Examen 1: Errores, condición y estabilidad.
Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

Indicaciones: Para cada uno de los problemas, deberás de anotar tu código en Python, además de incluir gráficas en un archivo jpg, si es que lo menciona la pregunta.

En caso de que tengas alguna complicación para resolver el problema, comenta dentro del mismo código para que sepamos en dónde se te presenta la dificultad.

1. Calcula el error absoluto y el error relativo en las aproximaciones de p y p^*:

   a) $p = \pi$, $p^* = 22/7$
   b) $p = \pi$, $p^* = 3.1416$
   c) $p = e$, $p^* = 2.718$
   d) $e = \sqrt{2}$, $p^* = 1.414$
   e) $p = e^{10}$, $p^* = 22000$
   f) $p = 10^{\pi}$, $p^* = 1400$
   g) $p = 8!$, $p^* = 39900$
   h) $p = 9!$, $p^* = \sqrt{18\pi}(9/e)^9$

2. Calcula $\frac{122}{135} - \frac{11}{32} + \frac{20}{19}$ mediante aritmética exacta, utiliza truncamiento a tres cifras y redondeo hasta tres cifras. Determina los errores absolutos y relativos.

3. Las expresiones $215 - 0.345 - 214$ y $215 - 214 - 0.345$ son idénticas. Calcula mediante aritmética exacta el resultado, luego usa truncamiento y redondeo hasta tres cifras. Determina los errores absoluto y relativo.

4. Se sabe que

$$\pi = 4 - 8 \sum_{k=1}^{\infty} \left(16k^2 - 1\right)^{-1}$$

   ¿Cuántas iteraciones se necesitan para producir el resultado con diez cifras decimales de exactitud?

5. Compara gráficamente el valor entre la función y las primeras cinco sumas parciales de la serie

$$\arctan(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^{2k-1}}{2k-1}$$

6. Usando la serie de Maclaurin truncada, una función $f(x)$ con n derivadas continuas se puede aproximar con un polinomio de n-ésimo grado

$$f(x) \simeq p_n(x) = \sum_{i=0}^{n} c_i x^i$$

donde $c_i = \dfrac{f^{(i)}(0)}{i!}$ Genera y compara las gráficas para $f(x) = e^x$ y los polinomios $p_2(x)$, $p_3(x)$, $p_4(x)$, $p_5(x)$. Discute tus resultados.

7. Las siguientes expresiones definen a la constante de Euler

$$\gamma = \lim_{n\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k} - ln(n)\right] \qquad (1)$$

$$\gamma = \lim_{k\to\infty}\left[\sum_{k=1}^{m}\frac{1}{k} - ln\left(m+\frac{1}{2}\right)\right] \qquad (2)$$

   Escribe un programa que calcule el valor de $\gamma = 0.57721$, ¿cuál de las dos expresiones converge más rápido al valor?

8. Identifica los números de punto flotante correspondientes a las siguientes cadenas de bits

   a) $\boxed{0 \quad 00000000 \quad 00000000000000000000000}$

   b) $\boxed{1 \quad 00000000 \quad 00000000000000000000000}$

9. Da la representación en binario con precisión simple de los siguientes números decimales

   a) -9876.54321

   b) 0.2343375

   c) -285.75

10. Determina la expresión binaria de $\frac{1}{3}$. ¿Cuál es la representación en presición simple con una longitud de 32 bits? Compara tu respuesta con el valor que te devuelve python en la terminal.