Họ tên: Nguyễn Trung Dũng

MSSV: 19120486

**Bài 1:**

1. Chứng minh quy nạp:

Có công thức truy hồi cho :

* :
* :
* :

* Xét , tức là , ta thấy:
* Xét chẵn :
* Chọn . Để ý:
* Giả sử mệnh đề đúng với , tức là:
* Cần chứng minh mệnh đề đúng với , tức là cần chứng minh:
* Thật vậy:
* Xét lẻ :
* Chọn .
* Giả sử mệnh đề đúng với , tức là:
* Cần chứng minh mệnh đề đúng với , tức là cần chứng minh:
* Thật vậy:
* Vậy:

1. Đặt .

Gọi là dạng biểu diễn nhị phân của , là phần còn lại của sau khi bỏ đi bit cao nhất (có thể chứa các số 0 đứng đầu).

Vì và nên có thể nói:

* + Bit cao nhất của có vị trí và
  + cũng là dạng biểu diễn nhị phân của .

Như vậy, có dạng: (bit cao nhất có vị trí là )

(phát biểu được chứng minh)

**Bài 2:**

* Gọi là chi phí trung bình của hàm Selection với giá trị nào đó
* Xác suất để 1 phần tử được chọn làm pivot:

Khi đó, chi phí trung bình của giải thuật với bất kì:

vì mảng chỉ có 1 phần tử.

* Vậy ta có:
* **Xét tổng sau:**
* Có:
* **Xét tổng sau:**
* Có:
* Vậy:
* Mà:
* Thế :

Lấy :

* **Kết luận:** chi phí trung bình của giải thuật:

**Bài 3:**

* Giải thuật không thực hiện đúng nhiệm vụ (không thể kiểm tra tính liên thông của đồ thị vô hướng).
* Giải thích: đồ thị với các đỉnh và ma trận kề liên thông không có nghĩa là đồ thị với các đỉnh và ma trận kề liên thông.

Xét đồ thị sau:

A picture containing black, device, clipart

Description automatically generated

Có thể thấy là đồ thị liên thông. Tuy nhiên, khi chỉ xét đến đỉnh thứ thì đồ thị không liên thông:

Dễ dàng thấy Connected(A[1..2][1..2]) trả về false

Tương tự, Connected(A[1..i][1..i]) trả về false

Connected(A[1..n][1..n]) = false (sai)

* Vậy giải thuật không thực hiện đúng nhiệm vụ

**Bài 4:**

* Giải thuật tìm số vắng mặt:

find(arr[1..n], l, r) {

    if (l == r) {

        if (arr[l] == l) // nếu số bị thiếu là n+1

            return l+1;

        return l;

    }

    m = ⌊(l+r)/2⌋;

    if (arr[m] == m)

        return find(arr, m+1, r);

    else

        return find(arr, l, m);

}

find(arr, 1, n);

* Các thao tác cơ sở đã được tô đỏ.
* Gọi là số thao tác cần thực hiện với mảng phần tử. Giả sử , ta có hệ thức hồi quy sau:
* Thấy
* Theo định lí chủ, ta có: hay