Examen 2 - Operaciones matemáticas básicas

Cálculo de raíces - Solución

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

3 de octubre de 2013

Contenido

Contenido

Contenido

Contenido

Contenido

Contenido

Contenido

Problema 1

Dados los puntos

x	-1.2	0.3	1.1
y	-5.76	-5.61	-3.69

Calcula y en $x = 0$ usando: a) el método de Neville y b) el método de Lagrange.

Problema 1

Dados los puntos

x	-1.2	0.3	1.1
y	-5.76	-5.61	-3.69

Calcula y en $x = 0$ usando: a) el método de Neville y b) el método de Lagrange.

La raíz en ambos métodos, vale 6.0

Problema 2

Encontrar la raíz de $y(x)$ a partir de los siguientes datos:

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	1.8421	2.4694	2.4921	1.9047	0.8509	-0.4112

Usando la interpolación de Lagrange sobre a) tres puntos, y b) sobre cuatro puntos vecinos más cercanos.

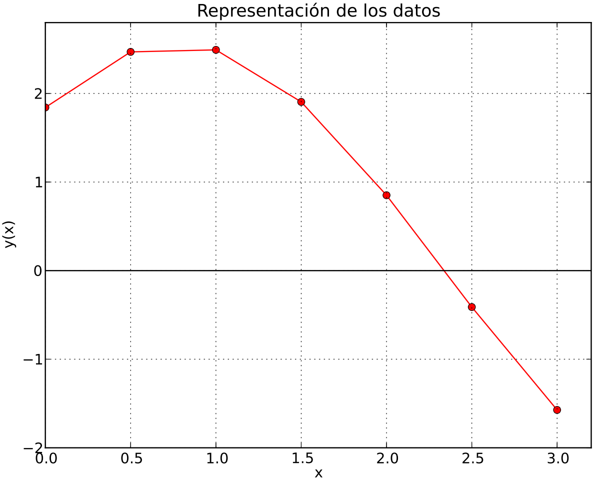
Problema 2

Encontrar la raíz de $y(x)$ a partir de los siguientes datos:

x	0	0.5	1	1.5	2	2.5
y	1.8421	2.4694	2.4921	1.9047	0.8509	-0.4112

Usando la interpolación de Lagrange sobre a) tres puntos, y b) sobre cuatro puntos vecinos más cercanos. El valor de la raíz es: 2.3397

Usaremos la interpolación de Lagrange para hallar una raíz



Dado que el punto de la raíz está entre los puntos 5 y 6, es decir, entre $(2, 0.8509)$ y $(2.5, -0.4112)$, escogemos los puntos más cercanos a ellos, para interpolar:

1. Usando 3 puntos (3 al 5):
   $x(y = 0) = 2.4037$

   ```
   lagrange(yDatos[3:5],xDatos[3:5],0)
   ```
2. Usando 3 puntos (4 al 6):
   $x(y = 0) = 2.3371$

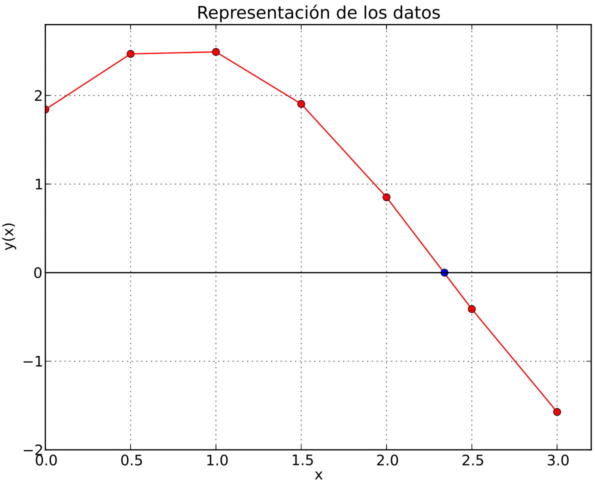
   ```
   lagrange(yDatos[4:6],xDatos[4:6],0)
   ```

1. Usando 4 puntos vecinos (3 al 6):
   $x(y = 0) = 2.3397$

   `lagrange(yDatos[3:7],xDatos[3:7],0)`
2. Usando los 7 puntos:
   $x(y = 0) = 70.0027$

