

# Simulación, Método de Montecarlo

Área de Estadística e Investigación Operativa  
Licesio J. Rodríguez-Aragón

Marzo 2011

<b>Introducción</b>	<b>2</b>
Introducción . . . . .	3
Simulación en la Industria. . . . .	4
Definición . . . . .	5
Herramientas . . . . .	6
Ventajas y Desventajas . . . . .	7
<b>Método de Montecarlo</b>	<b>8</b>
Método de Montecarlo. . . . .	9
Ejemplo: Cálculo de Integrales . . . . .	10
Precisión en el Cálculo . . . . .	12
Tamaño de la Simulación . . . . .	13
<b>Obtención de Números Aleatorios</b>	<b>14</b>
Fuentes de Números Aleatorios . . . . .	15
Tablas de Números Aleatorios . . . . .	16
Generadores de Números Aleatorios . . . . .	17
Números Pseudo Aleatorios . . . . .	18
Método de los centros de los cuadrados . . . . .	19
Método Congruencial. . . . .	20
Método multiplicativo . . . . .	21
Generador mixto . . . . .	22
Ventajas . . . . .	23
<b>Simulación de V.A.</b>	<b>24</b>
Números Aleatorios $\mathcal{U}(0, 1)$ : . . . . .	25
Transformación de Variables Aleatorias. . . . .	26
Simulación de V. A. Discretas . . . . .	27
Ejemplo . . . . .	28
Simulación de V. A. Continuas . . . . .	29
$F^{-1}(x)$ . . . . .	30
Ejemplos: . . . . .	31
Método de Box-Muller . . . . .	32
Método de Aceptación/Rechazo . . . . .	33
<b>Simulación de V.A. Mediante Ordenador</b>	<b>34</b>
Excel . . . . .	35

Matlab . . . . .	36
<b>Resumen</b>	<b>37</b>
Simulación . . . . .	38
Problema de Inventario . . . . .	39

### Introducción

La simulación tiene una gran importancia en nuestro mundo actual:

- ☐ Modelos a escala.
- ☐ Túneles de viento.
- ☐ Canales de agua.
- ☐ Emergencias o catástrofes.
- ☐ Simuladores de vuelo, que recrean condiciones virtuales.

La Realidad Virtual se ha presentado como una nueva herramienta que favorece las técnicas de simulación, por ejemplo en medicina los simuladores quirúrgicos.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 3 / 39

### Simulación en la Industria

En la empresa se utiliza la simulación para predecir las consecuencias que tendrá la toma de una decisión determinada.

Control de Inventarios, Planes de Mantenimiento, Localización de Recursos, Predicción de Ventas o Demanda, etc.

La simulación permite resolver problemas complejos, aunque lo que obtendremos será una aproximación de la solución.

No todos los problemas son abordables mediante simulación.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 4 / 39

## Definición

Podríamos decir que simular tiene como objetivo duplicar características y comportamientos propios de un sistema real.

Simularemos problemas relacionados con la Organización Industrial a través de la construcción de modelos matemáticos que representen de forma fidedigna la realidad.

La utilización de modelos matemáticos permite:

- ☐ Introducir nuevas variables.
- ☐ Hacer variar sus valores.
- ☐ Analizar las consecuencias de estas modificaciones.

**Objetivo:** Toma óptima de decisiones.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 5 / 39

## Herramientas

La simulación permite abordar desde problemas sencillos hasta problemas muy complicados.

Algunos de estos problemas permiten una solución “a mano” aunque la mayoría de los casos requieren el uso de ordenadores.

Hasta la aparición de los primeros ordenadores en los años 40 y 50, la simulación aún conociéndose no pudo ser aplicada de forma satisfactoria.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 6 / 39

## Ventajas y Desventajas

### *Ventajas:*

- ☐ Es un método directo y flexible.
- ☐ Existe un amplio abanico de programas y lenguajes destinados a simular.
- ☐ Cuando el modelo matemático es demasiado complicado la simulación permite obtener una aproximación.
- ☐ La simulación nos permite formular condiciones extremas con riesgos nulos.
- ☐ La simulación no interfiere con el mundo real. Permite experimentar.
- ☐ Permite estudiar la interacción entre las diferentes variables del problema.
- ☐ Mediante la simulación podemos "influir en el tiempo" de los procesos.
- ☐ La simulación permite resolver problemas que no tienen solución analítica.

