

# Examen 1: Errores, condición y estabilidad.

## Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

**Indicaciones:** Para cada uno de los problemas, deberás de anotar tu código en Python, además de incluir gráficas en un archivo jpg, si es que lo menciona la pregunta.

En caso de que tengas alguna complicación para resolver el problema, comenta dentro del mismo código para que sepamos en dónde se te presenta la dificultad.

1. Se sabe que

$$\pi = 4 - 8 \sum_{k=1}^{\infty} (16k^2 - 1)^{-1}$$

¿Cuántas iteraciones se necesitan para producir el resultado con diez cifras decimales de exactitud?

2. Compara gráficamente el valor entre la función y las primeras cinco sumas parciales de la serie

$$\arctan(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{k+1} \frac{x^{2k-1}}{2k-1}$$

3. Usando la serie de Maclaurin truncada, una función  $f(x)$  con  $n$  derivadas continuas se puede aproximar con un polinomio de  $n$ -ésimo grado

$$f(x) \simeq p_n(x) = \sum_{i=0}^n c_i x^i$$

donde  $c_i = \frac{f^{(i)}(0)}{i!}$ . Genera y compara las gráficas para  $f(x) = e^x$  y los polinomios  $p_2(x)$ ,  $p_3(x)$ ,  $p_4(x)$ ,  $p_5(x)$ . Discute tus resultados.

4. Las siguientes expresiones definen a la constante de Euler

$$\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} \left[ \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} - \ln(n) \right] \quad (1)$$

$$\gamma = \lim_{k \rightarrow \infty} \left[ \sum_{k=1}^m \frac{1}{k} - \ln \left( m + \frac{1}{2} \right) \right] \quad (2)$$

Escribe un programa que calcule el valor de  $\gamma = 0.57721$ , ¿cuál de las dos expresiones converge más rápido al valor?

5. Si la siguiente función se escribe en un programa, ¿en qué rango de  $x$  aparecerá un desborde o una división entre cero originados por el error de redondeo?

$$f(x) = \frac{1}{1 - \tanh(x)}$$

Suponiendo que el número positivo más pequeño es  $3 \times 10^{-39}$  y el épsilon de la máquina es  $1.2 \times 10^{-7}$ .

6. Identifica los números de punto flotante correspondientes a las siguientes cadenas de bits

- a) 

0	00000000	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- b) 

1	00000000	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- c) 

0	11111111	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- d) 

1	11111111	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- e) 

0	00000001	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- f) 

0	10000001	011000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- g) 

0	01111111	000000000000000000000000
---	----------	--------------------------
- h) 

0	01111011	10011001100110011001100
---	----------	-------------------------

7. Da la representación en binario con precisión simple de los siguientes números decimales

- a) -9876.54321
- b) 0.2343375
- c) -285.75
- d)  $10^2$
- e) +0.0 y -0.0

8. Determina la expresión binaria de  $\frac{1}{3}$ . ¿Cuál es la representación en precisión simple con una longitud de 32 bits? Compara tu respuesta con el valor que te devuelve python en la terminal.