Vetor crescente	42
3.3 Seletor Recursivo de Atividade	43
3.3.1 Vetor Aleatório	43
3.3.2 Vetor Crescente	44
3.3.3 Vetor Crescente P10	45
3.3.4 Vetor Crescente P20	46
3.3.5 Vetor Crescente P30	47
3.3.6 Vetor Crescente P40	48
3.3.7 Vetor Crescente P50	49
3.3.8 Vetor Decrescente	50

3.3.9	Vetor Decrescente P10	51
3.3.10	Vetor Decrescente P20	52
3.3.11	Vetor Decrescente P30	53
3.3.12	Vetor Decrescente P40	54
3.3.13	Vetor Decrescente P50	55
3.4	Mochila Fracionaria	56
3.4.1	Vetor ordenado	56
4	Programação Dinâmica	58
4.1	Corte Haste	58
4.2	Corte Haste Bottom Up	58
4.2.1	Vetor aleatorio	58
4.3	Corte Haste Comum	59
4.4	(59
4.5	Corte Haste Memoizada	60
4.5.1	Vetor aleatorio	60
4.5.2	Vetor Crescente P10	61
4.5.3	Vetor Crescente P20	62
4.5.4	Vetor Crescente P30	63
4.5.5	Vetor Crescente P40	64
4.5.6	Vetor Crescente P50	65
4.5.7	Vetor Decrescente	66
4.5.8	Vetor Decrescente P10	67
4.5.9	Vetor Decrescente P20	68
4.5.10	Vetor Decrescente P30	69
4.5.11	Vetor Decrescente P40	70
4.5.12	Vetor Decrescente P50	71
4.6	SCM	72
4.6.1	Vetor caracteres	72
4.7	SCM Recursivo	73
4.7.1	Vetor caracteres	73
4.8	Parentização Bottom Up	73
4.8.1	Vetor aleatorio	74
4.8.2	Vetor Crescente	74
4.8.3	Vetor Crescente P10	75
4.8.4	Vetor Crescente P20	76
4.8.5	Vetor Crescente P30	77
4.8.6	Vetor Crescente P40	78
4.8.7	Vetor Crescente P50	79
4.8.8	Vetor Decrescente	80
4.8.9	Vetor Decrescente P10	81
4.8.10	Vetor Decrescente P20	82
4.8.11	Vetor Decrescente P30	83
4.8.12	Vetor Decrescente P40	84
4.8.13	Vetor Decrescente P50	85
4.9	Parentização Recursiva	86
4.9.1	Vetor	86

5	Estatísticas de Ordem	88
5.1	Min	88
5.1.1	Vetor aleatorio	88
5.1.2	Vetor Crescente	89
5.1.3	Vetor Crescente P 10	90
5.1.4	Vetor Crescente P 20	91
5.1.5	Vetor Crescente P 30	92
5.1.6	Vetor Crescente P 40	93
5.1.7	Vetor Crescente P 50	94
5.1.8	Vetor Decrescente	95
5.1.9	Vetor Decrescente P 10	96
5.1.10	Vetor Decrescente P 20	97
5.1.11	Vetor Decrescente P 30	98
5.1.12	Vetor Decrescente P 40	99
5.1.13	Vetor Decrescente P 50	100
5.2	MinMax	101
5.2.1	Vetor aleatorio	101
5.2.2	Vetor Crescente	102
5.2.3	Vetor Crescente P 10	103
5.2.4	Vetor Crescente P 20	104
5.2.5	Vetor Crescente P 30	105
5.2.6	Vetor Crescente P 40	106
5.2.7	Vetor Crescente P 50	107
5.2.8	Vetor Decrescente	108
5.2.9	Vetor Decrescente P 10	109
5.2.10	Vetor Decrescente P 20	110
5.2.11	Vetor Decrescente P 30	111
5.2.12	Vetor Decrescente P 40	112
5.2.13	Vetor Decrescente P 50	113
5.3	Seleciona Aleatorizado	114
5.3.1	Vetor aleatorio	114
6	Referências	116

Capítulo 1

Introdução

Este relatório tem como objetivo fazer a análise de diversos algoritmos já conhecidos de Busca, Gulosos, dinâmicos de de estatística de ordem. O intuito deste trabalho é comprovar que as provas matemáticas realmente acontecem em um ambiente real de execução.

1.1 Codificação

Arquivo dos gulosos e Programação Dinâmica

Listagem 1.1: Arquivo dos gulosos e Programação Dinâmica

```
1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include "vetor.h"
4 #include <math.h>
5 #include <limits.h>
6 #include "final.h"
7
8 int min(int A[], int n) {
9     int min = A[0];
10    for(int i = 1; i < n; i++)
11    {
12        if(min > A[i])
13            min = A[i];
14    }
15    return min;
16 }
17
18 int * min_max(int A[], int n) {
19     int min = A[0];
20     int max = A[0];
21     int *resultado = (int*) malloc(2*sizeof(int));
22     int i;
23     for(i=1; i<n; i++){
24         if (min > A[i])
25             min = A[i];
26         if (max < A[i])
27             max = A[i];
28     }
```

1.1

```
29 resultado[0] = min;
30 resultado[1] = max;
31 return resultado;
32 }
33
34 int getMax(int first, int second)
35 {
36     return first > second ? first : second;
37 }
38
39 int corte_haste(int *p, int n){
40     int i;
41     if (n <= 0)
42         return 0;
43     int q = INT_MIN;
44     for (i=0; i<n; i++)
45     {
46         q = getMax(q, p[i] + corte_haste(p, n-i-1));
47     }
48     return q;
49 }
50
51 int corte_haste_memorizado(int *p, int n){
52     int r[n+1];
53     for(int i=0; i<n; i++)
54         r[i] = INT_MIN;
55     int i;
56     return corte_haste_memorizado_aux(p, n, r);
57 }
58
59 int corte_haste_memorizado_aux(int *p, int n, int r[]){
60     int q, i;
61     if(r[n] > 0)
62         return r[n];
63     if (n== 0)
64         q=0;
65     else {
66         q = INT_MIN;
67         for(i = 0; i<n; i++)
68             q = getMax(q, p[i] + corte_haste_memorizado_aux(p, n-i-1, r));
69     }
70     r[n] = q;
71     return q;
72 }
73
74
75 int corte_haste_bottom_up(int *p, int n){
76     int val[n+1];
77     val[0] = 0;
78     int i, j;
79
80     for (i = 1; i<=n; i++)
81     {
82         int max_val = INT_MIN;
83         for (j = 0; j < i; j++)
84             max_val = getMax(max_val, p[j] + val[i-j-1]);
85         val[i] = max_val;
86     }
87 }
```

```

88     return val[n];
89 }
90
91 int parentizacao_rekursiva(int p[], int i, int j)
92 {
93     if(i == j)
94         return 0;
95     int k;
96     int min = INT_MAX;
97     int count;
98
99     for (k = i; k < j; k++)
100     {
101         count = parentizacao_rekursiva(p, i, k) +
102                parentizacao_rekursiva(p, k+1, j) +
103                p[i-1]*p[k]*p[j];
104
105         if (count < min)
106             min = count;
107     }
108
109     return min;
110 }
111
112 int parentizacao_bottomup(int p[], int n)
113 {
114     int m[n][n];
115
116     int i, j, k, L, q;
117
118
119     for (i=1; i<n; i++)
120         m[i][i] = 0;
121
122     for (L=2; L<n; L++)
123     {
124         for (i=1; i<n-L+1; i++)
125         {
126             j = i+L-1;
127             m[i][j] = INT_MAX;
128             for (k=i; k<=j-1; k++)
129             {
130                 q = m[i][k] + m[k+1][j] + p[i-1]*p[k]*p[j];
131                 if (q < m[i][j])
132                     m[i][j] = q;
133             }
134         }
135     }
136     return m[1][n-1];
137 }
138 int scm_rekursiva( char *X, char *Y, int m, int n )
139 {
140     if (m == 0 || n == 0)
141         return 0;
142     if (X[m-1] == Y[n-1])
143         return 1 + scm_rekursiva(X, Y, m-1, n-1);
144     else
145         return getMax(scm_rekursiva(X, Y, m, n-1), scm_rekursiva(X, Y, m-1, n
146 ));

```

1.1

```
146 }
147
148 int scm( char *X, char *Y, int m, int n )
149 {
150     int L[m+1][n+1];
151     int i, j;
152
153     for (i=0; i<=m; i++)
154     {
155         for (j=0; j<=n; j++)
156         {
157             if (i == 0 || j == 0)
158                 L[i][j] = 0;
159
160             else if (X[i-1] == Y[j-1])
161                 L[i][j] = L[i-1][j-1] + 1;
162
163             else
164                 L[i][j] = getMax(L[i-1][j], L[i][j-1]);
165         }
166     }
167
168     return L[m][n];
169 }
170
171 void seletorgulosoativades(int s[], int f[], int n) //Iterativo
172 {
173     int i, j;
174     i = 0;
175     //A primeira é selecionada
176     for (j = 1; j < n; j++)
177     {
178         if (s[j] >= f[i])
179         {
180             //selecionou a atividade j
181             i = j;
182         }
183     }
184 }
185 int SeletorRecursoAtividades(int s[],int f[],int k,int n) //Recurso
186 {
187     int m = k + 1;
188     while (m <= n && s[m] < f[k]) // Encontre a primeira atividade em Sk a
189         terminar
190         m = m + 1;
191     if (m <= n)
192         return SeletorRecursoAtividades(s, f, m, n);
193     else
194         return 0;
195 }
196 void mochila(int quantidades[], int valores[],int n){
197     int P = 50;
198     int N = n;
199     float valores_unitarios[N];
200     int itensId[N];
201     float porcentagemAdicionada[N];
202     int peso = 0;
203     float valorMochila = 0;
```

```

204     int i;
205     for(i = 0; i < N; i++){
206         itensId[i] = i;
207         porcentagemAdicionada[i] = 0.0;
208         valores_unitarios[i] = valores[i] / quantidades[i];
209     }
210     // ordenar por valor unitario
211     int key, keyId, j;
212     for (i = 1; i < N; i++){
213         key = valores_unitarios[i];
214         keyId = itensId[i];
215         j = i-1;
216
217         while (j >= 0 && valores_unitarios[j] > key){
218             valores_unitarios[j+1] = valores_unitarios[j];
219             itensId[j+1] = itensId[j];
220             j = j-1;
221         }
222         valores_unitarios[j+1] = key;
223         itensId[j+1] = keyId;
224     }
225
226     i = N-1;
227     peso = 0;
228     valorMochila = 0;
229     int cabe;
230     float porcentagem;
231     while(peso <= P && i >= 0){
232         if(peso + quantidades[itensId[i]] > P){
233             cabe = P - peso;
234             porcentagem = (float)cabe / (float)quantidades[itensId[i]];
235             //printf("Porcentagem : %lf\n", porcentagem);
236             porcentagemAdicionada[itensId[i]] = porcentagem;
237             peso += cabe;
238             valorMochila += valores[itensId[i]] * cabe;
239             //printf("Adicionado item %d com quantidade %d\n", itensId[i], cabe)
240             ;
241         }
242         else{
243             porcentagemAdicionada[itensId[i]] = 1;
244             peso += quantidades[itensId[i]];
245             valorMochila += valores[itensId[i]];
246             //printf("Adicionado item %d com quantidade %d\n", itensId[i],
247             quantidades[itensId[i]]);
248         }
249     }
250     i--;
251 }

```

Arquivos com algoritmos de estatística de ordem

Listagem 1.2: Estatística de Ordem

```

1 #include <stdlib.h>
2 #include <stdio.h>
3 #include<string.h>
4 #include<time.h>
5 #include <stdint.h>
6 #include<math.h>

```

1.1

```
7 #include <sys/types.h>
8 #include <sys/stat.h>
9 #include <unistd.h>
10 #include "vetor.h"
11 #include "ordena.h"
12
13 #define BILHAO 1000000000L
14
15 #define CRONOMETRA(funcao,vetor,p,r,max) {
16     clock_gettime(CLOCK_PROCESS_CPUTIME_ID, &inicio);
17     funcao(vetor,p,r,max);
18     clock_gettime(CLOCK_PROCESS_CPUTIME_ID, &fim);
19     tempo_de_cpu_aux = BILHAO * (fim.tv_sec - inicio.tv_sec) +
20         fim.tv_nsec - inicio.tv_nsec;
21 }
22
23
24 int partition(int a[], int p, int r){
25     int x = a[r];
26     int i = p-1;
27     int aux;
28     for(int j = p; j < r; j++){
29         if(a[j] <= x){
30             i++;
31             aux = a[i];
32             a[i] = a[j];
33             a[j] = aux;
34         }
35     }
36     aux = a[i+1];
37     a[i+1] = a[r];
38     a[r] = aux;
39     return i+1;
40 }
41
42
43 int particao_aleatoria(int a[], int p, int r){
44     int i = rand() % r + 1;
45     int aux = a[i];
46     a[i] = a[r];
47     a[r] = aux;
48     return partition(a, p, r);
49 }
50
51 int particao_mediana(int a[], int p, int r){
52     int i = rand() % r + 1;
53     int aux = a[i];
54     a[i] = a[r];
55     a[r] = aux;
56     return partition(a, p, r);
57 }
58
59
60 int selecao_aleatoria(int a[], int p, int r, int i)
61 {
62     if(p==r)
63         return a[p];
64     int q = particao_aleatoria(a,p,r);
65     int k = q-p+1;
```


1.1

```
119     k++;
120 }
121 for(int i=0;i<11;i++){
122     sprintf(nome_do_arquivo,"vetores/vIntCrescente_%d_P50.dat", (int)pow(2,
123         i+4%15));
124     strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
125     k++;
126 }
127 for(int i=0;i<11;i++){
128     sprintf(nome_do_arquivo,"vetores/vIntDecrescente_%d.dat", (int)pow(2,i
129         +4%15));
130     strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
131     k++;
132 }
133 for(int i=0;i<11;i++){
134     sprintf(nome_do_arquivo,"vetores/vIntDecrescente_%d_P10.dat", (int)pow
135         (2,i+4%15));
136     strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
137     k++;
138 }
139 for(int i=0;i<11;i++){
140     sprintf(nome_do_arquivo,"vetores/vIntDecrescente_%d_P20.dat", (int)pow
141         (2,i+4%15));
142     strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
143     k++;
144 }
145 for(int i=0;i<11;i++){
146     sprintf(nome_do_arquivo,"vetores/vIntDecrescente_%d_P30.dat", (int)
147         pow(2,i+4%15));
148     strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
149     k++;
150 }
151 for(int i=0;i<11;i++){
152     sprintf(nome_do_arquivo,"vetores/vIntDecrescente_%d_P40.dat", (int)pow
153         (2,i+4%15));
154     strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
155     k++;
156 }
157
158 for(int n = 0; n <= k; n++)
159 {
160     if(h > 10){
161         h = 0;
162     }
163     tempo_de_cpu = 0.0;
164
165
166     for(int j = 0; j<3; j++){
167         v = leia_vetor_int(arquivos[n],&r);
168         tamanho = (int)pow(2,h+4%15);
169         int A[tamanho];
170         for(int i =0; i<tamanho; i++)
```

```

171     A[i] = rand()%20000;
172     CRONOMETRA(selecao_aleatoria, A, 0, tamanho-1, rand()%tamanho + 1);
173     tempo_de_cpu += tempo_de_cpu_aux;
174 }
175 if(count < 11)
176     printf("Tempo do vetor aleatorio tamanho %d: %llu\n", tamanho, (long
        long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
177     else if(count < 22){
178         printf("Tempo do vetor Crescente tamanho %d: %llu\n", tamanho, (long
        long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
179     }
180     else if(count < 33){
181         printf("Tempo do vetor Crescente P10 tamanho %d: %llu\n", tamanho, (
        long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
182     }
183     else if(count < 44){
184         printf("Tempo do vetor Crescente P20 tamanho %d: %llu\n", tamanho, (
        long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
185     }
186     else if( count < 55){
187         printf("Tempo do vetor Crescente P30 tamanho %d: %llu\n", tamanho, (
        long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
188     }
189     else if(count < 66){
190         printf("Tempo do vetor Crescente P40 tamanho %d: %llu\n", tamanho, (
        long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
191     }
192     else if(count < 77){
193         printf("Tempo do vetor Crescente P50 tamanho %d: %llu\n", tamanho, (
        long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
194     }
195     else if(count < 88){
196         printf("Tempo do vetor Decrescente tamanho %d: %llu\n", tamanho, (
        long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
197     }
198     else if(count < 99){
199         printf("Tempo do vetor Decrescente P10 tamanho %d: %llu\n", tamanho
        , (long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
200     }
201     else if(count < 110){
202         printf("Tempo do vetor Decrescente P20 tamanho %d: %llu\n", tamanho
        , (long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
203     }
204     else if(count < 121){
205         printf("Tempo do vetor Decrescente P30 tamanho %d: %llu\n", tamanho
        , (long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
206     }
207     else if(count < 132){
208         printf("Tempo do vetor Decrescente P40 tamanho %d: %llu\n", tamanho
        , (long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
209     }
210     else {
211         printf("Tempo do vetor Decrescente P50 tamanho %d: %llu\n", tamanho
        , (long long unsigned int)tempo_de_cpu/(uint64_t) 3);
212     }
213     h++;
214     count++;
215 }
216 free(v);

```

217
218 }

Arquivo contendo o algoritmo de huffman

Listagem 1.3: Arquivo de Huffman

```

1
2 #include <stdio.h>
3 #include <stdlib.h>
4 #include <string.h>
5 #include <unistd.h>
6 #include <time.h>
7 #include <float.h>
8 #include <math.h>
9 #include <sys/types.h>
10 #include <sys/stat.h>
11 #include <stdint.h>
12
13 #include "final.h"
14
15 #define BILHAO 1000000000L
16
17 #define CRONOMETRA(funcao,palavras,palavra2,n1,n2) {
18     \
19     clock_gettime(CLOCK_PROCESS_CPUTIME_ID, &inicio);
20     \
21     funcao(palavras,palavra2,n1,n2);
22     \
23     clock_gettime(CLOCK_PROCESS_CPUTIME_ID, &fim);
24     \
25     tempo_de_cpu_aux = BILHAO * (fim.tv_sec - inicio.tv_sec) +
26     \
27     fim.tv_nsec - inicio.tv_nsec;
28     \
29 }
30
31 #define MAX_TREE_HT 17000
32
33 char* gera_string ( int tamanho) {
34     char *validchars = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz";
35     char *novastr;
36     register int i;
37     int str_len;
38     // inicia o contador aleatório
39     srand ( time(NULL) );
40     // novo tamanho
41     str_len = tamanho;
42     //str_len = (rand() % MAX_STR_SIZE );
43     // checa tamanho
44     //str_len += ( str_len < MIN_STR_SIZE ) ? MIN_STR_SIZE : 0;
45     // aloca memoria
46     novastr = ( char * ) malloc ( (str_len + 1) * sizeof(char));
47     if ( !novastr ){
48         printf("[*] Erro ao alocar memoria.\n" );
49         exit ( EXIT_FAILURE );
50     }
51     // gera string aleatória
52     for ( i = 0; i < str_len; i++ ) {
53         novastr[i] = validchars[ rand() % strlen(validchars) ];
54         novastr[i + 1] = 0x0;
55     }
56     // imprime informações
57     //printf ( "[*] Tamanho: %d\n", str_len );

```

```

51 //printf ( "[%*] String : %s\n", novastr );
52 return novastr;
53
54 }
55
56
57 // A Huffman tree node
58 struct MinHeapNode
59 {
60     char data; // One of the input characters
61     unsigned freq; // Frequency of the character
62     struct MinHeapNode *left, *right; // Left and right child of this node
63 };
64
65 // A Min Heap: Collection of min heap (or Huffman tree) nodes
66 struct MinHeap
67 {
68     unsigned size; // Current size of min heap
69     unsigned capacity; // capacity of min heap
70     struct MinHeapNode **array; // Array of minheap node pointers
71 };
72
73 // A utility function allocate a new min heap node with given character
74 // and frequency of the character
75 struct MinHeapNode* newNode(char data, unsigned freq)
76 {
77     struct MinHeapNode* temp =
78         (struct MinHeapNode*) malloc(sizeof(struct MinHeapNode));
79     temp->left = temp->right = NULL;
80     temp->data = data;
81     temp->freq = freq;
82     return temp;
83 }
84
85 // A utility function to create a min heap of given capacity
86 struct MinHeap* createMinHeap(unsigned capacity)
87 {
88     struct MinHeap* minHeap =
89         (struct MinHeap*) malloc(sizeof(struct MinHeap));
90     minHeap->size = 0; // current size is 0
91     minHeap->capacity = capacity;
92     minHeap->array =
93         (struct MinHeapNode**) malloc(minHeap->capacity * sizeof(struct
94             MinHeapNode));
95     return minHeap;
96 }
97 // A utility function to swap two min heap nodes
98 void swapMinHeapNode(struct MinHeapNode** a, struct MinHeapNode** b)
99 {
100     struct MinHeapNode* t = *a;
101     *a = *b;
102     *b = t;
103 }
104
105 // The standard minHeapify function.
106 void minHeapify(struct MinHeap* minHeap, int idx)
107 {
108     int smallest = idx;

```

1.1

```
109     int left = 2 * idx + 1;
110     int right = 2 * idx + 2;
111
112     if (left < minHeap->size &&
113         minHeap->array[left]->freq < minHeap->array[smallest]->freq)
114         smallest = left;
115
116     if (right < minHeap->size &&
117         minHeap->array[right]->freq < minHeap->array[smallest]->freq)
118         smallest = right;
119
120     if (smallest != idx)
121     {
122         swapMinHeapNode(&minHeap->array[smallest], &minHeap->array[idx]);
123         minHeapify(minHeap, smallest);
124     }
125 }
126
127 // A utility function to check if size of heap is 1 or not
128 int isSizeOne(struct MinHeap* minHeap)
129 {
130     return (minHeap->size == 1);
131 }
132
133 // A standard function to extract minimum value node from heap
134 struct MinHeapNode* extractMin(struct MinHeap* minHeap)
135 {
136     struct MinHeapNode* temp = minHeap->array[0];
137     minHeap->array[0] = minHeap->array[minHeap->size - 1];
138     --minHeap->size;
139     minHeapify(minHeap, 0);
140     return temp;
141 }
142
143 // A utility function to insert a new node to Min Heap
144 void insertMinHeap(struct MinHeap* minHeap, struct MinHeapNode*
    minHeapNode)
145 {
146     ++minHeap->size;
147     int i = minHeap->size - 1;
148     while (i && minHeapNode->freq < minHeap->array[(i - 1)/2]->freq)
149     {
150         minHeap->array[i] = minHeap->array[(i - 1)/2];
151         i = (i - 1)/2;
152     }
153     minHeap->array[i] = minHeapNode;
154 }
155
156 // A standard funvntion to build min heap
157 void buildMinHeap(struct MinHeap* minHeap)
158 {
159     int n = minHeap->size - 1;
160     int i;
161     for (i = (n - 1) / 2; i >= 0; --i)
162         minHeapify(minHeap, i);
163 }
164
165 // A utility function to print an array of size n
166 void printArr(int arr[], int n)
```

```

167 {
168     int i;
169     for (i = 0; i < n; ++i)
170         printf("%d", arr[i]);
171     printf("\n");
172 }
173
174 // Utility function to check if this node is leaf
175 int isLeaf(struct MinHeapNode* root)
176 {
177     return !(root->left) && !(root->right) ;
178 }
179
180 // Creates a min heap of capacity equal to size and inserts all character
    of
181 // data[] in min heap. Initially size of min heap is equal to capacity
182 struct MinHeap* createAndBuildMinHeap(char data[], int freq[], int size)
183 {
184     struct MinHeap* minHeap = createMinHeap(size);
185     for (int i = 0; i < size; ++i)
186         minHeap->array[i] = newNode(data[i], freq[i]);
187     minHeap->size = size;
188     buildMinHeap(minHeap);
189     return minHeap;
190 }
191
192 // The main function that builds Huffman tree
193 struct MinHeapNode* buildHuffmanTree(char data[], int freq[], int size)
194 {
195     struct MinHeapNode *left, *right, *top;
196
197     // Step 1: Create a min heap of capacity equal to size. Initially,
        there are
198     // nodes equal to size.
199     struct MinHeap* minHeap = createAndBuildMinHeap(data, freq, size);
200
201     // Iterate while size of heap doesn't become 1
202     while (!isSizeOne(minHeap))
203     {
204         // Step 2: Extract the two minimum freq items from min heap
205         left = extractMin(minHeap);
206         right = extractMin(minHeap);
207
208         // Step 3: Create a new internal node with frequency equal to the
        // sum of the two nodes frequencies. Make the two extracted node
        as
209         // left and right children of this new node. Add this node to the
        min heap
210         // '$' is a special value for internal nodes, not used
211         top = newNode('$', left->freq + right->freq);
212         top->left = left;
213         top->right = right;
214         insertMinHeap(minHeap, top);
215     }
216
217
218     // Step 4: The remaining node is the root node and the tree is
        complete.
219     return extractMin(minHeap);
220 }

```

```

221
222 // Prints huffman codes from the root of Huffman Tree. It uses arr[] to
223 // store codes
224 void printCodes(struct MinHeapNode* root, int arr[], int top)
225 {
226     // Assign 0 to left edge and recur
227     if (root->left)
228     {
229         arr[top] = 0;
230         printCodes(root->left, arr, top + 1);
231     }
232
233     // Assign 1 to right edge and recur
234     if (root->right)
235     {
236         arr[top] = 1;
237         printCodes(root->right, arr, top + 1);
238     }
239
240     // If this is a leaf node, then it contains one of the input
241     // characters, print the character and its code from arr[]
242     if (isLeaf(root))
243     {
244         printf("%c: ", root->data);
245         printArr(arr, top);
246     }
247 }
248
249 // The main function that builds a Huffman Tree and print codes by
250 // traversing
251 // the built Huffman Tree
252 void HuffmanCodes(char data[], int freq[], int size)
253 {
254     // Construct Huffman Tree
255     struct MinHeapNode* root = buildHuffmanTree(data, freq, size);
256
257     // Print Huffman codes using the Huffman tree built above
258     int arr[MAX_TREE_HT], top = 0;
259     //printCodes(root, arr, top);
260 }
261
262 int* getFrequencias(char* novastr, int* freq, int tamanho){
263     char *validchars = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz";
264     for(int i=0; i<26; i++){
265         freq[i] = 0;
266         for(int j=0; j<tamanho; j++){
267             if(novastr[j] == validchars[i]){
268                 freq[i]++;
269             }
270         }
271     }
272     return freq;
273 }
274
275 int main(){
276     uint64_t tempo_de_cpu_aux = 0;
277     struct timespec inicio, fim;
278     uint64_t tempo_de_cpu = 0.0;

```

```

279 char *caracteres = "abcdefghijklmnopqrstuvwxyz";
280 char* teste[11];
281 int tamanho[11];
282 int j=11;
283 int** freq = (int**)malloc(11*sizeof(int*));
284 for(int i=0;i<26;i++){
285     freq[i] = (int*)calloc(26,sizeof(int));
286 }
287 for(int i=0;i<11;i++){
288     tamanho[i] = (int)pow(2.0,i+4.0);
289     teste[i] = gera_string(tamanho[i]);
290     freq[i] = getFrequencias(teste[i],freq[i],tamanho[i]);
291 }
292 for(int i=0;i<11;i++){
293     for(int j=0;j<3;j++){
294         //CRONOMETRA(HuffmanCodes, teste[i],freq[i],tamanho[i]);
295         //CRONOMETRA(scm_recurativa,teste[i],teste[2],tamanho[i],
296             tamanho[2]);
297         tempo_de_cpu += tempo_de_cpu_aux;
298         //printf("Tempo antes da divisao: %ld\n",tempo_de_cpu);
299         //HuffmanCodes(teste[i],freq[i],tamanho[i]);
300     }
301     //printf("Tempo antes da divisao: %ld\n",tempo_de_cpu);
302     printf("Tamanho %d ", tamanho[i]);
303     printf("Tempo %ld\n",tempo_de_cpu/3);
304     tempo_de_cpu = 0;
305     tempo_de_cpu_aux = 0;
306     j--;
307 }
308 //for(int i=0;i<11;i++){
309 //    for(int j=0;j<26;j++){
310 //        printf("Letra %c, freq: %d\n",caracteres[j],freq[i][j]);
311 //    }
312 //}

```

O arquivo vetor.c mantém todas as funções a respeito do vetor, como geração, preenchimento, etc.

