

Examen 1: Errores, condición y estabilidad.

Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

Indicaciones: Para cada uno de los problemas, deberás de entregar un archivo .f90 que deberá de compilar y ejecutarse debidamente, además de incluir gráficas si es que lo menciona la pregunta.

En caso de que tengas alguna complicación para resolver el problema, comenta dentro del mismo código para que sepamos en dónde se presenta la dificultad.

1. **(1.5 puntos)** Un problema clásico es la suma de una serie para evaluar una función. Sea la serie de potencias para la función exponencial:

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (x^2 < \infty)$$

Utiliza la serie anterior para calcular el valor de e^{-x} para $x = 0.1, 1, 10, 100, 1000$ con un error absoluto para cada caso, menor a 10^{-8} .

2. **(1.5 puntos)** Usando el método de Horner, envía la tabla de valores a un archivo de datos, con la tabla de valores del polinomio:

$$p(x) = 2x^4 - 20x^3 + 70x^2 + 100x + 48$$

para valores de x en el intervalo $[-4, -1]$, con saltos de x de valor $\Delta x = 0.5$.

Grafica los puntos obtenidos y el polinomio $p(x)$, interpreta los resultados obtenidos.

3. **(1.5 puntos)** Para iniciar la fabricación en masa de rodamientos de alta calidad, un ingeniero debe medir, con la mayor precisión posible, el radio r de una pequeña esfera metálica que forma parte del prototipo. Para ello dispone de tres alternativas:

- Medir el diámetro D con un pie de rey (vernier) y obtener el radio r como $r = \frac{D}{2}$
- Medir la superficie S mediante técnicas indirectas y obtener el radio como $r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
- Medir el volumen V sumergiendo la esfera en un líquido y obtener el radio como $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{4\pi}}$

Se pide:

- a) Efectuar un estudio completo de propagación de errores, para cada una de las tres alternativas.
- b) Obtener el error relativo en el radio r , para cada una de las tres alternativas.

El ingeniero sabe que el error relativo inherente de las medidas experimentales (es decir, el error que se obtiene al usar los instrumentos de medida) D , S y V es de 10^{-3} . Para efectuar los cálculos, utiliza un sencillo programa en FORTRAN, que trabaja con variables REAL*4. Ciertos condicionantes de diseño exigen la obtención del radio r con un error relativo máximo del 0.05 %.

4. **(2.5 puntos)** Haremos el estudio de un gota de agua en un campo gravitacional uniforme con una fuerza resistiva $\mathbf{f}_r = -\kappa\nu\mathbf{v}$, donde $\nu(\mathbf{v})$ es la velocidad de la partícula y κ es un parámetro positivo. Analiza la dependencia de la altura y velocidad de la gota de agua para diferentes $\frac{m}{\kappa}$, donde m es la masa de la gota, considérala constante para mayor simplicidad.

Grafica la velocidad terminal de la gota contra $\frac{m}{\kappa}$, compara éste resultado contra la caída libre de la gota.

5. **(1.5 puntos)** Supongamos una barra de hierro de longitud l y sección rectangular $a \times b$ fija por uno de sus extremos. Si sobre el extremo libre aplicamos una fuerza F perpendicular a la barra, la flexión s que ésta experimenta viene dada por la expresión:

$$s = \frac{4}{E} \frac{l^3}{ab^3} F$$

en donde E es una constante que depende sólo del material, denominada *módulo de Young*. Conociendo que una fuerza de 140 Kp aplicada sobre una barra de 125 cm de longitud y sección cuadrada de 2.5 cm produce una flexión de 1.71 mm.

Calcular el módulo de Young y el intervalo de error. Suponer que los datos vienen afectados por un error máximo correspondiente al de aproximar por truncamiento las cifras dadas.

6. **0.5 puntos** Los dos problemas sobre las sumas que se pidieron en la clase pasada.