

## Tarea 1: Errores, condición y estabilidad

### Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

1. La dinámica de un cometa está sometida por la fuerza gravitacional entre el cometa y el Sol,

$$\mathbf{f} = -GMm\mathbf{r}/r^3$$

donde  $G = 6.67 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2$  es la constante gravitacional,  $M = 1.99 \times 10^{30} kg$  es la masa del Sol,  $m$  es la masa del cometa,  $\mathbf{r}$  es el vector posición del cometa medido desde el Sol, y  $r$  es la magnitud de  $\mathbf{r}$ . Escribe un programa para estudiar el movimiento del cometa Halley que tiene un afelio (el punto más alejado del Sol) de  $5.28 \times 10^{12} m$  y la velocidad en el afelio es de  $9.12 \times 10^2 m/s$

- a) ¿cuáles son las unidades tanto de tiempo como de longitud más pertinentes en el problema?
  - b) Discute el error que se genera por el programa en cada período del cometa Halley.
2. Hay personas que luego no tienen nada qué hacer, y algunos se dedican a saltar en motocicletas, se te pide que propongas un modelo de estudio para estos saltos. La resistencia del aire de un objeto en movimiento está dada por

$$\mathbf{f}_r = -cA\rho v(\mathbf{v})/2$$

donde  $v(\mathbf{v})$  es la velocidad y  $A$  es la sección de área transversal del objeto en movimiento,  $\rho$  es la densidad del aire y  $c$  es un coeficiente en el orden de 1, para los demás factores que no se enlistan. Si la sección de área transversal es  $A = 0.93 m^2$ , la velocidad máxima con la que despegue la motocicleta es de  $67 m/s$ , la densidad del aire es  $\rho = 1.2 kg/m^3$ , la masa combinada de la motocicleta y la persona que maneja es de 250 kg, y el coeficiente  $c = 1$ , encuentra el ángulo de inclinación de la rampa de despegue, para que se consiga la mayor distancia de recorrido.

3. El 25 de febrero de 1991, durante la guerra del Golfo, una batería de misiles Patriot americanos en Dharan (Arabia Saudita) no lograron interceptar un misil Scud iraquí. Murieron 28 soldados americanos. La causa: los errores numéricos por utilizar truncado en lugar de redondeo en el sistema que calcula el momento

exacto en que debe ser lanzado el misil.

Las computadoras de los Patriot que han de seguir la trayectoria del misil Scud, la predicen punto a punto en función de su velocidad conocida y del momento en que fue detectado por última vez en el radar. La velocidad es un número real. El tiempo es una magnitud real pero el sistema la calculaba mediante un reloj interno que contaba décimas de segundo, por lo que representaban el tiempo como una variable entera. Cuanto más tiempo lleva el sistema funcionando más grande es el entero que representa el tiempo. Los ordenadores del Patriot almacenan los números reales representados en punto flotante con una mantisa de 24 bits. Para convertir el tiempo entero en un número real se multiplica éste por  $1/10$ , y se trunca el resultado (en lugar de redondearlo). El número  $1/10$  se almacenaba truncado a 24 bits. El pequeño error debido al truncado, se hace grande cuando se multiplica por un número (entero) grande, y puede conducir a un error significativo. La batería de los Patriot llevaba en funcionamiento más de 100 horas, por lo que el tiempo entero era un número muy grande y el número real resultante tendrá un error cercano a 0.34 segundos.

Explica a detalle qué fue lo que ocurrió.

4. Consideremos una partícula bajo un campo gravitatorio uniforme vertical y una fuerza de resistencia  $\mathbf{f}_r = -\kappa\nu(\mathbf{v})$ , donde  $\nu(\mathbf{v})$  es la velocidad de la partícula y  $\kappa$  es un parámetro positivo. Analiza la dependencia de la altura y la velocidad de una gota de agua con diferentes  $m/\kappa$ , donde  $m$  es la masa de la gota de agua, para simplificar, considera la razón como una constante. Grafica la velocidad terminal de la gota de lluvia contra  $m/\kappa$ , y compáralo con el resultado de una caída libre.
5. Si la siguiente función se escribe en un programa, ¿en qué rango de  $x$  aparecerá un desborde o una división entre cero originados por el error de redondeo?

$$f(x) = \frac{1}{1 - \tanh(x)}$$

Suponiendo que el número positivo más pequeño es  $3 \times 10^{-39}$  y el épsilon de la máquina es  $1.2 \times 10^{-7}$ .

6. Algunas constantes matemáticas son utilizadas con frecuencia en la física, tales como  $\pi$ ,  $e$  y la constante de Euler  $\gamma = \lim_{n \rightarrow \infty} (\sum_{k=1}^n k^{-1} - \ln n)$ . Encuentra una forma para crear cada una de las constantes  $\pi$ ,  $e$  y  $\gamma$ . Después, considerando ya los elementos del lenguaje de programación, determina: la precisión y eficiencia. Si se requiere utilizar los valores de las constantes dentro del código, ¿se debe generar en una sola ocasión y almacenarlo en un variable o se debe de generar en cada ocasión que se requiera?