

Repaso general

Matemáticas II

M. en C. Ramón Gustavo Contreras Mayén

25 de abril de 2023



LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

Contenido

1. Describiendo al polígono
2. Perímetro y Área
3. Circunferencia y Círculo
4. Regiones circulares

Contenido

1. Describiendo al polígono

1.1 Definición

1.2 Características

1.3 Clasificación de los polígonos

2. Perímetro y Área

3. Circunferencia y Círculo

4. Regiones circulares

¿Qué es un polígono?

Llamaremos **polígono** a la porción de plano limitada por una curva cerrada: la **línea poligonal**.

De los lados

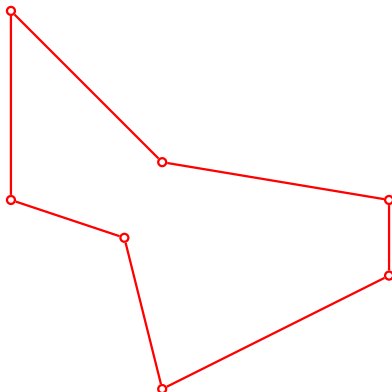
Los **lados** y **vértices** de la línea poligonal,

De los lados

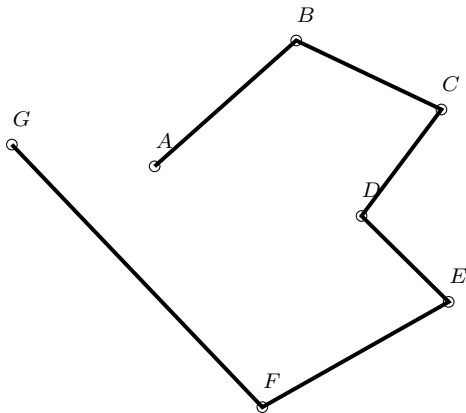
Los **lados** y **vértices** de la línea poligonal, son los lados y vértices del polígono.

De los lados

Los **lados** y **vértices** de la línea poligonal, son los lados y vértices del polígono.



¿Qué hay de esta figura?



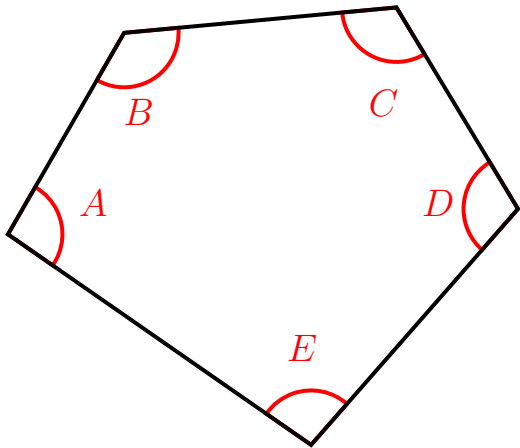
Ángulos Internos

Los **ángulos internos o interiores** de un polígono,

Ángulos Internos

Los **ángulos internos o interiores** de un polígono, son los formados por cada dos lados consecutivos.

Los ángulos internos



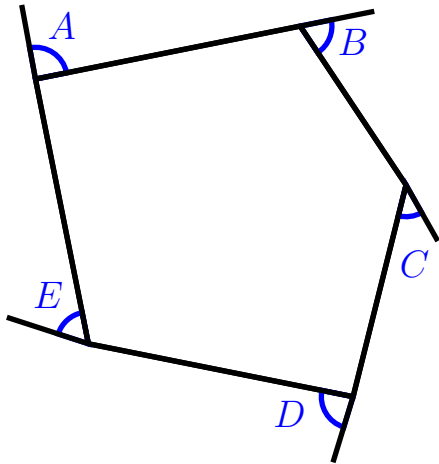
Ángulos Externos

Los **ángulos exteriores o externos** de un polígono,

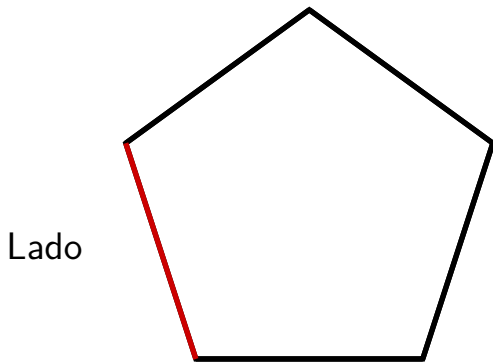
Ángulos Externos

Los **ángulos exteriores o externos** de un polígono, son los ángulos adyacentes a los interiores, obtenidos prolongando los lados en un mismo sentido.