Listagem 1.4: Arquivo referente ao grafo

```

1 #include "grafo.h"
2
3 //Node **node;
4
5 //FILE *fp;
6
7 /*int main()
8 {
9     int nv;
10
11     //fp= fopen("./grafos/grafoDenso_NV1024","r");
12     //fscanf(fp,"%d",&nv);
13     //initial(nv);
14     //CriaListAdj();
15     //PrintAdjList(nv);
16
17     return 0;
18 }*/

```


1.1

```
19
20
21
22 Node** initial(int nv)
23 {
24     return (Node **)malloc(nv * sizeof(Node *));
25 }
26
27
28
29 //CREATE ADJACENCY LIST -
30 Node** CriaListAdj(Node **node, char *arq)
31 {
32     FILE *fp = NULL;
33     int nv;
34     fp = fopen(arq, "r");
35     if(fscanf(fp, "%d", &nv))
36         printf("ok!");
37     node = initial(nv);
38     int v1, v2;
39     Node *ptr;
40     while(fscanf(fp, "%d %d", &v1, &v2) != EOF) {
41         ptr = (Node *)malloc(sizeof(Node));
42         ptr->vertex = v2;
43         //Se o vertice não foi mapeado ainda
44         if (node[v1] == NULL) {
45             node[v1] = (Node *)malloc(sizeof(Node));
46             node[v1]->vertex = v1;
47             node[v1]->next = NULL;
48         }
49         Node *next = node[v1];
50         while (next->next != NULL)
51             next = next->next;
52
53         next->next = ptr;
54     }
55     //PrintAdjList(node, nv);
56     fclose(fp);
57     return node;
58 }
59
60 int getTamanho(char *arq) {
61     FILE *fp = NULL;
62     int nv;
63     fp = fopen(arq, "r");
64     if(fscanf(fp, "%d", &nv));
65     return nv;
66 }
67
68 void clearList(Node **node, int tam) {
69     for(int i=1; i<=tam; i++) {
70         Node* aux = node[i];
71         Node* tmp;
72         while(aux != NULL) {
73             tmp = aux->next;
74             free(aux);
75             aux = tmp;
76         }
77         free(node[i]);

```

```

78     }
79     free(node);
80 }
81
82 //PRINT LIST
83 void PrintAdjList(Node** node,int nv)
84 {
85     int i;
86     Node *ptr;
87
88     for(i=1; i<=nv; i++){
89         ptr = node[i]->next;
90         printf("    node[%2d]  ",i);
91         while(ptr != NULL){
92             printf("    -->%2d", ptr->vertex);
93             ptr=ptr->next;
94         }
95         printf("\n");
96     }
97     printf("\n");
98 }

```

Este arquivo serve para gerar os vetores e salva-los em arquivos.

Listagem 1.5: Geração dos grafos

```

1 #include <stdlib.h>
2 #include <stdio.h>
3 #include <string.h>
4 #include <math.h>
5 #include <sys/types.h>
6 #include <sys/stat.h>
7 #include <unistd.h>
8
9 #include "grafo.h"
10
11 #define POT2(n) (1 << (n))
12
13
14
15
16
17 void gera_e_salva_graf(int n, Tipo t){
18     // int * v = NULL;
19     char nome_do_arquivo[64];
20     char sufixo[10];
21
22     switch (t){
23         case ESPARSO:
24             sprintf(nome_do_arquivo, "grafoEsparso_NV%d", n);
25             break;
26         case DENSO:
27             sprintf(nome_do_arquivo, "grafoDenso_NV%d", n);
28             break;
29         default: break; //CONFIRME(false,
30                             //"gera_e_salva_graf: Ordenação desconhecida");
31     }
32     escreve_grafo(n,t,nome_do_arquivo);
33 }

```

1.1

```
34
35 void escreve_grafo(int n, Tipo t, char* arq){
36     int i,j;
37     FILE* fd = NULL;
38
39     fd = fopen(arq, "w");
40
41     fprintf(fd, "%d\n", n);
42     switch(t){
43         case ESPARSO:
44             for(i=1; i<n; i++){
45                 fprintf(fd, "%d %d\n", i, i+1);
46             }
47             fprintf(fd, "%d", n);
48             break;
49         case DENSO:
50             for(i=1; i<n; i++){
51                 for(j=1; j<=n; j++){
52                     if(i!=j){
53                         fprintf(fd, "%d %d\n", i, j);
54                     }
55                 }
56             }
57             fprintf(fd, "%d", n);
58             break;
59         default:
60             break;
61     }
62 }
63
64
65 int main(int argc, char *argv[]){
66     int n = 0;
67     int p = 0;
68     char diretorio[256];
69
70     struct stat st = {0};
71
72
73     if (argc == 2)
74         strcpy(diretorio, argv[1]);
75     else
76         strcpy(diretorio, "./grafos");
77
78     if (stat(diretorio, &st) == -1) { // se o diretorio não existir,
79         mkdir(diretorio, 0700);      // crie um
80     }
81
82     CONFIRME(chdir(diretorio) == 0, "Erro ao mudar de diretório");
83
84     for(int i = 128; i<=1024; i=(i*2)){
85         gera_e_salva_graf(i, ESPARSO);
86         gera_e_salva_graf(i, DENSO);
87     }
88
89
90     //CONFIRME(chdir("..") == 0, "Erro ao mudar de diretório");
91
92     exit(0);
```

93 }

Este arquivo contém os algoritmos de ordenação pedidos.

Listagem 1.6: Métodos de busca

```

1 #include <stdio.h>
2 #include <stdlib.h>
3 #include "grafo.h"
4 #include "opgrafo.h"
5 #include <math.h>
6
7 void VisitaEmProfundidade(Node** G, int u, int* cor,int *r,int tempo){
8     cor[u] = 1; // 1: CINZA
9     tempo = tempo + 1;
10    //d[u] = tempo;
11    Node* aux = G[u]->next;
12    while(aux != NULL){
13        if(cor[aux->vertex] == 2){
14            r[aux->vertex] = u;
15            VisitaEmProfundidade(G,aux->vertex,cor,r,tempo);
16        }
17        aux = aux->next;
18    }
19    cor[u] = 0;
20    tempo = tempo+1;
21    //f[u] = tempo;
22 }
23
24
25 void BuscaEmProfundidade(Node **G, int u){
26     int cor[u];
27     int r[u];
28     int tempo;
29     int i;
30
31     for(i = 1; i<=u ; i++)
32         cor[i] = 2; // 2: Branco
33
34     tempo = 0;
35     for(int i=1;i<=u;i++){
36         if(cor[i] == 2){
37             VisitaEmProfundidade(G,i,cor, r,tempo);
38         }
39     }
40     /*for(int i=1;i<=u;i++){
41         printf("%d, ",cor[i]);
42     }*/
43 }
44
45 void BuscaEmLargura(Node** G ,int tam){
46     Node* fila[1024];
47     int front = 0;
48     int rear = -1;
49     int itemCount = 0;
50
51     int source = 1;
52     int cor[tam],r[tam];
53     //Fila* Q = (Fila*)malloc(sizeof(Fila));

```

1.1

```

54 Node *aux;
55 Node *tmp;
56 for(int i=1;i<=tam;i++){
57     if(i!=source){
58         cor[i] = 2;
59         //d[i] = infinito
60     }
61 }
62 cor[source] = 1;
63 //d[source] = 0;
64 r[source] = source;
65 InereNaFila(fila,G[source],&itemCount,&rear);
66 while(isEmpty(itemCount) != 1){
67     aux = RemoveDaFila(fila,&itemCount,&front);
68     tmp = aux;
69     while(tmp!=NULL){
70         if(cor[tmp->vertex] == 2){
71             cor[tmp->vertex] = 1;
72             //d[tmp->vertex] = d[aux->vertex] + 1
73             r[tmp->vertex] = aux->vertex;
74             InereNaFila(fila,G[tmp->vertex],&itemCount,&rear);
75         }
76         tmp = tmp->next;
77     }
78     cor[aux->vertex] = 0;
79 }
80 }
81
82 Node* topoDaFila(Node**fila,int front){
83     return fila[front];
84 }
85
86 int isFull(int itemCount){
87     if(itemCount == 1024)
88         return 1;
89     else
90         return 0;
91 }
92
93 int isEmpty(int itemCount){
94     if(itemCount == 0)
95         return 1;
96     else
97         return 0;
98 }
99
100 void InereNaFila(Node** fila,Node* no,int* itemCount,int* rear){
101     if(!isFull(*itemCount)){
102         if(*rear == 1024-1){
103             *rear = -1;
104         }
105         fila[++(*rear)] = no;
106         (*itemCount)++;
107     }
108     //printf("Elemento inserido %d \n", no->vertex);
109 }
110
111 Node* RemoveDaFila(Node** fila,int *itemCount,int *front) {
112     Node* data = fila[(*front)++];

```

```

113
114     if((*front) == 1024) {
115         (*front) = 0;
116     }
117     (*itemCount)--;
118     return data;
119 }
120
121
122 void VisitaEmProfundidadeTop(Node** G, int u, int* cor,int *r,int tempo,
    int *d, int *f,Node **fila, int* rear, int *itemCount){
123     cor[u] = 1; // 1: CINZA
124     tempo = tempo + 1;
125     d[u] = tempo;
126     Node* aux = G[u]->next;
127     while(aux != NULL){
128         if(cor[aux->vertex] == 2){
129             r[aux->vertex] = u;
130             VisitaEmProfundidadeTop(G,aux->vertex,cor,r,tempo,d,f,fila,rear,
                itemCount);
131         }
132         aux = aux->next;
133     }
134     cor[u] = 0;
135     tempo = tempo+1;
136     f[u] = tempo;
137     //printf("Aresta %d tempo %d",u,f[u]);
138     InsereNaFila(fila,G[u],itemCount,rear);
139 }
140
141
142 void OrdenaTopologico(Node **G, int u){
143     Node* fila[1025];
144     int front = 0;
145     int rear = -1;
146     int itemCount = 0;
147     int cor[u];
148     int r[u];
149     int d[u];
150     int f[u];
151     int tempo;
152     int i;
153
154     for(i = 1; i<=u ; i++)
155         cor[i] = 2; // 2: Branco
156     tempo = 0;
157     for(int i=1;i<=u;i++){
158         if(cor[i] == 2){
159             VisitaEmProfundidadeTop(G,i,cor, r,tempo,d,f, fila, &rear,&itemCount
                );
160         }
161     }
162     //for(int i=(u-1);i>0;i--){
163     //     printf("%d, ",fila[i]->vertex);
164     //}
165 }

```

O arquivo ensaios.c serve para automatizar e calcular os tempos de cada método de

ordenação.

Listagem 1.7: Automatização dos experimentos

```

1  #include <stdlib.h>
2  #include <stdio.h>
3  #include <string.h>
4  #include <stdint.h>
5  #include <time.h>
6  #include <float.h>
7  #include <math.h>
8  #include <sys/types.h>
9  #include <sys/stat.h>
10 #include <unistd.h>
11
12 #include "grafo.h"
13 #include "opgrafo.h"
14
15 #define BILHAO 1000000000L
16
17 #define CRONOMETRA(funcao, grafo, n) { \
18     clock_gettime(CLOCK_PROCESS_CPUTIME_ID, &inicio); \
19     funcao(grafo, n); \
20     clock_gettime(CLOCK_PROCESS_CPUTIME_ID, &fim); \
21     tempo_de_cpu_aux = BILHAO * (fim.tv_sec - inicio.tv_sec) + \
22         fim.tv_nsec - inicio.tv_nsec; \
23 }
24
25 int main(int argc, char *argv[]) {
26     Node **grafo = NULL;
27     int n = 0;
28     uint64_t tempo_de_cpu_aux = 0;
29     int tamanho = 0, count = 0;
30     //clock_t inicio, fim;
31     struct timespec inicio, fim;
32     uint64_t tempo_de_cpu = 0.0;
33     char msg[256];
34     char nome_do_arquivo[128];
35     char **arquivos;
36     int k=0, h = 0;
37     arquivos = (char**)malloc(200*sizeof(char*));
38     for(int i=0; i<100; i++){
39         arquivos[i] = (char*)malloc(128*sizeof(char));
40     }
41     for(int i=128; i<=1024; i=i*2){
42         sprintf(nome_do_arquivo, "grafos/grafoEsparso_NV%d", i);
43         strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
44         k++;
45     }
46     for(int i=128; i<=1024; i=i*2){
47         sprintf(nome_do_arquivo, "grafos/grafoDenso_NV%d", i);
48         strcpy(arquivos[k], nome_do_arquivo);
49         k++;
50     }
51     //strcpy(nome_do_arquivo, "vetores/vIntCrescente_131072.dat");
52     // Leia o vetor a partir do arquivo
53     //v = leia_vetor_int(nome_do_arquivo, &n);
54     for(int i=0; i<k; i++){
55         tempo_de_cpu = 0.0;
56         for(int j=0; j<1; j++){

```

```

57         tamanho = getTamanho(arquivos[i]);
58         grafo = CriaListAdj(grafo, arquivos[i]);
59         //inicio = clock();
60         //ordena_por_bolha(v,n);
61         //insertion(v,tamanho);
62         //fim = clock();
63         CRONOMETRA(OrdenaTopologico, grafo,tamanho);
64         //tempo_de_cpu += ((double) (fim - inicio)) / CLOCKS_PER_SEC;
65         tempo_de_cpu += tempo_de_cpu_aux;
66     }
67     //PrintAdjList(grafo,tamanho);
68     //clearList(grafo,tamanho);
69     printf("Tamanho %d ", tamanho);
70     printf("Tempo %ld\n",tempo_de_cpu);
71 }
72 //imprime_vetor_int(v,16384);
73 exit(0);
74 }

```

1.1.1 Comandos

Os seguintes passos devem ser seguidos para criação dos grafos que serão utilizados no experimento:

1 - Compilar o arquivo Grafo.c;

```

> gcc -O3 -c grafo.c
> gcc -O3 -c opgrafo.c

```

2 - Compilar o programa que gera os grafos e os coloca no diretório determinado;

```

> gcc -O3 grafi.o gera_grafo.c -o gera_grafo.exe

```

3 - Para usá-lo digite

```

> ./gera_grafos.exe

```

Os passos a seguir são para execução do experimento

1 - Verifique a existência do diretório contendo os grafos, e então digite o seguinte comando:

```

> gcc -O3 -c opgrafo.c

```

2 - Agora é necessário compilar o arquivo de ensaio e tudo que será utilizado

```

> gcc -O3 grafo.o opgrafo.o ensaiosgrafo.c -o ensaiosgrafo.exe -lm

```

3 - Para executar digite:

```

> ./ensaiosgrafo.exe

```


1.2 Máquina de teste

Todos os testes foram realizados na mesma máquina com as seguintes configurações, e usando apenas um núcleo:

AMD FX-8350 4.0GHZ

16GB Memória DDR3-1600

HDD 2TB 7200RPM

Placa de video Nvidia GTX1050Ti

Sistema Operacional: Ubuntu 16.04

Capítulo 2

Grafo

A teoria dos grafos é um ramo da matemática que estuda as relações entre os objetos de um determinado conjunto. Para tal são empregadas estruturas chamadas de grafos, $G(V,E)$, onde V é um conjunto não vazio de objetos denominados vértices e E é um subconjunto de pares não ordenados de V , chamados arestas. Neste trabalho, foi-se definido como grafo esparso um grafo que tem apenas uma aresta entre cada par de vértice $(1,2), (2,3), (3,4), \dots, (n-1, n)$ e um grafo denso foi definido como um grafo completo, ou seja, cada vértice tem aresta com todos os outros vértices.

2.1 Busca Largura

É um algoritmo de busca em grafos utilizado para realizar uma busca ou travessia num grafo e estrutura de dados do tipo árvore. Você começa pelo vértice raiz e explora todos os vértices vizinhos. Então, para cada um desses vértices mais próximos, exploramos os seus vértices vizinhos inexplorados e assim por diante, até que ele encontre o alvo da busca.

2.2 Busca Largura - Grafo Esparso

Tabela 2.1: *Busca Largura com grafo Esparso*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
128	7943
256	7472
512	15414
1024	32102

2.2.1 Gráfico Busca Largura - Grafo Esparso

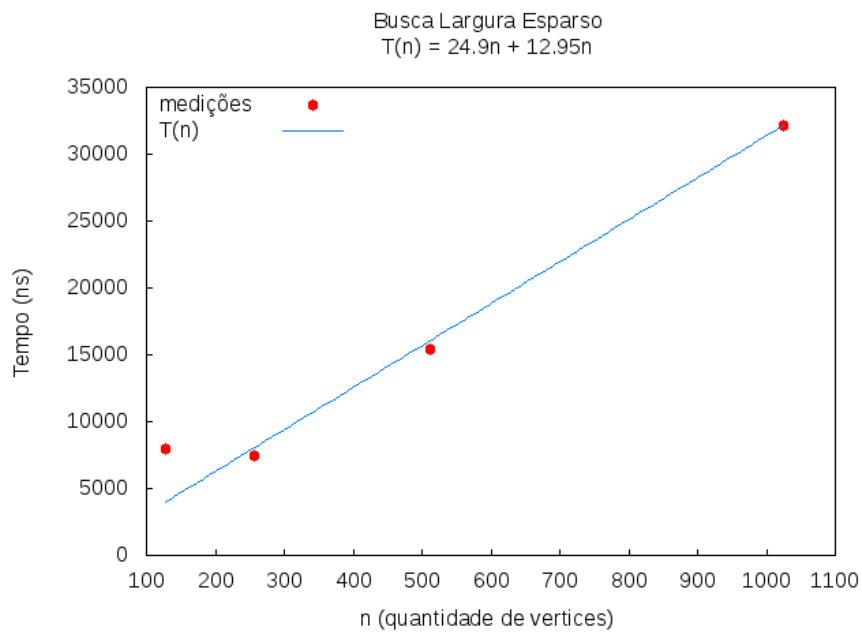


Figura 2.1: Busca Largura - Grafo Esparso

2.3 Busca Largura - Grafo Denso

Tabela 2.2: Busca em Largura Grafo Denso

Número de Elementos	Tempo de execução em nanossegundos
128	67546
256	318565
512	1216634
1024	4527417

2.3.1 Busca em Largura - Grafo Denso

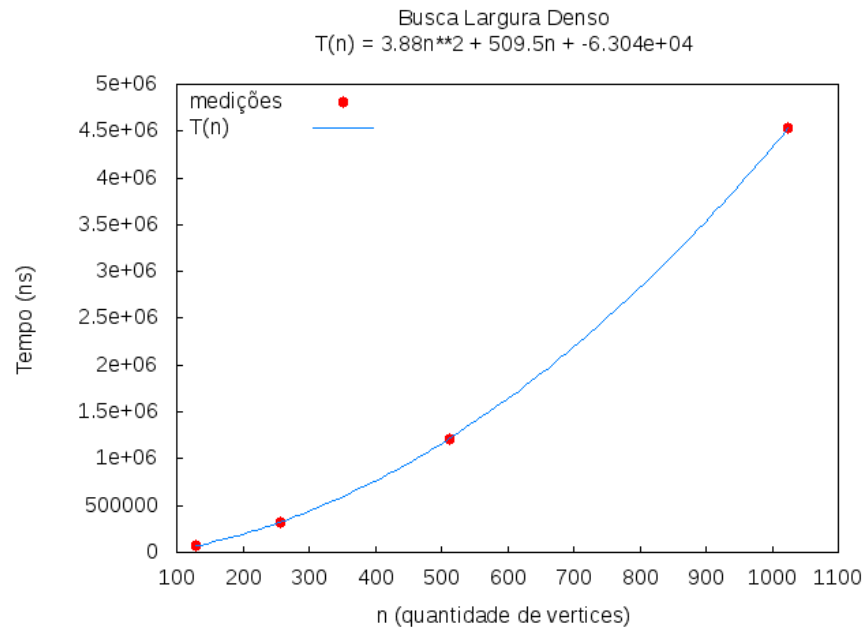


Figura 2.2: *Busca em Largura - Grafo Denso*

2.4 Busca Profundidade

É um algoritmo usado para realizar uma busca ou travessia numa árvore, estrutura de árvore ou grafo. O algoritmo começa num nó raiz (selecionando algum nó como sendo o raiz, no caso de um grafo) e explora tanto quanto possível cada um dos seus ramos, antes de retroceder(backtracking).

2.5 Busca Profundidade - Grafo Esparso

Tabela 2.3: *Busca Profundidade com Grafo Esparso*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
128	6619
256	7975
512	21265
1024	36223

2.5.1 Busca Profundidade - Grafo Esparso

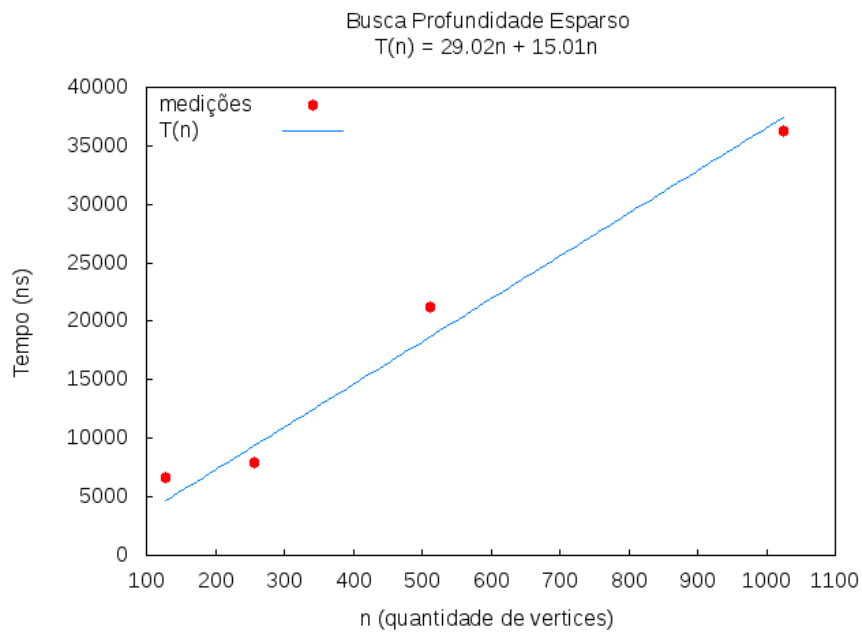


Figura 2.3: *Busca Profundidade - Grafo Esparso*

2.6 Busca Profundidade - Grafo Denso

Tabela 2.4: *Busca Profundidade em um Grafo Denso*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanossegundos
128	72161
256	330916
512	1380078
1024	4735134

2.6.1 Busca Profundidade - Grafo Denso

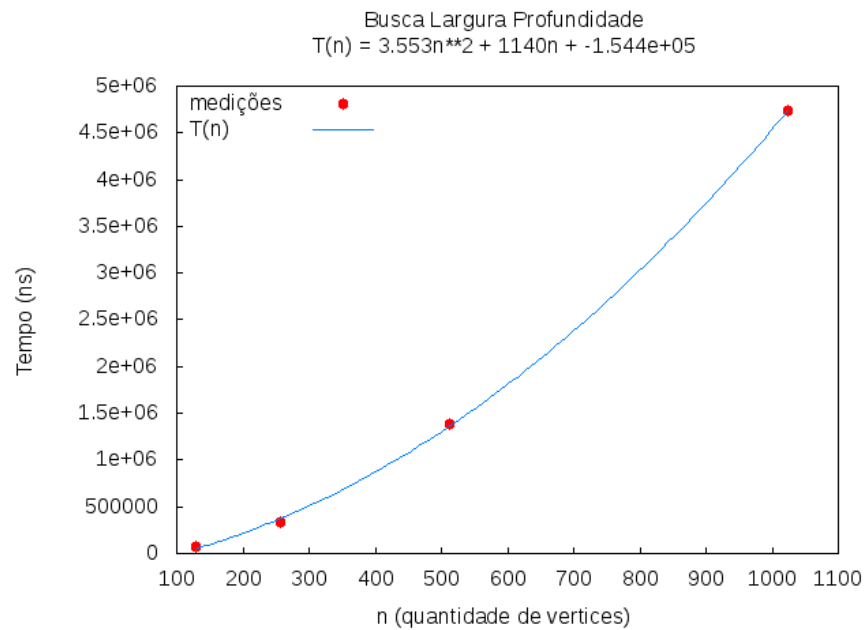


Figura 2.4: *Busca Profundidade - Grafo Denso*

2.7 Ordenação Topologica

É uma ordem linear de seus nós em que cada nó vem antes de todos nós para os quais este tenha arestas de saída. Cada DAG tem uma ou mais ordenações topológicas.

