Ecuaciones Difereciales Parciales

Curso de Física Computacional

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

Ejercicio para la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}=0$$

En este ejercicio se trata de resolver la ecuación para un cable coaxial, de sección interior circular (radio r = 0.1 cm) y de sección exterior cuadrada (lado l = 1.0 cm). La sección interior se encuentra a 100V y la interior conectada a tierra (0V).

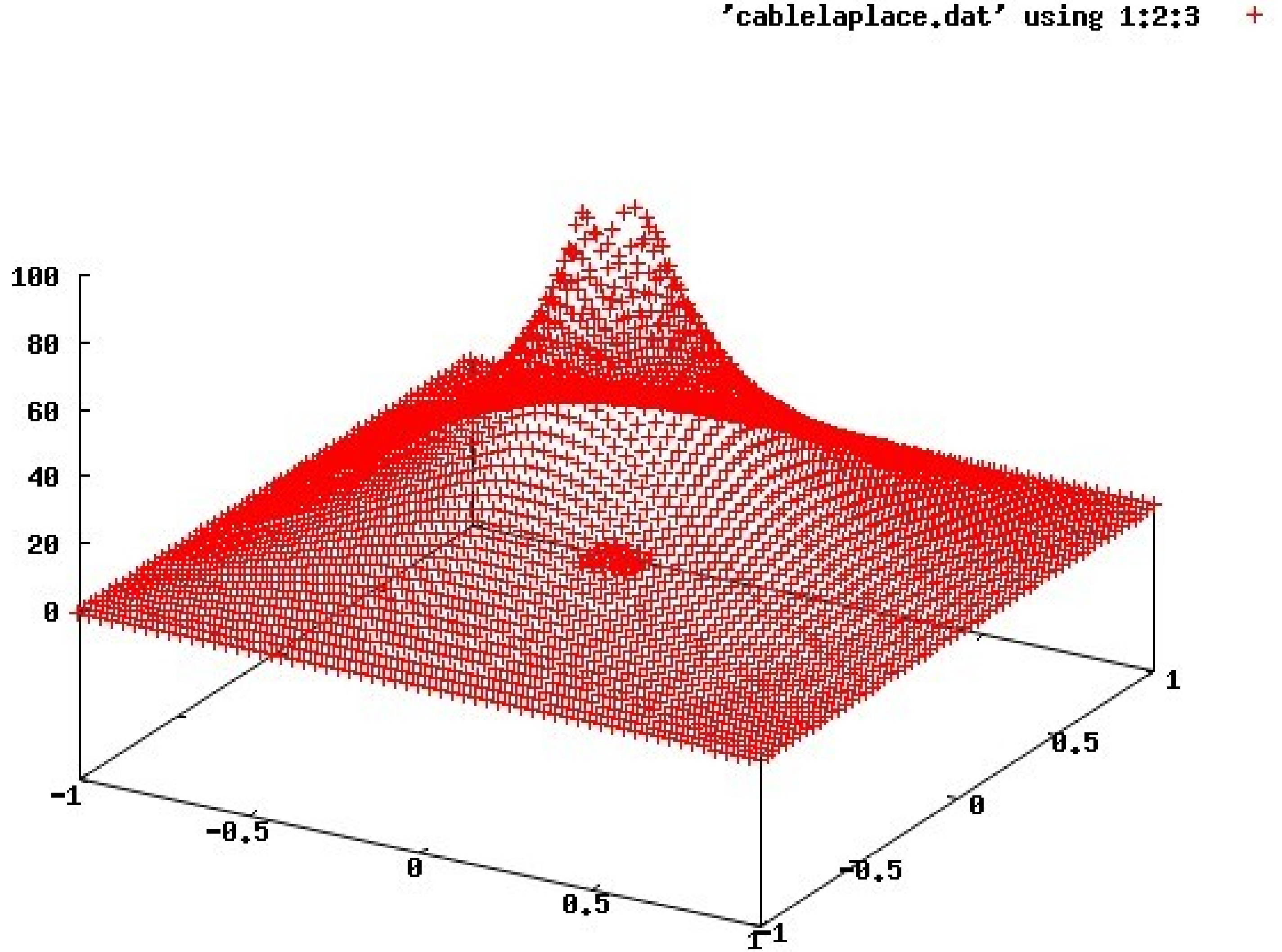
El archivo de datos obtenido nos proporciona la información sobre el potencial en el cable.