### *Desventajas:*

- ☐ Una buena simulación puede resultar muy complicada, gran número de variables.
- ☐ La simulación no genera soluciones Óptimas globales.
- ☐ No proporciona la decisión a tomar, sino que resuelve el problema mediante aproximación para unas condiciones iniciales.
- ☐ Cada simulación es única, interviene el azar.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 7 / 39

## Método de Montecarlo

8 / 39

### **Método de Montecarlo**

El método de Montecarlo permite resolver problemas matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias.

John Von Neumann, en los años 40 y con los primeros ordenadores, aplica la simulación para resolver problemas complejos que no podían ser resueltos de forma analítica.

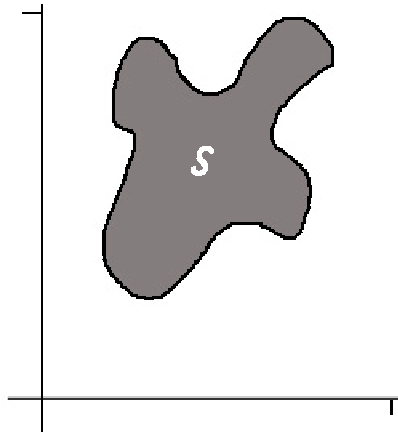
Montecarlo y su casino están relacionados con la simulación. La ruleta, juego estrella de los casinos, es uno de los aparatos mecánicos más sencillos que nos permiten obtener números aleatorios para simular variables aleatorias.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 9 / 39

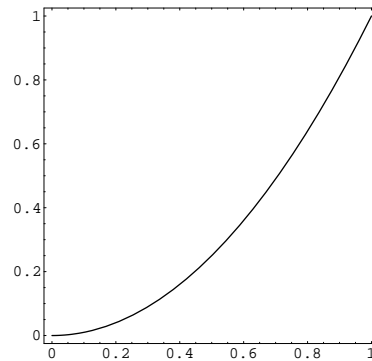
### Ejemplo: Cálculo de Integrales

Una aplicación inmediata del método, es el cálculo de integrales definidas.



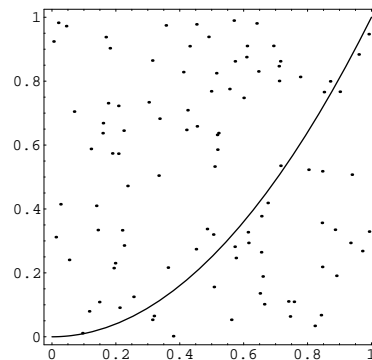
## Ejemplo: Cálculo de Integrales

Consideremos un caso más sencillo:  $\int_0^1 x^2 dx$ .



Siempre podremos considerar que el área se encuentra inscrita en un cuadrado de área 1.

Podremos considerar en el cuadrado de área 1 un número  $N$  de puntos aleatorios  $(x, y)$ , y un número  $N'$  que aparecen dentro de la superficie a determinar.



$x$	$y$	$x^2$	$y < x^2$
0,84	0,42	0,7056	VERDADERO
0,28	0,87	0,0784	FALSO
0,64	0,12	0,4096	VERDADERO
0,49	0,41	0,2401	FALSO
0,06	0,46	0,0036	FALSO
0,05	0,56	0,0025	FALSO
0,09	0,35	0,0081	FALSO
0,73	0,81	0,5329	FALSO
0,49	0,69	0,2401	FALSO
0,64	0,6	0,4096	FALSO

$$\frac{N'}{N} = \frac{S}{A}$$

## Precisión en el Cálculo

El procedimiento de Montecarlo tiene  $N$  puntos aleatorios de los que  $N'$  resultan corresponder al área que deseamos calcular.

$$S = A \cdot \frac{N'}{N}$$

Luego  $S$  es proporcional a la probabilidad de que un punto aleatorio caiga en la superficie.