2.8 Ordenação Topologica - Grafo Esparso

Tabela 2.5: *Ordenação Topologica com Grafo Esparso*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
128	13549
256	15347
512	30745
1024	57293

2.8.1 Ordenação Topologica - Grafo Esparso

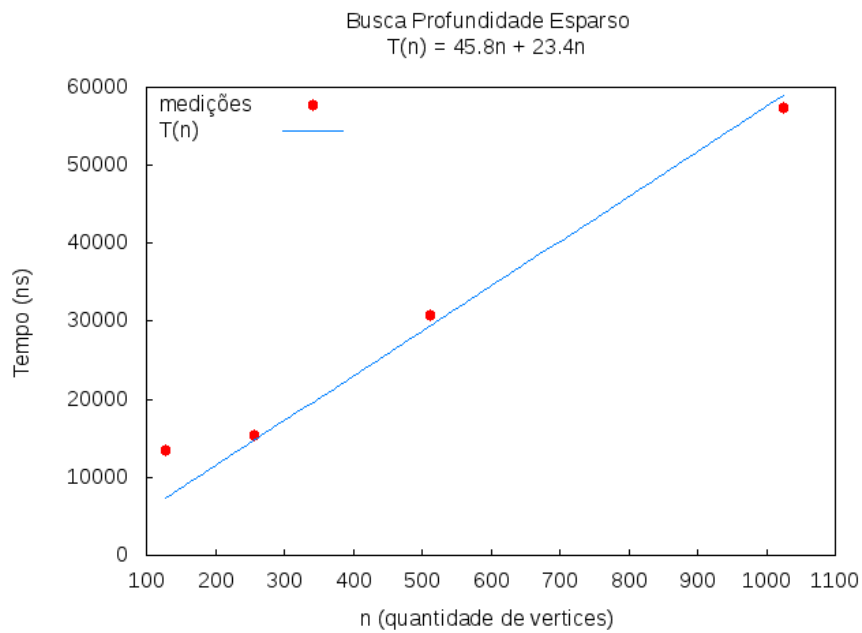


Figura 2.5: Ordenação Topologica - Grafo Esparso

2.9 Ordenação Topologica - Grafo Denso

Tabela 2.6: Ordenação Topologica com Grafo Denso

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
128	93864
256	349061
512	1344655
1024	4865168

2.9.1 Ordenação Topologica - Grafo Denso

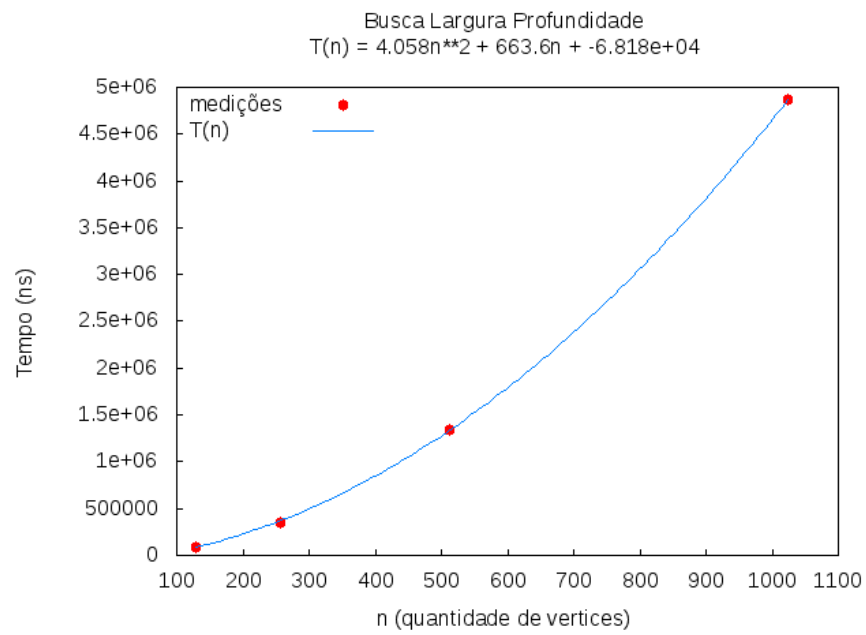


Figura 2.6: Ordenação Topologica - Grafo Denso

Capítulo 3

Guloso

Algoritmo guloso ou míope é técnica de projeto de algoritmos que tenta resolver o problema fazendo a escolha localmente ótima em cada fase com a esperança de encontrar um ótimo global.

3.1 Huffman

A codificação de Huffman é um método de compressão que usa as probabilidades de ocorrência dos símbolos no conjunto de dados a ser comprimido para determinar códigos de tamanho variável para cada símbolo.

3.1.1 Vetor aleatorio

Tabela gerada utilizando Huffman com vetor de string aleatorias com frequencias em tempo $O(n \log n)$ de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 3.1: *Huffman com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	4599
32	8150
64	22736
128	42886
256	95255
512	170503
1024	438873
2048	1031620
4096	2592036
8192	5381493
16384	10506005

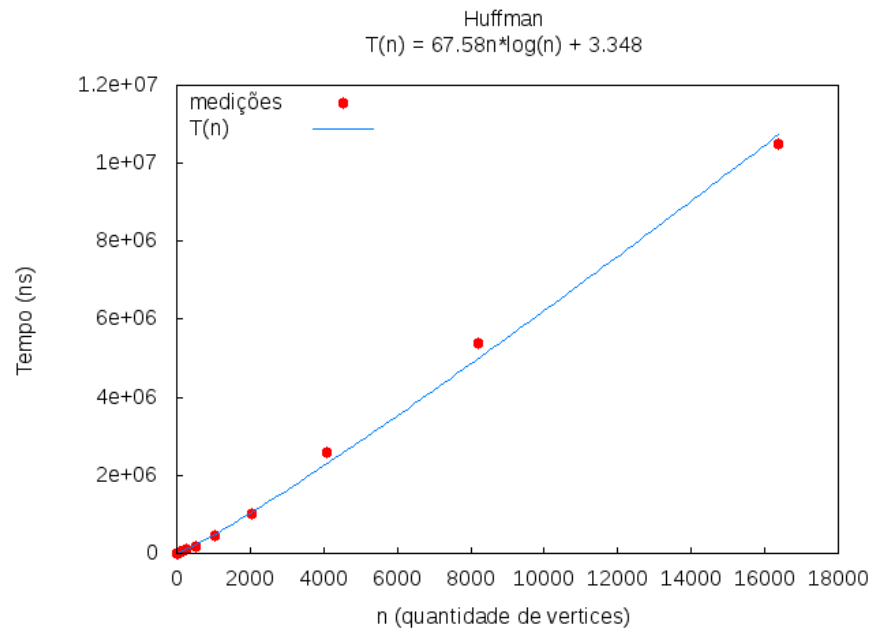


Figura 3.1: *Huffman - Vetor Aleatório*

3.2 Seleção de Atividade Interativo

É um problema onde dado um conjunto S de atividades, encontrar o maior subconjunto de S com atividades mutuamente compatíveis.

3.2.1 Vetor crescente

Tabela gerada utilizando Seleção de Atividade Interativo com vetor de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos crescente.

Tabela 3.2: *Seleção de Atividade Interativo com vetor crescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	615
32	680
64	769
128	802
256	764
512	836
1024	1058
2048	1294
4096	1685
8192	2594
16384	4578

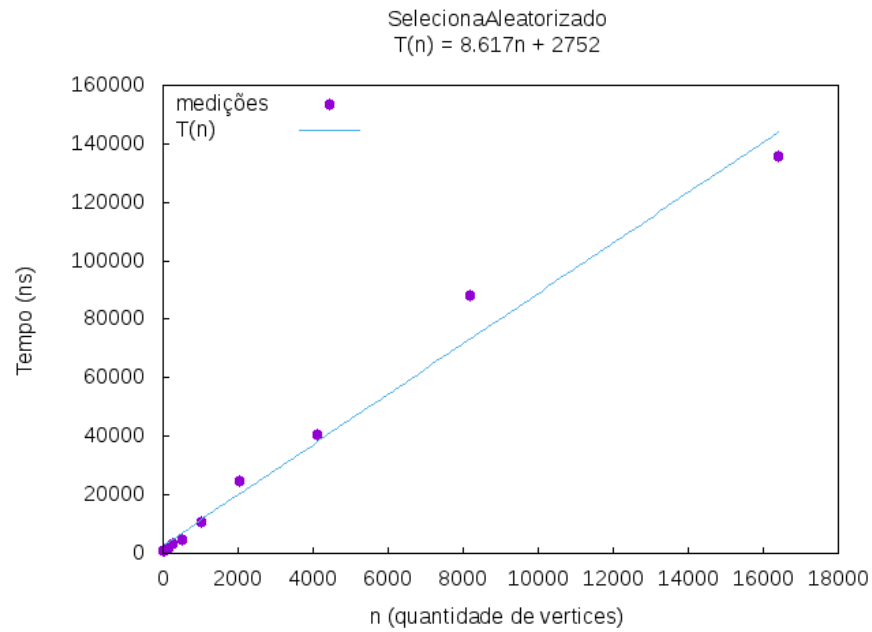


Figura 3.3: *Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor Aleatório*

3.3.2 Vetor Crescente

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente.

Tabela 3.4: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	563
32	677
64	1184
128	2093
256	3518
512	6070
1024	9960
2048	24854
4096	39433
8192	79908
16384	245208

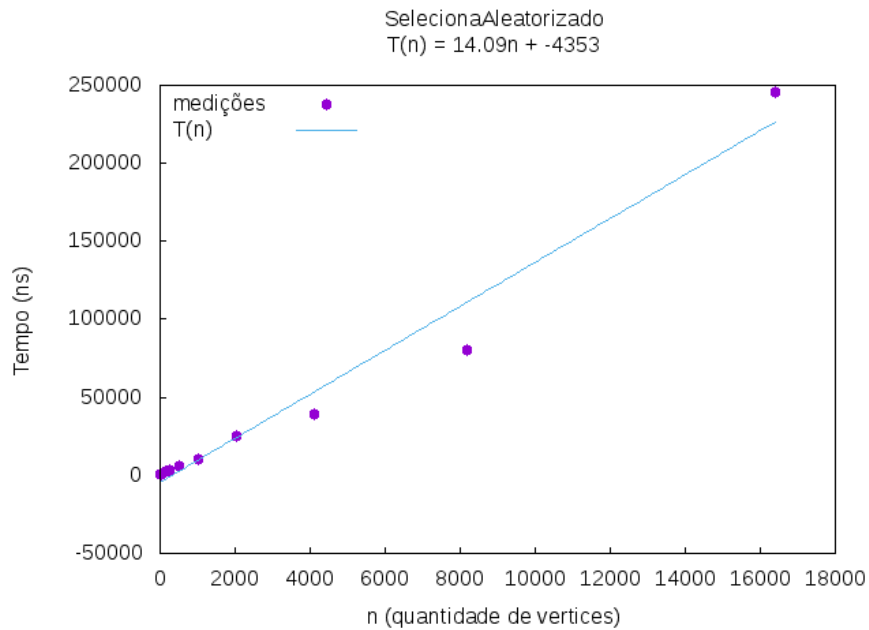


Figura 3.4: *Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente*

3.3.3 Vetor Crescente P10

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P10.

Tabela 3.5: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	672
32	843
64	1091
128	2310
256	3383
512	6038
1024	19242
2048	34439
4096	46022
8192	95304
16384	176781

P10/SelecionaAleatorizado.png P10/SelecionaAleatorizado.png

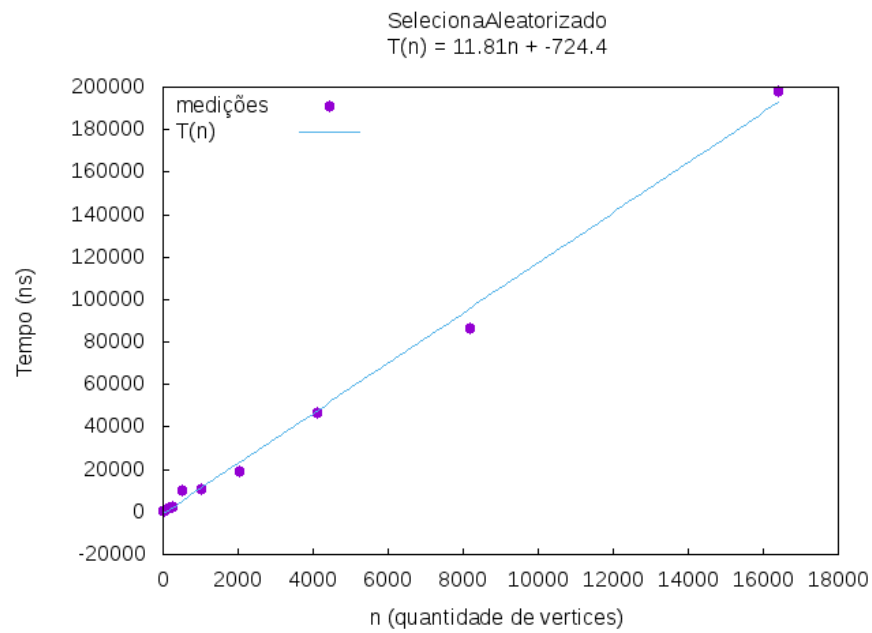


Figura 3.5: Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P10

3.3.4 Vetor Crescente P20

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P20.

Tabela 3.6: Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P20

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	613
32	780
64	1259
128	1836
256	2640
512	9910
1024	11045
2048	19416
4096	46564
8192	86621
16384	198014

P20/SelecionaAleatorizado.png P20/SelecionaAleatorizado.png

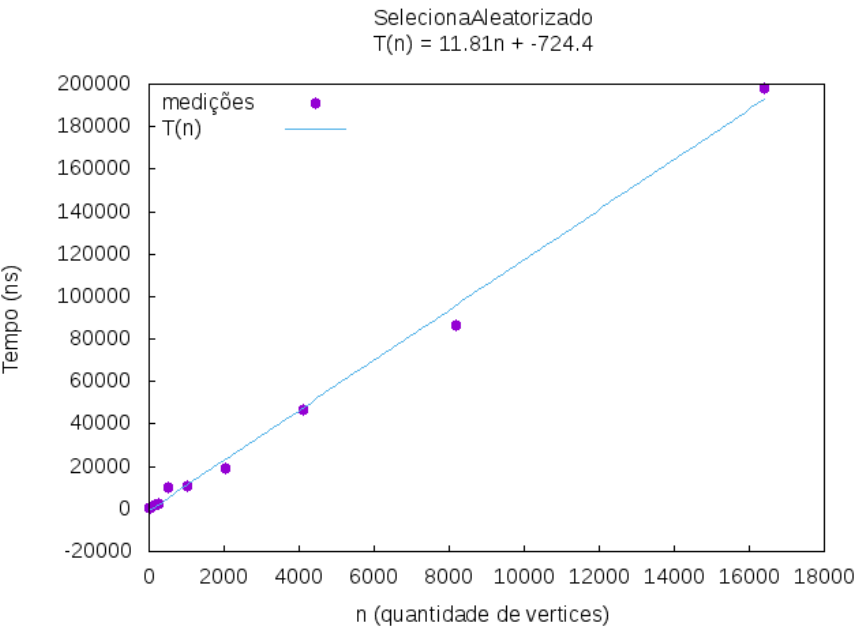


Figura 3.6: Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P20

3.3.5 Vetor Crescente P30

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P30.

Tabela 3.7: Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P30

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	651
32	698
64	1008
128	2052
256	3051
512	6192
1024	10526
2048	17150
4096	45699
8192	76166
16384	155111

P30/SelecionaAleatorizado.png P30/SelecionaAleatorizado.png

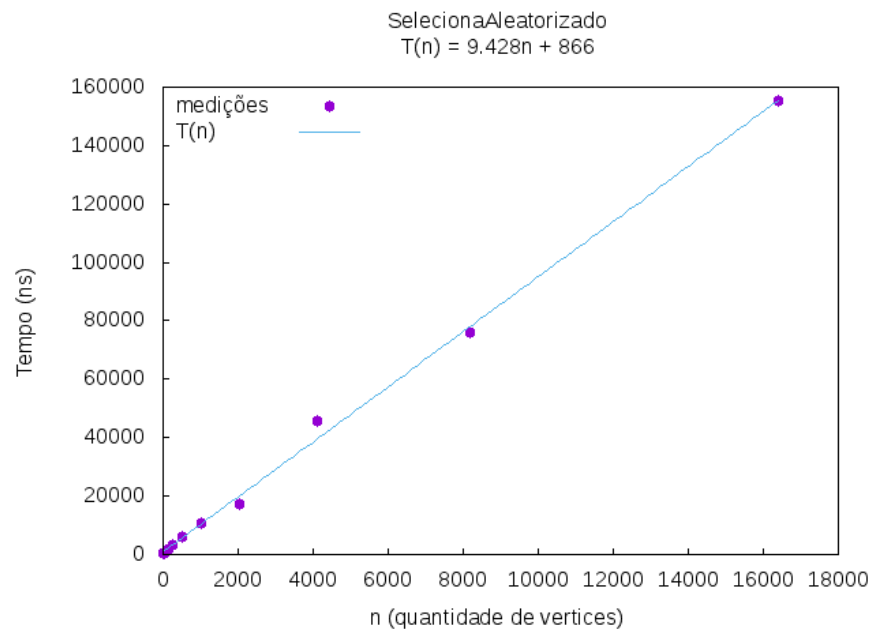


Figura 3.7: Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P30

3.3.6 Vetor Crescente P40

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P40.

Tabela 3.8: Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P40

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	743
32	666
64	989
128	1508
256	2883
512	5360
1024	11656
2048	20539
4096	41529
8192	100858
16384	222297

P40/SelecionaAleatorizado.png P40/SelecionaAleatorizado.png

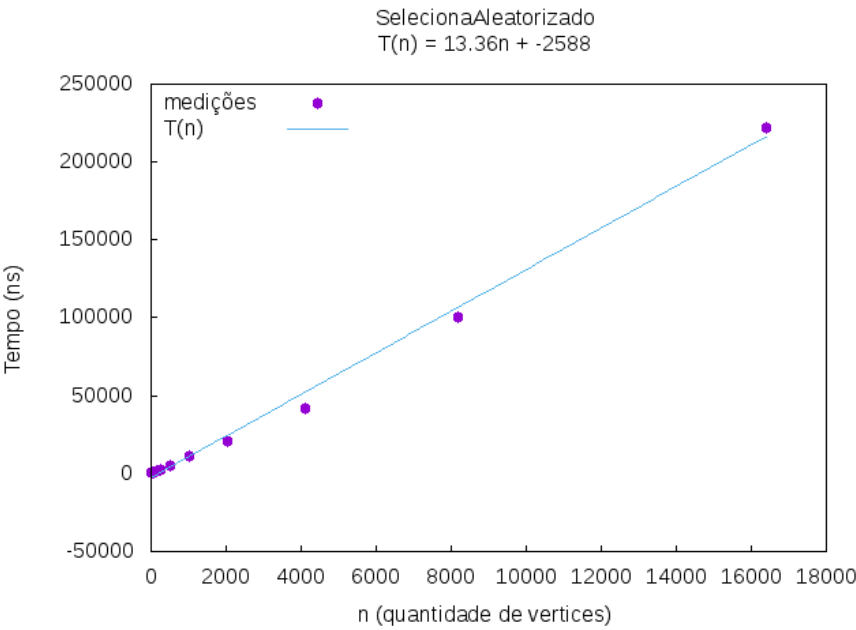


Figura 3.8: Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P40

3.3.7 Vetor Crescente P50

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P50.

Tabela 3.9: Seleciona Recursivo de Atividade com vetor crescente P50

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	620
32	827
64	1258
128	1600
256	3615
512	4546
1024	10992
2048	24860
4096	60197
8192	98321
16384	249566

P50/SelecionaAleatorizado.png P50/SelecionaAleatorizado.png

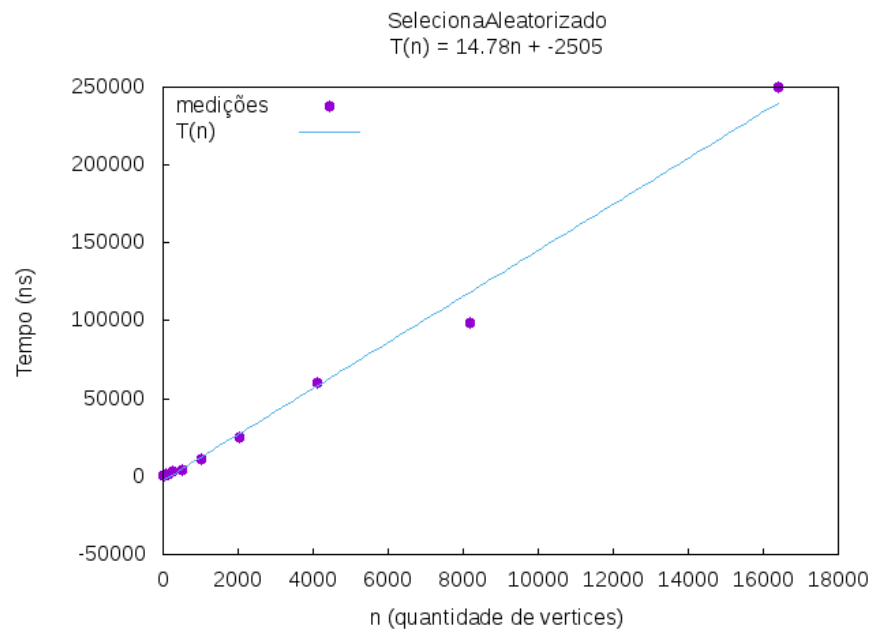


Figura 3.9: Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor crescente P50

3.3.8 Vetor Decrescente

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente.

Tabela 3.10: Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	822
32	1130
64	1610
128	2075
256	2774
512	6371
1024	12455
2048	20537
4096	39481
8192	90849
16384	216330

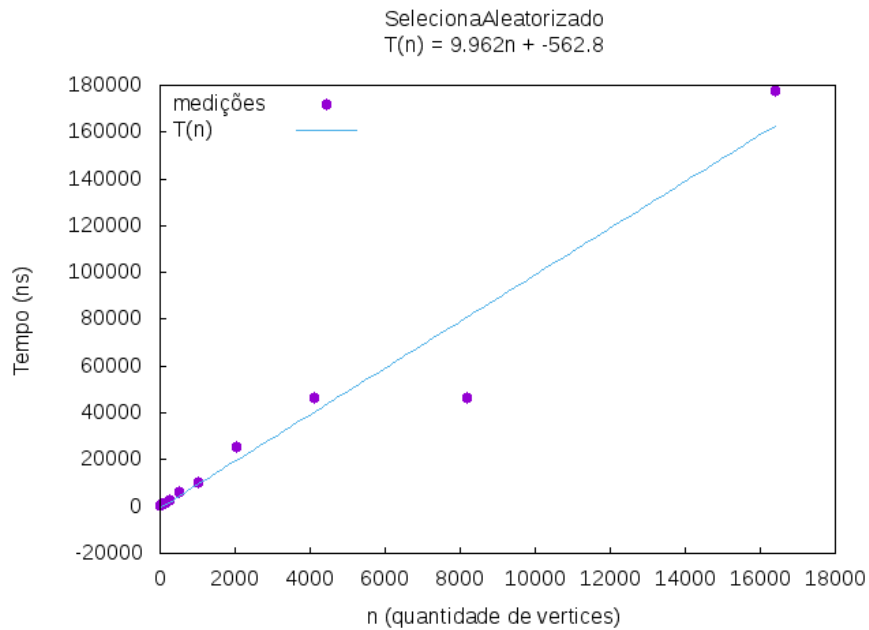


Figura 3.10: *Seleciona Recursivo de Atividade- Vetor decrescente*

3.3.9 Vetor Decrescente P10

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P10.

Tabela 3.11: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	692
32	875
64	968
128	1772
256	2865
512	6142
1024	10526
2048	25677
4096	46430
8192	46738
16384	177393

P10/SelecionaAleatorizado.png P10/SelecionaAleatorizado.png

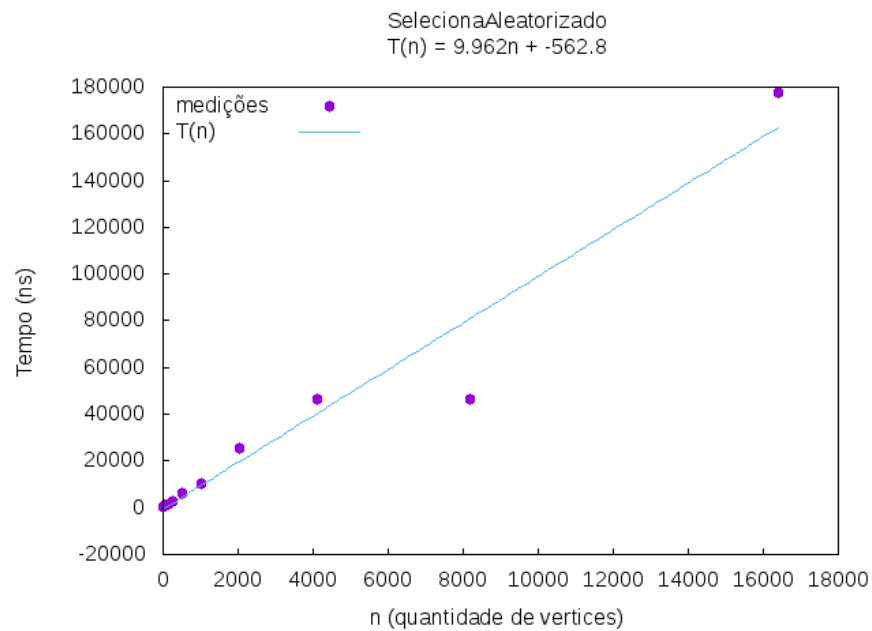


Figura 3.11: *Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P10*

3.3.10 Vetor Decrescente P20

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P20.