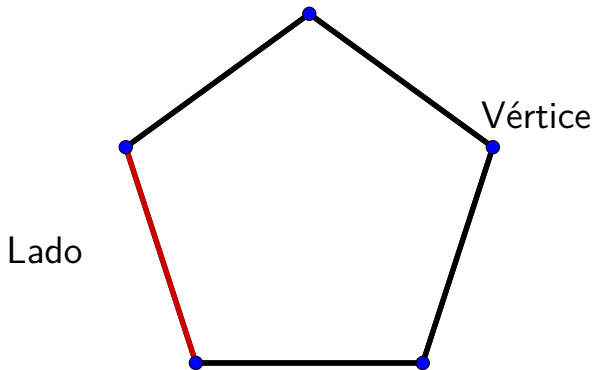
Los ángulos externos



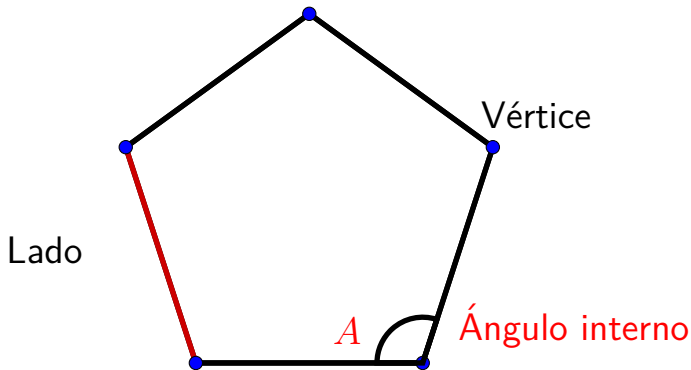
Los primeros elementos de un polígono



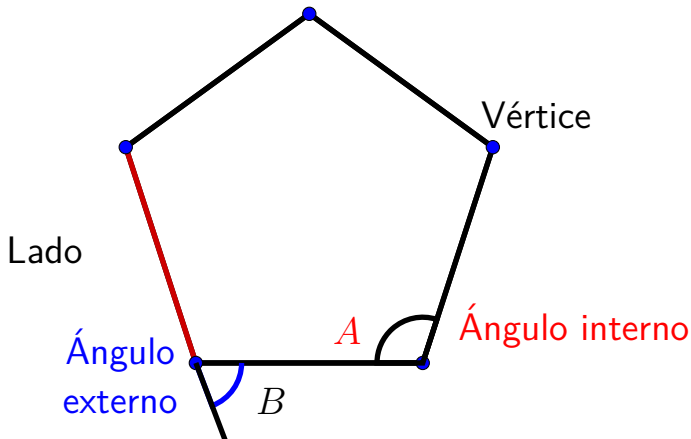
Los primeros elementos de un polígono



Los primeros elementos de un polígono



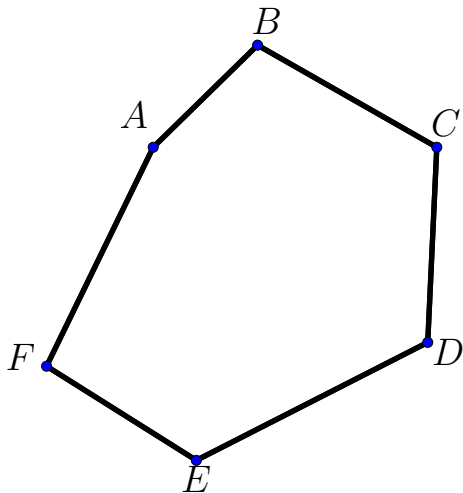
Los primeros elementos de un polígono



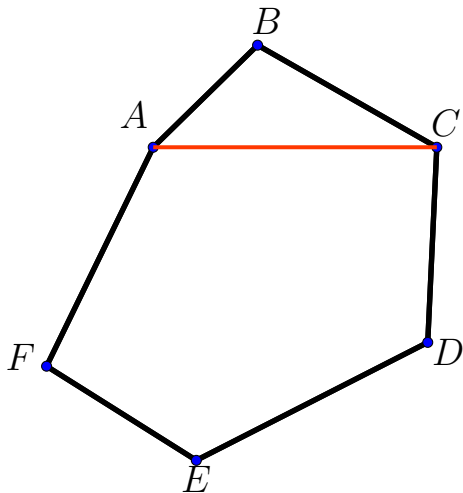
La diagonal

Se llama la **diagonal** de un polígono a un segmento que une a dos vértices no consecutivos.

