

# Algoritmos Lista 2-Q1

## Goleiro Sistemas

Um sistema de segurança e controle de redes de computadores coleta informações sobre o tráfego na forma de uma **stream** de dados em que vários "pontos" na forma

$(X_0, W_1), (X_1, W_1), (X_2, W_2), \dots$

são obtidos em fluxo contínuo. Cada ponto  $(x_j, w_j)$  representa um pacote transmitido, sendo  $x_j$  um valor inteiro num intervalo  $[M]=0..M-1$  que corresponde a um identificador único de um dispositivo, e  $w_j$  um inteiro positivo que corresponde ao no. de bytes transmitidos (payload) naquele pacote.

Uma atividade suspeita na rede é detectada quando um dispositivo transmite uma quantidade muito grande de informação. Assim, algumas consultas frequentes são:

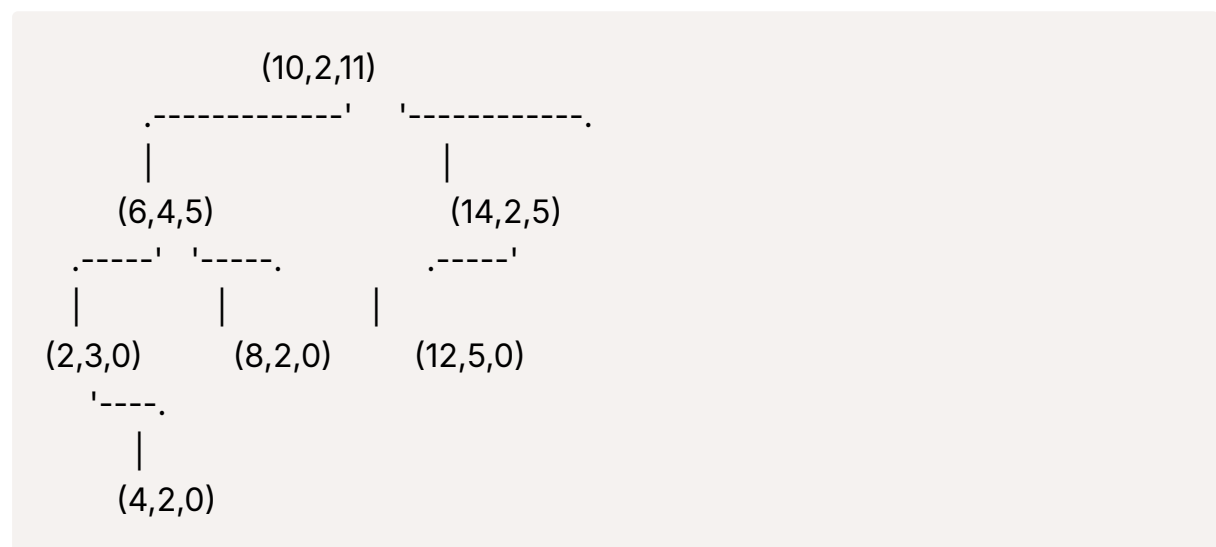
- $WEI(x)$  : qual a quantidade total de bytes transmitidos pelo dispositivo com id  $x$
- $RNK(x)$  : qual a quantidade total de bytes transmitidos pelos dispositivos com id  $< x$

A primeira consulta inspeciona a atividade de um dispositivo em particular. Já a segunda consulta pode servir para estimar a distribuição do tráfego entre os dispositivos. Por exemplo, num tráfego uniformemente distribuído, a metade do total de bytes transmitidos na rede deveria ter sido originada pelos dispositivos com id  $< M/2$ .

Steve foi contratado pela empresa **Goleiro Sistemas** para implementar essas funcionalidades. Imediatamente veio-lhe à memória as aulas sobre **Árvores**

**AVL** é uma maneira de usar essa estrutura para resolver o problema. A solução consiste em criar uma AVL ordenada pelos ids dos dispositivos. Além do campo **ID** com um certo valor **x**, cada nó **N** deve conter um campo **WEI** (peso) com a soma total dos bytes transmitidos pelo dispositivo **x** até o momento, ou seja, a resposta à consulta **WEI(x)**, e um outro campo **RNK** com a soma total dos bytes transmitidos pelos dispositivos com id estritamente inferior a **x** que estão na sub-árvore à esquerda de **N**, ou seja, a soma dos valores dos campos **WEI** nessa sub-árvore.

