

# Examen 1: Errores, condición y estabilidad.

## Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

**Indicaciones:** Cada uno de los programas requiere que devuelvas el código utilizado, que deberá de ejecutarse sin problemas. Te pedimos que identifiques cada problema de la manera *E1Problema1.py*, etc. Entregarás una carpeta con los archivos de solución a los problemas.

En caso de que tengas alguna complicación para resolver el problema, comenta dentro del mismo código para que sepamos en dónde se te presenta la dificultad, buscando que tengas un avance para la solución del mismo. !! Suerte !!

1. Las siguientes expresiones definen a la constante de Euler

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n) \right] \quad (1)$$

$$\gamma = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} - \ln \left( m + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (2)$$

Escribe un programa que calcule el valor de  $\gamma = 0.57721$ , ¿cuál de las dos expresiones converge más rápido al valor?

2. Identifica los números de punto flotante correspondientes a las siguientes cadenas de bits

a) 

0	10000001	011000000000000000000000
---	----------	--------------------------

b) 

0	01111111	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------

c) 

0	01111011	10011001100110011001100
---	----------	-------------------------

3. Da la representación en binario con precisión simple de los siguientes números decimales

a)  $10^2$

b)  $+0.0$

c)  $-0.0$

4. Determina la expresión binaria de  $\frac{1}{3}$ . ¿Cuál es la representación en precisión simple con una longitud de 32 bits? Compara tu respuesta con el valor que te devuelve python en la terminal.

5. Los primeros tres términos no nulos de la serie de Maclaurin para la función arcotangente(x), son:  $x - (1/3)x^3 + (1/5)x^5$ . Calcula el error absoluto y el error relativo en las siguientes aproximaciones para el valor de  $\pi$ , usando el polinomio en vez de la función arco tangente:

$$a) p_1(x) = 4 \left[ \arctan \left( \frac{1}{2} \right) + \arctan \left( \frac{1}{3} \right) \right]$$

$$b) p_2(x) = 16 \arctan \left( \frac{1}{5} \right) - 4 \arctan \left( \frac{1}{239} \right)$$

6. El número  $e$  se puede definir como  $e = \sum_{n=0}^{\infty} (1/n!)$ , donde  $n! = n(n-1)(n-2) \dots 2 * 1$  para  $n \neq 0$  y  $0! = 1$ . Calcula el error absoluto y el error relativo con las siguientes aproximaciones de  $e$

$$a) \sum_{n=0}^5 \frac{1}{n!}$$

$$b) \sum_{n=0}^{25} \frac{1}{n!}$$

7. Sea

$$f(x) = \frac{x \cos x - \sin x}{x - \sin x}$$

- a) Calcula el  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$
- b) Calcula el valor de  $f(0.1)$  con un error del orden de  $10^{-4}$
- c) Re-emplaza cada función trigonométrica por su tercer polinomio de la serie de Maclaurin y repite el inciso (7b).
- d) El valor real de  $f(0.1) = -1.99899998$ . Calcula el error relativo para los valores obtenidos en los incisos (7b) y (7c)