Para visualizarla tendremos que indicarle a gnuplot que elabore una gráfica en 3D.

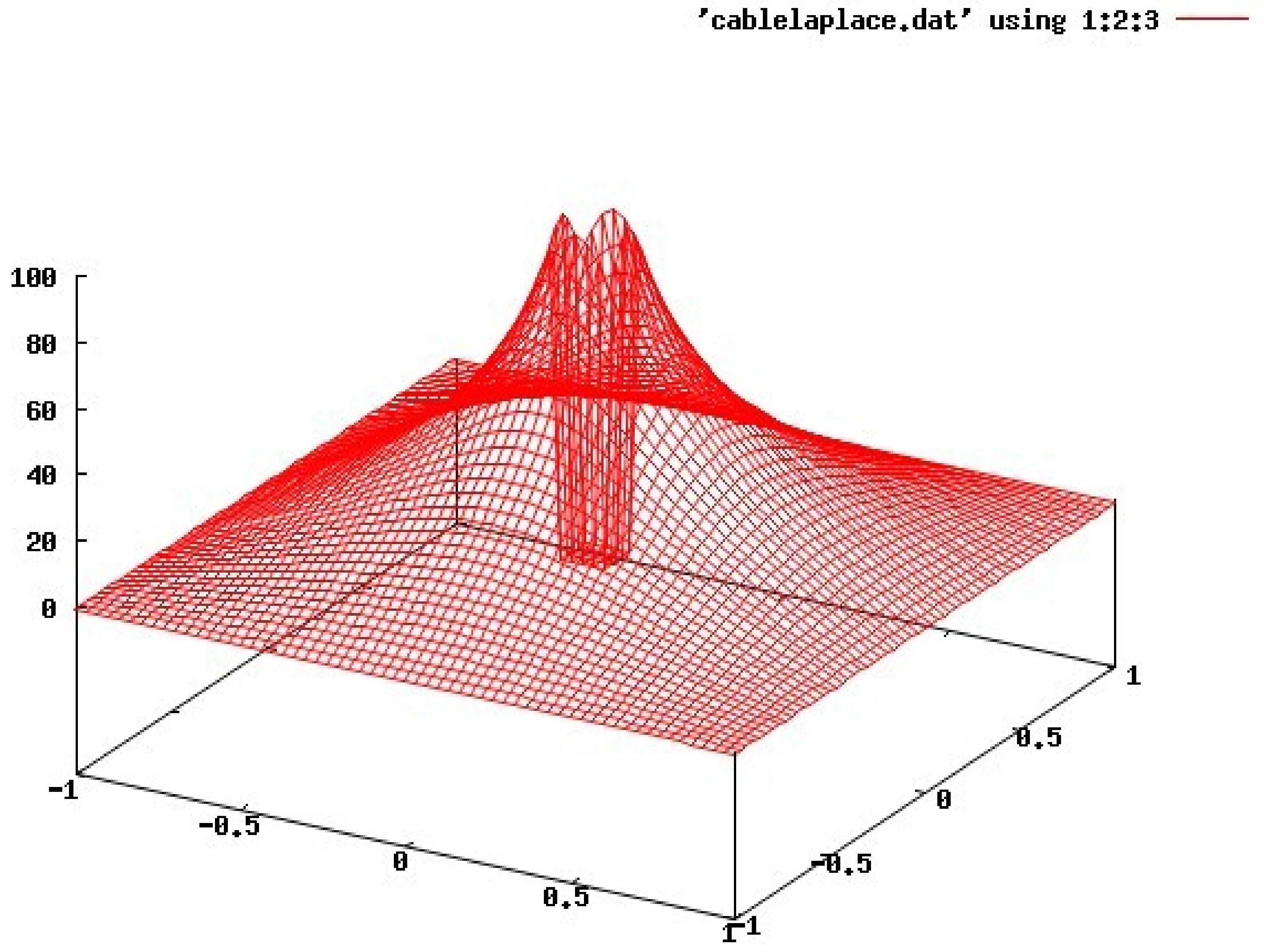
La instrucción más básica es la siguiente:

```
gnuplot> splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3
```

