

Tarea Integración numérica.

Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

1. Usa la regla del trapecio recursiva para evaluar

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \ln(1 + \tan(x)) dx$$

Explica tus resultados.

2. La siguiente tabla indica la potencia P proporcionada por las ruedas de un carro como función de la velocidad v . Si la masa del carro es $m = 2000$ kg, calcula el tiempo Δt necesario para que el carro acelere de 1 m/s a 6 m/s. Usa la regla del trapecio para integrar. Tip:

$$\Delta t = m \int_{1s}^{6s} \left(\frac{v}{P} \right) dv$$

que se puede obtener de la ley de Newton $F = m/(dv/dt)$ y por la definición de potencia, $P = Fv$.

v (m/s)	0	1.0	1.8	2.4	3.5	4.4	5.1	6.0
P (kW)	0	4.7	12.2	19.0	31.8	40.1	43.8	43.2

3. Evalúa la integral

$$\int_{-1}^1 \cos(2\cos^{-1}x) dx$$

con la regla de Simpson de 1/3, usando 2,4 y 6 paneles. Explica tus resultados.

4. La siguiente tabla proporciona el empuje F del arco como función del desplazamiento x . Si la cuerda tiene un desplazamiento de 0.5 m, calcula la velocidad de una flecha de 0.075 kg, cuando sale del arco. Tip: la energía cinética de la flecha es igual al trabajo hecho al estirar la cuerda, que es:

$$m \frac{v^2}{2} = \int_0^{0.5m} F dx$$

x (m)	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25
F (N)	0	37	71	104	134	161

x (m)	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
F (N)	185	207	225	239	250

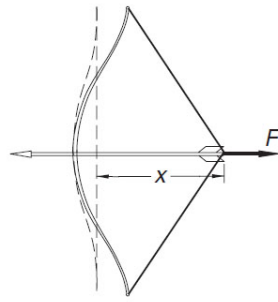


Figura 1: Flecha para el ejercicio

5. El período de un péndulo de longitud L es $\tau = 4\sqrt{\frac{L}{g}}h(\theta_0)$, donde g es la aceleración debida a la gravedad, θ_0 , representa la amplitud angular y

$$h(\theta_0) = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\theta}{\sqrt{1 - \sin^2\left(\frac{\theta_0}{2}\right) \sin^2 \theta}}$$

Calcular $h(15^\circ)$, $h(30^\circ)$ y $h(45^\circ)$; compara esos valores con $h(0^\circ) = \frac{\pi}{2}$ (la aproximación usada para pequeñas amplitudes)

6. La fórmula de Debye para la capacidad calorífica C_v de un sólido, es $C_v = 9Nk_B g(u)$, donde

$$g(u) = u^3 \int_0^{1/u} \frac{x^4 e^x}{(e^x - 1)} dx$$

los términos de la ecuación son:

N = Número de partículas en el sólido

k = Constante de Boltzmann

T = temperatura absoluta

$$u = \frac{T}{\Theta_D}$$

Θ_D = Temperatura de Debye

Calcular $g(u)$ para $u = 0$ a 1.0 en intervalos de 0.05, grafica los resultados.

7. Una masa m está unida a un resorte de longitud b y rigidez k . Se puede demostrar que la aceleración de la masa es $\ddot{x} = -f(x)$, donde

$$f(x) = \mu g + \frac{k}{m}(\mu b + x) \left(1 - \frac{b}{\sqrt{b^2 + x^2}}\right)$$

Si la masa se libera del reposo en $x = b$, y la velocidad en $x = 0$ está a por

$$v_0 = \sqrt{2 \int_0^b f(x) dx}$$

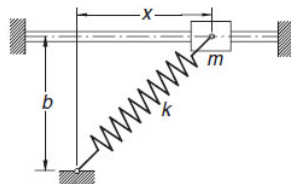


Figura 2: Masa unida a un resorte.

Calcular mediante integración numérica el valor de v_0 , usando $m = 0.8$ k, $b = 0.4$ m, $\mu = 0.3$, $k = 80$ N/m y $g = 9.81$ m/s².