Preparação do trabalho

- Para o trabalho é necessário instalar Julia: https://julialang.org,
- e instalar os pacotes necessários em Julia

```
> <caminho>/bin/julia
julia> import Pkg
julia> Pkg.add("JuMP")
julia> Pkg.add("GLPKMathProgInterface")
julia> Pkg.add("IJulia")
```

- Caso não já está instalado, também é necessária instalar o GNU Linear Programming Kit (GLPK)
  - Windows: Baixar e instalar o GNU Linear Programming Kit (GLPK) em http://gnuwin32.sourceforge.net/packages/glpk.htm.
  - Linux: `sudo apt-get install glpk`
- A documentação de Julia/JuMP está disponível em http://www.juliaopt.org/JuMP.jl/stable.

Exemplo

Para demonstrar a especificação de um problema considere o exemplo da mistura de óleo:

Um certo óleo é refinado a partir da mistura de outros óleos, vegetais ou não vegetais. Temos óleos vegetais V1 e V2 e óleos não vegetais NV1 NV2 NV3. Por restrições da fábrica, um máximo de 200 toneladas de óleos vegetais podem ser refinados por mês, e um máximo de 250 toneladas de óleos não vegetais. A acidez do óleo desejado deve estar entre 3 e 6 (dada uma unidade de medida) e a acidez depende linearmente das quantidades/acidez dos óleos brutos usados. O preço de venda de uma tonelada do óleo é R$ 150. Calcule a mistura que maximiza o lucro, dado que:

Óleo	V1	V2	NV1	NV2	NV3
Custo/ton	110	120	130	110	115
Acidez	8,8	6,1	2,0	4,2	5,0

Formule e resolve este problema com Julia/JuMP.

Solução Sejam $V = \{V_1, V_2\}$ e $NV = \{NV_1, NV_2, NV_3\}$ os conjuntos de óleos vegetais e não vegetais e $O = V \cup NV$ o conjunto do todos óleos. Seja ainda c_i o custo por tonelada do óleo $i \in O$ e a_i a acidez do óleo $i \in O$. (Por exemplo $c_{V_1} = 110$ e $a_{NV_2} = 4.2$.) Com variáveis x_i (toneladas refinadas do óleo $i \in O$) e x_o (quantidade total de óleo produzido) podemos formular

$$\begin{aligned}
\textbf{maximiza} \quad & 150x_o - \sum_{i\in O} c_i x_i \\
\textbf{sujeito a} \quad & \sum_{i\in V} x_i \leq 200, && \text{limite óleos vegetais,} \\
& \sum_{i\in NV} x_i \leq 250, && \text{limite óleos não vegetais,} \\
& 3x_o \leq \sum_{i\in O} a_i x_i \leq 6x_o, && \text{Intervalo acidez,} \\
& \sum_{i\in O} x_i = x_o, && \text{Óleo total,} \\
& x_o, x_i \geq 0, && \forall i \in O.
\end{aligned}$$

Especificação em Julia

http://nbviewer.jupyter.org/url/www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/oc/oils.ipynb
http://www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/oc/oils.jl
A solução é

```
#!/usr/bin/env julia
using JuMP
using GLPK
using GLPKMathProgInterface

v=collect(1:2)
n=collect(3:5)
o=vcat(v,n)

c = [ 110, 120, 130, 110, 115 ]
a = [ 8.8, 6.1, 2.0, 4.2, 5.0 ]

m = Model()
set_optimizer(m, GLPK.Optimizer);

@variable(m, x[o] >= 0)
@variable(m, xo)

@objective(m, Max, 150*xo-sum(c[i]*x[i] for i in o))
@constraints(m, begin
             sum(x[i] for i in v)<=200
             sum(x[i] for i in n)<=250
             3*xo <= sum(a[i]*x[i] for i in o)
```

```
            sum(a[i]*x[i] for i in o) <= 6*xo
            sum(x[i] for i in o) == xo
            end)

println(m)
optimize!(m)

println("Valor ótimo: $(value(xo))")
println("Produção total: $(value(xo))")
println("Óleos vegetais: $(map(i->value(x[i]),v))")
println("Óleos não-vegetais: $(map(i->value(x[i]),n))")
```

Criando iPython notebooks com Julia A forma mais simples de trabalhar com a Julia é usar um Notebook. O primeiro passo é rodar um servidor para notebooks na máquina local:

```
> <caminho>/bin/julia
julia> using IJulia
julia> notebook()
```

Isso abre um navegador no browser.
Um Notebook consiste de uma séria de células. Um célula pode conter texto (markup) ou código. Células com código podem ser executadas diretamente no Notebook e o resultado aparece no Notebook.
Em http://nbviewer.jupyter.org/url/www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/oc/oils.ipynb tem um notebook visualizado. Vocês podem baixar o Notebook e gravar no diretório do navegador. O Notebook vai aparecer no navegador, e vocês podem abri-lo e rodar. Tem várias possibilidades, por exemplo vocês podem rodar tudo com Cell > Run All, ou célula por célula por clicar em Run ou usar ⇧+Enter.

