Examen Tema 2 - Operaciones matemáticas básicas.
Curso de Física Computacional

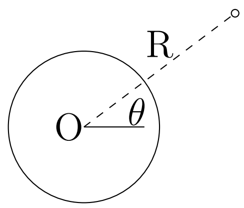
M. en C. Gustavo Contreras Mayén

Resuelve los siguientes problemas mediante un código con Python.

1. La trayectoria de un satélite que orbita la Tierra es

$$R = \frac{C}{1 + e \sin(\theta + \alpha)}$$

donde (R, θ) son las coordenadas polares del satélite, C, e, y α son constantes (e se conoce como la excentricidad de la órbita).



Si el satélite fue observado en las siguientes tres posiciones:

θ	$-30°$	$0°$	$30°$
R (km)	6870	6728	6615

Determinar el valor más pequeño de R en la trayectoria y el respectivo valor de θ.

2. La ecuación de equilibrio químico en la producción de metanol a partir de CO y H_2, es

$$\frac{\xi(3 - 2\xi)^2}{(1 - \xi)^3} = 249.2$$

donde ξ es el grado de equilibrio de la reacción. Determinar ξ.

3. Obtén la aproximación por diferencias centrales de $f''(x)$ de orden $O(h^4)$ aplicando la extrapolación de Richardson a la aproximación por diferencias centrales de orden $O(h^2)$.

4. Obtén la primera aproximación por diferencias centrales para $f^4(x)$ a partir de la serie de Taylor.

5. Evaluar
$$\int_{-1}^{1} \cos(2\cos^{-1} x)dx$$
con la regla de 1/3 de Simpson, usando 2, 4 y 6 bloques. Explicar los resultados.
6. Determina el valor de
$$\int_{1}^{\infty} (1+x^4)^{-1}dx$$
con la regla del trapecio, usando cinco bloques y compara el resultado con la integral exacta 0.24375. Tip: usa la transformación $x^3 = 1/t$.
7. El período de un péndulo simple de longitud L es $\tau = 4\sqrt{L/g}h(\theta_0)$, donde g es la aceleración debida a la gravedad, θ_0 representa la amplitud angular y
$$h(\theta_0) = \int_{0}^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-\sin^2(\theta_0/2)\sin^2\theta}}$$
Calcular $h(15°)$,$h(30°)$ y $h(45°)$, compara esos valores con $h(0) = \pi/2$ (que es el valor aproximado para pequeñas amplitudes).
8. La fórmula de Debye para la capacidad calorífica C_v de un sólido, es $C_v = 9Nkg(u)$, donde
$$g(u) = u^3 \int_{0}^{1/u} \frac{x^4 e^x}{(e^x-1)}dx$$
los términos de la ecuación son:
$$\begin{aligned} N &= \text{Número de partículas en el sólido} \\ k &= \text{Constante de Boltzmann} \\ u &= \frac{T}{\Theta_D} \\ T &= \text{temperatura absoluta} \\ \Theta_D &= \text{Temperatura de Debye} \end{aligned}$$
Calcular $g(u)$ para $u = 0$ a 1.0 en intervalos de 0.05, grafica los resultados.