Tabela 3.12: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	963
32	1130
64	1209
128	1862
256	2040
512	6190
1024	14474
2048	28032
4096	58891
8192	85015
16384	191226

P20/SelecionaAleatorizado.png P20/SelecionaAleatorizado.png

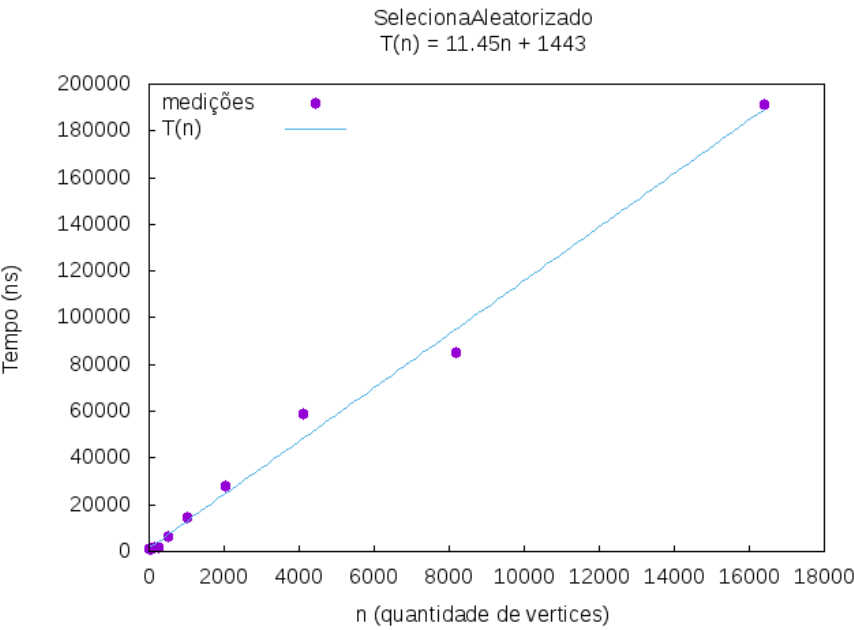


Figura 3.12: *Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P20*

3.3.11 Vetor Decrescente P30

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P30.

Tabela 3.13: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P30*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	691
32	791
64	1031
128	1907
256	3053
512	9593
1024	8715
2048	11899
4096	46642
8192	64121
16384	139003

P30/SelecionaAleatorizado.png P30/SelecionaAleatorizado.png

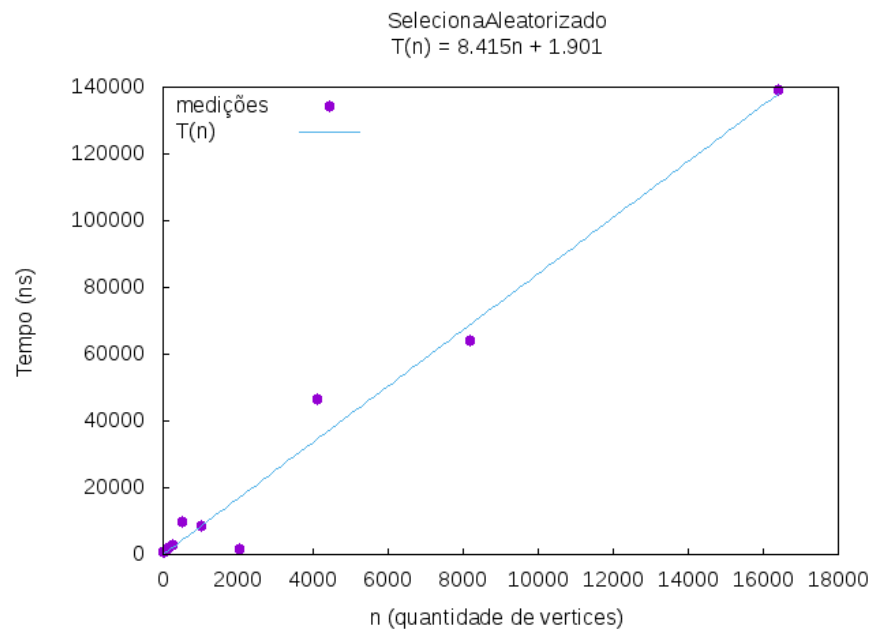


Figura 3.13: *Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P30*

3.3.12 Vetor Decrescente P40

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P40.

Tabela 3.14: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	818
32	712
64	1058
128	1643
256	2060
512	4179
1024	13014
2048	22027
4096	62149
8192	101864
16384	151244

P40/SelecionaAleatorizado.png P40/SelecionaAleatorizado.png

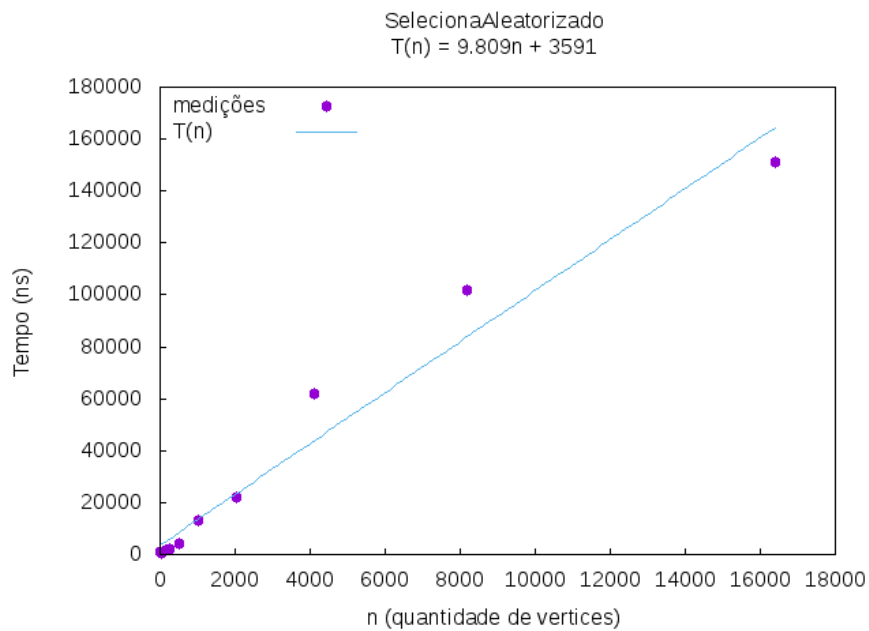


Figura 3.14: *Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P40*

3.3.13 Vetor Decrescente P50

Tabela gerada utilizando Seleciona Recursivo de Atividade com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P50.

Tabela 3.15: *Seleciona Recursivo de Atividade com vetor decrescente P50*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	593
32	692
64	1028
128	2107
256	3328
512	5288
1024	13776
2048	26749
4096	37678
8192	112482
16384	260308

P50/SelecionaAleatorizado.png P50/SelecionaAleatorizado.png

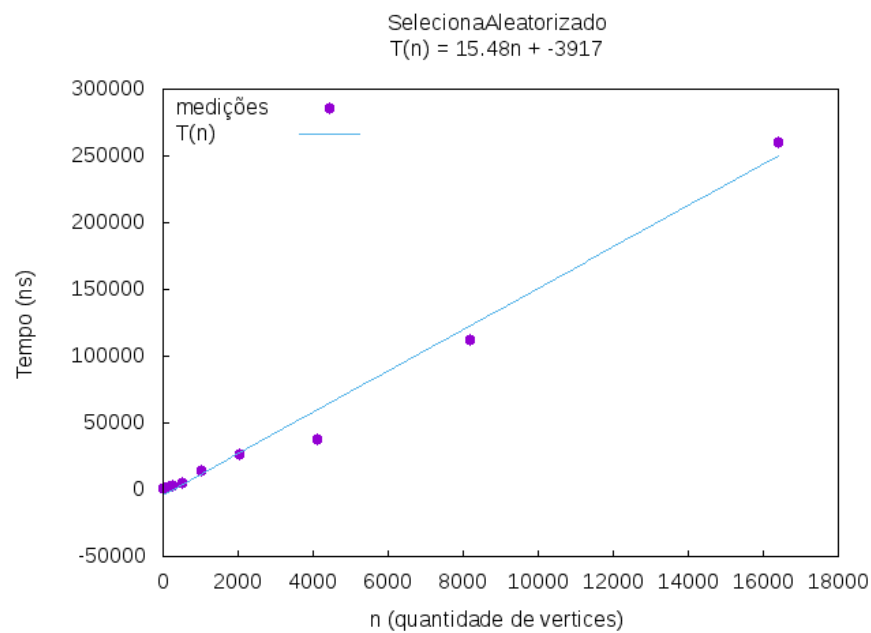


Figura 3.15: Seleciona Recursivo de Atividade - Vetor decrescente P50

3.4 Mochila Fracionaria

Esse problema também é chamado problema da mochila 0/1 pois para cada item deve ser levado ou deixado e pode-se pegar uma parte fracionária de um item ou pegar um mesmo item mais que uma vez.

3.4.1 Vetor ordenado

Tabela gerada utilizando Mochila Fracionaria com Vetor ordenado de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos ordenada.

Tabela 3.16: Mochila Fracionaria com vetor ordenado

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	608
32	699
64	759
128	770
256	796
512	830
1024	949
2048	1190
4096	1565
8192	2253
16384	4106

Fracionada/MochilaFracionada.png Fracionada/MochilaFracionada.png

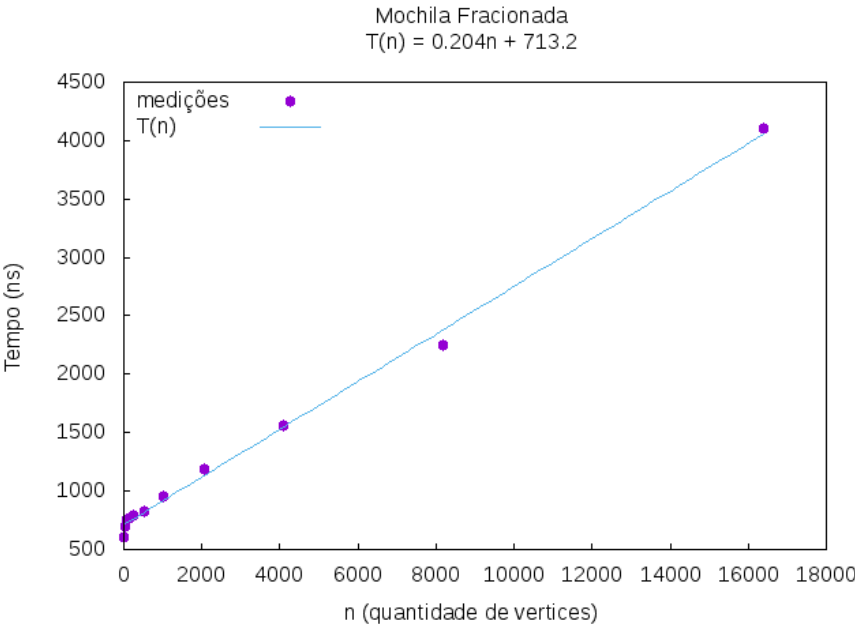


Figura 3.16: *Mochila Fracionaria - Vetor ordenado*

Capítulo 4

Programação Dinâmica

Programação dinâmica é um método para a construção de algoritmos para a resolução de problemas computacionais, em especial os de otimização combinatória. Ela é aplicável a problemas nos quais a solução ótima pode ser computada a partir da solução ótima previamente calculada e memorizada.

4.1 Corte Haste

O problema consiste em dada uma haste de n polegadas de comprimento, e uma tabela de preços p_i , para $i = 1, 2, \dots, n$, determinar qual a receita máxima que se pode obter cortando a haste e vendendo os seus pedaços, considerando que os comprimentos são sempre números inteiros de polegadas.

4.2 Corte Haste Bottom Up

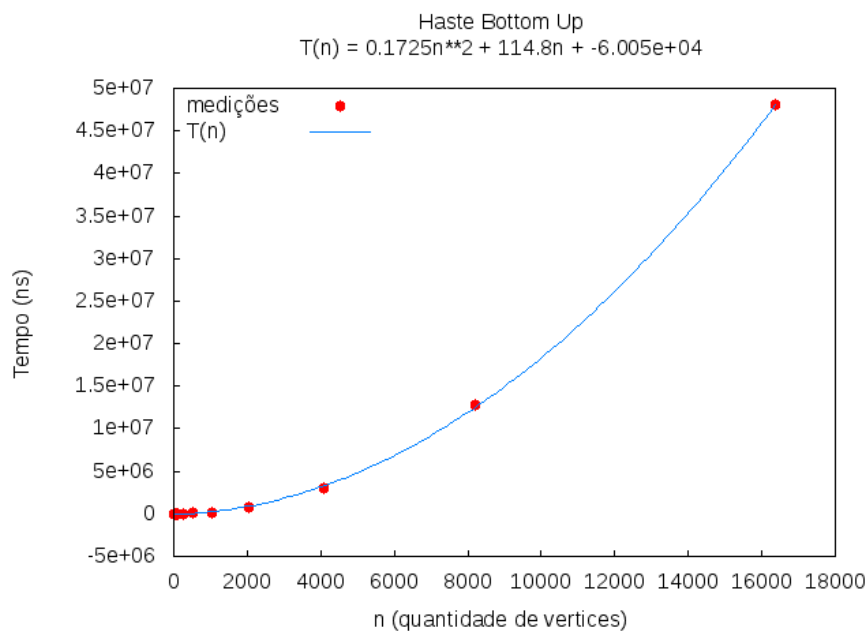
É uma aproximação do problema de Corte de Haste utilizando a árvore de Bottom Up.

4.2.1 Vetor aleatorio

Tabela gerada utilizando Corte Haste Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 4.1: *Corte Haste Bottom Up com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	599
32	913
64	1798
128	4618
256	14530
512	51214
1024	193794
2048	761470
4096	2965012
8192	12774326
16384	48066532

Figura 4.1: *Corte Haste Bottom Up - Vetor Aleatório*

4.3 Corte Haste Comum

Refere ao problema já mencionado anteriormente.

4.4 (

Vetor Comum) Não foi possível tirar conclusões devido a estouro de memória (algoritmo consome muito espaço).

Tabela 4.2: *Corte Haste Bottom Up com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	535410
16	538372
16	539477
16	529753
16	541344
16	538372
16	539477
16	529753
16	541344

4.5 Corte Haste Memoizada

É uma aproximação do algoritmo utilizando a árvore Top Down.

4.5.1 Vetor aleatorio

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 4.3: *Corte Haste Memoizada com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	1285
32	323
64	325
128	296
256	334
512	376
1024	545
2048	1325
4096	2331
8192	3844
16384	15475

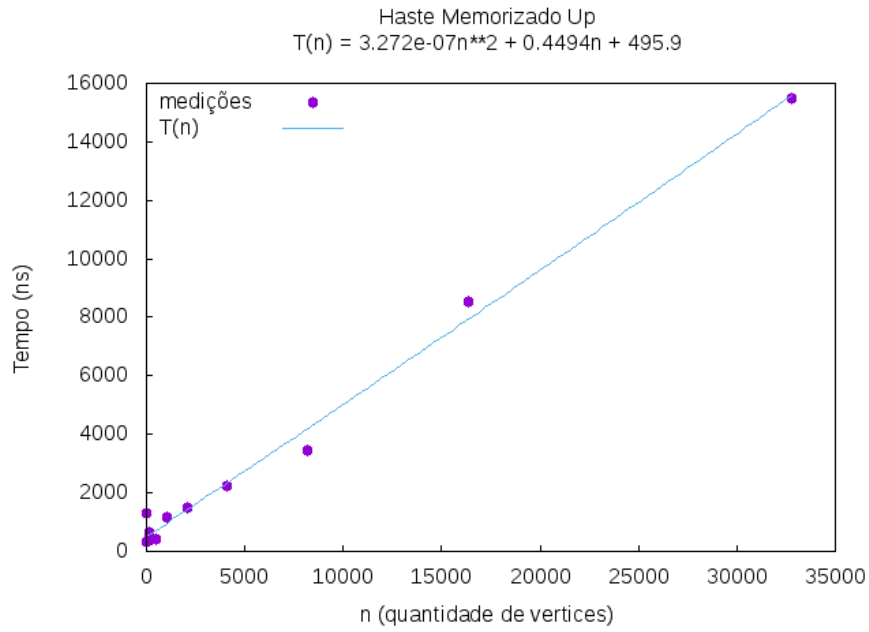


Figura 4.2: Corte Haste Memoizada - Vetor Aleatório

4.5.2 Vetor Crescente P10

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma crescente P10.

Tabela 4.4: Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P10

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	1398
32	3456
64	6795
128	12053
256	24546
512	48256
1024	90413
2048	180521
4096	360512
8192	808256
16384	6200211

P10/HasteMemo.png P10/HasteMemo.png

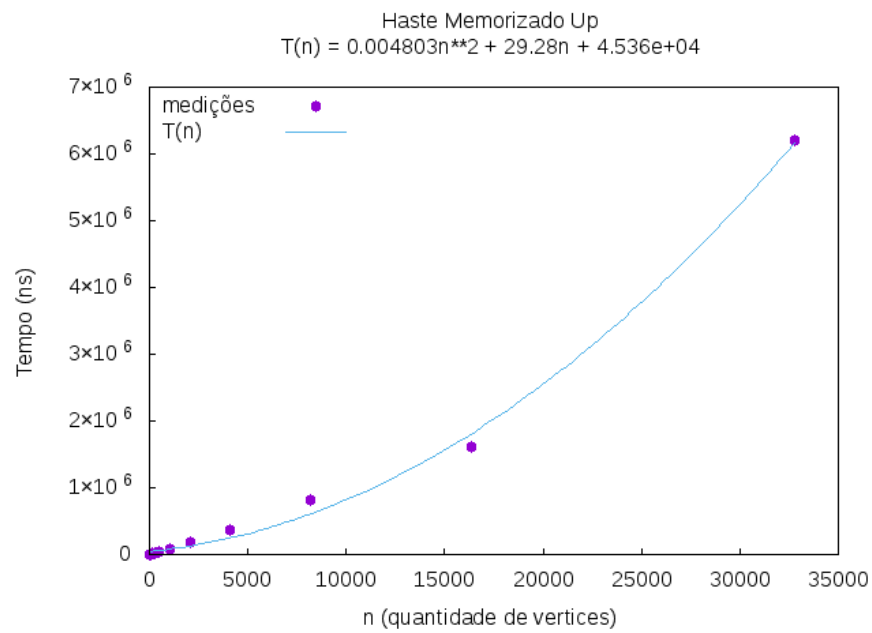


Figura 4.3: Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P10

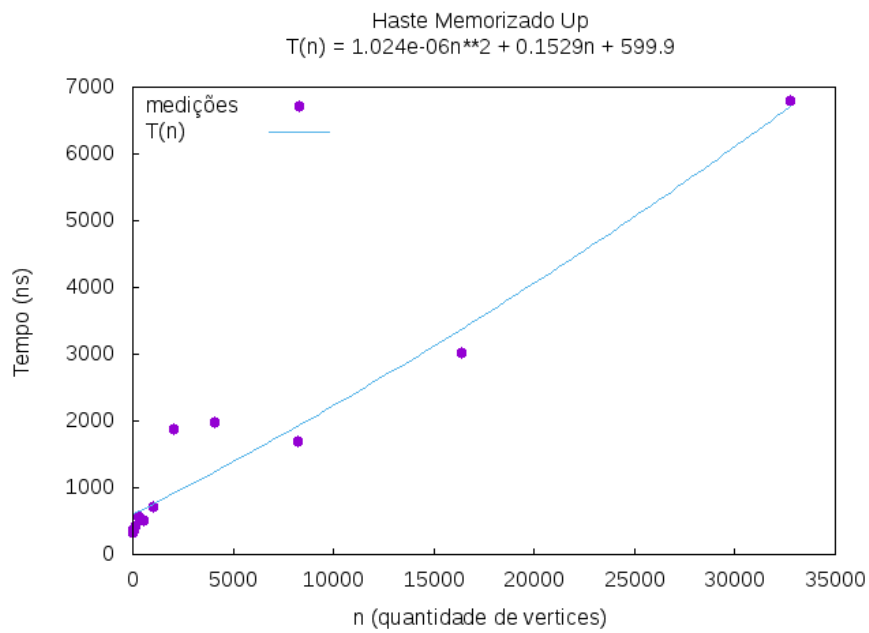
4.5.3 Vetor Crescente P20

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma crescente P20.

Tabela 4.5: Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P20

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	360
32	338
64	388
128	472
256	393
512	525
1024	619
2048	1236
4096	1041
8192	1519
16384	3379

P20/HasteMemo.png P20/HasteMemo.png

**Figura 4.4:** Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P20

4.5.4 Vetor Crescente P30

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma crescente P30.

Tabela 4.6: Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P30

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	373
32	369
64	396
128	386
256	618
512	667
1024	1786
2048	2808
4096	3943
8192	6857
16384	16596

P30/HasteMemo.png P30/HasteMemo.png

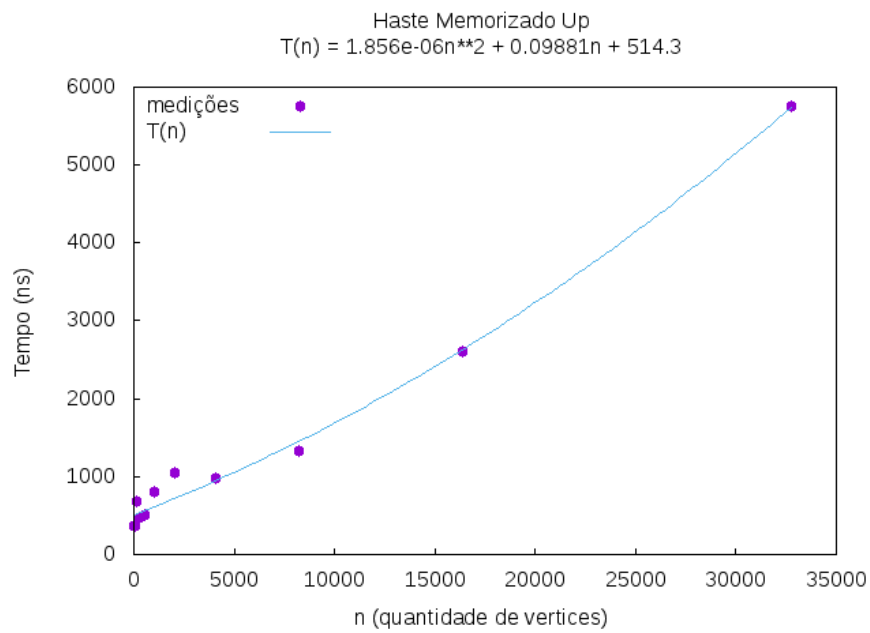


Figura 4.5: Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P30

4.5.5 Vetor Crescente P40

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma crescente P40.

Tabela 4.7: Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P40

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	485
32	480
64	563
128	836
256	707
512	710
1024	483
2048	680
4096	1127
8192	1849
16384	3551

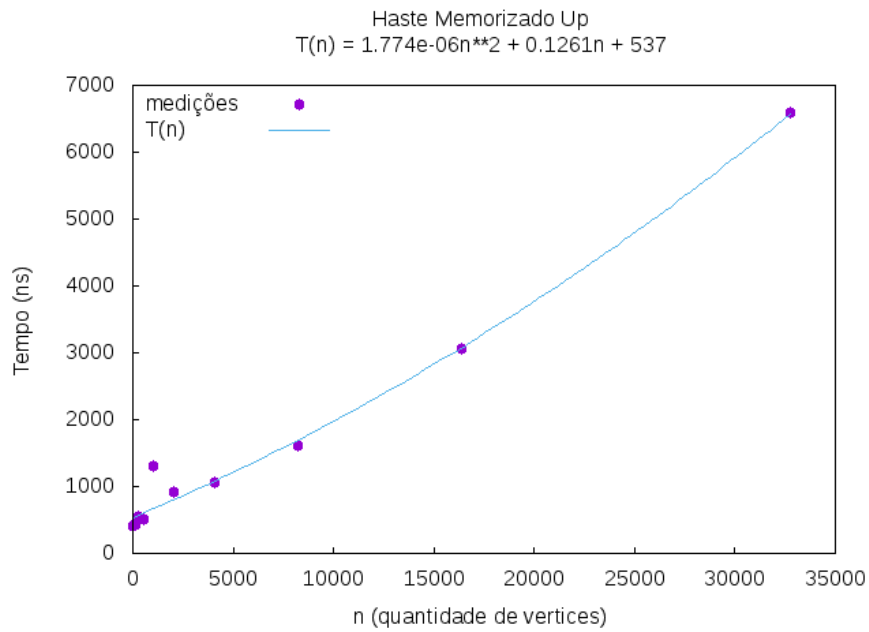


Figura 4.6: Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P40

4.5.6 Vetor Crescente P50

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma crescente P50.