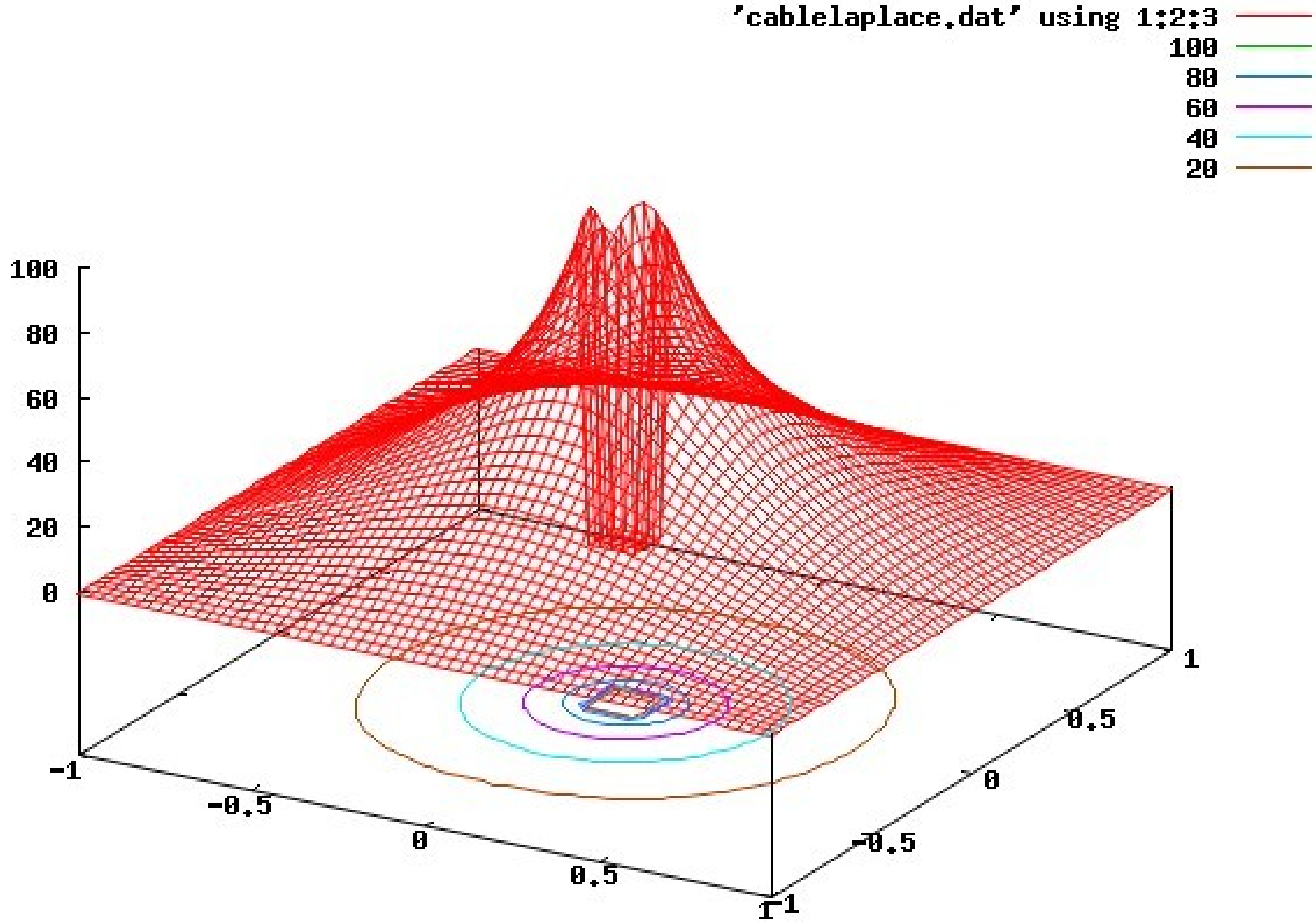
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3