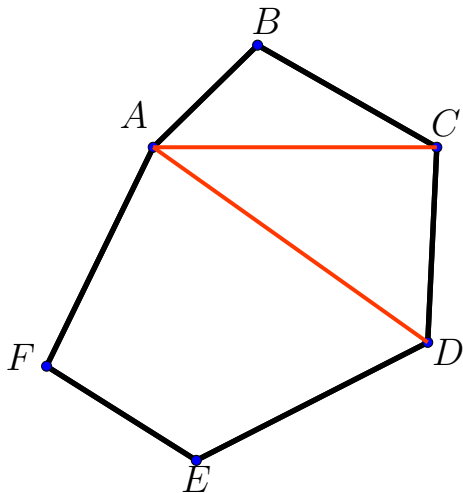
Las diagonales



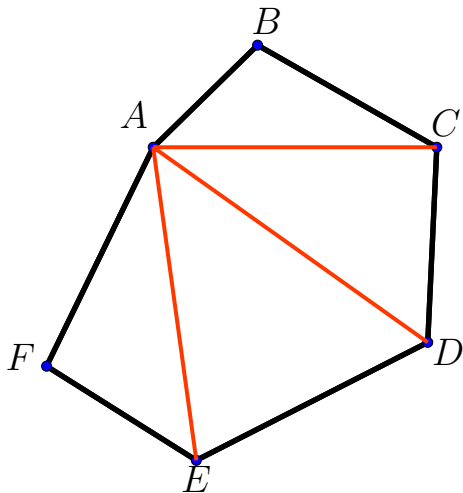
Las diagonales



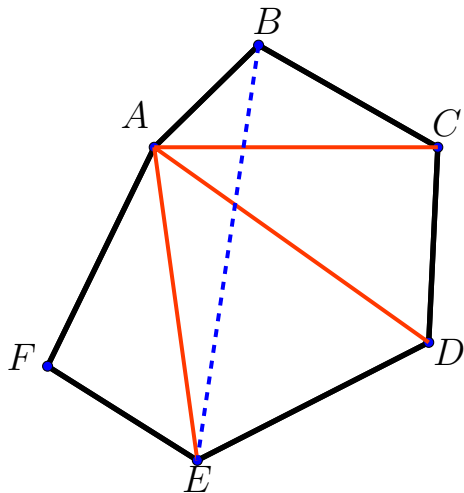
Las diagonales



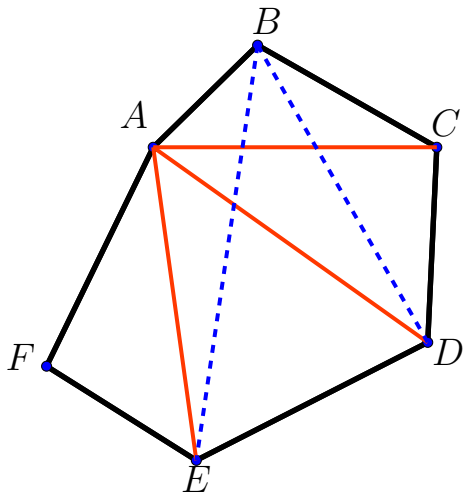
Las diagonales



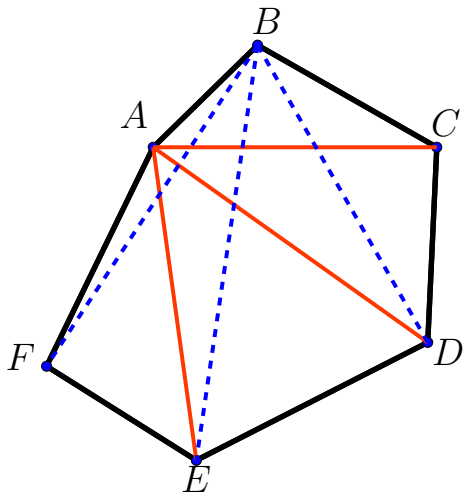
Las diagonales



Las diagonales



Las diagonales



Grupos de polígonos

Los polígonos se clasifican en tres principales grupos:

Grupos de polígonos

Los polígonos se clasifican en tres principales grupos:

- 1** Polígono equilátero.

