

Tema 2 - Operaciones matemáticas básicas

Técnicas de Interpolación III

Consideraciones sobre las técnicas de interpolación

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

18 de septiembre de 2014

1 Fenómeno de Runge

1 Fenómeno de Runge

2 Uso de splines

1 Fenómeno de Runge

2 Uso de splines

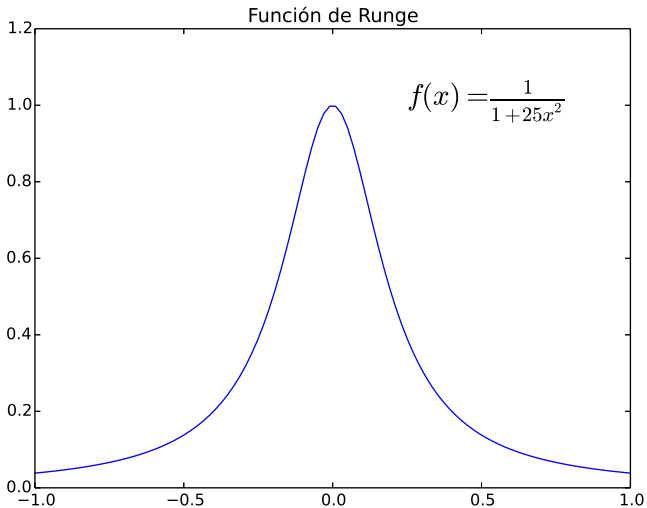
Fenónemo de Runge

Hasta el momento hemos revisado un par de estrategias para calcular un polinomio que pase por un conjunto de datos (x_i, y_i) , pero hay que considerar un efecto importante al respecto: no siempre el mejor polinomio será aquel el de mayor grado n .

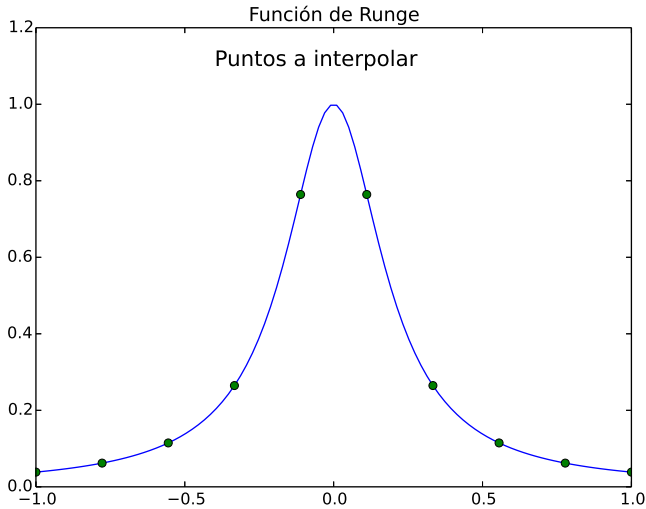
Veamos el siguiente ejemplo: sea la función:

$$f(x) = \frac{1}{1 + 25x^2}$$

Gráfica de la función $f(x)$

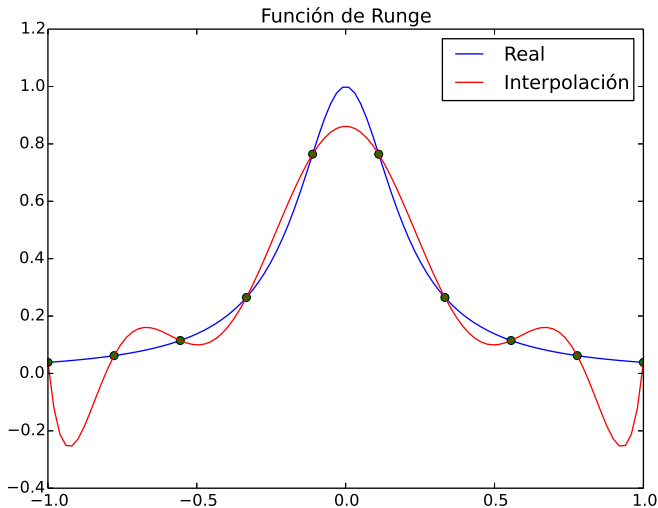


Elección de puntos para interpolar



Interpolación con Lagrange

Interpolando los puntos con Lagrange.