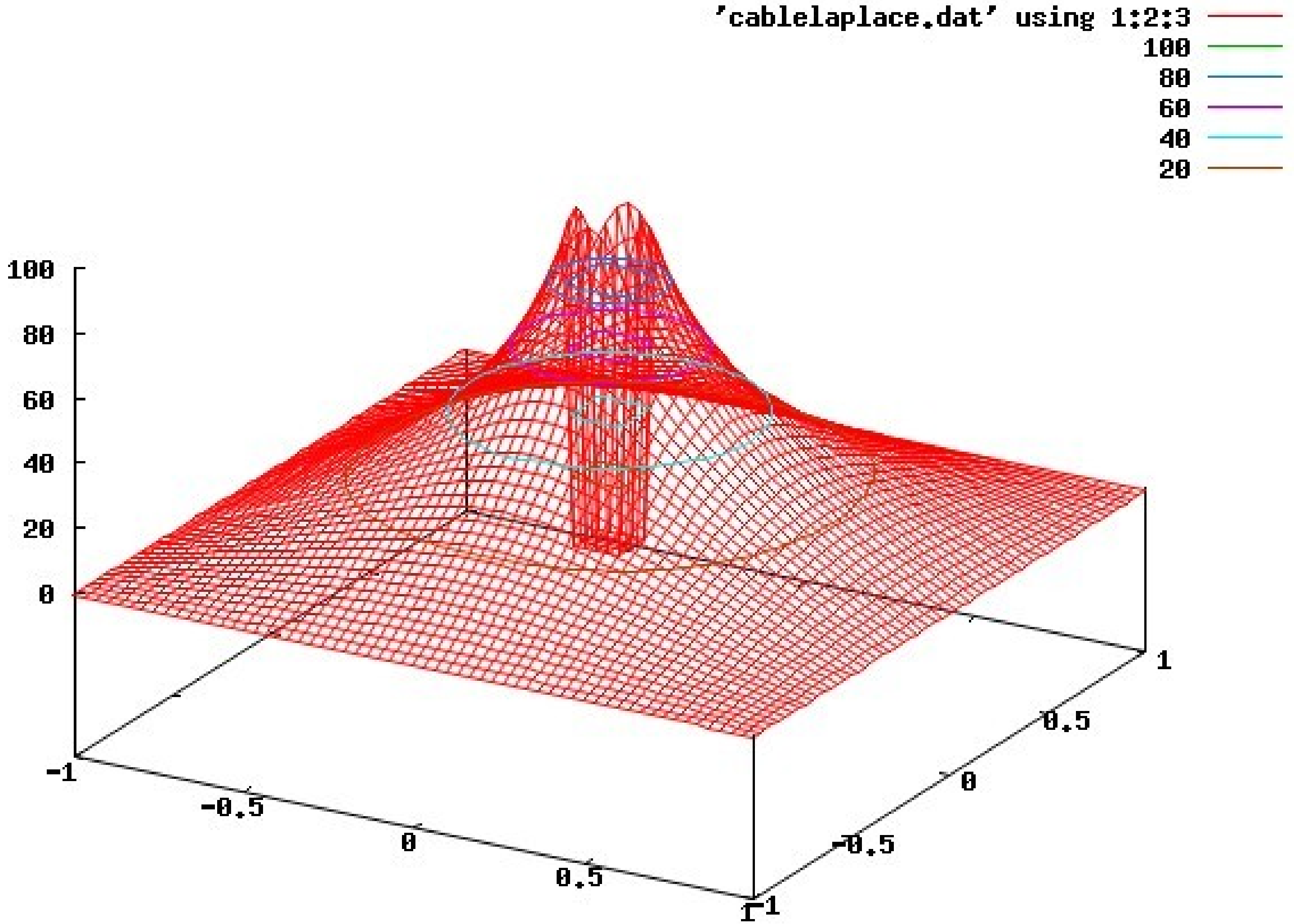
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3 with lines