Grupos de polígonos

Los polígonos se clasifican en tres principales grupos:

- 1 Polígono equilátero.
- 2 Polígono equángulo.

Grupos de polígonos

Los polígonos se clasifican en tres principales grupos:

- 1 Polígono equilátero.
- 2 Polígono equángulo.
- 3 Polígono regular.

Polígono equilátero

El **polígono equilátero** es aquel que tiene sus lados iguales y los ángulos internos distintos.

Polígono equilátero



Polígono equilátero



- Lados iguales.
- Ángulos interiores distintos.

Polígono equiángulo

El **polígono equiángulo** es aquel donde sus ángulos internos son iguales y los lados son distintos.

Polígono equilátero



Polígono equilátero

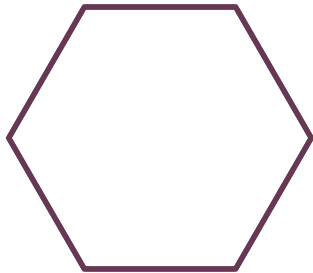


- Ángulos interiores iguales.
- Lados distintos.

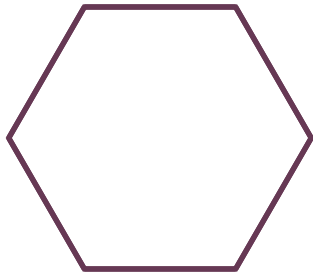
Polígono regular

El **polígono regular** es aquel que tiene sus lados y ángulos internos iguales.

Polígono regular



Polígono regular



- Ángulos interiores iguales.
- Lados iguales.

Centro del polígono regular

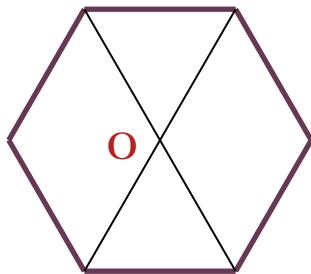
En este tipo de polígonos, notamos sus ejes de simetría con los cuáles podemos obtener su **centro “O”**,

Centro del polígono regular

En este tipo de polígonos, notamos sus ejes de simetría con los cuáles podemos obtener su **centro “O”**, que es la intersección de dos de sus ejes de simetría.

Centro del polígono regular

En este tipo de polígonos, notamos sus ejes de simetría con los cuáles podemos obtener su **centro “O”**, que es la intersección de dos de sus ejes de simetría.



Ángulo central del polígono regular

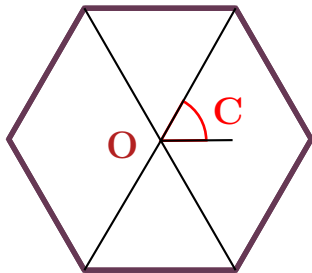
Encontramos también que se forma un **ángulo “C”** con dos segmentos que parten del centro “O” a los extremos de uno de los lados.

Ángulo central del polígono regular

Encontramos también que se forma un **ángulo “C”** con dos segmentos que parten del centro “O” a los extremos de uno de los lados. Este ángulo es un **ángulo central**.

Ángulo central del polígono regular

Encontramos también que se forma un **ángulo “C”** con dos segmentos que parten del centro “O” a los extremos de uno de los lados. Este ángulo es un **ángulo central**.



Ángulos del polígono regular

Revisemos la manera de obtener el valor de los ángulos de un polígono regular:

Ángulos del polígono regular

Revisemos la manera de obtener el valor de los ángulos de un polígono regular:

1 Ángulo central.

Ángulos del polígono regular

Revisemos la manera de obtener el valor de los ángulos de un polígono regular:

1 Ángulo central.

2 Ángulo interior.

Ángulos del polígono regular

Revisemos la manera de obtener el valor de los ángulos de un polígono regular:

- 1 Ángulo central.
- 2 Ángulo interior.
- 3 Ángulo exterior.