Por exemplo, a árvore a seguir ilustra o caso para 7 dispositivos. Os nós estão na forma **(ID,WEI,RNK)**.



Neste caso, a consulta por **RNK(10)** retorna o valor do campo **RNK** da raiz. A resposta para a consulta **RNK(5)** é obtida totalmente na sub-árvore à esquerda. Já a resposta a **RNK(14)** é obtida a partir da soma dos pesos dos valores menores que 14, isto é, a raiz e os elementos à sua esquerda, mais a soma dos pesos dos valores menores que 14 na sub-árvore direita.

## Input Specification

A entrada é constituída por várias linhas, cada uma num dos formatos a seguir:

- **ADD X W**: sinaliza a transmissão e um novo pacote de **W** bytes para o dispositivo com id **X**.

- **WEI X** : consulta o total de pacotes transmitidos pelo dispositivo com id **X** até o momento.
- **RNK X** : consulta o total de pacotes transmitidos pelo dispositivo com id **< X** até o momento.

A entrada termina com uma linha

END

### Output Specification

Para cada linha da entrada deve ser impressa uma saída correspondente como descrito a seguir.

- **ADD X W** ⇒ adiciona a informação à AVL e imprime uma linha com um inteiro correspondente ao total global de bytes transmitidos por todos os dispositivos na rede até o momento.
- **WEI X** ⇒ imprime uma linha com dois inteiros **W D** correspondentes, respectivamente, ao valor de **WEI(X)**, e à *profundidade* do nó com id **X** na AVL (a raiz tem profundidade 0, os seus filhos têm profundidade 1, e assim sucessivamente) **NOTA**: se a máquina com id **X** ainda não transmitiu dados, deve ser impressa a linha **0 -1**.
- **RNK X** ⇒ imprime uma linha com um inteiro correspondente ao total de bytes transmitidos por dispositivos com id **< X** até o momento. **NOTA**: não necessariamente o dispositivo com id **X** transmitiu dados até o momento. Ou seja, a AVL pode não conter um nó com id **X**. Mesmo assim a consulta tem uma resposta correta, ainda que seja **0**.

**Exs.: Input**

**Exs.: Output**

ADD 8 3641  
ADD 43 3427  
ADD 20 638  
ADD 25 2197  
ADD 42 3444  
ADD 29 984  
ADD 34 1589  
ADD 42 1313  
ADD 56 3203  
ADD 37 300  
ADD 35 1603  
ADD 11 779  
ADD 20 1517  
ADD 40 2272  
ADD 60 1809  
ADD 3 2439  
ADD 56 2059  
ADD 42 209  
ADD 55 2854  
ADD 34 1086  
ADD 51 1910  
ADD 41 2773  
ADD 33 1127  
ADD 62 3043  
ADD 48 3390  
ADD 38 681  
ADD 37 1868  
ADD 54 1152  
ADD 63 2893  
ADD 62 708  
ADD 42 1037  
ADD 19 2769  
WEI 19  
WEI 25  
ADD 32 153  
ADD 6 2116  
ADD 52 1564

3641  
7068  
7706  
9903  
13347  
14331  
15920  
17233  
20436  
20736  
22339  
23118  
24635  
26907  
28716  
31155  
33214  
33423  
36277  
37363  
39273  
42046  
43173  
46216  
49606  
50287  
52155  
53307  
56200  
56908  
57945  
60714  
2769 4  
2197 2  
60867  
62983  
64547

