1.- Ajuste de curvas por regresión lineal

De la tabla

i	X	Y
1	0.1	0.61
2	0.4	0.92
3	0.5	0.99
4	0.7	1.52
5	0.9	1.47
6	0.9	2.03

Sabemos que la función lineal que ajuste a los datos está dada como

$$g(x) = a + bx$$

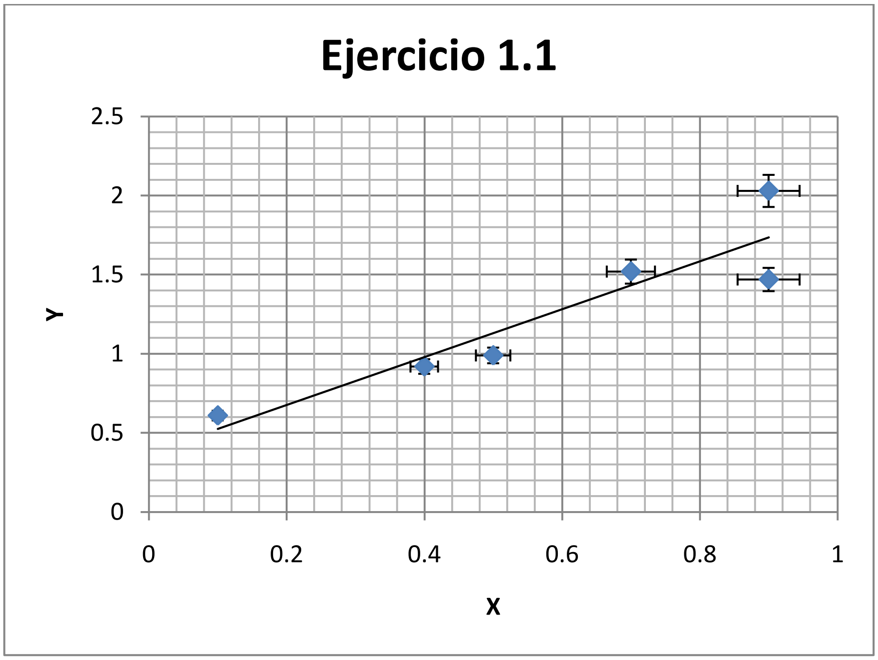
Ahora utilizando el método dado en la teoría provista en las hojas se obtiene por medio de Excel que:

R	A	b	x	y	x^2	xy	r^2
0.489882	0.373106	1.173379	0.1	0.61	0.01	0.061	0.014294
			0.4	0.92	0.16	0.368	0.006013
			0.5	0.99	0.25	0.495	0.000912
			0.7	1.52	0.49	1.064	0.105969
			0.9	1.47	0.81	1.323	0.001669
			0.9	2.03	0.81	1.827	0.361025

Por lo tanto la recta que mejor se ajusta a los datos dados es

g(x)=0.373106+1.173379x

Cuya gráfica calculada en Excel es:



Luego para el método de regresión cuadrática se utiliza la siguiente ecuación:

$$Error = \sum_{i=1}^{n}\left(a + bx + cx^2 - Yi\right)^2$$

Donde el problema se reduce a resolver la siguiente matriz por el método de Gauss –Jordan, el cual el problema se anexa en el correo, con el nombre de “gaussjordan2.f90”.

$$\left[\begin{array}{ccc|c} n & \sum_{i=1}^{n} x & \sum_{i=1}^{n} x^2 & \sum_{i=1}^{n} Yi \\ \sum_{i=1}^{n} x & \sum_{i=1}^{n} x^2 & \sum_{i=1}^{n} x^3 & \sum_{i=1}^{n} xYi \\ \sum_{i=1}^{n} x^2 & \sum_{i=1}^{n} x^3 & \sum_{i=1}^{n} x^4 & \sum_{i=1}^{n} x^2Yi \end{array}\right]$$

Entonces si la matriz anterior tiene los siguientes valores

6	3.5	2.53	7.61
3.5	2.53	1.991	5.318
2.53	1.991	1.64	3.981

Entonces al utilizar el programa antes mencionado se obtiene que los coeficientes de a= 0.661, de b=0.192 y de c=1.174. Ahora calculando en Excel algunas cuentas, necesarias para el coeficiente de correlación R, pues es que nos indica que tan cercanos están los puntos de la recta ajustada. Se obtiene que:

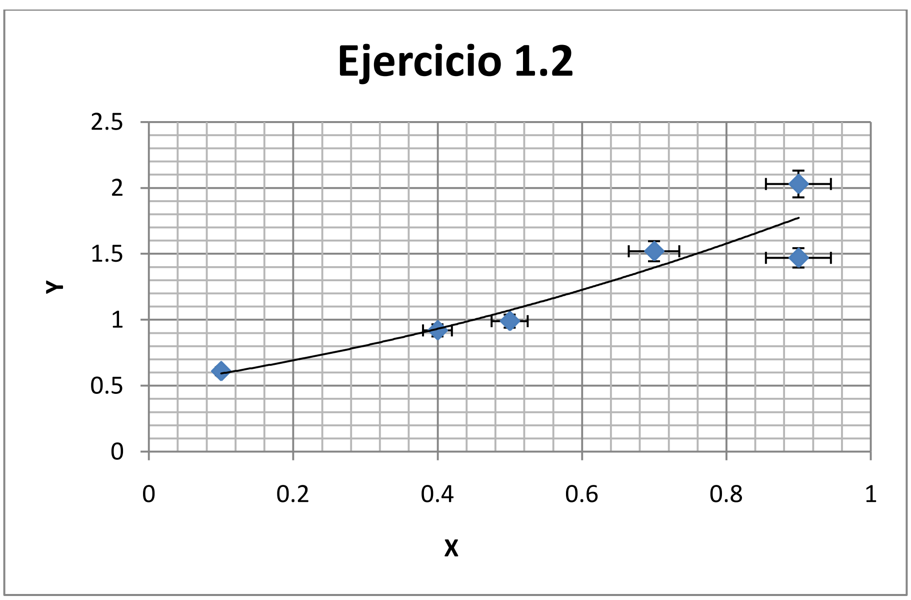
X	Y	x^2	XY	x^2y	x^3	x^4	r^2
0.1	0.61	0.01	0.061	0.0061	0.001	0.0001	0.006714
0.4	0.92	0.16	0.368	0.1472	0.064	0.0256	3.18E-05
0.5	0.99	0.25	0.495	0.2475	0.125	0.0625	0.00366
0.7	1.52	0.49	1.064	0.7448	0.343	0.2401	0.022302
0.9	1.47	0.81	1.323	1.1907	0.729	0.6561	0.099061
0.9	2.03	0.81	1.827	1.6443	0.729	0.6561	0.060152

Por lo tanto la ecuación que mejor se ajusta por el método cuadrático es:

$g(x)=0.661+0.192x+1.174x^2$

Con R=0.191922

Cuya gráfica calculada en Excel es:



2.- Ahora para encontrar la solución de la recta mejor ajustada por el método lineal de funciones conocidas, se tiene de la teoría provista en las hojas del examen, que la ecuación deseada es

$g(x)=a1+a2x+a3\sin(x)+a4e^x$

Ahora para el problema dado, veamos que los valores de L y N, son 6 y 4, respectivamente. Entonces tenemos los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$
\begin{array}{ccccc|c}
6 & \sum_{i=1}^{6} x_i & \sum_{i=1}^{6} \sin(x_i) & \sum_{i=1}^{6} e^{x_i} & | & \sum_{i=1}^{6} y_i \\
\sum_{i=1}^{6} x_i & \sum_{i=1}^{6} x_i{}^2 & \sum_{i=1}^{6} x_i \sin(x_i) & \sum_{i=1}^{6} x_i e^{x_i} & | & \sum_{i=1}^{6} y_i x_i \\
\sum_{i=1}^{6} \sin(x_i) & \sum_{i=1}^{6} \sin(x_i)\, x_i & \sum_{i=1}^{6} \sin(x_i)^{\,2} & \sum_{i=1}^{6} \sin(x_i)\, e^{x_i} & | & \sum_{i=1}^{6} y_i \sin(x_i) \\
\sum_{i=1}^{6} e^{x_i} & \sum_{i=1}^{6} x_i e^{x_i} & \sum_{i=1}^{6} \sin(x_i)\, e^{x_i} & \sum_{i=1}^{6} e^{2x_i} & | & \sum_{i=1}^{6} y_i e^{x_i}
\end{array}
$$

Por lo cual el problema se ha reducido nuevamente a resolver una matriz por el método de Gauss-Jordan. Por lo cual se obtienen los coeficientes requeridos, de donde la recta mejor ajusta es:

g(x)=0.369-5.234x+7.096sin(x)+0.002exp(x)

Ahora debido a que se quiere justar

g(x)=a1+a2x+a3sin(πx)+a4sin(2πx)

Donde el número total de puntos es L=9 y el numero de coeficientes es N=4. Por lo cual haciendo la talacha pertinente escrita en la teoría dada en las hojas del examen se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$
\begin{array}{ccccc|c}
9 & \sum_{i=1}^{9} x_i & \sum_{i=1}^{9} \sin(\pi x_i) & \sum_{i=1}^{9} \sin(2\pi x_i) & | & \sum_{i=1}^{9} y_i \\
\sum_{i=1}^{9} x_i & \sum_{i=1}^{9} x_i{}^2 & \sum_{i=1}^{9} x_i \sin(\pi x_i) & \sum_{i=1}^{9} x_i \sin(2\pi x_i) & | & \sum_{i=1}^{9} y_i x_i \\
\sum_{i=1}^{9} \sin(\pi x_i) & \sum_{i=1}^{9} \sin(\pi x_i)\, x_i & \sum_{i=1}^{9} \sin(\pi x_i)^{\,2} & \sum_{i=1}^{9} \sin(\pi x_i) \sin(2\pi x_i) & | & \sum_{i=1}^{9} y_i \sin(\pi x_i) \\
\sum_{i=1}^{9} \sin(2\pi x_i) & \sum_{i=1}^{9} x_i \sin(2\pi x_i) & \sum_{i=1}^{9} \sin(\pi x_i) \sin(2\pi x_i) & \sum_{i=1}^{9} \sin(2\pi x_i)^2 & | & \sum_{i=1}^{9} y_i \sin(2\pi x_i)
\end{array}
$$

Por lo cual únicamente basta con resolver el sistema por el método de Gauss-Jordan para encontrar el valor de los coeficientes. Por lo tanto utilizando el programa anexado, se encuentra que la recta mejor ajustada es:

$$g(x)=-1.869+3.834x+3.244\sin(\pi x)+1.101\sin(2\pi x)$$