Tabela 4.8: Corte Haste Memoizada com Vetor Crescente P50

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	473
32	401
64	801
128	995
256	821
512	405
1024	681
2048	720
4096	1075
8192	1818
16384	3658

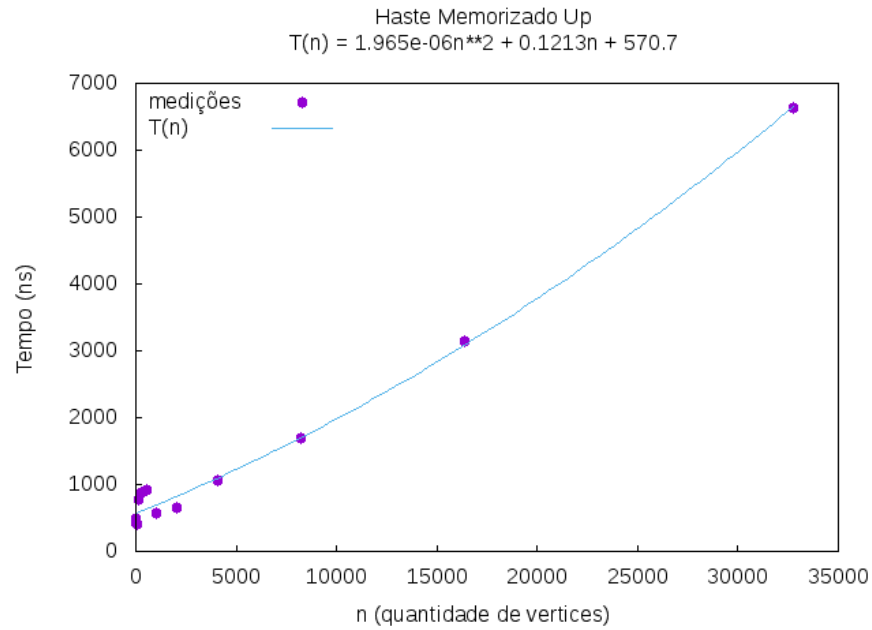


Figura 4.7: Corte Haste Memoizada - Vetor Crescente P50

4.5.7 Vetor Decrescente

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma decrescente.

Tabela 4.9: Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	1598
32	3256
64	5795
128	12196
256	24649
512	48146
1024	91564
2048	183545
4096	335949
8192	815698
16384	6198565

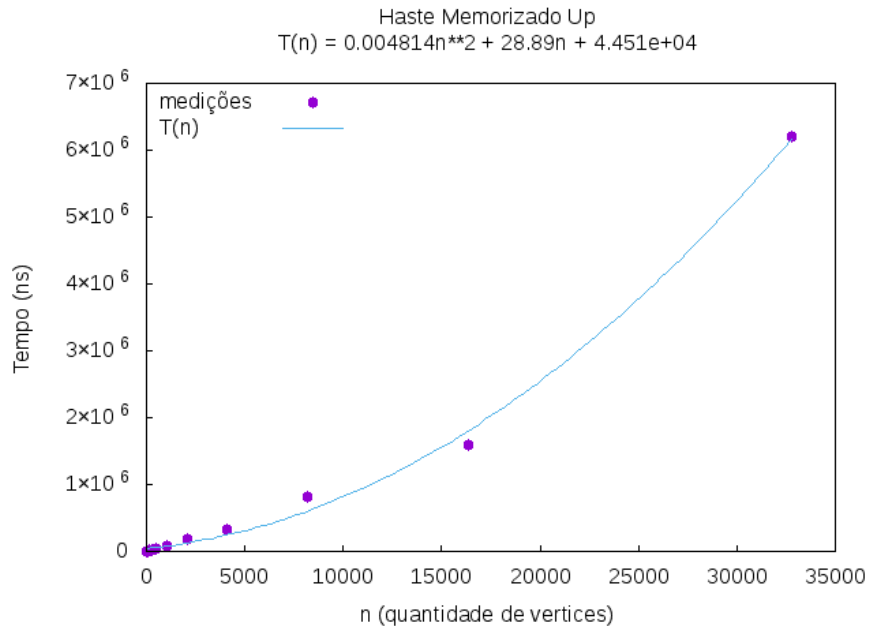


Figura 4.8: *Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente*

4.5.8 Vetor Decrescente P10

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma decrescente P10.

Tabela 4.10: *Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	1398
32	2956
64	5465
128	13196
256	25697
512	50154
1024	93484
2048	183654
4096	315169
8192	835495
16384	1588859

P10/HasteMemo.png P10/HasteMemo.png

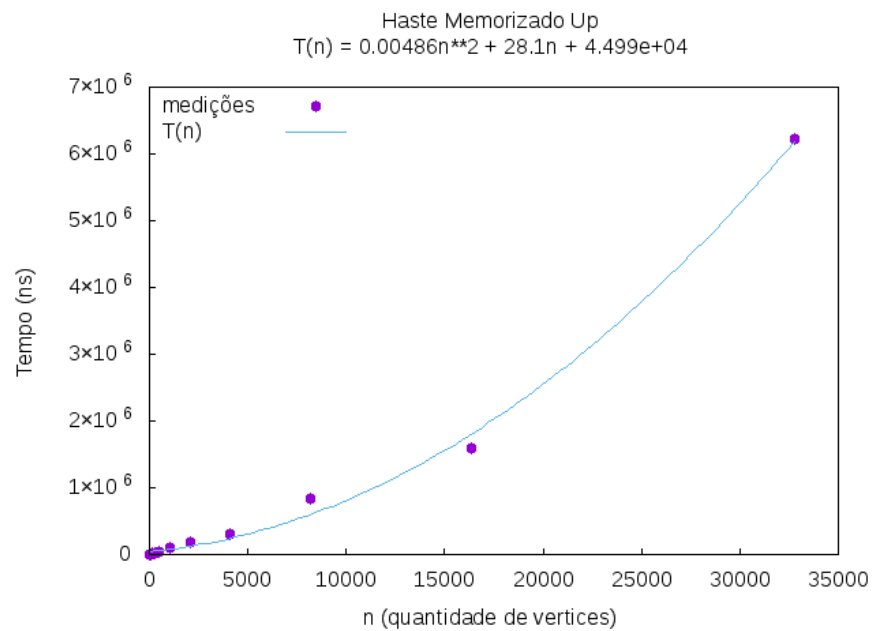


Figura 4.9: Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P10

4.5.9 Vetor Decrescente P20

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma decrescente P20.

Tabela 4.11: Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P20

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	726
32	2229
64	633
128	633
256	1107
512	736
1024	1011
2048	1372
4096	2078
8192	3247
16384	6265

P20/HasteMemo.png P20/HasteMemo.png

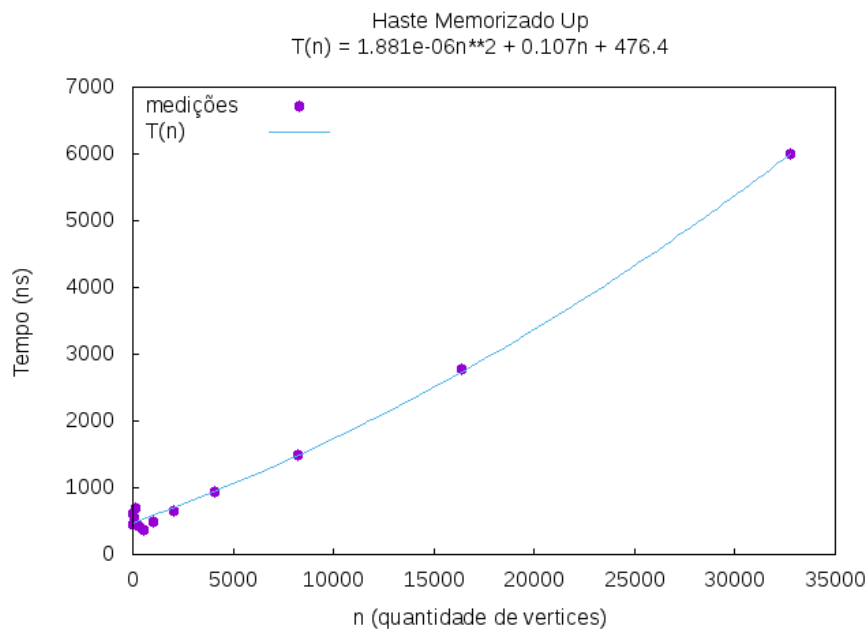


Figura 4.10: Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P20

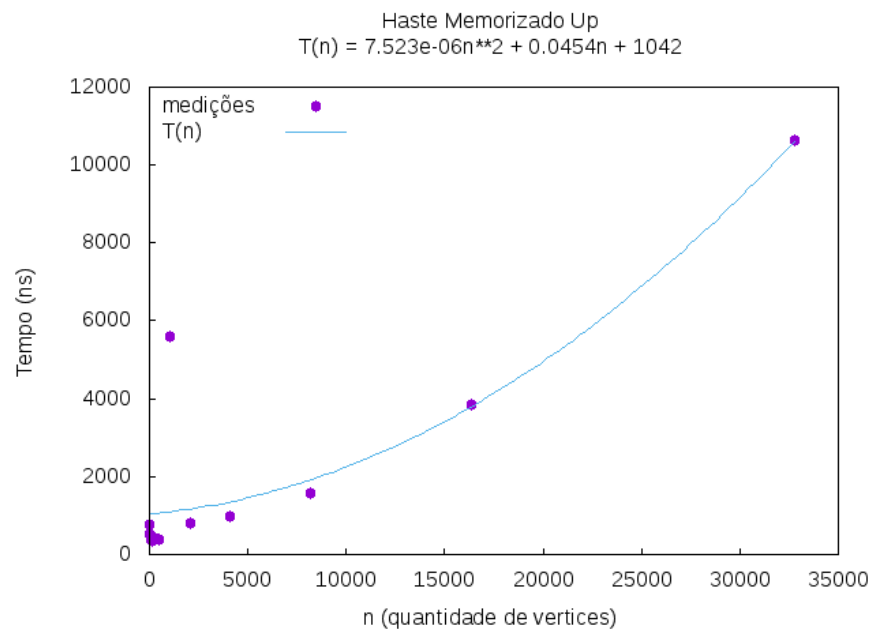
4.5.10 Vetor Decrescente P30

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma decrescente P30.

Tabela 4.12: Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P30

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	701
32	337
64	350
128	367
256	365
512	631
1024	493
2048	803
4096	1145
8192	2082
16384	4729

P30/HasteMemo.png P30/HasteMemo.png

**Figura 4.11:** Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P30

4.5.11 Vetor Decrescente P40

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma decrescente P40.

Tabela 4.13: Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P40

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	357
32	362
64	364
128	372
256	392
512	427
1024	545
2048	604
4096	1085
8192	13662
16384	16253

P40/HasteMemo.png P40/HasteMemo.png

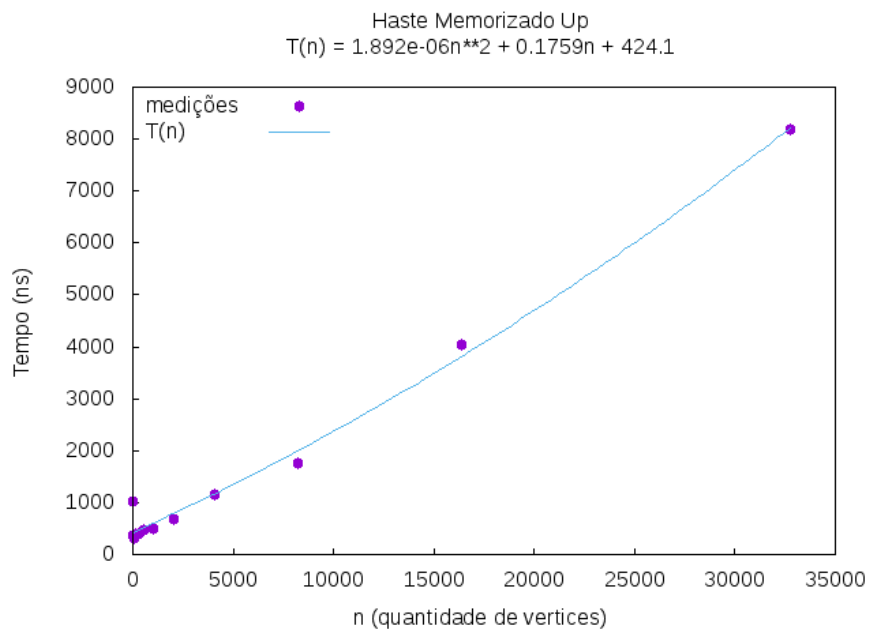


Figura 4.12: Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P40

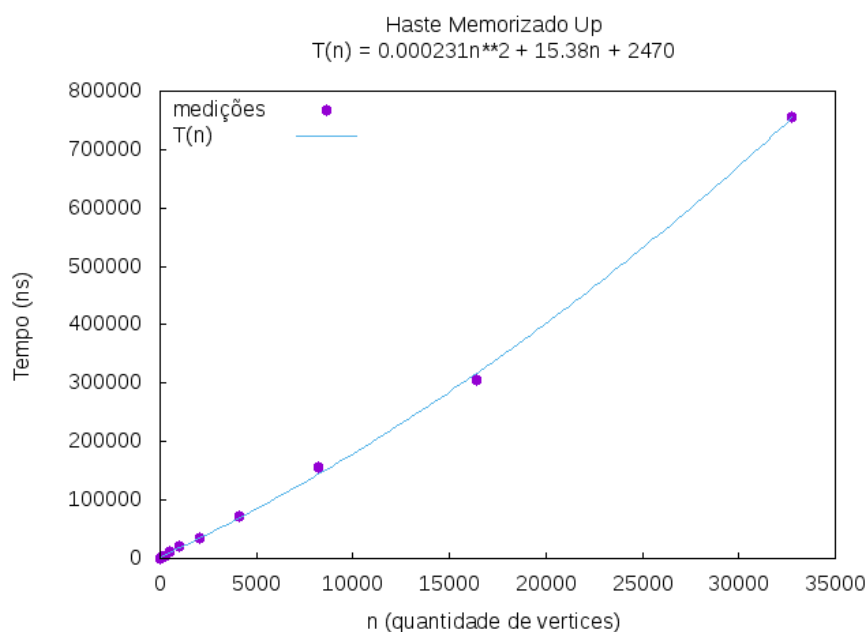
4.5.12 Vetor Decrescente P50

Tabela gerada utilizando Corte Haste Memoizada com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos de forma decrescente P50.

Tabela 4.14: Corte Haste Memoizada com Vetor Decrescente P50

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	372
32	650
64	1251
128	2654
256	5659
512	11256
1024	20265
2048	35654
4096	71565
8192	156984
16384	305465

P50/HasteMemo.png P50/HasteMemo.png

**Figura 4.13:** Corte Haste Memoizada - Vetor Decrescente P50

4.6 SCM

Suponha que $A[1..n]$ é uma sequência de números naturais. Uma subsequência de $A[1..n]$ é o que sobra depois que um conjunto arbitrário de termos é apagado. (Não confunda subsequência com segmento: um segmento de $A[1..n]$ é o que sobra depois que apagamos um número arbitrário de termos no início de A e um número arbitrário de termos no fim de A).

4.6.1 Vetor caracteres

Tabela gerada utilizando SCM com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$.

Tabela 4.15: SCM com vetor de caracteres

Número de Elementos	Tempo de execução em nanossegundos
16	7047
32	12406
64	23325
128	53892
256	111991
512	181464
1024	356165
2048	708123
4096	1434151
8192	3129872
16384	6078938

Nanosegundos/SMCNanosegundos.png Nanosegundos/SMCNanosegundos.png

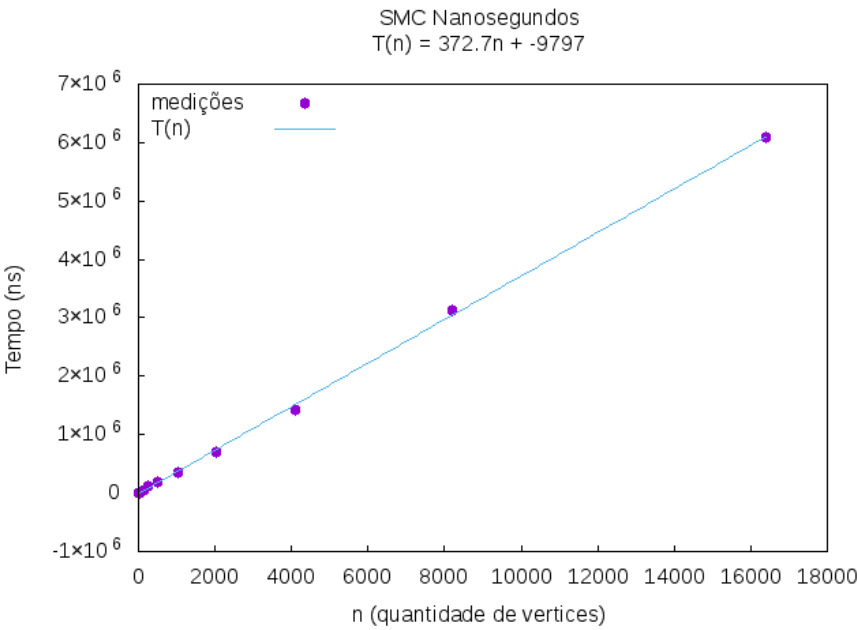


Figura 4.14: *SCM - Vetor caracteres*

4.7 SCM Recursivo

Problema já comentado anteriormente.

4.7.1 Vetor caracteres

Tabela gerada utilizando SCM Recursivo com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$. Não foi possível retirar conclusões, pois estourou a pilha.

Tabela 4.16: *SCM Recursivo com vetor de caracteres*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
10	1235274
20	1273575975
30	1080524745749

4.8 Parentização Bottom Up

A forma com a qual a parentizamos uma cadeia de matrizes afeta dramaticamente o custo de calcular o produto. Problema resolvido com uma árvore Bottom Up.

4.8.1 Vetor aleatório

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 4.17: *Parentização Bottom Up com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	3216
32	19174
64	118943
128	866385
256	6978135
512	69493017

BottomUp/Aleatorio/ParentizacaoBottomUp.png

BottomUp/Aleatorio/ParentizacaoBottomUp.png

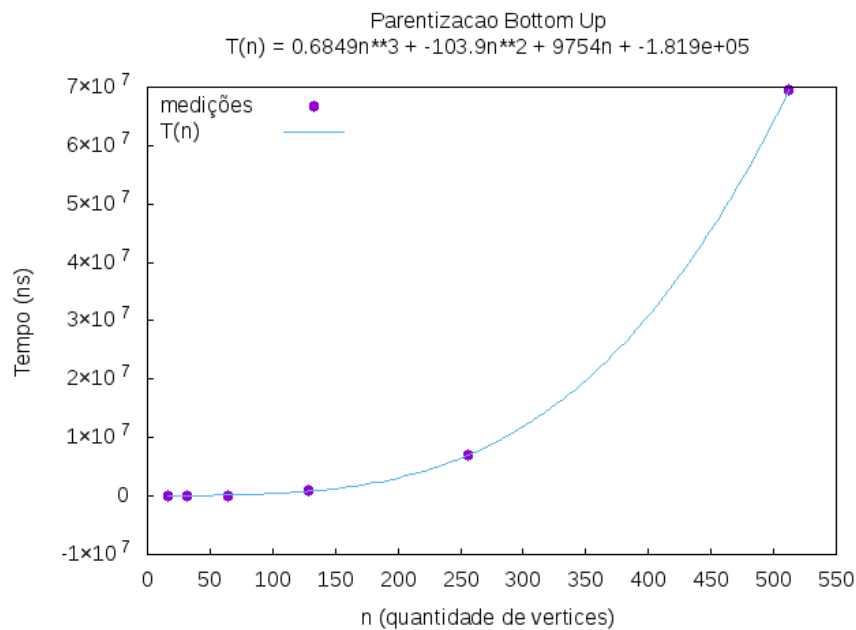


Figura 4.15: *Parentização Bottom Up - Vetor Aleatório*

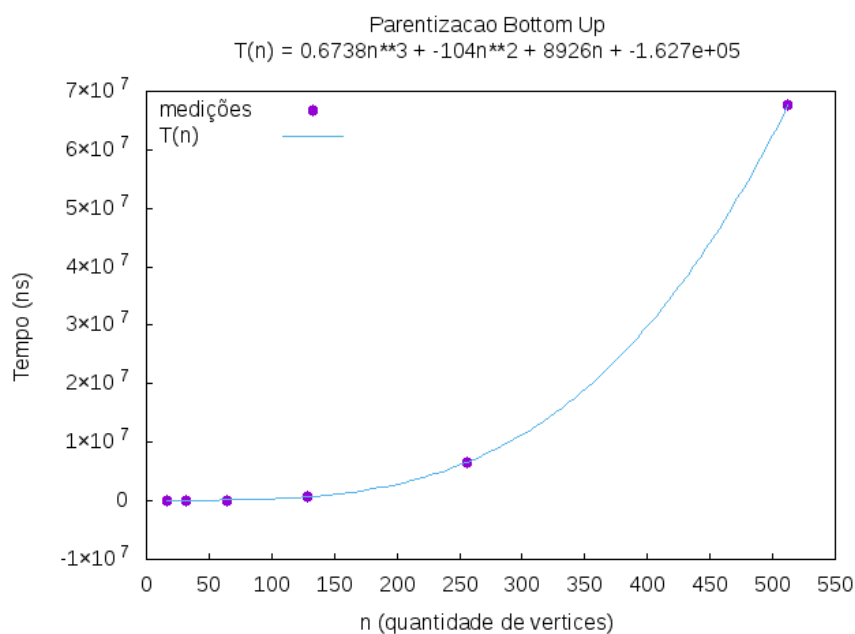
4.8.2 Vetor Crescente

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente.

Tabela 4.18: *Parentização Bottom Up com vetor Crescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2552
32	13783
64	93670
128	746015
256	6597644
512	67582370

BottomUp/Crescente/ParentizacaoBottomUp.png
 BottomUp/Crescente/ParentizacaoBottomUp.png

**Figura 4.16:** *Parentização Bottom Up - Vetor Crescente*

4.8.3 Vetor Crescente P10

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P10.

Tabela 4.19: *Parentização Bottom Up com vetor Crescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2467
32	13724
64	92732
128	743649
256	6495094
512	67519336

BottomUp/Crescente P10/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Crescente
P10/ParentizacaoBottomUp.png

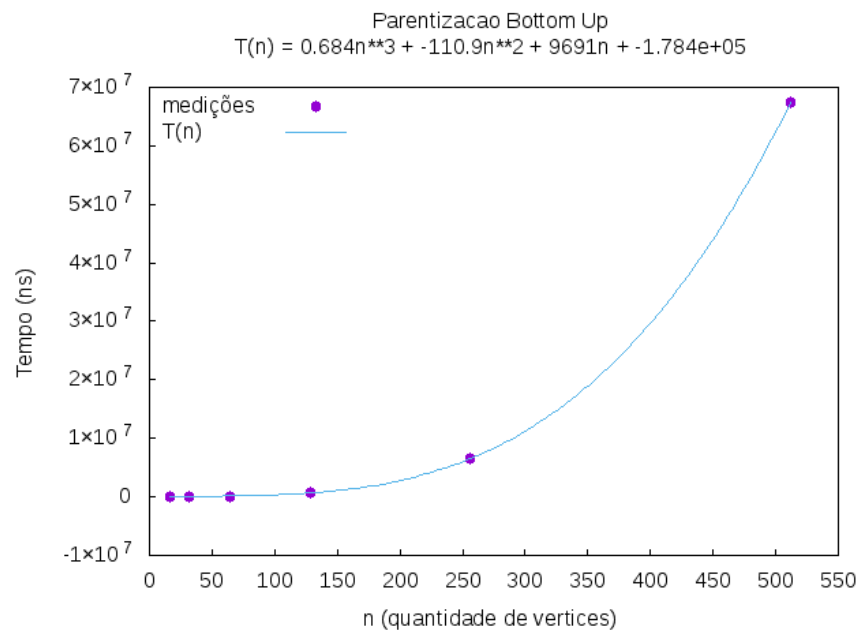


Figura 4.17: *Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P10*

4.8.4 Vetor Crescente P20

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P20.

Tabela 4.20: *Parentização Bottom Up com vetor Crescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2413
32	14015
64	97281
128	723129
256	6471911
512	67329970

BottomUp/Crescente P20/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Crescente P20/ParentizacaoBottomUp.png

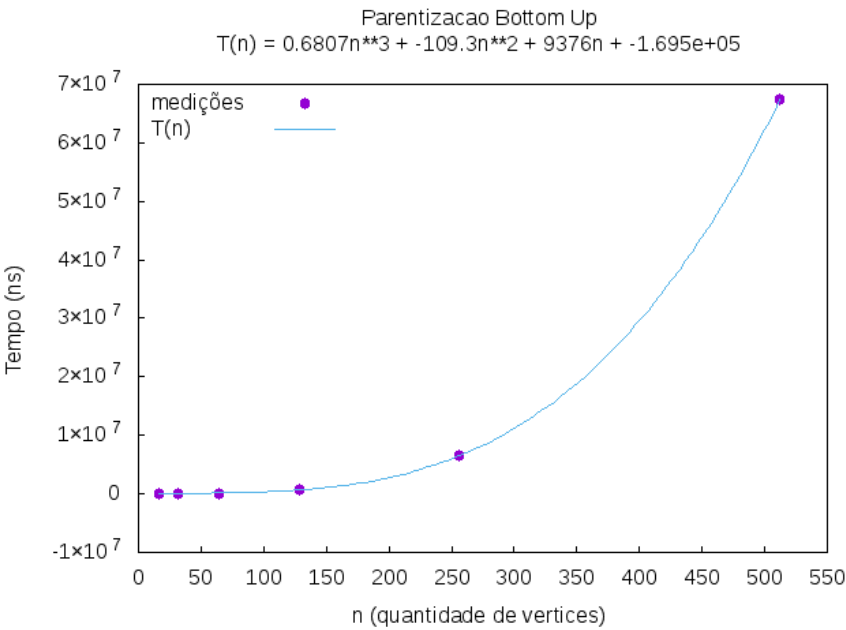


Figura 4.18: Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P20

4.8.5 Vetor Crescente P30

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P30.