ADD 39 702  
WEI 37  
ADD 40 16  
WEI 35  
WEI 63  
ADD 17 3397  
WEI 37  
ADD 7 1247  
ADD 54 1067  
ADD 58 2287  
WEI 35  
WEI 43  
ADD 60 1951  
ADD 6 1594  
ADD 52 3709  
WEI 3  
ADD 12 76  
ADD 46 584  
ADD 53 576  
WEI 3  
ADD 30 2525  
ADD 18 929  
ADD 29 2333  
ADD 41 1093  
ADD 48 1270  
ADD 15 873  
WEI 32  
ADD 38 651  
ADD 33 3621  
ADD 21 2634  
ADD 27 2111  
ADD 42 1043  
WEI 22  
WEI 6  
WEI 35  
ADD 5 584  
ADD 2 2961  
ADD 53 1737

65249  
2168 3  
65265  
1603 4  
2893 4  
68662  
2168 3  
69909  
70976  
73263  
1603 4  
3427 4  
75214  
76808  
80517  
2439 3  
80593  
81177  
81753  
2439 3  
84278  
85207  
87540  
88633  
89903  
90776  
153 3  
91427  
95048  
97682  
99793  
100836  
0 -1  
3710 3  
1603 5  
101420  
104381  
106118

ADD 24 2627  
ADD 62 3041  
ADD 61 1570  
ADD 30 2924  
ADD 32 1092  
ADD 42 3281  
ADD 20 1606  
WEI 17  
ADD 35 1096  
ADD 44 2626  
WEI 44  
WEI 25  
ADD 54 990  
ADD 58 353  
ADD 18 1423  
WEI 20  
ADD 11 1062  
ADD 61 2262  
WEI 56  
ADD 24 2766  
WEI 25  
ADD 4 367  
ADD 48 2093  
WEI 8  
WEI 40  
WEI 6  
ADD 35 856  
WEI 32  
ADD 2 1792  
ADD 63 3223  
ADD 37 3778  
ADD 57 954  
ADD 61 3289  
ADD 13 3056  
WEI 30  
WEI 24  
WEI 3  
ADD 36 3853

108745  
111786  
113356  
116280  
117372  
120653  
122259  
3397 1  
123355  
125981  
2626 5  
2197 2  
126971  
127324  
128747  
3761 5  
129809  
132071  
5262 2  
134837  
2197 2  
135204  
137297  
3641 4  
2288 4  
3710 2  
138153  
1245 3  
139945  
143168  
146946  
147900  
151189  
154245  
5449 5  
5393 5  
2439 3  
158098

ADD 8 1577  
WEI 55  
ADD 2 3611  
WEI 32  
ADD 50 2888  
ADD 13 3086  
ADD 53 3767  
ADD 6 3242  
ADD 26 3451  
WEI 54  
WEI 44  
ADD 30 1925  
ADD 59 596  
ADD 11 2011  
ADD 6 1176  
WEI 6  
ADD 0 3349  
WEI 40  
ADD 5 672  
ADD 47 519  
WEI 63  
ADD 40 4028  
WEI 24  
ADD 4 1614  
WEI 3  
WEI 38  
WEI 26  
ADD 28 3642  
ADD 16 498  
WEI 3  
WEI 47  
ADD 1 1704  
ADD 20 273  
ADD 44 3460  
ADD 29 2984  
WEI 37  
ADD 9 474  
ADD 5 184

159675  
2854 4  
163286  
1245 3  
166174  
169260  
173027  
176269  
179720  
3209 3  
2626 5  
181645  
182241  
184252  
185428  
8128 2  
188777  
2288 4  
189449  
189968  
6116 5  
193996  
5393 5  
195610  
2439 3  
1332 3  
3451 5  
199252  
199750  
2439 3  
519 5  
201454  
201727  
205187  
208171  
5946 5  
208645  
208829

WEI 61  
ADD 57 1294  
ADD 27 677  
ADD 41 3988  
WEI 52  
ADD 5 2532  
ADD 45 673  
WEI 10  
ADD 60 3798  
ADD 41 2757  
ADD 52 1293  
WEI 61  
WEI 46  
WEI 45  
WEI 2  
WEI 28  
WEI 56  
ADD 22 1744  
WEI 21  
WEI 3  
ADD 17 3335  
ADD 46 1752  
ADD 18 301  
ADD 31 2660  
WEI 32  
ADD 48 464  
WEI 55  
ADD 44 1455  
ADD 2 2324  
ADD 49 2350  
WEI 1  
WEI 45  
ADD 46 2389  
WEI 22  
WEI 3  
ADD 24 3017  
ADD 38 2050  
ADD 21 1671