El ángulo central

El valor del ángulo central $\angle C$ es igual a 360° entre n ,

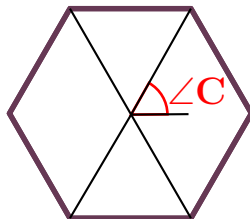
El ángulo central

El valor del ángulo central $\angle C$ es igual a 360° entre n ,
donde n el número de lados del polígono.

El ángulo central

El valor del ángulo central $\angle C$ es igual a 360° entre n , donde n el número de lados del polígono.

$$\angle C = \frac{360^\circ}{n}$$



El ángulo interno

La medida del ángulo interior $\angle I$ en un polígono regular es igual a 180° menos la medida del ángulo central $\angle C$.

El ángulo interno

La medida del ángulo interior $\angle I$ en un polígono regular es igual a 180° menos la medida del ángulo central $\angle C$.

$$\angle I = 180^\circ - \angle C$$

El ángulo exterior

En el del polígono regular, el ángulo exterior **E** mide lo mismo que el ángulo central **C**.

El ángulo exterior

En el del polígono regular, el ángulo exterior **E** mide lo mismo que el ángulo central **C**.

$$\angle E = \angle C$$

1. Describiendo al polígono

2. Perímetro y Área

2.1 Perímetro de un polígono regular

2.2 El área

3. Circunferencia y Círculo

4. Regiones circulares

El perímetro

El **perímetro** P de un polígono es la suma de la longitud de cada uno de los lados L .

$$P = n \cdot L$$

El área de un polígono

El **área** de un polígono es la medida interna en dos dimensiones de su superficie plana.

El área de un polígono

El **área** de un polígono es la medida interna en dos dimensiones de su superficie plana.

Las unidades de área representan dos dimensiones y son cuadradas:

El área de un polígono

El **área** de un polígono es la medida interna en dos dimensiones de su superficie plana.

Las unidades de área representan dos dimensiones y son cuadradas: centímetros cuadrados (cm^2), metros cuadrados (m^2), kilómetros cuadrados (km^2), etc.

Elemento importante

Para calcular el área de un polígono, debemos de definir un elemento más:

Elemento importante

Para calcular el área de un polígono, debemos de definir un elemento más: la **apotema**.

Elemento importante

Para calcular el área de un polígono, debemos de definir un elemento más: la **apotema**.

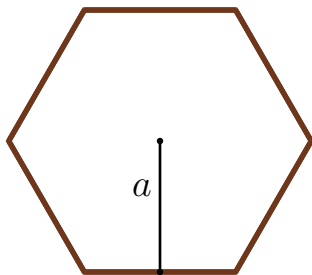
La **apotema (a)** de un polígono regular es la menor distancia entre el centro y cualquiera de sus lados.

Elemento importante

La **apotema (a)** es un segmento cuyos extremos son el centro de un polígono regular y el punto medio de cualquiera de sus lados.

Elemento importante

La **apotema (a)** es un segmento cuyos extremos son el centro de un polígono regular y el punto medio de cualquiera de sus lados.



Calculando el área de un polígono

El área o superficie de un polígono es igual al producto del perímetro (**P**) por la apotema (**a**) dividido por dos.

Calculando el área de un polígono

El área o superficie de un polígono es igual al producto del perímetro (**P**) por la apotema (**a**) dividido por dos.

$$A = \frac{P \cdot a}{2} =$$

Calculando el área de un polígono

El área o superficie de un polígono es igual al producto del perímetro (**P**) por la apotema (**a**) dividido por dos.

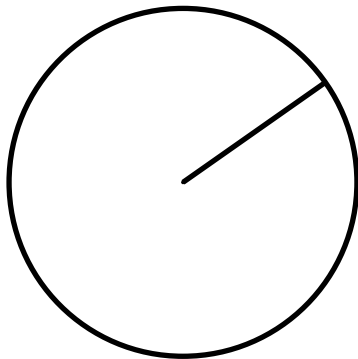
$$\begin{aligned} A &= \frac{P \cdot a}{2} = \\ &= \frac{n \cdot L \cdot a}{2} \end{aligned}$$

1. Describiendo al polígono
2. Perímetro y Área
3. Circunferencia y Círculo
 - 3.1 La Cincunferencia
 - 3.2 Círculo
 - 3.3 Elementos del círculo
4. Regiones circulares

La Circunferencia - Definición

La circunferencia se define como una **curva plana, cerrada, cuyos puntos son equidistantes de otro, el centro, situado en el mismo plano.**

