Curso de Física Computacional

Tarea 1

M. en C. Gustavo Contreras Mayén.

La finalidad de los ejercicios que se enlistan a continuación es para que identifiques la habilidad con la que cuentas para programar en cualquier lenguaje, ya hemos comentado que en el curso usaremos Python, pero si ya conoces algún otro lenguaje, desarrolla tus respuestas en ese lenguaje.

1. La distancia entre dos puntos (x_1, y_1) y (x_2, y_2) en el plano cartesiano está dado por la expresión:
$$d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$
Escribir un programa para calcular la distancia entre dos puntos cualesquiera (x_1, y_1) y (x_2, y_2) proporcionados por el usuario. Calcula la distancia entre los puntos $(2, 3)$ y $(8, -5)$.

2. La función coseno hiperbólico se define por la ecuación:
$$cosh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$
Escribe un programa para calcular el coseno hiperbólico de un valor x proporcionado por el usuario. Calcula el valor del coseno hiperbólico de 3.0. Compara el resultado de tu programa contra el valor que devuelve la función intrínseca de Python COSH (x).

3. A menudo los ingenieros miden la relación entre dos medidas de potencia en *decibeles* o dB. La ecuación para esa relación de potencias en decibeles, está dada por
$$dB = 10 \log_{10} \frac{P_2}{P_1}$$
donde P_2 es la nivel de potencia medido y P_1 es un nivel de potencia de referencia. Supongamos que el nivel de potencia de referencia P_1 es de 1 miliWatt, escribe un programa que acepte un valor de potencia P_2 y que convierta el valor de salida dB, con respecto al nivel de referencia de 1mW.

4. Escribe un programa para evaluar la función:
$$y(x) = ln \frac{1}{1 - x}$$

para cualquier valor de x que ingrese el usuario, donde ln es el logaritmo natural. Escribe un programa usando bucles (loops) para que el programa repita el cálculo del valor de la función, para cada x válida, en caso de que se ingrese un valor de x inválido, el programa se termina.

5. Estás apoyando a un biólogo a realizar un experimento en el cual se mide la tasa de crecimiento de una bacteria que se reproduce en diferentes medios de cultivo. El experimento muestra que en el medio **A**, la bacteria se reproduce cada 60 minutos, en el medio **B** la bacteria se reproduce cada 90 minutos. Supongamos que se coloca al inicio del experimento solo una bacteria en cada medio de cultivo. Escribe un programa que calcule y escriba el número de bacterias presentes en cada medio de cultivo en intervalos de 3 horas a partir del inicio del experimento, hasta haber completado un ciclo de 24 horas. ¿Cuántas bacterias hay en cada medio de cultivo luego de las 24 horas?

6. A continuación se enlistan varias versiones para convertir tempreraturas entre grados Celsius a Fahrenheit; indica cuál(es) no funcionan bien y explica el por qué.

   a) C = 21; F = 9/5*C + 32; print F
   b) C = 21.0; F = (9/5)*C + 32; print F
   c) C = 21.0; F = 9*C/5 + 32; print F
   d) C = 21.0; F = 9.*(C/5.0) + 32; print F
   e) C = 21.0; F = 9.0*C/5.0 + 32; print F
   f) C = 21; F = 9*C/5 + 32; print F
   g) C = 21.0; F = (1/5)*9*C + 32; print F
   h) C = 21; F = (1./5)*9*C + 32; print F

7. La *media geométrica* de un conjunto de valores x_1 a x_n se define como la raíz n-ésima del producto de los valores

$$\text{media geométrica} = \sqrt[n]{x_1 x_2 x_3 \ldots x_n}$$

   Escribe un programa que acepte un número arbitrario de valores positivos y que calcule tanto la media aritmética (el promedio) como la media geométrica. Usa un bucle para introducir los valores, en caso de que se proporcione un valor negativo, el programa termina.

8. Un problema clásico en cómputo científico, es la suma de una serie para evaluar una función. Sea la serie de potencias para la función exponencial:

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots \qquad (x^2 < \infty)$$

   Utiliza la serie anterior para calcular el valor de e^{-x} para $x = 0.1, 1, 10, 100, 1000$ con un error absoluto para cada caso, menor a 10^{-8}.

9. Considera el siguiente polinomia :
$$p(x) = 2x^4 - 20x^3 + 70x^2 + 100x + 48$$
Usando el método de Horner, evalúa para valores de x en el intervalo $[-4, -1]$, con saltos de x de valor $\Delta x = 0.5$.

   Grafica los puntos obtenidos y el polinomio $p(x)$, interpreta los resultados obtenidos.

10. El valor de π se puede calcular aproximando el área de un círculo unitario como el límite de una sucesión $p_1, p_2, \ldots$ descrita a continuación:
Se divide un círculo unitario en 2^n sectores (en el ejemplo, $n = 3$). Se aproxima el área del sector por el área del triángulo isóceles. El ángulo θ_n es $2\pi/2^n$. El área del triángulo es $1/2 \sin\theta_n$.

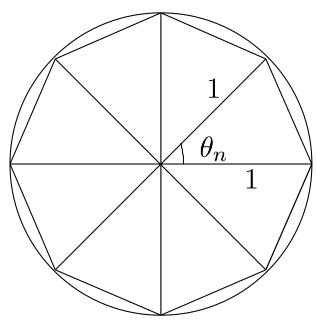

Figura 1: División en n sectores.

   La enésima aproximación a π es: $p_n = 2^{n-1}\sin\theta_n$. Demuestra que
$$\sin\theta_n = \frac{\sin\theta_{n-1}}{\left(2\left[1 + (1 - \sin^2\theta_{n-1})^{\frac{1}{2}}\right]\right)^{\frac{1}{2}}}$$
Usa esta relación de recurrencia para generar las sucesiones $\sin\theta_n$ y p_n en el rango $3 \leq n \leq 20$ iniciando con $\sin\theta_2 = 1$. Compara tus resultados con el valor de $4.0\arctan(1.0)$

11. La sucesión de Fibonacci $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \ldots$ está definida por la relación de recurrencia lineal
$$\begin{cases} \lambda_1 = 1 \quad \lambda_2 = 1 \\ \lambda_n = \lambda_{n-1} + \lambda_{n-2} \quad (n \geq 3) \end{cases}$$
Una fórmula para obtener el n-ésimo número de Fibonacci es
$$\lambda_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left\{\left[\frac{1}{2}(1+\sqrt{5})\right]^n - \left[\frac{1}{2}(1-\sqrt{5})\right]^n\right\}$$
Calcula λ_n en $3 \leq n \leq 50$ usando tanto la relación de recurrencia como la fórmula. Discute los resultados obtenidos.