Tabela 4.21: Parentização Bottom Up com vetor Crescente P30

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2446
32	14459
64	96241
128	731624
256	6419155
512	67127224

BottomUp/Crescente P30/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Crescente
P30/ParentizacaoBottomUp.png

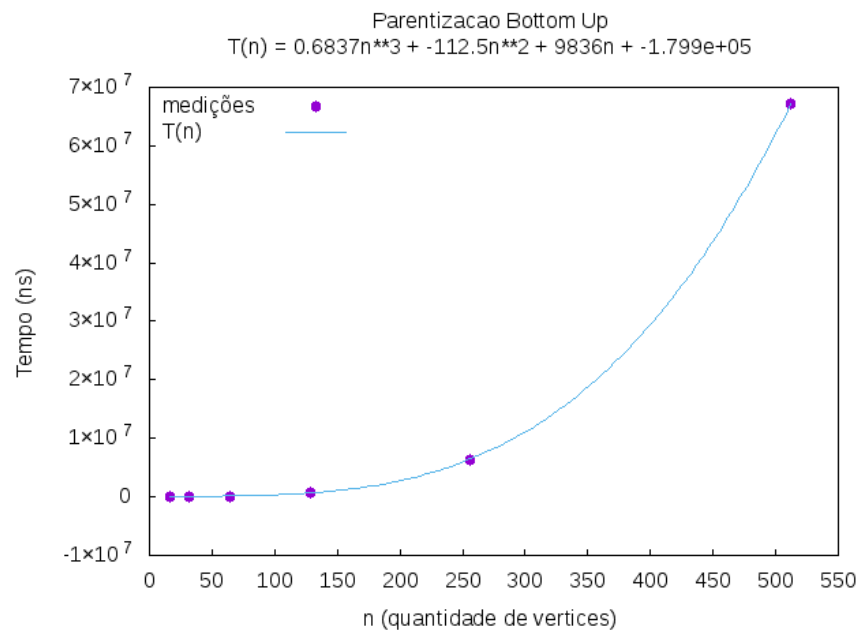


Figura 4.19: *Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P30*

4.8.6 Vetor Crescente P40

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P40.

Tabela 4.22: *Parentização Bottom Up com vetor Crescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2475
32	14317
64	99423
128	738641
256	6484759
512	67394010

BottomUp/Crescente P40/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Crescente P40/ParentizacaoBottomUp.png

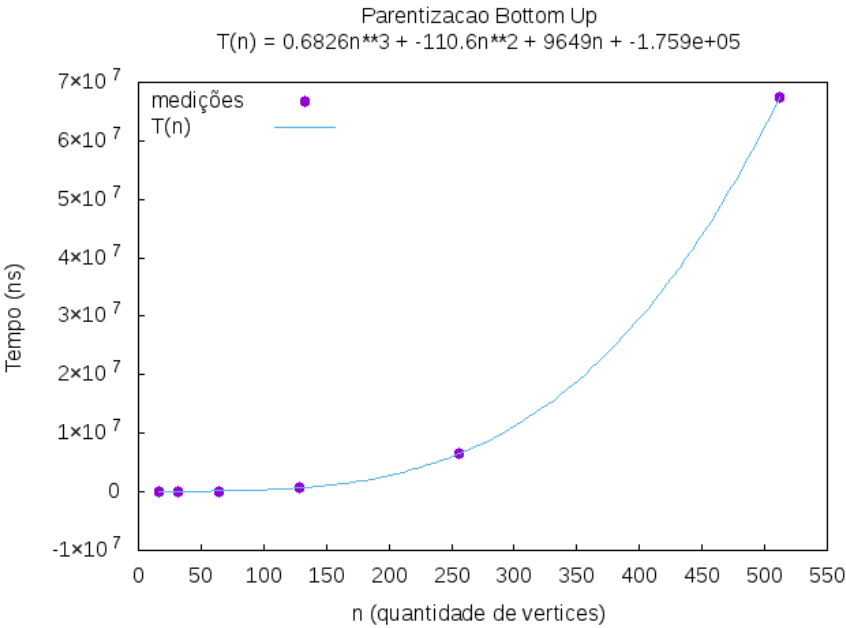


Figura 4.20: Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P40

4.8.7 Vetor Crescente P50

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P50.

Tabela 4.23: Parentização Bottom Up com vetor Crescente P50

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	3150
32	13708
64	93130
128	727210
256	6487127
512	67246806

BottomUp/Crescente P50/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Crescente
P50/ParentizacaoBottomUp.png

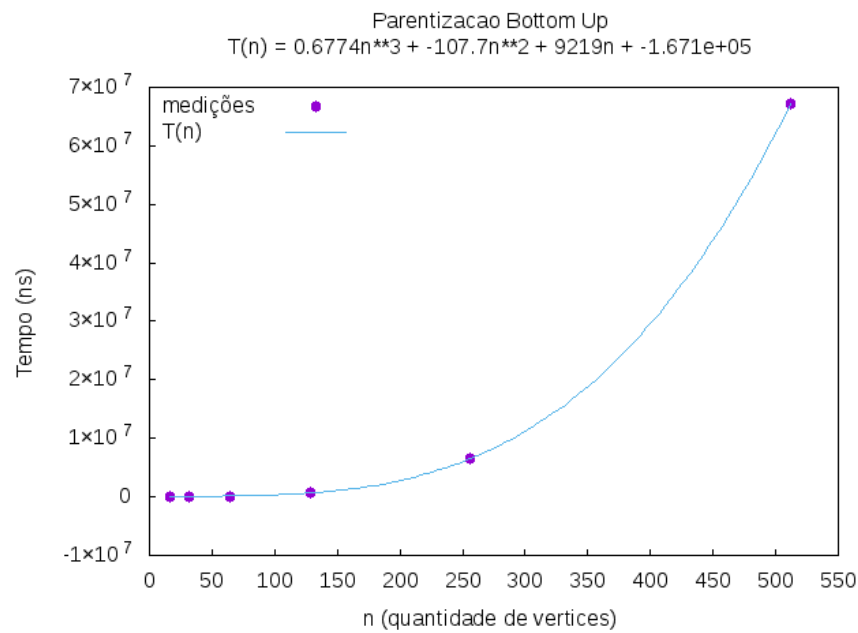


Figura 4.21: *Parentização Bottom Up - Vetor Crescente P50*

4.8.8 Vetor Decrescente

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente.

Tabela 4.24: *Parentização Bottom Up com vetor Decrescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2230
32	11873
64	94244
128	690616
256	6290244
512	67357198

BottomUp/Decrescente/ParentizacaoBottomUp.png
BottomUp/Decrescente/ParentizacaoBottomUp.png

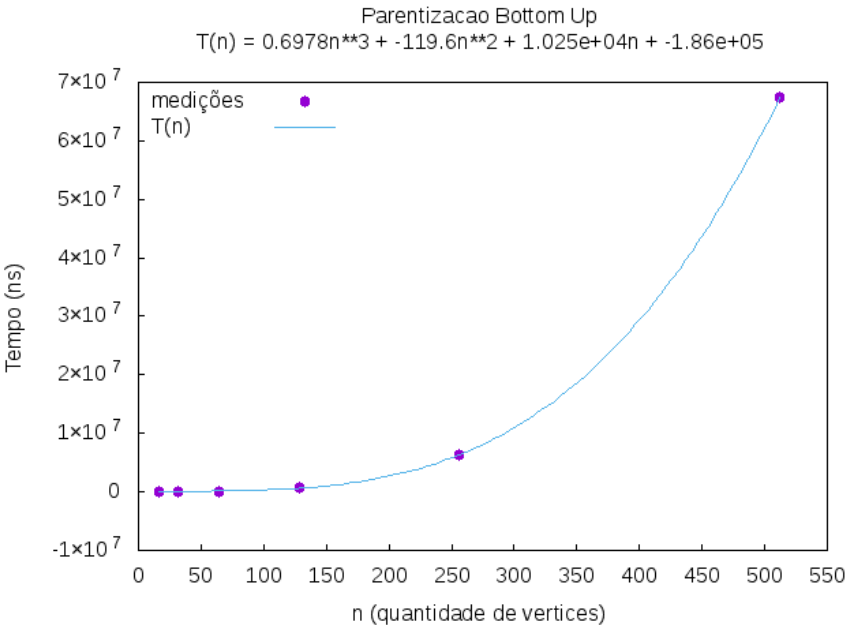


Figura 4.22: Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente

4.8.9 Vetor Decrescente P10

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P10.

Tabela 4.25: Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P10

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	3662
32	13509
64	104326
128	723638
256	6348032
512	66932636

BottomUp/Decrescente P10/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Decrescente
P10/ParentizacaoBottomUp.png

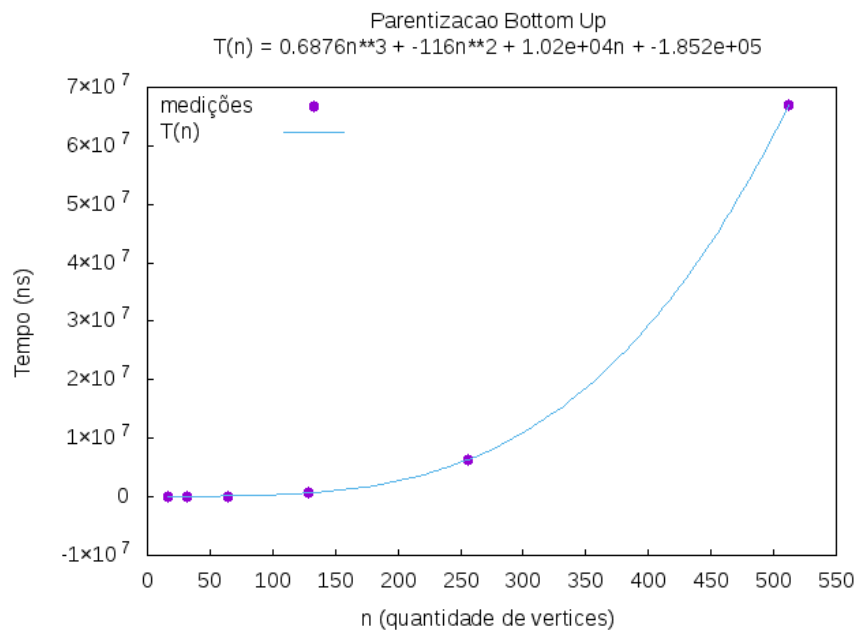


Figura 4.23: *Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P10*

4.8.10 Vetor Decrescente P20

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P20.

Tabela 4.26: *Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2325
32	14062
64	96127
128	731992
256	6474800
512	67105053

BottomUp/Decrescente P20/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Decrescente P20/ParentizacaoBottomUp.png

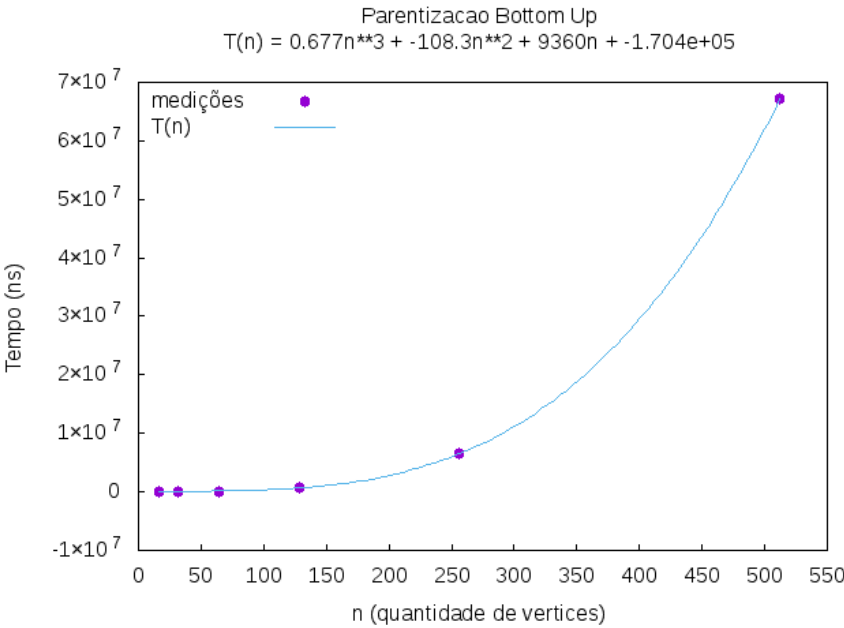


Figura 4.24: Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P20

4.8.11 Vetor Decrescente P30

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P30.

Tabela 4.27: Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P30

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2644
32	14619
64	99600
128	771261
256	6508011
512	67406718

BottomUp/Decrescente P30/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Decrescente
P30/ParentizacaoBottomUp.png

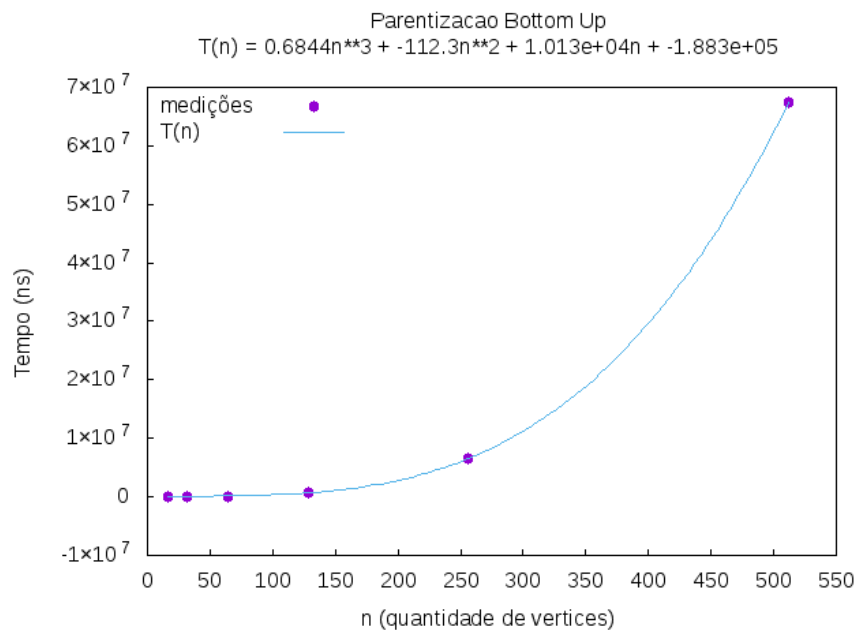


Figura 4.25: *Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P30*

4.8.12 Vetor Decrescente P40

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P40.

Tabela 4.28: *Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2898
32	15696
64	108110
128	760201
256	6613108
512	67337227

BottomUp/Decrescente P40/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Decrescente P40/ParentizacaoBottomUp.png

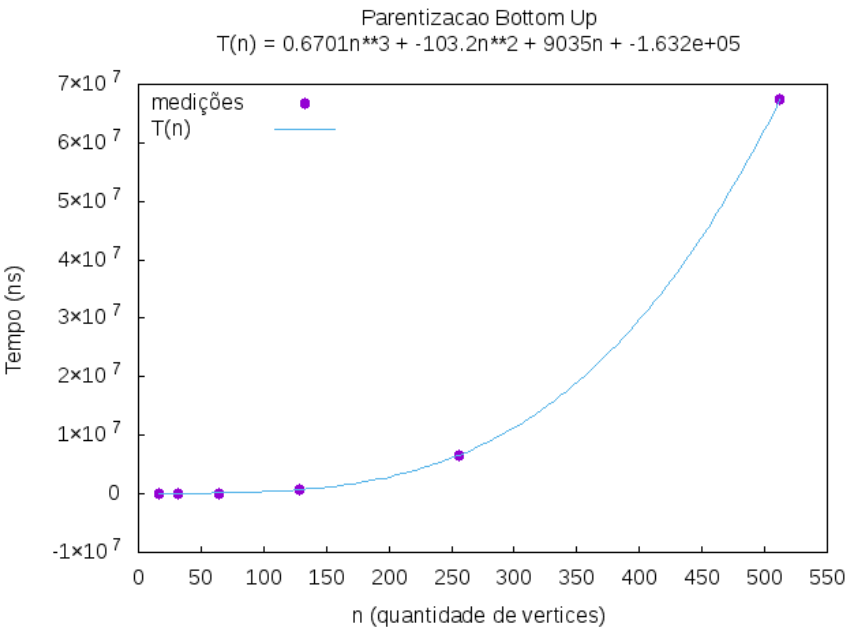


Figura 4.26: Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P40

4.8.13 Vetor Decrescente P50

Tabela gerada utilizando Parentização Bottom Up com vetores de tamanho n, sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P50.

Tabela 4.29: Parentização Bottom Up com vetor Decrescente P50

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	2961
32	16579
64	105587
128	771134
256	6553364
512	67677413

BottomUp/Decrescente P50/ParentizacaoBottomUp.png BottomUp/Decrescente
P50/ParentizacaoBottomUp.png

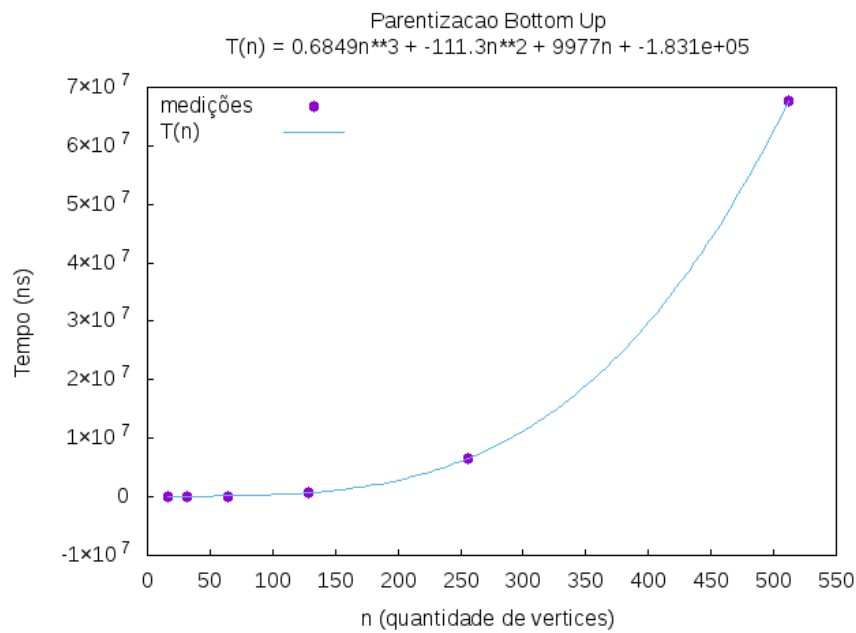


Figura 4.27: *Parentização Bottom Up - Vetor Decrescente P50*

4.9 Parentização Recursiva

Problema já comentado anteriormente.

4.9.1 Vetor

Tabela gerada utilizando Parentização Recursiva com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4$, pois após isso há um estouro de memória, logo não é possível extrair um gráfico.

Tabela 4.30: *Parentização Recursiva*

[illegible]

Capítulo 5

Estatísticas de Ordem

A i -ésima estatística de ordem de um conjunto com n elementos é o i -ésimo menor elemento desse conjunto.

5.1 Min

Mínimo é a primeira estatística de ordem, com $i = 1$.

5.1.1 Vetor aleatorio

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 5.1: *Min com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	520
32	300
64	326
128	358
256	387
512	458
1024	1017
2048	1227
4096	3554
8192	10154
16384	6307

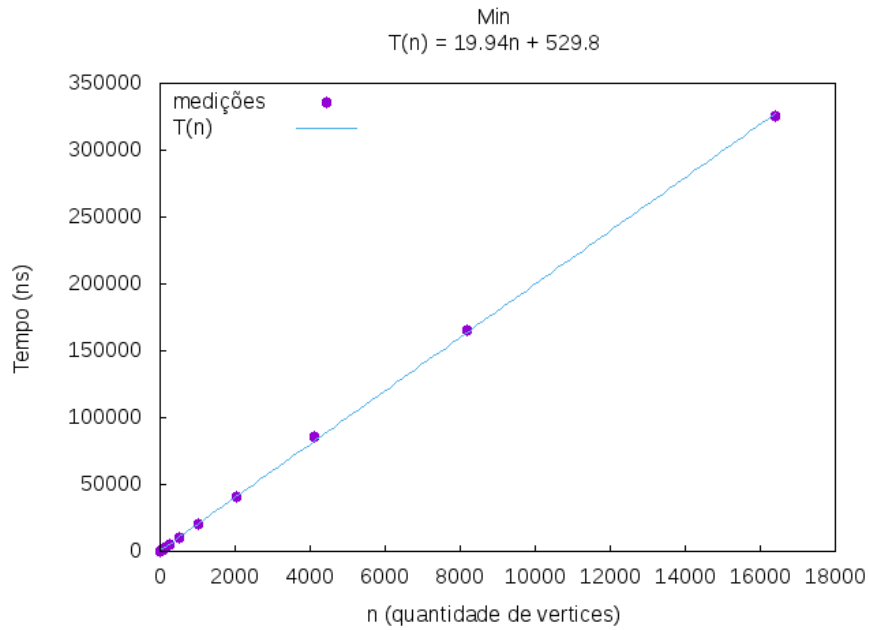


Figura 5.1: *Min - Vetor Aleatório*

5.1.2 Vetor Crescente

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente.

Tabela 5.2: *Min com vetor Crescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	315
32	426
64	328
128	336
256	405
512	496
1024	10294
2048	1053
4096	1707
8192	6034
16384	17684

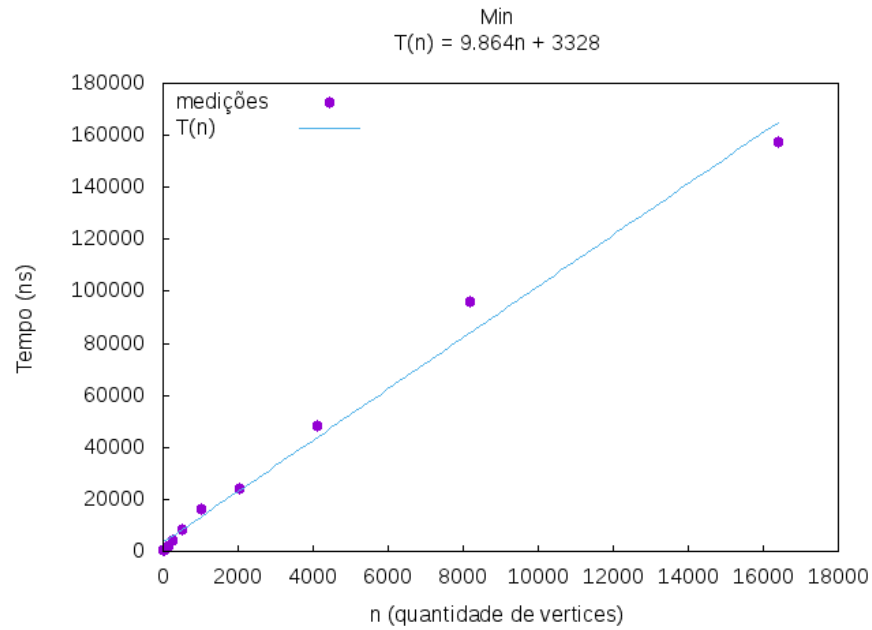


Figura 5.2: *Min - Vetor Crescente*

5.1.3 Vetor Crescente P10

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P10.

Tabela 5.3: *Min com vetor Crescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	393
32	290
64	285
128	330
256	371
512	638
1024	658
2048	1324
4096	2086
8192	3680
16384	20530

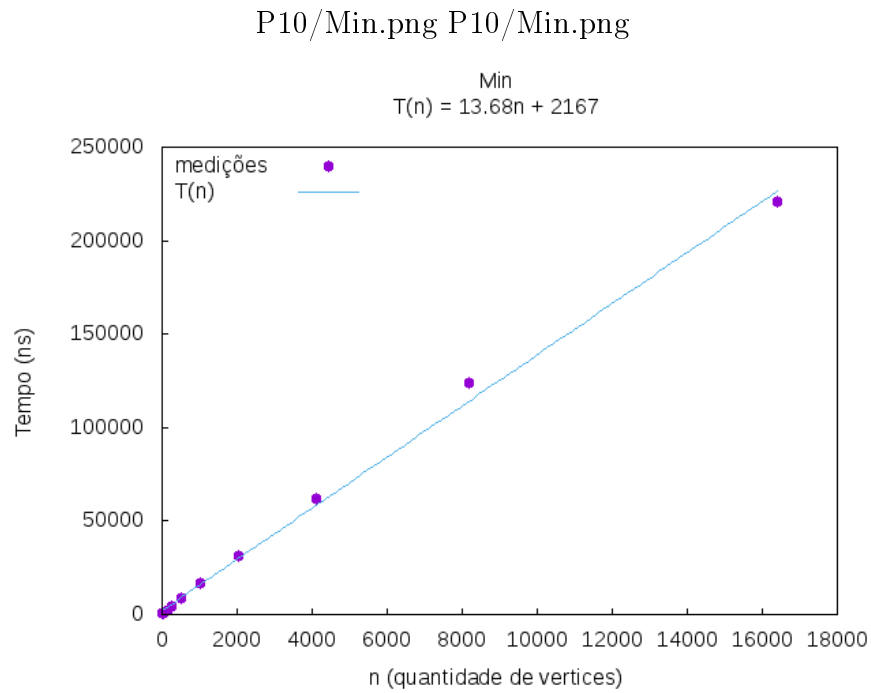


Figura 5.3: *Min - Vetor Crescente P10*

5.1.4 Vetor Crescente P20

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P20.