7121 5  
210123  
210800  
214788  
5273 4  
217320  
217993  
0 -1  
221791  
224548  
225841  
7121 5  
584 3  
673 5  
8364 5  
3642 5  
5262 2  
227585  
2634 3  
2439 3  
230920  
232672  
232973  
235633  
1245 4  
236097  
2854 4  
237552  
239876  
242226  
1704 4  
673 5  
244615  
1744 5  
2439 3  
247632  
249682  
251353



ADD 44 255  
ADD 37 1855  
WEI 60  
WEI 50  
WEI 40  
ADD 19 452  
ADD 38 1698  
WEI 48  
ADD 3 3049  
ADD 27 1609  
ADD 37 2791  
END

251608  
253463  
7558 3  
2888 5  
6316 4  
253915  
255613  
7217 4  
258662  
260271  
263062

ADD 52 1934  
ADD 44 3426  
ADD 32 1479  
ADD 48 657  
ADD 58 3569  
ADD 39 1566  
ADD 57 1159  
ADD 14 1628  
ADD 50 75  
ADD 50 2724  
ADD 13 257  
ADD 10 1982  
ADD 60 1179  
ADD 58 378  
ADD 42 2422  
ADD 51 3981  
ADD 31 2772  
ADD 23 2056  
ADD 63 2090  
ADD 34 2496  
ADD 51 3660  
ADD 28 281  
ADD 0 1383

1934  
5360  
6839  
7496  
11065  
12631  
13790  
15418  
15493  
18217  
18474  
20456  
21635  
22013  
24435  
28416  
31188  
33244  
35334  
37830  
41490  
41771  
43154

ADD 56 1645  
ADD 56 602  
ADD 38 1136  
ADD 9 2651  
ADD 25 125  
ADD 41 3875  
ADD 46 2724  
ADD 11 503  
RNK 62  
WEI 23  
ADD 39 2536  
ADD 44 2678  
ADD 7 830  
ADD 46 250  
ADD 5 182  
ADD 32 1771  
ADD 20 1022  
WEI 62  
ADD 16 2596  
WEI 34  
WEI 41  
ADD 14 1019  
ADD 36 3229  
ADD 44 3424  
RNK 25  
WEI 38  
ADD 43 1183  
WEI 20  
ADD 29 2834  
RNK 29  
WEI 16  
RNK 13  
ADD 22 3331  
WEI 25  
ADD 38 208  
ADD 56 1568  
ADD 38 484  
ADD 3 4063

44799  
45401  
46537  
49188  
49313  
53188  
55912  
56415  
54325  
2056 1  
58951  
61629  
62459  
62709  
62891  
64662  
65684  
0 -1  
68280  
2496 4  
3875 5  
69299  
72528  
75952  
16109  
1136 5  
77135  
1022 5  
79969  
16515  
2596 4  
7531  
83300  
125 4  
83508  
85076  
85560  
89623

ADD 1 2930  
ADD 40 2962  
RNK 44  
ADD 51 1002  
ADD 16 1255  
RNK 41  
WEI 57  
WEI 58  
ADD 60 3198  
WEI 20  
WEI 29  
ADD 49 1510  
ADD 22 1233  
WEI 1  
RNK 1  
ADD 51 3855  
WEI 13  
ADD 25 813  
RNK 32  
ADD 12 3594  
WEI 43  
ADD 35 1490  
ADD 0 1897  
ADD 6 3394  
ADD 29 1810  
RNK 11  
RNK 1  
ADD 41 2190  
ADD 46 823  
RNK 35  
ADD 31 925  
ADD 39 2632  
WEI 62  
RNK 16  
WEI 57  
ADD 57 1842  
ADD 8 1397  
ADD 15 1696