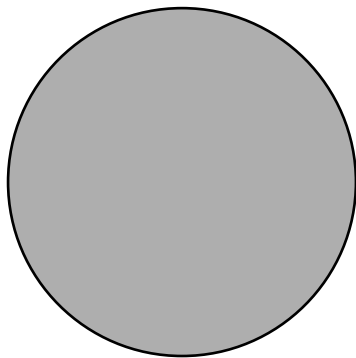
La Circunferencia



El círculo - Definición

Se define como el Círculo al **área o superficie plana contenida dentro de una circunferencia.**

El círculo

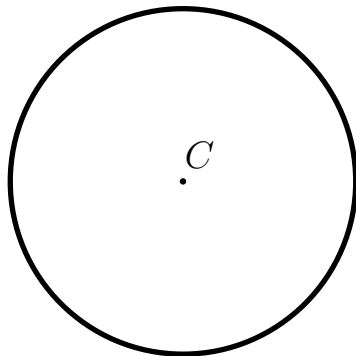


Elementos del círculo

El **centro** es el punto que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.

Elementos del círculo

El **centro** es el punto que está a la misma distancia de todos los puntos pertenecientes a la circunferencia.

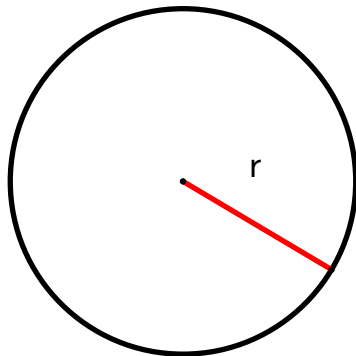


Elementos del círculo

El **radio** es un segmento de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.

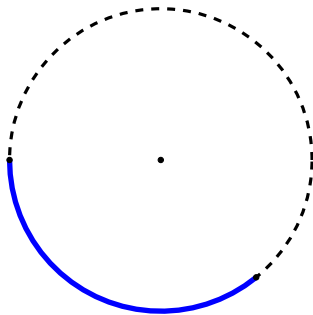
Elementos del círculo

El **radio** es un segmento de recta que une el centro con cualquier punto perteneciente a la circunferencia.



Elementos del círculo

El **arco** es un segmento de la circunferencia delimitado por dos puntos de la misma.

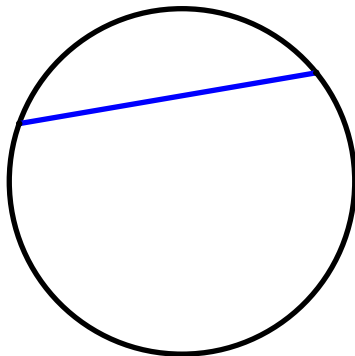


Elementos del círculo

La **cuerda** es un segmento de recta que une dos puntos cualquiera de una circunferencia.

Elementos del círculo

La **cuerda** es un segmento de recta que une dos puntos cualquiera de una circunferencia.



Elementos de un círculo

El **diámetro** es la mayor cuerda de una circunferencia.

Elementos de un círculo

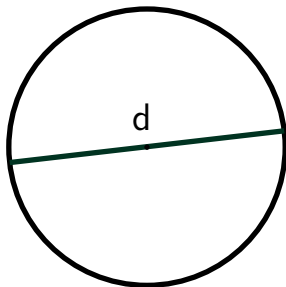
El **diámetro** es la mayor cuerda de una circunferencia.

Hay infinitos diámetros y todos pasan por el centro de la circunferencia.

Elementos de un círculo

El **diámetro** es la mayor cuerda de una circunferencia.

Hay infinitos diámetros y todos pasan por el centro de la circunferencia.



Calculando la circunferencia

Una vez definido el diámetro de un círculo, podemos ocupar este elemento para obtener información del círculo.

Calculando la circunferencia

Una vez definido el diámetro de un círculo, podemos ocupar este elemento para obtener información del círculo.

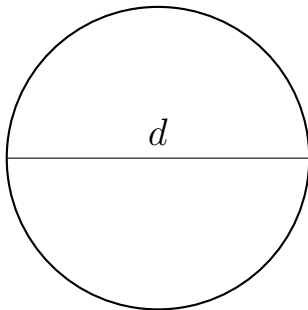
Calculemos el valor de la circunferencia.

