

Examen 1 - Errores, Condición y Estabilidad

Cálculo de raíces - Solución

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

9 de septiembre de 2014

1 Problema 1

1 Problema 1

Problema 1

Calcula el error absoluto y el error relativo en las aproximaciones de p y p^* :

① $p = \pi, p^* = 22/7$

② $p = \pi, p^* = 3.1416$

③ $p = e, p^* = 2.718$

④ $e = \sqrt{2}, p^* = 1.414$

⑤ $p = e^{10}, p^* = 22000$

⑥ $p = 10^\pi, p^* = 1400$

⑦ $p = 8!, p^* = 39900$

⑧ $p = 9!,$
 $p^* = \sqrt{18\pi}(9/e)^9$

Solución

Inciso	Error absoluto	Error relativo
a)	$1.234489e - 03$	$4.02499e - 04$
b)	$7.346410e - 06$	$2.338435e - 06$
c)	$2.818285e - 04$	$1.036789e - 04$
d)	$2.135624e - 04$	$1.510114e - 04$
e)	$1.454427e + 01$	$1.049782e - 02$
f)	420	$1.052632e - 02$
g)	$3.343127e + 03$	$9.2212762e - 03$

Problema 2

Calcula $\frac{122}{135} - \frac{11}{32} + \frac{20}{19}$ mediante aritmética exacta, utiliza truncamiento a tres cifras y redondeo hasta tres cifras. Determina los errores absolutos y relativos.

Problema 2

Calcula $\frac{122}{135} - \frac{11}{32} + \frac{20}{19}$ mediante aritmética exacta, utiliza truncamiento a tres cifras y redondeo hasta tres cifras. Determina los errores absolutos y relativos.

Solución:

Haciendo primeramente el quebrado, tenemos que:

$$\frac{122}{135} - \frac{11}{32} + \frac{20}{19} = \frac{132361}{82080} = 1.6125852826$$

Operación	Error absoluto	Error relativo
Red. (1.613)	$4.147173e - 04$	$2.571755e - 04$
Trunc. (1.612)	$5.852827e - 04$	$3.629468e - 04$

Problema 3

Las expresiones $215 - 0.345 - 214$ y $215 - 214 - 0.345$ son idénticas. Calcula mediante aritmética exacta el resultado, luego usa truncamiento y redondeo hasta tres cifras. Determina los errores absoluto y relativo.

Problema 3

Las expresiones $2^{15} - 0.345 - 2^{14}$ y $2^{15} - 2^{14} - 0.345$ son idénticas. Calcula mediante aritmética exacta el resultado, luego usa truncamiento y redondeo hasta tres cifras. Determina los errores absoluto y relativo. El valor exacto es: 0.655, por lo que

Operación	Error absoluto	Error relativo
Red. (0.656)	$1.110223e - 15$	$1.694997e - 15$
Trunc. (0.655)	0	0

Problema 4

Se sabe que

$$\pi = 4 - 8 \sum_{k=1}^{\infty} (16k^2 - 1)^{-1}$$

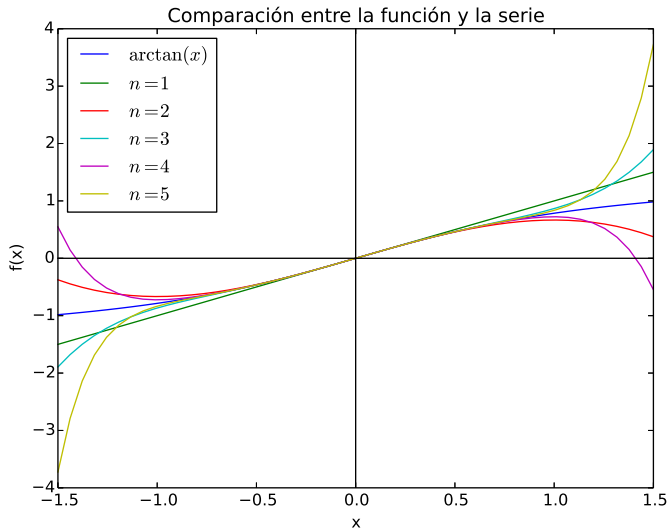
¿Cuántas iteraciones se necesitan para producir el resultado con diez cifras decimales de exactitud?

Problema 5

Compara gráficamente el valor entre la función y las primeras cinco sumas parciales de la serie

$$\arctan(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^{2k-1}}{2k-1}$$

Gráfica con la función y términos de la serie



Problema 6

Usando la serie de Maclaurin truncada, una función $f(x)$ con n derivadas continuas se puede aproximar con un polinomio de n -ésimo grado

$$f(x) \simeq p_n(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$$

donde $c_i = \frac{f^{(i)}(0)}{i!}$ Genera y compara las gráficas para $f(x) = e^x$ y los polinomios $p_2(x)$, $p_3(x)$, $p_4(x)$, $p_5(x)$. Discute tus resultados.

Gráfica con la función y términos de la serie