¿Qué hacemos al respecto?

Como hemos visto en la gráfica anterior, la función que resulta del proceso de interpolación "oscila" a través de los puntos que deseamos interpolar; aquí el caso es que si aumentamos el grado del polinomio, los resultados serán aún más indeseables.

La pregunta obligada es: ¿qué podemos hacer para mejorar la interpolación?

1 Fenómeno de Runge

2 Uso de splines

¿Qué es un spline?

En términos nada riguroso, se puede decir que un spline es una función definida por una familia de polinomios "sociables", donde el término sociable se usa para indicar que los polinomios que constituyen una función spline, están estrechamente vinculados.

El nombre de *spline*, viene del inglés ya que es un instrumento que utilizaban los ingenieros navales para dibujar curvas suaves, forzadas a pasar por un conjunto de puntos prefijados.

Las tres B's de los splines

El uso de las funciones splines tiene mucha aceptación y popularidad se deben a tres razones básicas:

- 1 **Buenos:** Se pueden usar en la solución de una gran variedad de problemas.

Las tres B's de los splines

El uso de las funciones splines tiene mucha aceptación y popularidad se deben a tres razones básicas:

- 1 **Buenos:** Se pueden usar en la solución de una gran variedad de problemas.
- 2 **Baratos:** Ya que su cálculo es muy sencillo y económico.

Las tres B's de los splines

El uso de las funciones splines tiene mucha aceptación y popularidad se deben a tres razones básicas:

- 1 **Buenos:** Se pueden usar en la solución de una gran variedad de problemas.
- 2 **Baratos:** Ya que su cálculo es muy sencillo y económico.
- 3 **Bonitos:** La teoría matemática en que se basan es muy simple y a la vez elegante.

Manejando splines con Python

Usaremos la librería `scipy` que contiene varias funciones con las que ahorramos tiempo para manejar splines y ajustar funciones sociables a un conjunto de datos.

No está de más que revises la teoría al respecto, en la mayoría de los libros de análisis numérico, podrás encontrar la construcción matemática y formal de los splines.

Funciones para los splines

Necesitaremos de dos pasos para el uso de splines con Python, de la librería: `scipy.interpolate`, las cuales son:

- 1 **splrep**: Calcula el spline básico (B-spline) para una curva 1-D.

Dados un conjunto de puntos $(x[i], y[i])$ determina una aproximación con un spline suave de grado k en el intervalo $xb \leq x \leq xe$.

- 2 **splev**: Evalúa un B-spline o sus derivadas. Dados los nodos y coeficientes de un B-spline, calcula el valor del polinomio suave y sus derivadas.

Código

```
1 import matplotlib.pyplot as plt
2 import scipy.interpolate as si
3 from numpy import *
4
5 x = linspace(-1,1,100)
6 y = 1./(1 + 25*x**2)
7
8 def trazador_cub(n):
9     xi = linspace(-1,1,n)
10    yi = 1./(1 + 25*xi**2)
11    tck = si.splrep(xi,yi,s=0)
12    return tck
```

```
1 tck = trazador_cub(8)
2 ys8 = si.splev(x, tck)
3
4 tck = trazador_cub(12)
5 ys12 = si.splev(x, tck)
6
7 plt.plot(x, y)
8 plt.plot(x, ys8, '+g-', label='n=8')
9 plt.plot(x, ys12, '+r-', label='n=12')
10 plt.legend(loc='best')
11 plt.title('Interpolacion con splines cubicos')
12 plt.ylim(-0.2, 1.2)
13 plt.show()
```

Resultados gráficos