92553  
95515  
57792  
96517  
97772  
51567  
1159 4  
3947 3  
100970  
1022 4  
2834 4  
102480  
103713  
2930 5  
1383  
107568  
257 4  
108381  
35746  
111975  
1183 4  
113465  
115362  
118756  
120566  
19312  
3280  
122756  
123579  
52187  
124504  
127136  
0 -1  
26313  
1159 4  
128978  
130375  
132071

RNK 59	125604
ADD 26 2279	134350
ADD 27 1386	135736
ADD 41 4027	139763
RNK 18	33257
RNK 45	99338
ADD 33 1418	141181
ADD 42 526	141707
RNK 10	18727
ADD 26 585	142292
ADD 53 74	142366
RNK 33	57959
RNK 56	125136
WEI 20	1022 3
RNK 15	27710
WEI 60	4377 4
ADD 21 1521	143887
ADD 58 766	144653
RNK 63	142563
ADD 22 1166	145819
ADD 10 4010	149829
RNK 9	16076
ADD 14 2882	152711
ADD 30 3317	156028
WEI 19	0 -1
RNK 39	81316
ADD 54 1834	157862
WEI 52	1934 2
ADD 23 1369	159231
RNK 41	92381
ADD 8 1833	161064
ADD 62 3240	164304
ADD 6 3987	168291
ADD 13 719	169010
WEI 40	2962 5
ADD 13 2012	171022
RNK 61	165692
ADD 45 120	171142

RNK 58  
ADD 12 2312  
WEI 16  
RNK 18  
ADD 44 231  
ADD 54 2384  
ADD 57 886  
ADD 19 625  
ADD 37 3582  
WEI 7  
RNK 11  
ADD 8 904  
WEI 54  
WEI 6  
ADD 63 2809  
ADD 9 899  
RNK 21  
ADD 17 1230  
ADD 8 448  
RNK 28  
ADD 0 1472  
WEI 34  
WEI 46  
ADD 5 3153  
ADD 7 323  
WEI 50  
ADD 34 502  
WEI 1  
ADD 58 272  
ADD 60 1352  
WEI 8  
ADD 15 2142  
RNK 40  
RNK 7  
RNK 38  
WEI 41  
WEI 17  
RNK 44

156722  
173454  
3851 1  
51012  
173685  
176069  
176955  
177580  
181162  
830 4  
30539  
182066  
4218 6  
7381 6  
184875  
185774  
54462  
187004  
187452  
72004  
188924  
2496 4  
3797 4  
192077  
192400  
2799 4  
192902  
2930 5  
193174  
194526  
4582 6  
196668  
115562  
22461  
107000  
10092 4  
1230 5  
132747

```
ADD 0 228
ADD 35 3512
RNK 3
ADD 14 2609
RNK 48
RNK 37
ADD 46 3099
WEI 27
ADD 40 182
RNK 20
WEI 58
RNK 30
ADD 52 2139
RNK 63
ADD 3 1718
ADD 28 293
WEI 5
RNK 59
ADD 39 2360
RNK 26
WEI 30
RNK 28
RNK 50
ADD 2 64
ADD 17 27
END
```

```
196896
200408
7910
203017
152772
109767
206116
1386 5
206298
65045
4985 3
86856
208437
203538
210155
210448
3335 5
196580
212808
79399
3317 4
83649
162591
212872
212899
```

```
class NodoAVL:
    def __init__(self, chave, valor):
        self.chave = chave
        self.valor = valor
        self.altura = 1
        self.esquerda = None
        self.direita = None

class ArvoreAVL:
    def __init__(self):
```

```

self.raiz = None

# Função para obter a altura de um nodo
def _obter_altura(self, nodo):
    if not nodo:
        return 0
    return nodo.altura

# Função para calcular o fator de balanceamento
def _obter_balanceamento(self, nodo):
    if not nodo:
        return 0
    return self._obter_altura(nodo.esquerda) - self._obter_altura(nodo.direita)

# Rotação à direita
def _rotacionar_direita(self, y):
    x = y.esquerda
    T2 = x.direita

    # Realiza a rotação
    x.direita = y
    y.esquerda = T2

    # Atualiza as alturas
    y.altura = 1 + max(self._obter_altura(y.esquerda), self._obter_altura(y.direita))
    x.altura = 1 + max(self._obter_altura(x.esquerda), self._obter_altura(x.direita))

    return x

# Rotação à esquerda
def _rotacionar_esquerda(self, x):
    y = x.direita
    T2 = y.esquerda

    # Realiza a rotação
    y.esquerda = x
    x.direita = T2