Calculando la circunferencia

Si un círculo tiene un diámetro d

Calculando la circunferencia

Si un círculo tiene un diámetro d



Relación del diámetro con la circunferencia

Si cortamos la circunferencia y la extendemos, vamos a medir ahora con el diámetro:

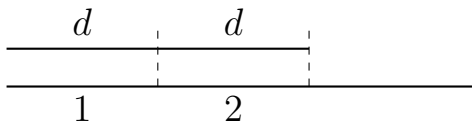
Relación del diámetro con la circunferencia

Si cortamos la circunferencia y la extendemos, vamos a medir ahora con el diámetro:



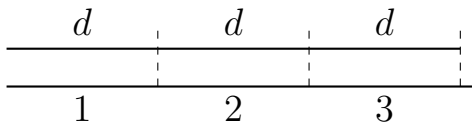
Relación del diámetro con la circunferencia

Si cortamos la circunferencia y la extendemos, vamos a medir ahora con el diámetro:



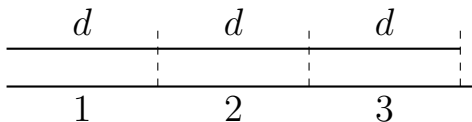
Relación del diámetro con la circunferencia

Si cortamos la circunferencia y la extendemos, vamos a medir ahora con el diámetro:



Relación del diámetro con la circunferencia

Si cortamos la circunferencia y la extendemos, vamos a medir ahora con el diámetro:



Vemos que el diámetro “cabe” tres veces y una pequeña parte en la circunferencia.

Relación del diámetro con la circunferencia

Encontramos la siguiente relación:

Relación del diámetro con la circunferencia

Encontramos la siguiente relación:

$$\frac{\text{Perímetro}(P)}{\text{diámetro}(d)} = \pi$$

Relación del diámetro con la circunferencia

Encontramos la siguiente relación:

$$\frac{\text{Perímetro}(P)}{\text{diámetro}(d)} = \pi$$

Por lo tanto:

Relación del diámetro con la circunferencia

Encontramos la siguiente relación:

$$\frac{\text{Perímetro}(P)}{\text{diámetro}(d)} = \pi$$

Por lo tanto:

$$P = \pi \cdot d \quad \text{donde} \quad \pi = 3.1416$$

El valor de pi (π) está redondeado.

Relación entre diámetro y radio

Otra relación importante es la que existe entre el diámetro y el radio de un círculo:

Relación entre diámetro y radio

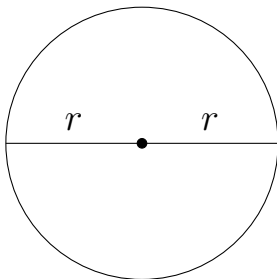
Otra relación importante es la que existe entre el diámetro y el radio de un círculo:

$$\text{diámetro} = 2 \cdot \text{radio} \quad \Rightarrow \quad d = 2 \cdot r$$

Relación entre diámetro y radio

Otra relación importante es la que existe entre el diámetro y el radio de un círculo:

$$\text{diámetro} = 2 \cdot \text{radio} \quad \Rightarrow \quad d = 2 \cdot r$$



Expresión equivalente

Con la relación anterior, podemos ocupar una expresión que nos calcula la circunferencia a partir del radio del círculo:

Expresión equivalente

Con la relación anterior, podemos ocupar una expresión que nos calcula la circunferencia a partir del radio del círculo:

$$P = 2 \pi r$$

Expresiones útiles

El valor de la circunferencia (perímetro) y el área de un círculo, son dos cantidades de mucha utilidad:

Expresiones útiles

El valor de la circunferencia (perímetro) y el área de un círculo, son dos cantidades de mucha utilidad:

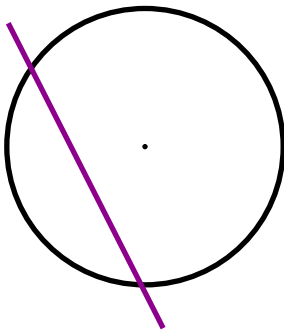
Cantidad	Expresión	Unidades
Perímetro	$P = \pi \cdot d$	m
Área	$A = \pi \cdot r^2$	m ²

Elementos de un círculo

La **recta secante**, es una recta que corta dos puntos cualesquiera de una circunferencia.

