Examen Reposición Primer Parcial

Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

1. Identifica los números de punto flotante correspondientes a las siguientes cadenas de bits (debes de resolverlo mediante un código, para simplificar la tarea, considera una conversión de binario a decimal simple, es decir, no uses el estándar IEEE)

    a) $\boxed{0 \quad 00000000 \quad 00000000000000000000000}$
    b) $\boxed{1 \quad 00000000 \quad 00000000000000000000000}$
    c) $\boxed{0 \quad 11111111 \quad 00000000000000000000000}$
    d) $\boxed{1 \quad 11111111 \quad 00000000000000000000000}$
    e) $\boxed{0 \quad 00000001 \quad 00000000000000000000000}$
    f) $\boxed{0 \quad 10000001 \quad 01100000000000000000000}$
    g) $\boxed{0 \quad 01111111 \quad 00000000000000000000000}$
    h) $\boxed{0 \quad 01111011 \quad 10011001100110011001100}$

2. Da la representación en binario con precisión simple de los siguientes números decimales

    a) -9876.54321
    b) 0.2343375
    c) -285.75
    d) 10^2
    e) $+0.0$ y -0.0

3. La función gamma $\Gamma(x)$, se define como la siguiente integral

$$\Gamma(x) = \int_0^\infty t^{x-1}\, e^{-t} dt$$

que converge para todo x positivo, pese a que para $0 < x < 1$ el integrando tiene una divergencia en $t = 0$.

Calcula numéricamente a partir de la defición anterior, la Γ para $x = 10$ y $x = 1/2$, valores para los cuales se conocen los resultados analíticos:

$$\Gamma(10) = 9! = 362880$$
$$\Gamma(1/2) = \sqrt{\pi}$$

En cada caso debes:

a) indicar el cambio de variable utilizado.
b) el número de puntos utilizados en la discretización.
c) el método de integración.
d) el resultado obtenido.
e) el error cometido respecto al valor analítico, usando las funciones de `scipy`.

4. Evalúa numéricamente las siguientes integrales:

$$I_1 = \int_0^\infty e^{-x}\, ln\; x\, dx$$
$$I_2 = \int_0^1 \frac{1+x}{1-x^3}\, ln \frac{1}{x} dx$$

El problema consiste en resolver las integrales con algún cambio de variable para tener un integrando suave en un intervalo finito.

Se debe de obtener un resultado razonablemente bueno, teniendo que evaluar el integrando final con el menor número (N) de veces que sea posible. Como criterio de convergencia debes de usar alguna cantidad como

$$\epsilon = \frac{I - I_N}{I} < 10^{-n}$$

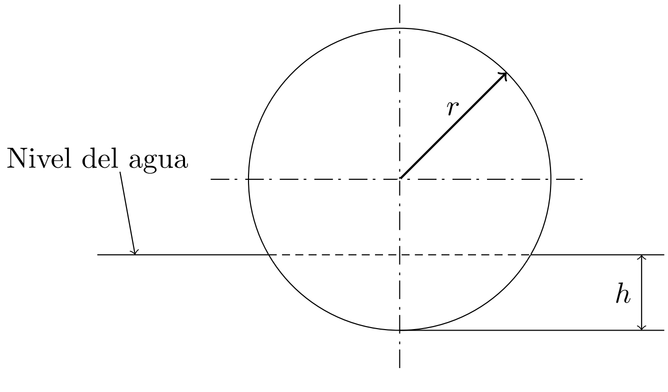
con n $= 2, 3, 4, 5, 6$ En cada caso debes:

a) indicar el(los) cambio(s) de variable utilizado(s).
b) el número de puntos utilizados en la discretización.
c) el método de integración.
d) el resultado obtenido.
e) el error cometido respecto al valor de I.

5. La posición de equilibrio de un cilindro flotante es $h = r$. Si el cilindro se desplaza a la posición $h = 1.5\, r$ y se libera, la ecuación diferencial que describe el movimiento es

$$\ddot{y} = \frac{2}{\pi}\left[\tan^{-1}\frac{1-y}{\sqrt{2\,y-y^2}} + (1-y)\sqrt{2\,y-y^2}\right]$$

donde $y = h/r$.



Grafica h/r desde $t = 0$ hasta $t = 6$. A partir de la gráfica estima el período del movimiento resultante.

6. Las leyes de Kirchoff para el siguiente circuito son

$$L\,\frac{di_1}{dt} + R\,i_1 + 2\,R(i_1 + i_2) = E(t) \tag{1}$$

$$\frac{q_2}{C} + R\,i_2 + 2\,R\,(i_2 + i_1) = E(t) \tag{2}$$

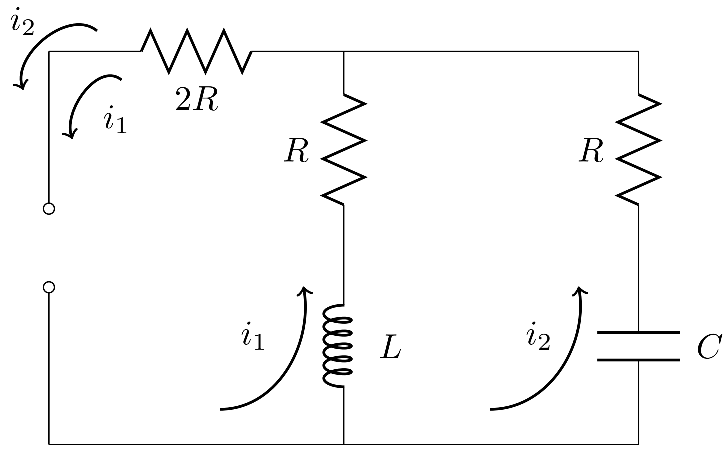


Figura 1: Circuito RLC en paralelo para el ejercicio.

Donde i_1 e i_2 son las corrientes dentro de las mallas, q_2 es la carga en el condensador.

Diferenciando la ecuación (2) y sustituyendo la relación carga-corriente $dq_2/dt = i_2$, se obtiene

$$\frac{di_1}{dt} = \frac{-3\,R\,i_1 - 2\,R\,i_2 + E(t)}{L} \tag{3}$$

$$\frac{di_2}{dt} = -\frac{2}{3}\,\frac{di_1}{dt} - \frac{i_2}{3\,R\,C} + \frac{1}{3\,R}\,\frac{dE}{dt} \tag{4}$$

Se puede sustituir di_1/dt de la ec. (3) en la ec. (4), para que ésta última asumiera la forma habitual $di_2/dt = f(t, i_1, i_2)$, pero es más conveniente dejar las ecuaciones como aparecen.

Considera que la fuente de voltaje se enciende al tiempo $t = 0$, grafica las corrientes i_1 e i_2 desde el tiempo $t = 0$ hasta $t = 0.05$ segundos. Utiliza los siguientes valores:

- $E(t) = 240\ \sin(120\,\pi\,t)$V
- $R = 1.0\,\Omega$
- $L = 0.2 \times 10^{-3}\,$H
- $C = 3.5 \times 10^{-3}\,$F