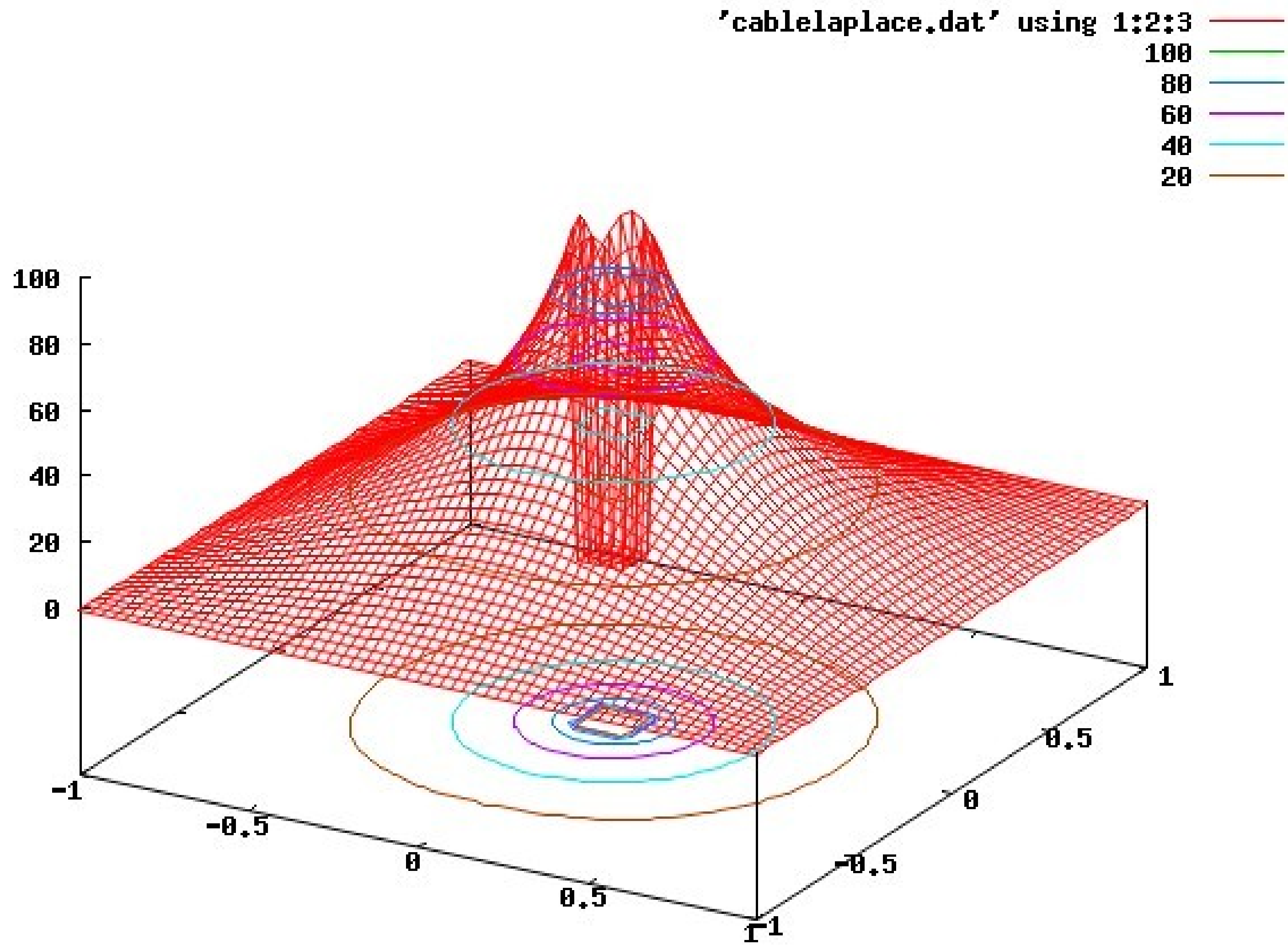
set contour base
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3 with lines