Estimaremos esa probabilidad como:

$$\hat{p} = \frac{N'}{N}$$

Que será la probabilidad de  $N'$  éxitos en  $N$  intentos y que viene dada por la distribución binomial:

$$P(N' \text{ aciertos en } N) = \binom{N}{N'} \cdot p^{N'} \cdot q^{N-N'}$$

La distribución binomial se puede aproximar mediante una normal cuando:  $N \cdot p > 5$  y  $N \cdot q > 5$ .

La distribución normal por la que aproximamos tendrá media  $\mu = N \cdot p$  y varianza  $\sigma^2 = N \cdot p \cdot q$ .

Además para una distribución normal  $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$  sabemos que el 95% de las observaciones se encuentran en el intervalo:

$$(\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma).$$

Con lo que suponiendo  $N \cdot p > 5$  y  $N \cdot q > 5$  tendremos que el intervalo de confianza al 95% del número de aciertos  $N'$  en  $S$  estará en:

$$(N \cdot p - 2\sqrt{N \cdot p \cdot q}, N \cdot p + 2\sqrt{N \cdot p \cdot q}).$$



## Tamaño de la Simulación

En nuestro ejemplo sabemos que:

$$\int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3} = 0.333 \dots$$

y calculamos el área bajo la curva mediante el método de Montecarlo:

$$S = A \cdot \frac{N'}{N}$$

¿Cuántas simulaciones son necesarias para estimar  $S$  con 2 cifras significativas correctas?

$$S \in (0.3250, 0.3349)$$

Esto equivale a que el número de aciertos  $N'$  con un 95% de confianza:

$$N' \in (x_i, x_d) = (0.3250 \cdot N, 0.3349 \cdot N)$$

La distribución Binomial la hemos aproximado mediante una Normal:

$$\mathcal{B}(N, p) \approx \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$$

Para una variable aleatoria  $Z \equiv \mathcal{N}(0, 1)$  tenemos que,

$$\Phi(z_d) = P(Z \leq z_d) = 0.975$$

$$z_d = 1.96 \approx 2$$

entonces tendremos que siendo  $p = \frac{1}{3}$ :

$$z_d = 1.96 = \frac{x_d - \mu}{\sigma} = \frac{0.3349 \cdot N - N \cdot p}{\sqrt{N \cdot p \cdot q}}$$

$$N = 333494 \text{ simulaciones.}$$

**Fuentes de Números Aleatorios**

El fundamento del método de Montecarlo y de la simulación son los números aleatorios:

- ☐ Tablas de números aleatorios.
- ☐ Generadores de números aleatorios.
- ☐ Números pseudo aleatorios.

¿Cómo medir la aleatoriedad de los números usados?

Sean  $\nu_0, \nu_1, \dots, \nu_9$  la frecuencia absoluta de los números  $0, 1, \dots, 9$  en una tabla de números aleatorios.

$$\sum_{i=0}^9 (\nu_i - 0.1 \cdot N)^2$$

Además existen tests de rachas para detectar patrones.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 15 / 39

**Tablas de Números Aleatorios**

En una tabla de números aleatorios la probabilidad de aparición de cada cifra  $i = 0, \dots, 9$  debe ser igual a 0.1

$$P(i) = 0.1 \quad i = 0, \dots, 9.$$

Ejemplos:

Tablas en libros de simulación y en repositorios.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 16 / 39

## Generadores de Números Aleatorios

Los dispositivos mecánicos resultan demasiado lentos para generar cifras aleatorias.

Un método más rápido es la utilización del ruido:

Si el ruido en la fluctuación de un voltaje sobrepasa en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  un umbral determinado un número par de veces, incluiremos un 0. Si por el contrario han sido un número impar, incluiremos un 1.

Debiéndose obtener que  $P(0) = P(1) = 1/2$ .

En estos métodos también es necesario vigilar la calidad de los números aleatorios generados.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 17 / 39

## Números Pseudo Aleatorios

Sería interesante poder obtener números aleatorios mediante una formula.