Elementos de un círculo

La **recta secante**, es una recta que corta dos puntos cualesquiera de una circunferencia.

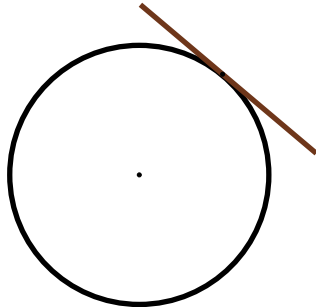


Elementos de un círculo

La **recta tangente**, es una recta que toca a la circunferencia en un solo punto y es perpendicular al radio.

Elementos de un círculo

La **recta tangente**, es una recta que toca a la circunferencia en un solo punto y es perpendicular al radio.



1. Describiendo al polígono

2. Perímetro y Área

3. Circunferencia y Círculo

4. Regiones circulares

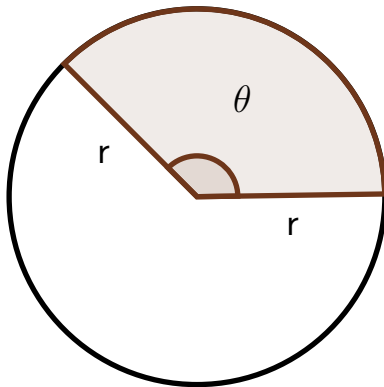
4.1 Sector circular

El sector circular

El **sector circular** es la región de círculo comprendida entre dos radios.

El sector circular

El **sector circular** es la región de círculo comprendida entre dos radios.



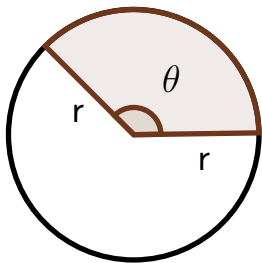
Área del sector circular

El área comprendida en un sector circular, se calcula con la siguiente expresión:

Área del sector circular

El área comprendida en un sector circular, se calcula con la siguiente expresión:

$$A = \frac{\theta \times \pi}{360^\circ} \times r^2$$

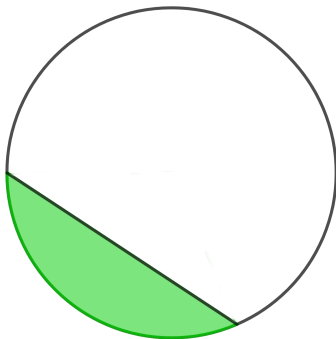


El segmento circular

El **segmento circular** es la región de círculo comprendida entre una cuerda y su arco.

El segmento circular

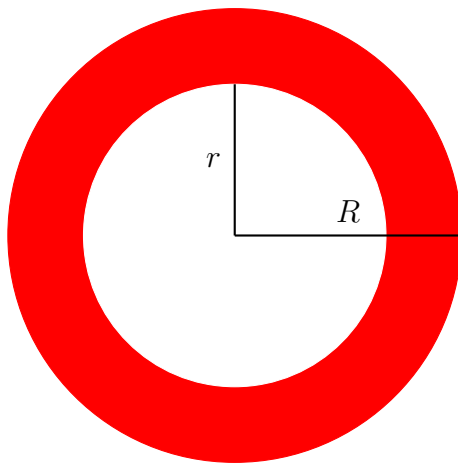
El **segmento circular** es la región de círculo comprendida entre una cuerda y su arco.



La corona circular

La **corona circular** es la porción del plano limitada por dos circunferencias **concéntricas**.

La corona circular



El área de la corona circular

Para obtener el área de la corona circular debemos de calcular:

- 1 El área a_2 del círculo con radio mayor R .

El área de la corona circular

Para obtener el área de la corona circular debemos de calcular:

- 1 El área a_2 del círculo con radio mayor R .
- 2 El área a_1 del círculo con radio menor r .

El área de la corona circular

Para obtener el área de la corona circular debemos de calcular:

- 1 El área a_2 del círculo con radio mayor R .
- 2 El área a_1 del círculo con radio menor r .
- 3 Hacemos la diferencia de las áreas $a_2 - a_1$.

La expresión para el área

La expresión que nos devuelve el área de una corona circular es:

La expresión para el área

La expresión que nos devuelve el área de una corona circular es:

$$A = \pi(R^2 - r^2)$$