Tabela 5.4: *Min com vetor Crescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	805
32	500
64	766
128	486
256	427
512	497
1024	745
2048	1113
4096	3154
8192	2949
16384	5554

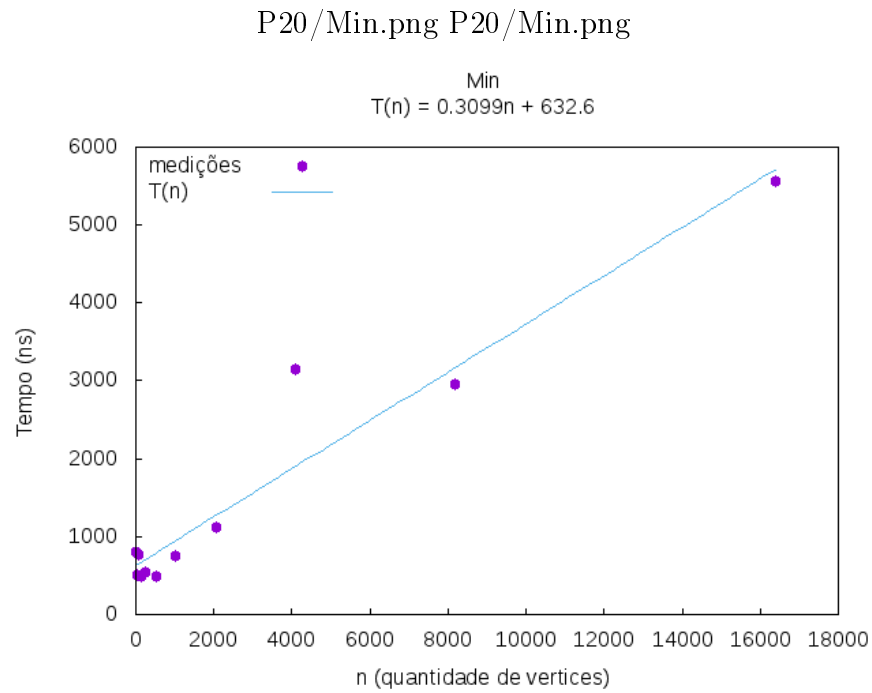


Figura 5.4: *Min - Vetor Crescente P20*

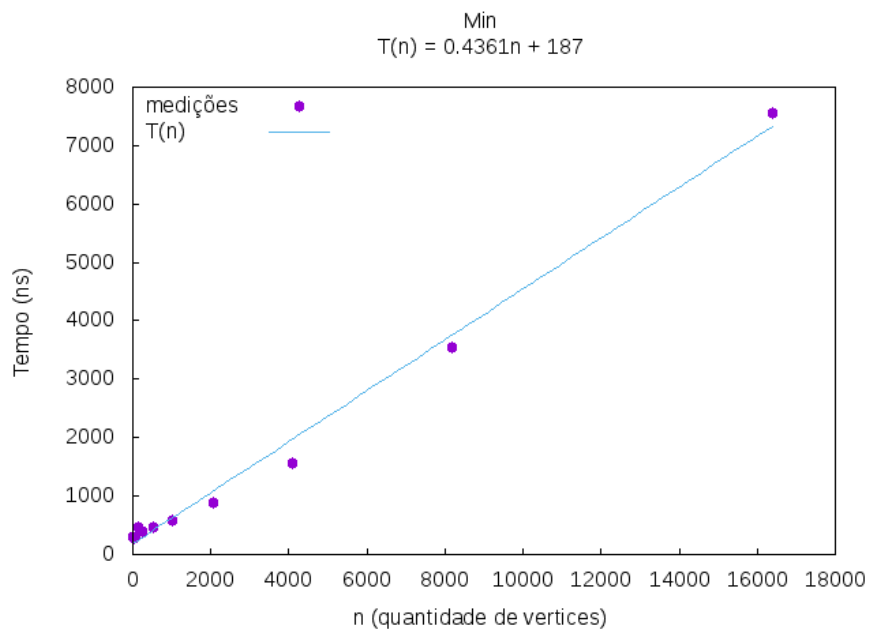
5.1.5 Vetor Crescente P30

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P30.

Tabela 5.5: *Min com vetor Crescente P30*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	304
32	274
64	297
128	466
256	390
512	463
1024	587
2048	891
4096	1554
8192	3553
16384	7562

P30/Min.png P30/Min.png

**Figura 5.5:** *Min - Vetor Crescente P30*

5.1.6 Vetor Crescente P40

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P40.

Tabela 5.6: *Min com vetor Crescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	332
32	330
64	302
128	350
256	426
512	466
1024	1714
2048	2170
4096	4381
8192	12724
16384	6773

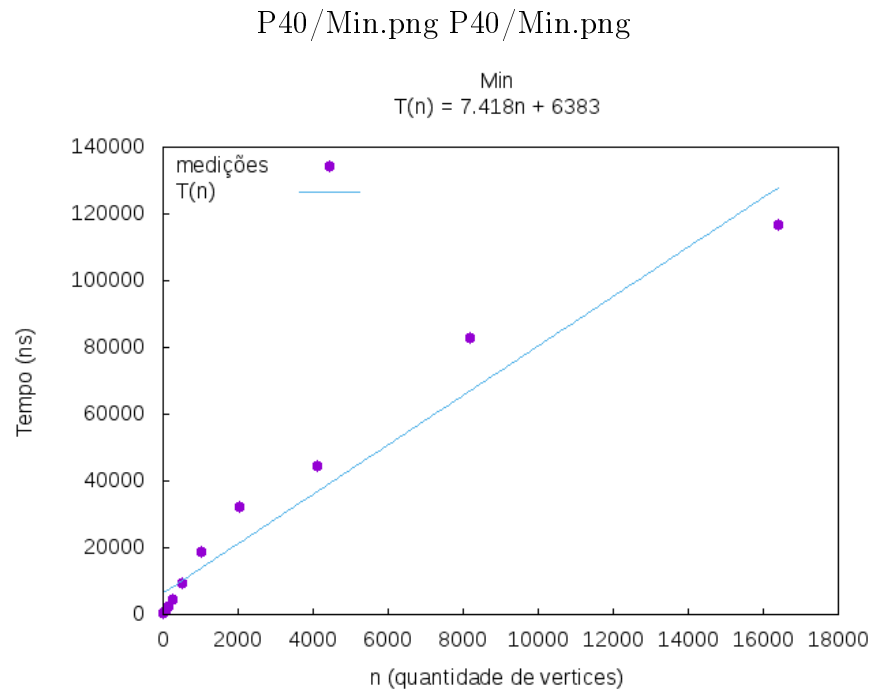


Figura 5.6: *Min - Vetor Crescente P40*

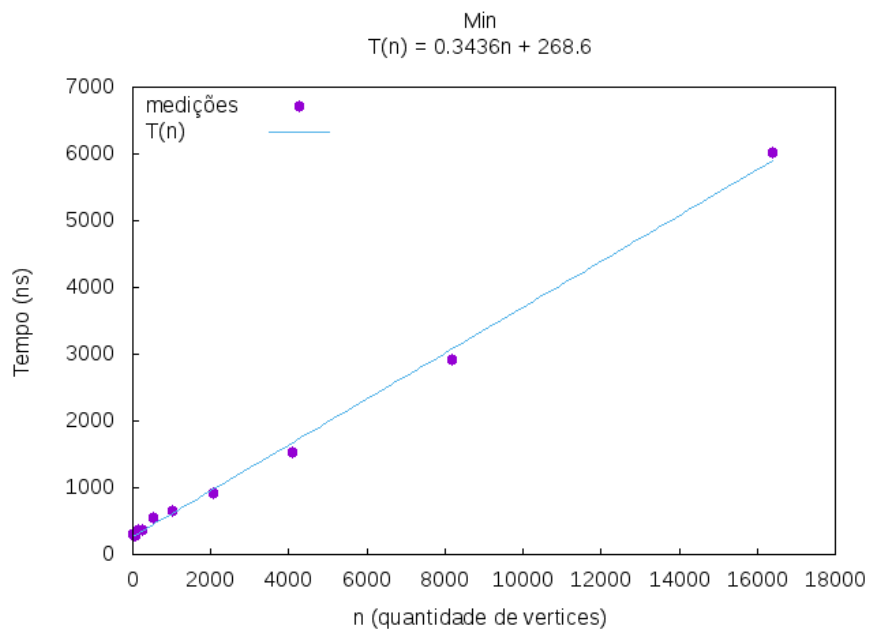
5.1.7 Vetor Crescente P50

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P50.

Tabela 5.7: *Min com vetor Crescente P50*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	312
32	276
64	289
128	372
256	365
512	543
1024	922
2048	922
4096	1538
8192	2925
16384	6012

P50/Min.png P50/Min.png

**Figura 5.7:** *Min - Vetor Crescente P50*

5.1.8 Vetor Decrescente

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente.

Tabela 5.8: *Min com vetor Decrescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	305
32	278
64	274
128	340
256	368
512	472
1024	869
2048	1008
4096	2077
8192	3849
16384	11560

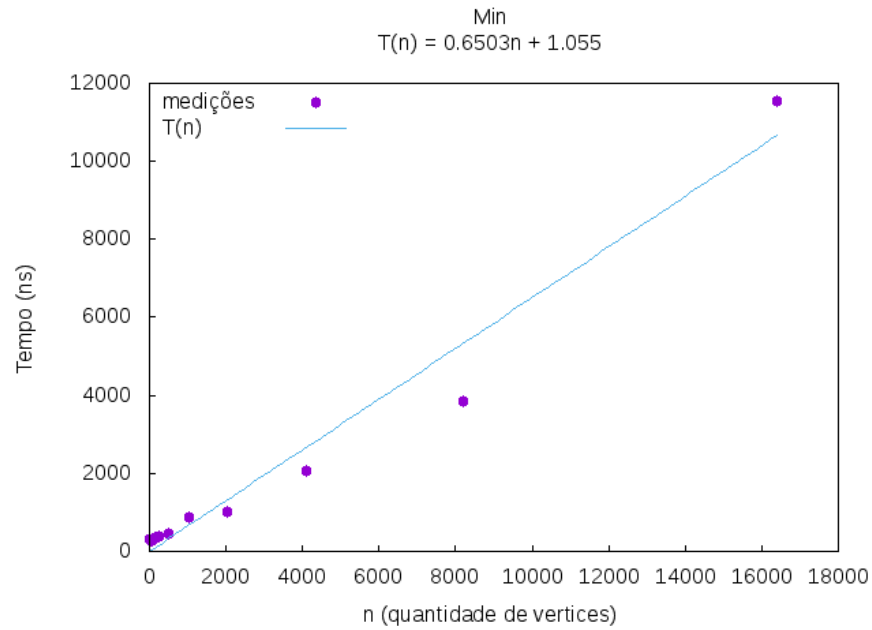


Figura 5.8: *Min - Vetor Decrescente*

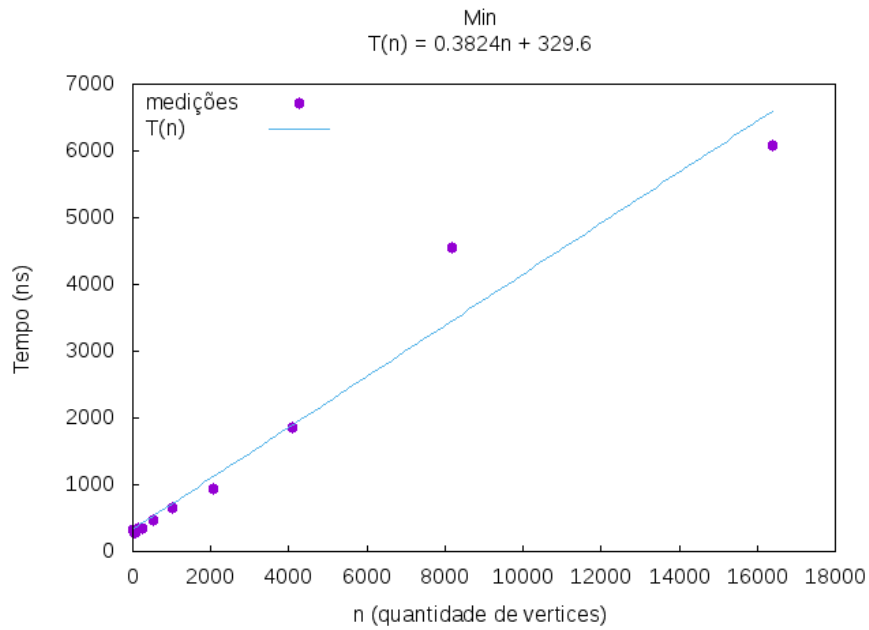
5.1.9 Vetor Decrescente P10

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P10.

Tabela 5.9: *Min com vetor Decrescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	317
32	278
64	294
128	345
256	357
512	466
1024	661
2048	932
4096	1855
8192	4558
16384	6088

P10/Min.png P10/Min.png

**Figura 5.9:** *Min - Vetor Decrescente P10*

5.1.10 Vetor Decrescente P20

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P20.

Tabela 5.10: *Min com vetor Decrescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	331
32	267
64	318
128	361
256	403
512	485
1024	713
2048	892
4096	1790
8192	2965
16384	6367

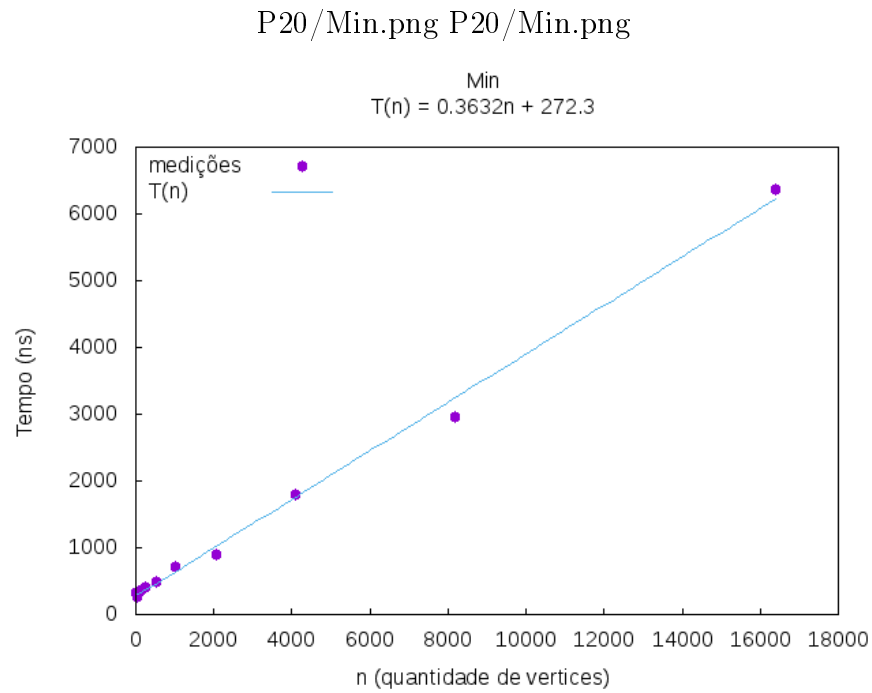


Figura 5.10: *Min - Vetor Decrescente P20*

5.1.11 Vetor Decrescente P30

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P30.

Tabela 5.11: *Min com vetor Decrescente P30*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	335
32	300
64	370
128	364
256	433
512	503
1024	678
2048	1236
4096	2175
8192	9572
16384	13543

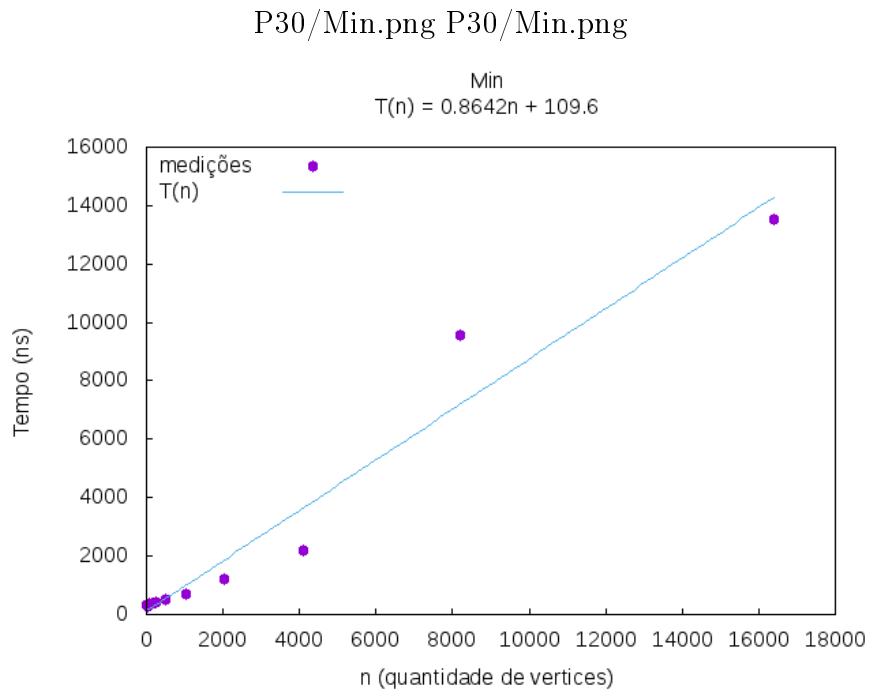


Figura 5.11: *Min - Vetor Decrescente P30*

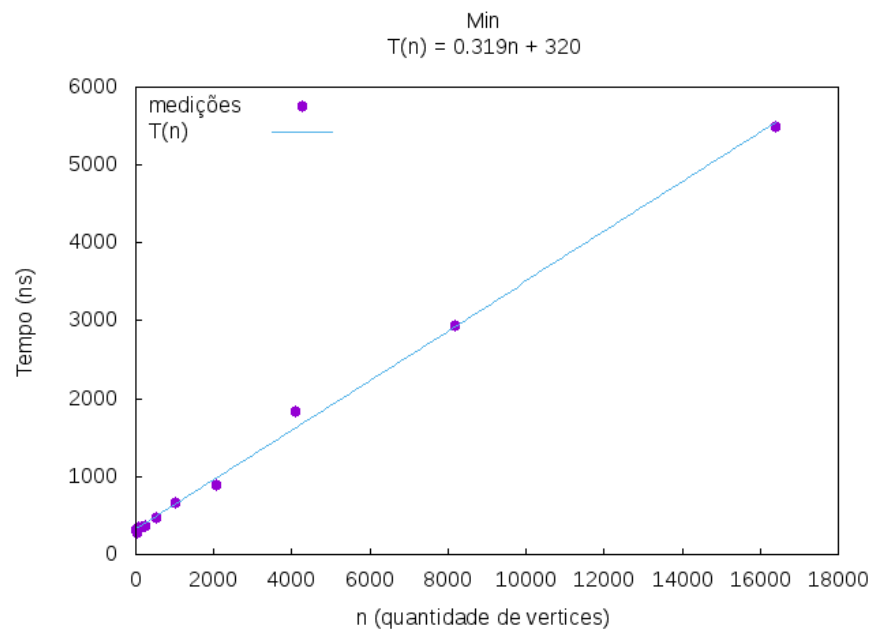
5.1.12 Vetor Decrescente P40

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P40.

Tabela 5.12: *Min com vetor Decrescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	323
32	279
64	358
128	342
256	363
512	469
1024	659
2048	899
4096	1831
8192	2947
16384	5499

P40/Min.png P40/Min.png

**Figura 5.12:** *Min - Vetor Decrescente P40*

5.1.13 Vetor Decrescente P50

Tabela gerada utilizando Min com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P50.

Tabela 5.13: *Min com vetor Decrescente P50*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	341
32	300
64	320
128	361
256	422
512	460
1024	637
2048	1070
4096	1853
8192	2951
16384	7247

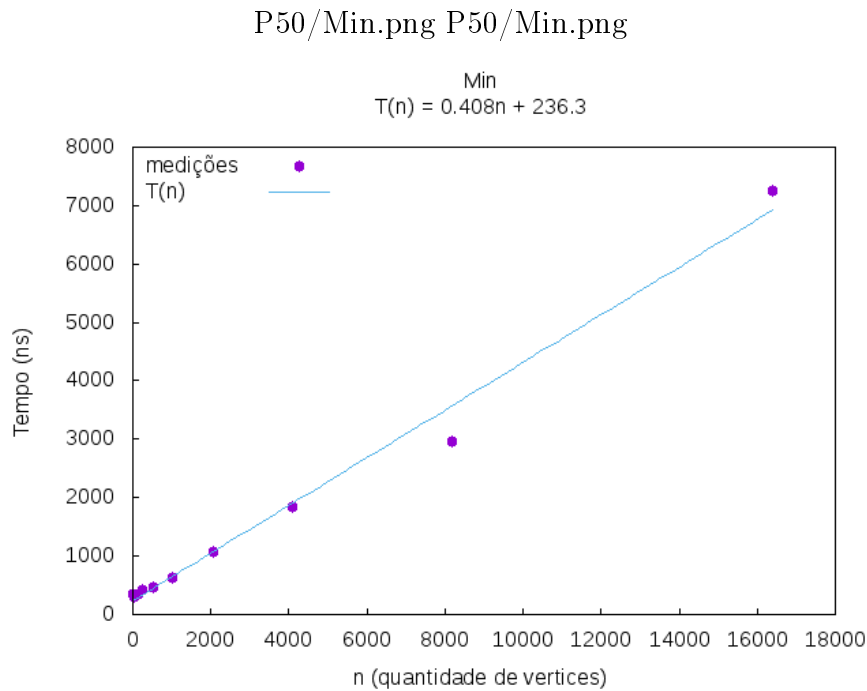


Figura 5.13: *Min - Vetor Decrescente P50*

5.2 MinMax

Mínimo é a primeira estatística de ordem, com $i = 1$. Máximo é a n ésima estatística de ordem, com $i = n$.

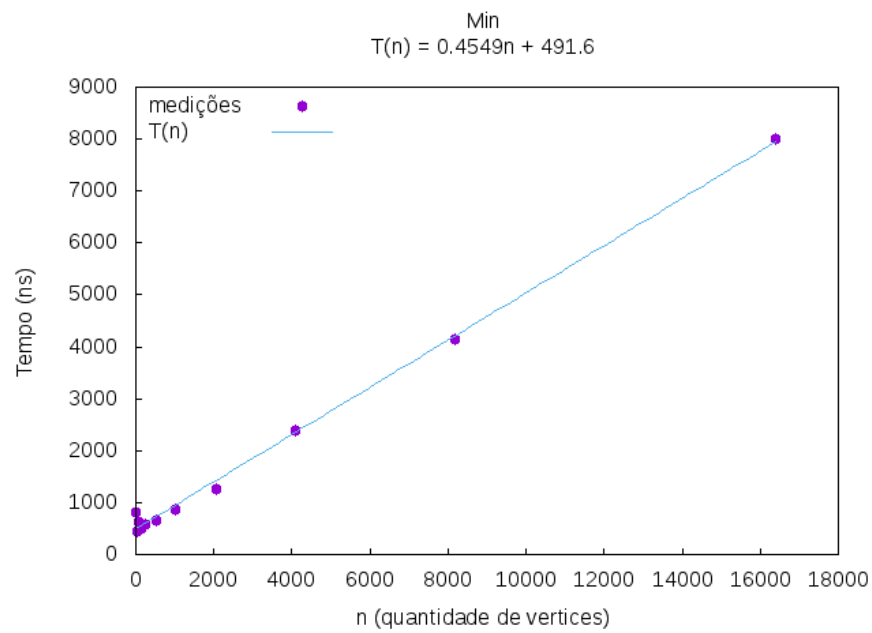
5.2.1 Vetor aleatorio

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 5.14: *MinMax com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	834
32	444
64	460
128	455
256	545
512	685
1024	974
2048	1322
4096	2133
8192	3744
16384	8385

Max/Aleatorio/MinMax.png Max/Aleatorio/MinMax.png

**Figura 5.14:** *MinMax - Vetor Aleatório*

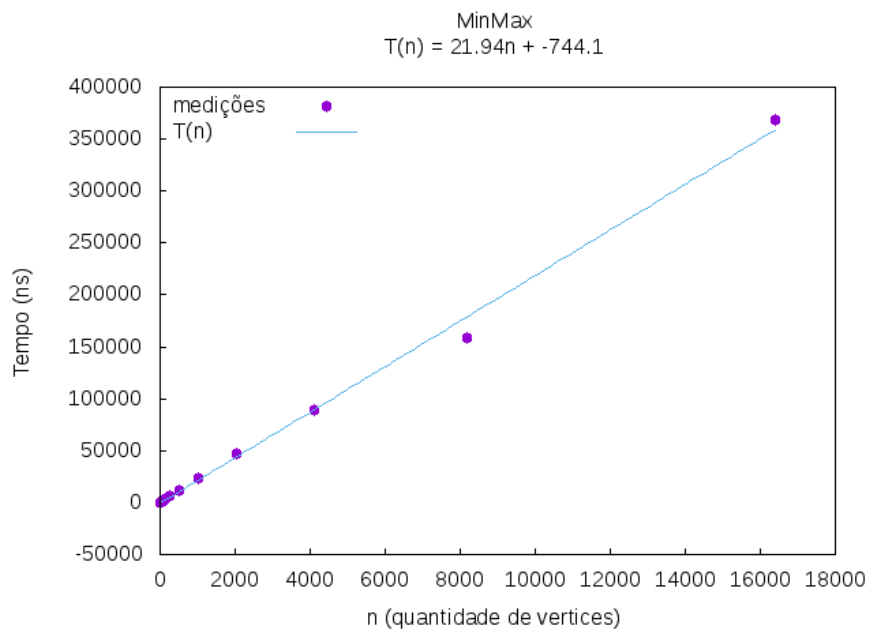
5.2.2 Vetor Crescente

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente.

Tabela 5.15: *MinMax com vetor Crescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	554
32	442
64	460
128	457
256	508
512	672
1024	1444
2048	1928
4096	10075
8192	8232
16384	8076

Max/Crescente/MinMax.png Max/Crescente/MinMax.png

Figura 5.15: *MinMax - Vetor Crescente*

5.2.3 Vetor Crescente P10

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P10.