Si dicha formula existiese debería ser muy ingeniosa:

- ☐ Método de los centros de los cuadrados.
- ☐ Métodos congruenciales.
- ☐ Generador multiplicativo.
- ☐ Generador mixto.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 18 / 39

### Método de los centros de los cuadrados

Desarrollado por Von Neumann.

Sea un número inicial llamado semilla,  $\gamma_0 = 0.9876$  formado por 4 cifras.

Obtenemos  $\gamma_0^2$  que tendrá 8 cifras y elegiremos las 4 centrales,

$$\gamma_0^2 = 0.97535376$$

estas cifras formarán  $\gamma_1 = 0.5353$ , y elevando al cuadrado  $\gamma_1^2$ ,

$$\gamma_1^2 = 0.28654609$$

obtendremos  $\gamma_2 = 0.6546$  y así sucesivamente.

Este método presenta algunos problemas, entre otros la obtención de números pequeños con mayor frecuencia que números grandes.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 19 / 39

### Método Congruencial

Definición: Diremos que dos números  $x$  e  $y$  son congruentes módulo  $m$  si:

$$x \equiv y \pmod{m}$$

Esto equivale a que  $x$  e  $y$  producen el mismo resto al ser divididos por  $m$

La expresión más común a la hora de calcular números aleatorios es la dada por:

$$\gamma_n = (\gamma_{n-1}) \cdot a + b \pmod{m}$$

Donde  $a$  y  $b$  son números elegidos convenientemente y  $\gamma_0$  se denomina semilla.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 20 / 39

### Método multiplicativo

Es una modificación del método congruencial en el que  $b = 0$ .

$$\gamma_n = \gamma_{n-1} \cdot a \bmod(m)$$

Normalmente  $m$  se elige tal que  $m = c^p$  donde  $c$  es el número de dígitos diferentes del sistema usado (binario, 2) y  $p$  es el tamaño de una palabra.

El período máximo de repetición es  $m/4$  con  $m = 2^p$  y tomando como  $\gamma_0$  una semilla impar.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 21 / 39

### Generador mixto

En el método congruencial, la elección adecuada de  $a$  y  $b$  hacen que el período de repetición de los números aleatorios obtenidos se incremente hasta  $m$ :

- ☐  $a$  y  $b$  primos.
- ☐  $(a - 1)$  múltiplo de cada factor primo de  $m$ .
- ☐  $(a - 1)$  ha de ser múltiplo de 4 si  $m$  lo es.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 22 / 39

### Ventajas de los números pseudo aleatorios

- ☐ Basta con realizar operaciones aritméticas sencillas.
- ☐ Computacionalmente esta tarea no necesita de elevados recursos.
- ☐ Los números aleatorios se pueden reproducir, permitiendo comprobar la calidad de la secuencia y aplicarla en diferentes problemas.

Existe sin embargo un inconveniente, los números aleatorios son periódicos.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 23 / 39

## Simulación de V.A.

24 / 39

### Números Aleatorios $\mathcal{U}(0, 1)$ :

Hasta aquí hemos generado, mediante diferentes técnicas, números aleatorios que siguen una distribución uniforme:

$$\gamma_k \equiv \mathcal{U}(0, 1)$$

Esta distribución tendrá la función de densidad:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

y función de distribución:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ x & 0 < x < 1 \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 25 / 39

## Transformación de Variables Aleatorias

Cuando un sistema o un proceso está regido en su comportamiento por el azar, entonces podemos aplicar técnicas de simulación basadas en el método de Montecarlo.

La idea básica del método es simular valores que toman las variables que forman parte del proceso en lugar de experimentar u observar la realidad.

Ejemplos de esas variables a simular:

- ☐ Demanda.
- ☐ Tiempo de respuesta, entre ocurrencias, de servicio,...
- ☐ Cantidad de empleados ausentes.
- ☐ Presión de un neumático.
- ☐ Velocidad y dirección del aire.

Como hemos visto hasta ahora, existen dos tipos de variables aleatorias:

- ☐ Variables Aleatorias Discretas: Demanda, Número de Empleados, etc.
- ☐ Variables Aleatorias Continuas: Tiempos, etc.