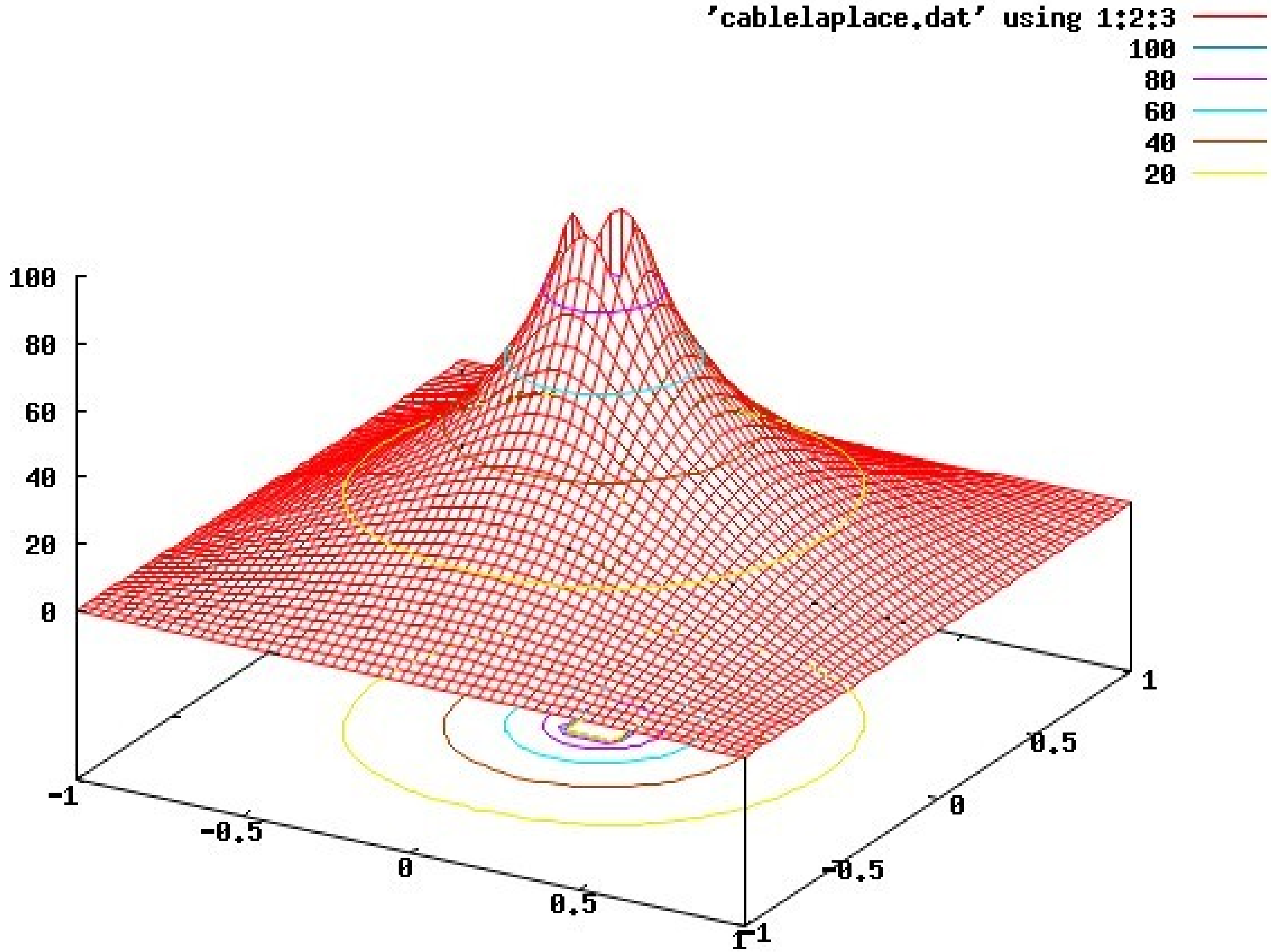
set contour surface
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3 with lines