Tabela 5.16: *MinMax com vetor Crescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	510
32	472
64	513
128	434
256	551
512	712
1024	881
2048	1535
4096	2929
8192	8249
16384	22516

Max/Crescente P10/MinMax.png Max/Crescente P10/MinMax.png

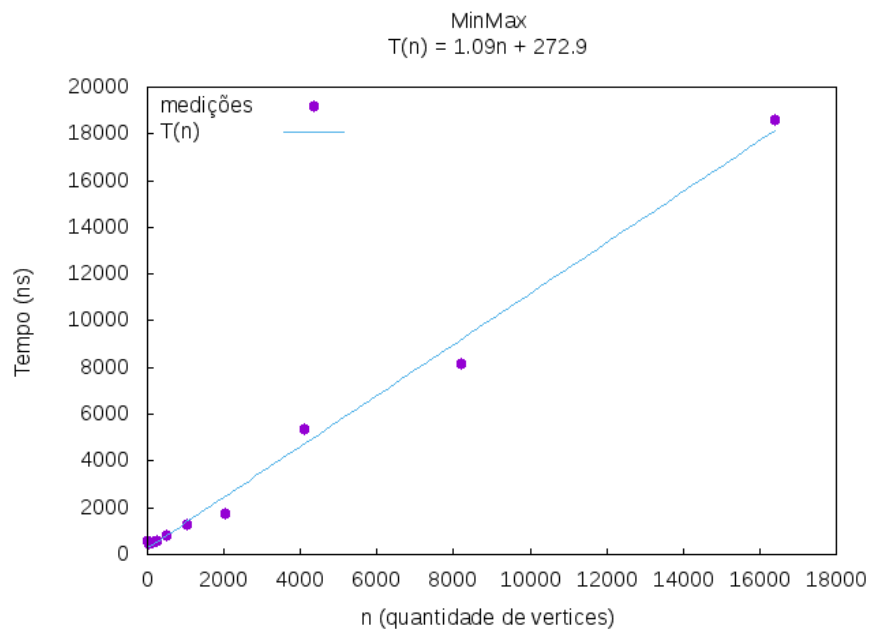


Figura 5.16: *MinMax - Vetor Crescente P10*

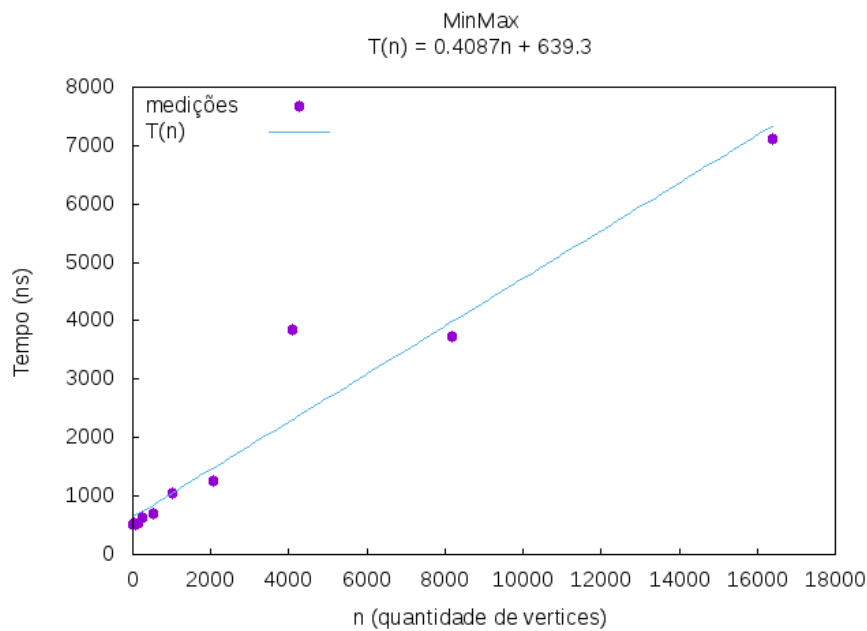
5.2.4 Vetor Crescente P20

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P20.

Tabela 5.17: *MinMax com vetor Crescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	454
32	465
64	461
128	472
256	525
512	650
1024	1049
2048	1335
4096	2398
8192	3837
16384	7720

Max/Crescente P20/MinMax.png Max/Crescente P20/MinMax.png

Figura 5.17: *MinMax - Vetor Crescente P20*

5.2.5 Vetor Crescente P30

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P30.

Tabela 5.18: *MinMax com vetor Crescente P30*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	445
32	533
64	484
128	423
256	544
512	676
1024	847
2048	1323
4096	2201
8192	3786
16384	10934

Max/Crescente P30/MinMax.png Max/Crescente P30/MinMax.png

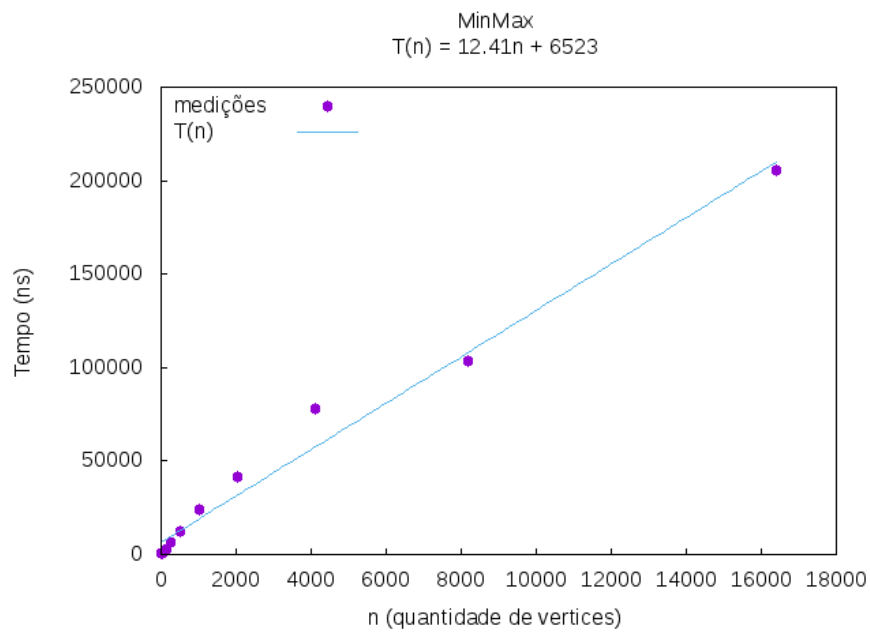


Figura 5.18: *MinMax - Vetor Crescente P30*

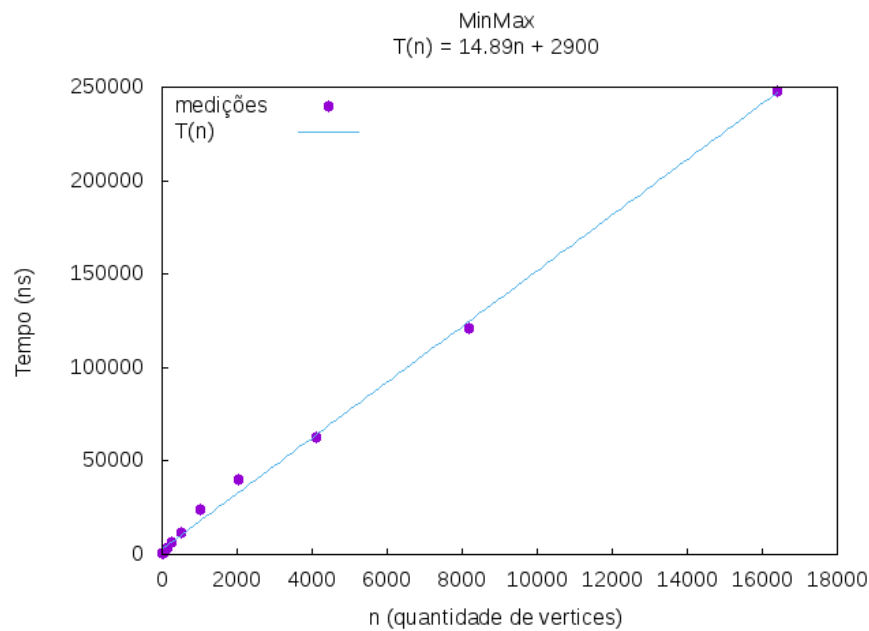
5.2.6 Vetor Crescente P40

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P40.

Tabela 5.19: *MinMax com vetor Crescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	1292
32	483
64	573
128	807
256	562
512	1705
1024	2362
2048	3904
4096	5994
8192	4047
16384	7145

Max/Crescente P40/MinMax.png Max/Crescente P40/MinMax.png

**Figura 5.19:** *MinMax - Vetor Crescente P40*

5.2.7 Vetor Crescente P50

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Crescente P50.

Tabela 5.20: *MinMax com vetor Crescente P50*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	460
32	463
64	464
128	496
256	948
512	688
1024	854
2048	1308
4096	2643
8192	5058
16384	7017

Max/Crescente P50/MinMax.png Max/Crescente P50/MinMax.png

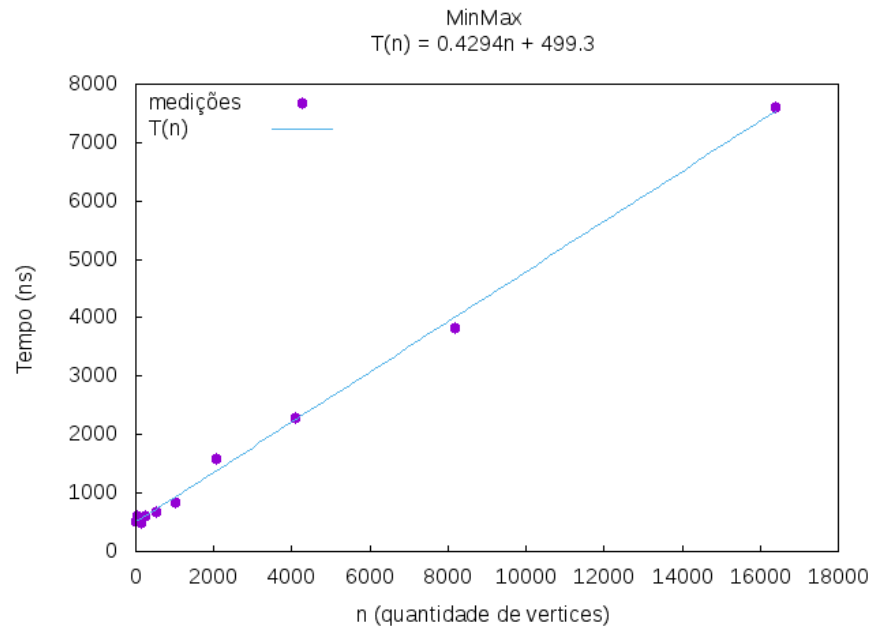


Figura 5.20: *MinMax - Vetor Crescente P50*

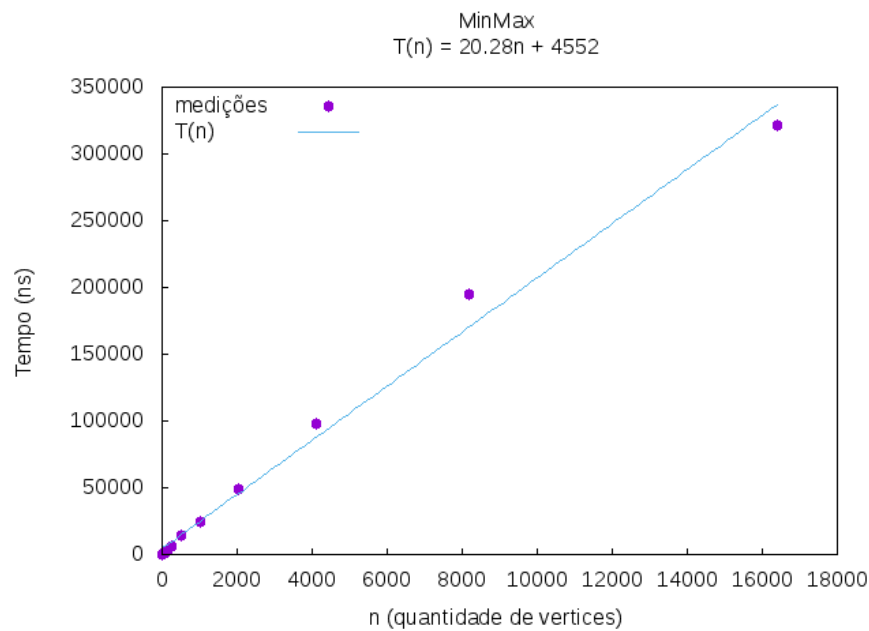
5.2.8 Vetor Decrescente

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente.

Tabela 5.21: *MinMax com vetor Decrescente*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	440
32	394
64	488
128	444
256	511
512	659
1024	1000
2048	1525
4096	2986
8192	6276
16384	15652

Max/Decrescente/MinMax.png Max/Decrescente/MinMax.png

**Figura 5.21:** *MinMax - Vetor Decrescente*

5.2.9 Vetor Decrescente P10

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P10.

Tabela 5.22: *MinMax com vetor Decrescente P10*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	448
32	428
64	445
128	599
256	488
512	656
1024	876
2048	1299
4096	2130
8192	3922
16384	8388

Max/Decrescente P10/MinMax.png Max/Decrescente P10/MinMax.png

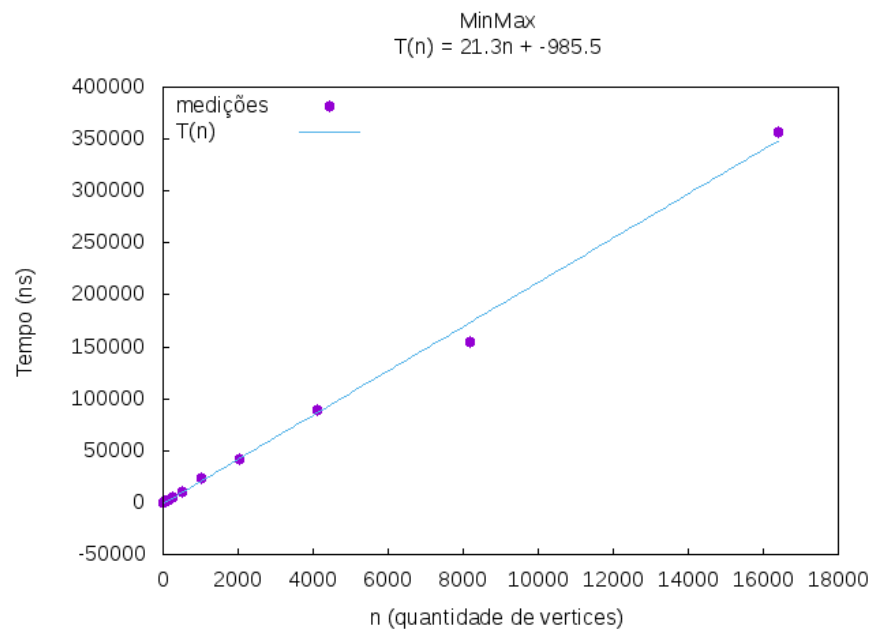


Figura 5.22: *MinMax - Vetor Decrescente P10*

5.2.10 Vetor Decrescente P20

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P20.

Tabela 5.23: *MinMax com vetor Decrescente P20*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	416
32	477
64	461
128	464
256	576
512	749
1024	864
2048	1238
4096	2019
8192	3970
16384	9291

Max/Decrescente P20/MinMax.png Max/Decrescente P20/MinMax.png

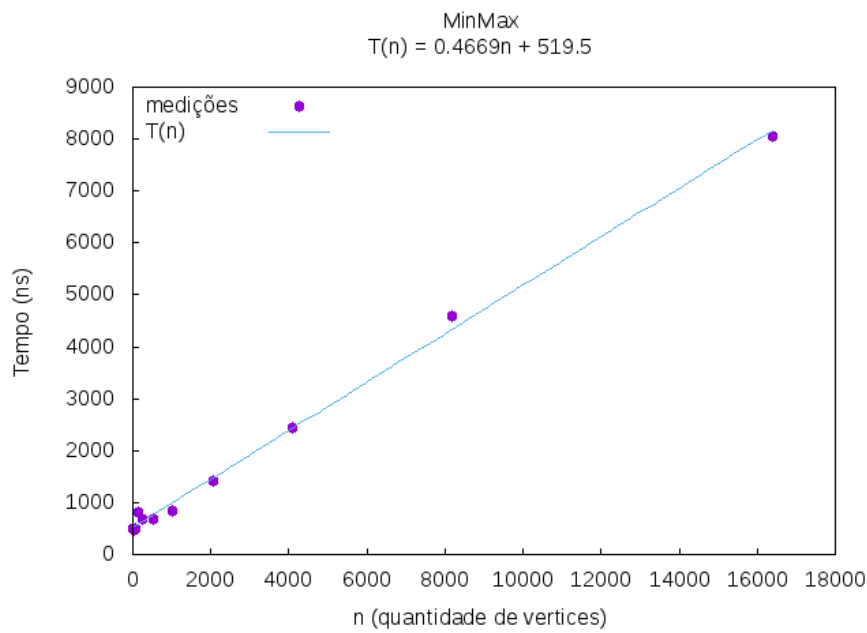


Figura 5.23: *MinMax - Vetor Decrescente P20*

5.2.11 Vetor Decrescente P30

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P30.

Tabela 5.24: *MinMax com vetor Decrescente P30*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	481
32	429
64	480
128	480
256	534
512	723
1024	1062
2048	2273
4096	6007
8192	13578
16384	7634

Max/Decrescente P30/MinMax.png Max/Decrescente P30/MinMax.png

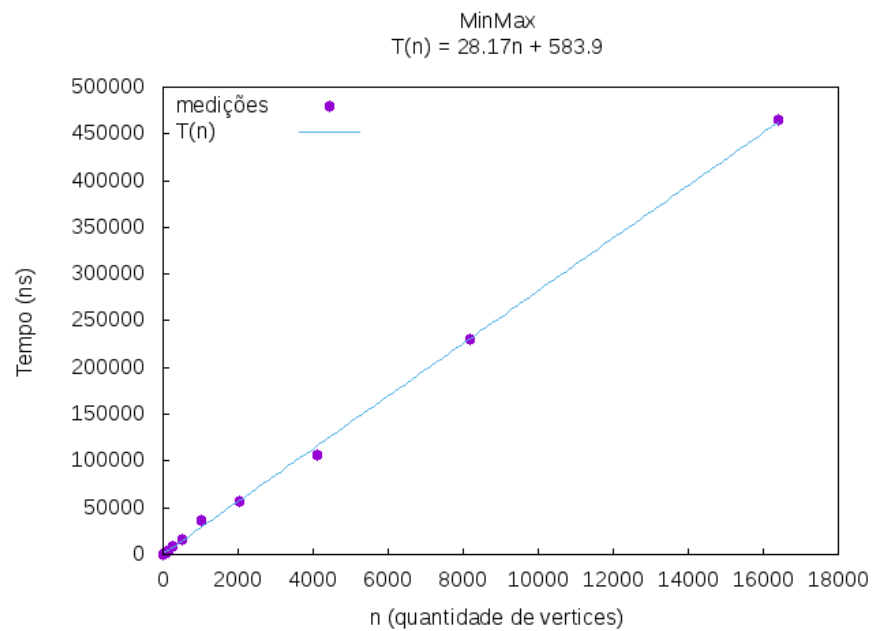


Figura 5.24: *MinMax - Vetor Decrescente P30*

5.2.12 Vetor Decrescente P40

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P40.

Tabela 5.25: *MinMax com vetor Decrescente P40*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	484
32	472
64	440
128	462
256	486
512	664
1024	1036
2048	1507
4096	2219
8192	3887
16384	7530

Max/Decrescente P40/MinMax.png Max/Decrescente P40/MinMax.png

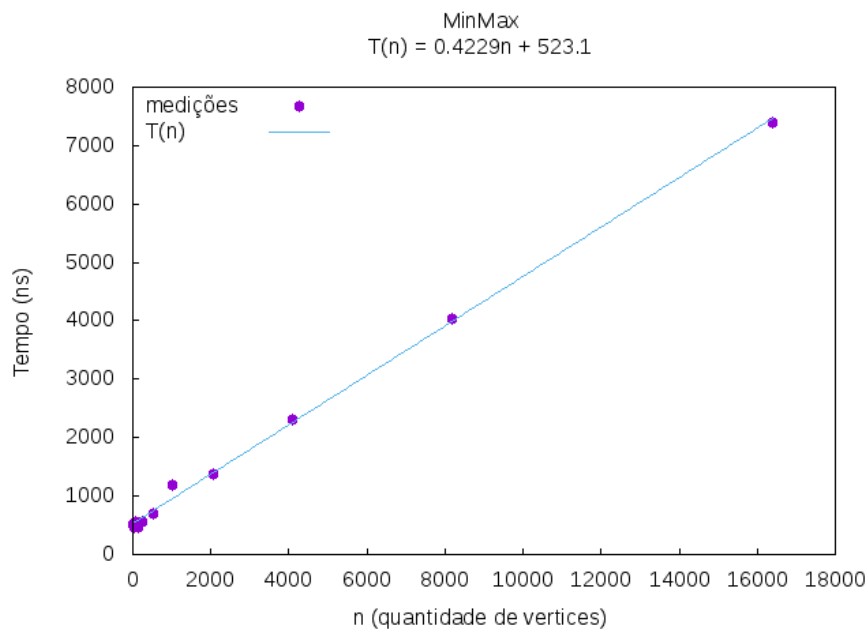


Figura 5.25: *MinMax - Vetor Decrescente P40*

5.2.13 Vetor Decrescente P50

Tabela gerada utilizando MinMax com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos Decrescente P50.

Tabela 5.26: *MinMax com vetor Decrescente P50*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	415
32	494
64	408
128	453
256	507
512	672
1024	806
2048	1413
4096	2813
8192	4791
16384	25421

Max/Decrescente P50/MinMax.png Max/Decrescente P50/MinMax.png

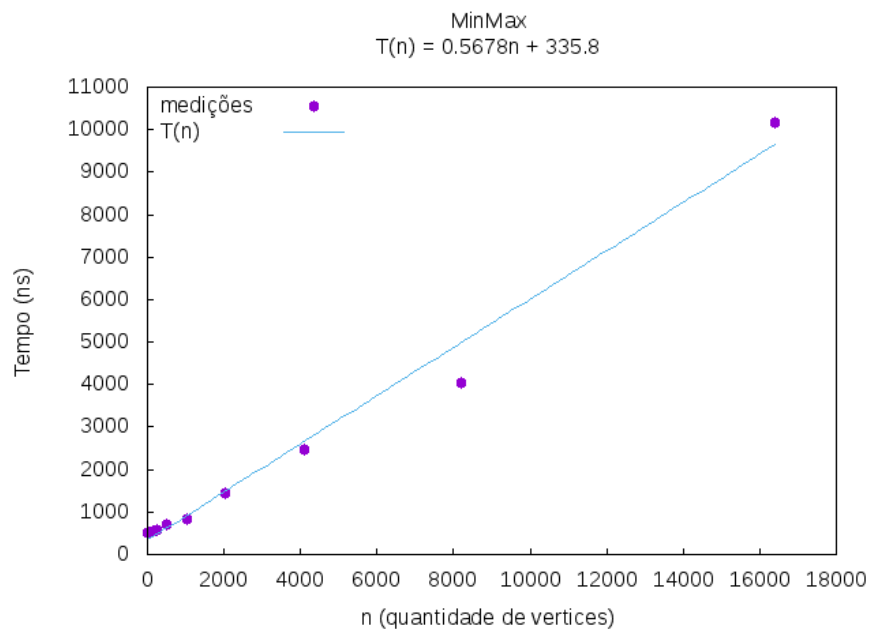


Figura 5.26: *MinMax - Vetor Decrescente P50*

5.3 Seleciona Aleatorizado

Algoritmo inspirado no Quicksort que resolve o problema da seleção.

5.3.1 Vetor aleatorio

Tabela gerada utilizando Seleciona Aleatorizado com vetores de tamanho n , sendo $n = (2^k)$, de $k = 4..14$ e inseridos aleatoriamente.

Tabela 5.27: *Seleciona Aleatorizado com vetor aleatório*

Número de Elementos	Tempo de execução em nanosegundos
16	631
32	664
64	732
128	764
256	968
512	1068
1024	1332
2048	2044
4096	3555
8192	6672
16384	12553

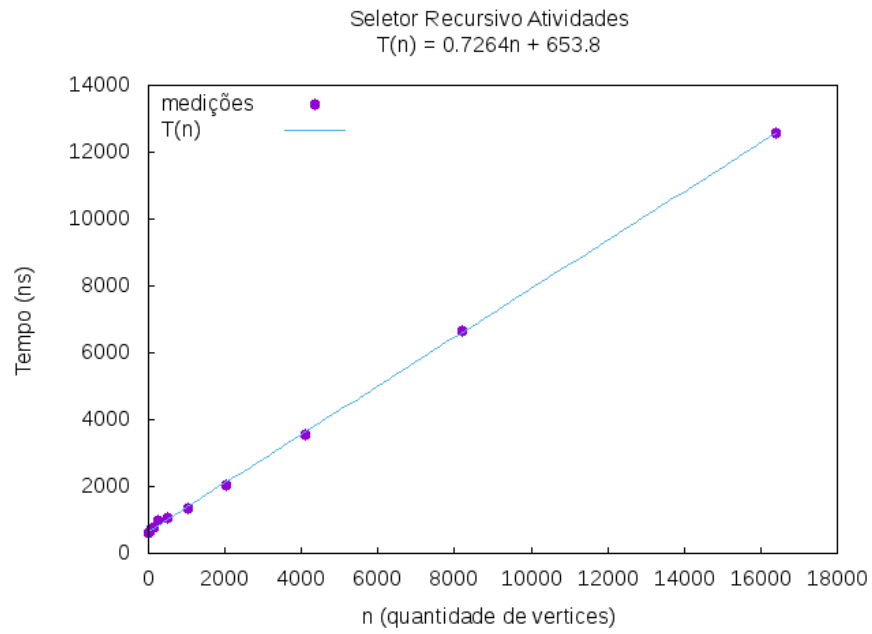


Figura 5.27: *Seleciona Aleatorizado - Vetor Aleatório*

Capítulo 6

Referências

Insertion Sort
Merge Sort
Heap Sort
Quick Sort
Counting Sort
Radix Sort
Bucket Sort
Introduction to algorithms 3rd Edition, Cormen, Thomas H, 2009