Y existen estrategias de simulación diferentes según se simulen V.A.D. o V.A.C.

Hasta aquí somos capaces de simular los valores de una V.A.C. con distribución uniforme  $\mathcal{U}(0,1)$ , a continuación veremos como transformar esta distribución uniforme de tal forma que podamos simular cualquier Variable Aleatoria.

## Simulación de V. A. Discretas

Una primera aproximación a la simulación de una V.A. Discreta,  $X$ , que siga una determinada distribución de probabilidad dada por su función de probabilidad:

$$\begin{cases} P(X = x_1) = 0.5 \\ P(X = x_2) = 0.25 \\ P(X = x_3) = 0.125 \\ P(X = x_4) = 0.125 \end{cases}$$

sería construir una ruleta en la que el arco de los sectores asignados a cada posible valor de la V.A. fuese proporcional a la probabilidad de ocurrencia de dicho valor.

Para poder utilizar las técnicas de obtención de números pseudo aleatorios que hemos visto hemos de realizar ciertas transformaciones.

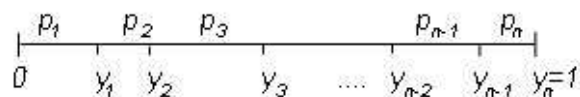
Supongamos que deseamos simular una V.A.D.,  $X$ , con una distribución de probabilidad dada por:

$$f(x) = \begin{cases} P(X = x_1) = p_1 \\ P(X = x_2) = p_2 \\ \dots \\ P(X = x_n) = p_n \end{cases}$$

Por ser probabilidades tendremos que  $\sum_i p_i = 1$ , y consideremos entonces el intervalo  $(0, 1)$  que lo dividiremos en  $n$  subintervalos de amplitudes  $p_1, p_2, \dots, p_n$ .

Las coordenadas de los puntos de división del intervalo  $(0, 1)$  serán:

$$\begin{cases} y_1 = p_1 \\ y_2 = p_1 + p_2 \\ \dots \\ y_n = p_1 + p_2 + \dots + p_n = 1 \end{cases}$$



Cada vez que tengamos que simular el valor de la V.A.  $X$ , tomaremos un número aleatorio  $\gamma$  de una distribución  $\mathcal{U}(0, 1)$  y consideraremos  $y = \gamma$ .

Si  $y = \gamma$  pertenece al subintervalo  $i$ -ésimo,  $[y_{i-1}, y_i)$ , entonces simularemos la variable aleatoria y diremos que dicha variable tomará el valor  $X = x_i$ .

En efecto como  $\gamma \equiv \mathcal{U}(0, 1)$ , entonces:

$$P(y_{i-1} \leq \gamma < y_i) = P(p_1 + \dots + p_{i-1} \leq \gamma < p_1 + \dots + p_i) = p_i$$



### Ejemplo

En un servicio de reparaciones, la demanda diaria de una pieza de recambio sigue este patrón:

Demanda $x_i$	Frecuencia $n_i$	Prob. $f(x)$	$y$ $F(x)$
0	10	0.05	0.05
1	20	0.10	0.15
2	40	0.20	0.35
3	60	0.30	0.65
4	40	0.20	0.85
5	30	0.15	1.00
200		1	

Obteniendo un número aleatorio  $\gamma \equiv \mathcal{U}(0, 1)$  y comprobando a qué intervalo pertenece  $[y_{i-1}, y_i)$  le asignaremos el resultado  $x_i$  correspondiente a la simulación.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 28 / 39

### Simulación de V. A. Continuas

Supongamos ahora que deseamos simular valores de una V.A. Continua,  $X$ , que sigue una distribución de función de densidad  $f(x)$  y función de distribución  $F(x)$ .

Los valores  $x_i$ , que toma la V.A.  $X$  siguiendo la distribución dada, se pueden obtener de la ecuación:

$$\int_{-\infty}^{x_i} f(x)dx = \gamma_i$$

Siendo  $\gamma_i$  un número aleatorio de una distribución  $\mathcal{U}(0, 1)$ .

Escogido o dado el número aleatorio es preciso resolver esta ecuación para obtener el valor de una simulación de la variable aleatoria  $X$ .

