Tarea 3. Física Computacional. Ecuaciones Diferenciales Ordinarias

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

21 de marzo de 2010

A partir del problema 4, deberás de graficar los datos que te devuelva el algoritmo numérico, ya hemos visto en clase la manera en crear un archivo de datos en Fortran y cómo usarlos con gnuplot.

1. Resuelve los siguientes problemas en $0 \leq t \leq 5$ mediante el método de Euler hacia adelante y $h = 0{,}01$. Evalúa los errores por comparación con los valores exactos.

   a) $y' + ty = 1 \qquad y(0) = 1$

   b) $y' = (t^2 - y) \qquad y(0) = 0{,}5$

2. Resuelve las siguientes ecuaciones para $0 < t < 5$ con el método de Euler modificado.

$$4y' = -3y + 7z + 2t, \qquad y(0) = 1$$
$$7z' = -2y + 8z, \qquad z(0) = 1$$

3. Si se aplica el método de Runge-Kutta de tercer orden a $y' = -\alpha y$, determina el rango de h en donde el método sea inestable.

4. Un depósito cónico contiene agua hasta 0,5 m de altura a partir del fondo. el depósito tiene un orificio en el fondo, de 0,02 m de radio. El radio del depósito está dado por $r = 0{,}25y$, donde r es el radio y y la altura medida desde el fondo. La velocidad del agua que pasa por el orificio está dada por $v^2 = 2gy$. Por medio del método de Euler hacia adelante ($h = 0{,}001$), calcula cuántos minutos se tardará en vaciar el depósito.

5. Un tanque de 50 galones de agua contiene sal con una concentración de 10 onzas/galón. Con el fin de diluir el contenido de sal, se suministra agua pura a razón de 2 galones/minuto. Si el depósito tiene una mezcla uniforme y la misma cantidad de agua que entra sale del depósito cada minuto, la concentración de sal satisface

$$y_1'(t) = -\frac{2}{50} y_1, \qquad y_1(0) = 10$$

   donde $y_1(t)$ es la concentración de sal en onzas/galón y t es el tiempo en minutos. Usando el método de Runge-Kutta de segundo orden y $h = 1$ minuto para determinar cuánto tiempo debe de transcurrir para que la concentración de sal sea 1/10 de su valor inicial.

6. La corriente eléctrica del circuito de un circuito RLC en serie, satisface la ecuación

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{1}{C}\int_0^t i(t')dt' + \frac{1}{C}q(0) = E(t), \qquad t > 0$$

cuando el circuito se cierra en el instante $t = 0$, se tiene que $i = i(t)$ es la corriente, R es la resistencia, L, C, E vienen dadas por: $L = 200H$, $C = 0{,}001F$, $E(t) = 1V$ para $t > 0$.
Las condiciones iniciales son $q(0) = 0$ (carga inicial del condensador), $i(0) = 0$. Calcular la corriente para $0 \leq t \leq 5$ segundos y el factor de amortiguamiento y la frecuencia de oscilación del circuito RLC para los siguientes valores de R:

a) $R = 0\,\Omega$
b) $R = 50\,\Omega$
c) $R = 100\,\Omega$
d) $R = 300\,\Omega$

Discute de acuerdo con al teoría de electricidad qué es lo que sucede con cada uno de los casos en donde se varía el valor de la resistencia R.

Aqui sigue el Texto