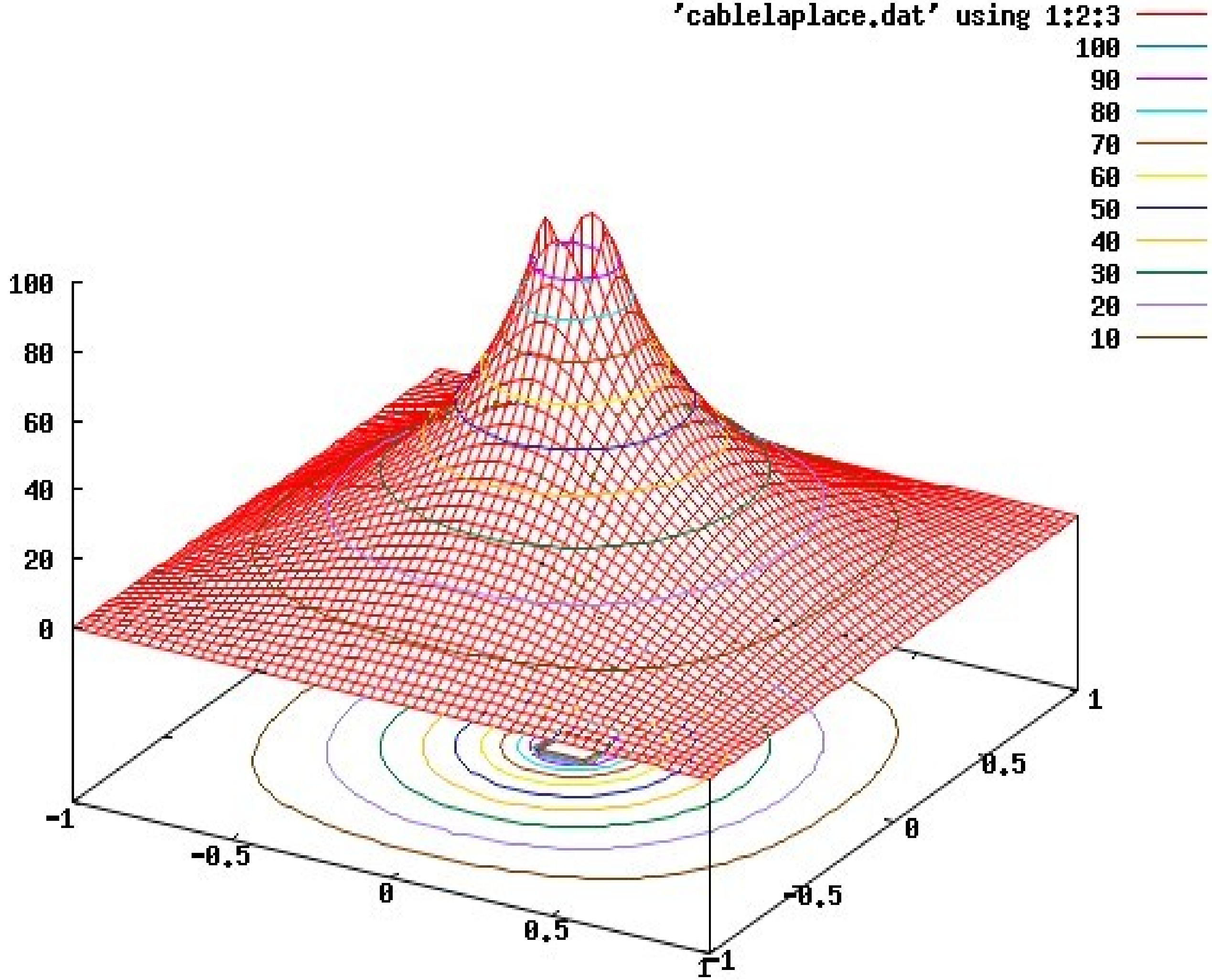
set contour both
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3 with lines



```
set hidden3d
set contour both
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3 with lines
```



set hidden3d
set cntrparam levels 15
set contour both
splot 'cablelaplace.dat' using 1:2:3 with lines



Ecuación de calor

Un hecho tan simple sucede en la naturaleza: el flujo de calor de una región caliente a una fría. Dejando en términos matemáticos el hecho, decimos que la razón de cambio de flujo de calor **H** a través de un material, es proporcional al gradiente de temperatura T en el material.

$$\boldsymbol{H} = -K \nabla T(\boldsymbol{x}, t)$$

Donde K es la conductividad términa del material. La cantidad total de calor Q(t) en cualquier momento, es proporcional a la integral de la temperatura dentro del volumen del material:

$$Q(t) = \int d\boldsymbol{x}\, C\,\rho(\boldsymbol{x})\, T(\boldsymbol{x}, t)$$

Donde C es el calor específico del material y es ρ la densidad del material.

Dado que la energía se conserva, la razón de decremento de Q con el tiempo debe de ser igual a la cantidad de calor fluyendo fuera del material. Después de que tenemos este balance de energía y aplicamos el teorema de la divergencia, la ecuación de calor, resulta:

$$\frac{\partial T(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = \frac{K}{C\rho}\nabla^2 T(\boldsymbol{x},t)$$

Que es una EDP de tipo parábolico con variables de posición y tiempo independientes. Especificar este tipo de problema implica que no sólo hay que observar la variación de la temperatura en las direcciones perpendiculares a una barra (y, z), sino que sólo tenemos una coordenada en el Laplaciano:

$$\frac{\partial T(\boldsymbol{x},t)}{\partial t} = \frac{K}{C\rho}\frac{\partial^2 T(\boldsymbol{x},t)}{\partial x^2}$$

La temperatura inicial de la barra y las condiciones de frontera son:

$$T(x, t=0) = 100\,°C$$

$$T(x=0, t) = T(x=L, t) = 0\,°C$$

En la siguiente página podrás revisar un tutorial bastante completo sobre el uso de gnuplot, en particular sobre la modificación de gráficas en 3D

http://t16web.lanl.gov/Kawano/gnuplot/index-e.html