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 29 / 39

## Método de la Función de Distribución Inversa

En definitiva, el método consiste en, dada una función de densidad,  $f(x)$  obtener su función de distribución  $F(x)$  y calcular su inversa  $F^{-1}(x)$ .

$$\begin{aligned} F : E &\longrightarrow [0, 1] \\ x &\longrightarrow F(x) = P(X < x) \\ x = F^{-1}(\gamma) &\longleftarrow \gamma \end{aligned}$$

En definitiva, dado  $\gamma \equiv \mathcal{U}(0, 1)$ , obtendremos una simulación de  $X$  mediante la ecuación,

$$x = F^{-1}(\gamma)$$

## Ejemplos:

Simulación de una V.A. que siga una distribución uniforme  $\mathcal{U}(a, b)$ , a partir de un generador de números aleatorios que siga una distribución  $\mathcal{U}(0, 1)$ :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & x \in (a, b) \\ 0 & \text{en el resto} \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & x \in (a, b) \\ 1 & x > b \end{cases}$$

$$\gamma = \frac{x-a}{b-a}$$

$$x = F^{-1}(\gamma) = \gamma(b-a) + a$$

Entonces  $x \in X \equiv \mathcal{U}(a, b)$ .

Simulación de una V.A. con una distribución exponencial de parámetro  $\lambda$ :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad x > 0$$

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda t} dt = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$\gamma = 1 - e^{-\lambda x}$$

$$x = F^{-1}(\gamma) = -\frac{\ln(1-\gamma)}{\lambda}$$

Si  $\gamma \equiv \mathcal{U}(0, 1)$  equivalentemente  $(1-\gamma) \equiv \mathcal{U}(0, 1)$ .

$$x = -\frac{\ln(\gamma)}{\lambda} \equiv \text{Exp}(\lambda)$$

Este método no siempre es factible:

- ☐ Cuando la integral de  $f(x)$  no se expresa como funciones elementales y no se puede obtener  $F^{-1}(x)$ .
- ☐ Cuando la función de densidad  $f(x)$  no se expresa analíticamente sino de forma gráfica.

Por ejemplo, para simular una V.A. que siga una distribución  $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ , la ecuación:

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt = \gamma$$

no admite solución explícita y el intervalo de posibles valores de  $x \in (-\infty, \infty)$ .

## Método de Box-Muller

Este método transforma a partir de transformaciones biunívocas:

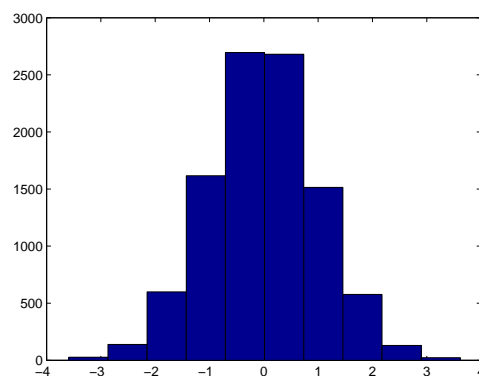
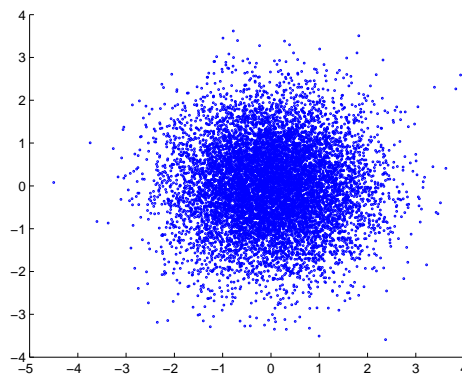
$$\mathcal{U}(0,1) \longrightarrow \mathcal{N}(\mu, \sigma)$$

Sean  $\gamma$  y  $\delta \equiv \mathcal{U}(0,1)$ , entonces:

$$x = (-2 \ln(\gamma))^{1/2} \cos(2\pi\delta)$$

$$y = (-2 \ln(\gamma))^{1/2} \sin(2\pi\delta)$$

Entonces  $x$  e  $y \equiv \mathcal{N}(0,1)$ .