Laboratório 1

Questão 6 (Empresa de aço)
Uma empresa de aço produz placas e canos de ferro. As taxas de produção semanal são 200t/h para placas e 140t/h para canos. O lucro desses produtos e 25$/t para placas e 30$/t para canos. Considerando a demanda atual, os limites de produção semanal são 6000t de placas e 4000t de canos. A jornada de produção semanal é de 40h. Quantas toneladas de placas e canos devem ser produzidas para maximizar o lucro?

Questão 7 (Produção de TVs)
A empresa de televisão "Boa vista" precisa decidir quantas TVs de 29"e 31"ela vai produzir. Uma analise do mercado descobriu que podem ser vendidas no máximo 40 TVs de 29"e 10 de 31"por mês. O trabalho máximo disponível por mês é 500h. A produção de um TV de 29"precisa 20h de trabalho, e um TV de 31"precisa 10h. Cada TV de 29"rende um lucro de R$ 120 e cada de 31"um lucro de R$ 80.
Qual a produção ótima média de cada TV por mês?

Questão 8 (Empresa aérea)
Uma pequena empresa aérea oferece um vôo de Pelotas, com escala em Porto Alegre para Torres. Logo os clientes podem voar em três trechos diferentes Pelotas–Porto Alegre, Pelotas–Torres e Porto Alegre–Torres. A linha também oferece três tipos de bilhetes:

- Tipo A: bilhete regular.
- Tipo B: sem cancelamento.
- Tipo C: sem cancelamento, pagamento deve ser efetuado três semanas antes de viajar.

Os preços (em R$) dos bilhetes são os seguintes

	Pelotas–Porto Alegre	Porto Alegre–Torres	Pelotas–Torres
A	600	320	720
B	440	260	560
C	200	160	280

Baseado em experiência com esses vôos, o marketing tem a seguinte predição de passageiros:

	Pelotas–Porto Alegre	Porto Alegre–Torres	Pelotas–Torres
A	4	8	3
B	8	13	10
C	22	20	18

O objetivo da empresa é maximizar o lucro determinando o número ótimo de bilhetes de cada tipo para vender, respeitando um limite de 30 passageiros em cada vôo, e o limite dos passageiros previstos em cada categoria. Observe que no primeiro trecho, por exemplo, os passageiros viajando de Pelotas para Porto Alegre e os passageiros viajando de Pelotas para Torres compartilham a avião.

- Formula o programa linear correspondente e resolve com GLPK.
- Qual o número ótimo de bilhetes para todos tipos de vôos?

Questão 9 (McDonalds (problema da dieta))
Resolve o problema da dieta: suponha que temos uma tabela de nutrientes de diferentes tipos de alimento. Sabendo o valor diário de referência (VDR) de cada nutriente e o preço de cada unidade de alimento, qual a dieta ótima, i.e. que contém pelo menos o valor diário de referência e de menor custo?

Com m nutrientes e n alimentos, seja a_{ij} a quantidade do nutriente i no alimento j, r_i o valor diário de referência do nutriente i e c_j o preço do alimento j. Queremos saber as quantidades x_j de cada alimento que

$$
\begin{array}{rl}
\textbf{minimiza} & c_1x_1 + \cdots + c_1x_n \\
\textbf{sujeito a} & a_{11}x_1 + \cdots + a_{1n}x_n \geq r_1, \\
& \cdots \\
& a_{m1}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \geq r_m, \\
& x_1, \ldots, x_n \geq 0.
\end{array}
$$

Os dados do McDonalds são disponíveis em

http://www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/oc/McDonalds-food.wsv
http://www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/oc/McDonalds-nutr.wsv
http://www.inf.ufrgs.br/~mrpritt/oc/McDonalds-amnt.wsv

como tabela simples. Os dados usam os nomes `cost[i]` para c_i, `amt[i,j]` para a_{ij} e `n_min[i]` para r_i. O valores dos nutrientes são em % do VDR, por isso podemos usar simplesmente $r_i = 100\%$. Além disso, o arquivo contém os dados `f_min[i]`, `f_max[i]` e `n_max[i]` para o valor mínimo e máximo de alimentos da cada tipo, e a percentagem máxima de cada nutriente. Essas colunas contém um "`NA`" que significa que o valor "default" é usado.

- Abre o template McDonalds.ipynb ou McDonalds.jl que contém código em Julia para ler os dados.
- Implemente o problema da dieta em Julia/JuMP.
- Resolve o problema.
- Qual a dieta ótima com as restrições acima? Qual o seu custo?

Para resolver os seguintes itens, modifique o sistema adequadamente e resolve novamente.

- O que custa uma dieta ótima entre 2000 kcal (o VDR) e 2100 kcal?
- Qual a dieta ótima vegetariana?
- Qual a dieta ótima em que cada alimento é consumido uma única vez?