```

```

# Atualiza as alturas
x.altura = 1 + max(self._obter_altura(x.esquerda), self._obter_altura(x.direita))
y.altura = 1 + max(self._obter_altura(y.esquerda), self._obter_altura(y.direita))

```

```

return y

```

# Inserção na árvore AVL

```

def inserir(self, chave, valor):

```

```

    def _inserir(nodo, chave, valor):

```

```

        # Passo 1: Inserção normal de BST

```

```

        if not nodo:

```

```

            return NodoAVL(chave, valor)

```

```

        if chave < nodo.chave:

```

```

            nodo.esquerda = _inserir(nodo.esquerda, chave, valor)

```

```

        elif chave > nodo.chave:

```

```

            nodo.direita = _inserir(nodo.direita, chave, valor)

```

```

        else: # Chaves iguais, atualiza o valor

```

```

            nodo.valor = valor

```

```

        return nodo

```

```

    # Passo 2: Atualiza a altura do nodo ancestral

```

```

    nodo.altura = 1 + max(self._obter_altura(nodo.esquerda), self._obter_altura(nodo.direita))

```

```

    # Passo 3: Obtém o fator de balanceamento

```

```

    balanceamento = self._obter_balanceamento(nodo)

```

```

    # Caso 1: Desbalanceamento esquerda-esquerda

```

```

    if balanceamento > 1 and chave < nodo.esquerda.chave:

```

```

        return self._rotacionar_direita(nodo)

```

```

    # Caso 2: Desbalanceamento direita-direita

```

```

    if balanceamento < -1 and chave > nodo.direita.chave:

```

```

        return self._rotacionar_esquerda(nodo)

```

```

    # Caso 3: Desbalanceamento esquerda-direita

```

```

    if balanceamento > 1 and chave > nodo.esquerda.chave:

```

```

        nodo.esquerda = self._rotacionar_esquerda(nodo.esquerda)

```

```

        return self._rotacionar_direita(nodo)

```



```

# Caso 4: Desbalanceamento direita-esquerda
if balanceamento < -1 and chave < nodo.direita.chave:
    nodo.direita = self._rotacionar_direita(nodo.direita)
    return self._rotacionar_esquerda(nodo)

return nodo

self.raiz = _inserir(self.raiz, chave, valor)

# Busca na árvore AVL
def buscar(self, chave):
    def _buscar(nodo, chave):
        if not nodo or nodo.chave == chave:
            return nodo
        if chave < nodo.chave:
            return _buscar(nodo.esquerda, chave)
        return _buscar(nodo.direita, chave)

    resultado = _buscar(self.raiz, chave)
    return resultado.valor if resultado else None

# Exemplo de uso
if __name__ == "__main__":
    avl = ArvoreAVL()
    avl.inserir(10, "Valor 10")
    avl.inserir(20, "Valor 20")
    avl.inserir(5, "Valor 5")
    avl.inserir(4, "Valor 4")
    avl.inserir(6, "Valor 6")

    print(avl.buscar(10)) # Retorna "Valor 10"
    print(avl.buscar(15)) # Retorna None

```

Na função atualizar no você insistiu em compactar as coisas mesmo eu falando muitas vezes para não fazer isso. Eu quero que você analise todo o código que já temos e edite cada parte que você fez algo parecido refaça de uma maneira menos compacta e legível

```
subEsq = no.esq.subTotal if no.esq is not None else 0  
subDir = no.dir.subTotal if no.dir is not None else 0
```