## Método de Aceptación/Rechazo

Este método se usa para obtener sorteos de V.A. de distribuciones definidas en un dominio finito.

Esto significa que la función de densidad  $f(x) \in [a, b]$ . Para simular mediante el método de aceptación/rechazo se seguirán los siguientes pasos:

1. Seleccionar una constante  $M$  tal que sea una cota superior de  $f(x)$  en  $[a, b]$ ,

$$M > f(x) \quad \forall x \in [a, b].$$

2. Generamos  $\gamma_1$  y  $\gamma_2 \equiv \mathcal{U}(0, 1)$ .

3. Calculamos  $x^*$ ,  $x^* = a + (b - a)\gamma_1$   
y evaluamos  $f(x^*)$ .

4. Si  $\gamma_2 \cdot M \leq f(x^*)$ , entonces  $x^*$  es un valor de la V.A, sino, volvemos al paso 2 e iteramos.

**Excel**

Excel posee una serie de funciones estadísticas que devuelven el valor de la función de densidad  $f(x)$  y de distribución  $F(x)$ , con los parámetros necesarios para determinar la distribución.

DISTR.CHI  
DISTR.EXP  
DISTR.GAMMA  
DISTR.NORM  
DISTR.T

...

DISTR.EXP( $x; \lambda; \text{acum}$ ),  
si  $\text{acum}=\text{falso}$   $f(x)$  si  $\text{acum}=\text{verdadero}$   $F(x)$ .

Para poder simular una V.A. por el método de la Función de Distribución inversa:

DISTR.NORM.INV(prob;media;desv.ra estándar)  
DISTR.NORM.INV(ALEATORIO();media;desv. estándar)

DISTR.CHI.INV  
DISTR.EXP.INV  
DISTR.GAMMA.INV  
DISTR.NORM.INV  
DISTR.T.INV

...

## Matlab

Matlab en su Statistics Toolbox tiene diferentes herramientas. Por un lado posee dos familias interesantes de funciones.

**Inverse Cumulative Distribution Function:** Proporciona el inverso de la función de distribución,  $F^{-1}(x)$ .

norminv, poissinv, unifinv, expinv, etc.

**Random Number Generators:** Genera un número aleatorio que siga una distribución dada.

normrnd, exprnd, binornd, wblrnd, etc.

Matlab además usa las instrucciones rand para generar números  $\mathcal{U}(0, 1)$  o randn para  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Tanto rand como randn son generadores de números pseudo aleatorios.

`s = rand('state')` returns a 35-element vector containing the current state of the uniform generator. To change the state of the generator:

`rand('state',s)`

s es un vector de dimensión 35 que contiene el estado actual de la semilla del generador de números pseudo aleatorios.

El período de Matlab es de  $2^{1492}$  antes de comenzar a repetirse.

randtool es otra herramienta gráfica de Matlab para la generación de números aleatorios.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 36 / 39

**Simulación**

- ☐ Cálculo de integrales definidas.
- ☐ Obtención de Números Aleatorios, tests de aleatoriedad.
- ☐ Transformación en V.A. con una distribución dada.
- ☐ Simulación de V.A. mediante lenguajes de ordenador.

A continuación:

- ☐ Definición del Problema.
- ☐ Fijar las Variables.
- ☐ Construir el Modelo.
- ☐ Fijar las condiciones de las Simulaciones y Simular.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 38 / 39

**Problema de Inventario**

Objetivo: control de inventarios para optimizar los recursos, satisfacer la máxima demanda posible y minimizar los gastos de almacenaje.

Enfoque Determinístico frente al Aleatorio.

El enfoque determinístico se resuelve:

- ☐ Modelo económico de lote.
- ☐ Modelo con desabastecimientos permitidos.
- ☐ Modelo con descuento por cantidad.
- ☐ etc.

Ahora bien, si los valores de la demanda y del tiempo de entrega no son constantes sino que son variables aleatorias.

Licesio J. Rodríguez-Aragón

Métodos Cuantitativos Org. Ind. – 39 / 39