   `lagrange(yDatos,xDatos,0)`

Resultado



Problema 3

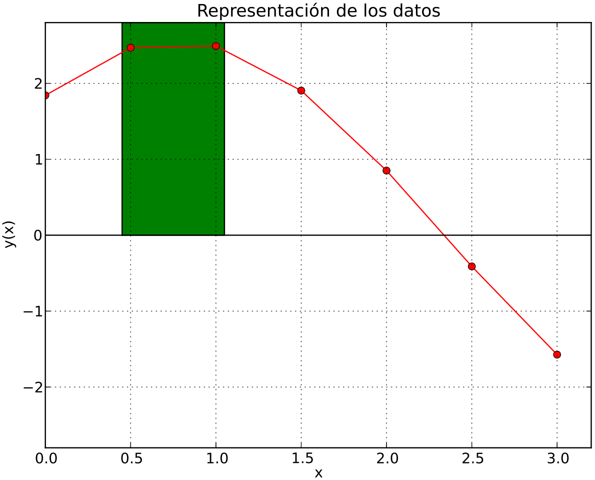
La función $y(x)$ del problema anterior, tiene un máximo en $x = 0.7679$. Calcular el valor máximo con el método de interpolación de Neville usando cuatro puntos vecinos.

Problema 3

La función $y(x)$ del problema anterior, tiene un máximo en $x = 0.7679$. Calcular el valor máximo con el método de interpolación de Neville usando cuatro puntos vecinos.

El valor máximo de la función es: 2.5568

Usemos de nuevo la gráfica y ubiquemos la zona de interés



Dado que el punto de la raíz debe estar entre los puntos 1 y 2, es decir, entre $(0.5, 2.4694)$ y $(1, 2.4921)$, escogeremos los 4 puntos más cercanos a ellos (puntos del 0 al 3):

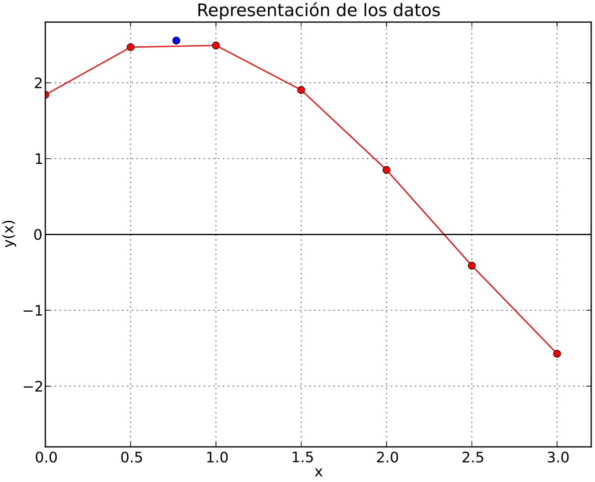
```
neville(xDatos[0:3],yDatos[0:3],0.7679)
```

Dado que el punto de la raíz debe estar entre los puntos 1 y 2, es decir, entre $(0.5, 2.4694)$ y $(1, 2.4921)$, escogeremos los 4 puntos más cercanos a ellos (puntos del 0 al 3):

```
neville(xDatos[0:3],yDatos[0:3],0.7679)
```

Por tanto $y(0.7679) = 2.5568$

Resultado



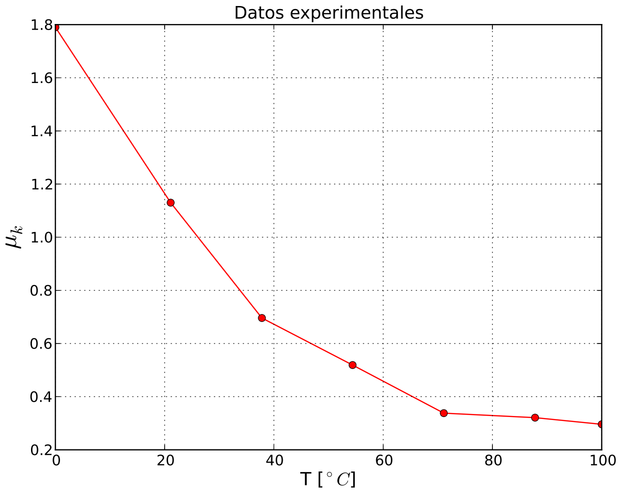
Problema 4

La viscosidad cinemática μ_k del agua varía con la temperatura T de la siguiente manera:

$T(^\circ C)$	0	21.1	37.8	54.4	71.1	87.8	100
$\mu_k(10^{-3} m^2/s)$	1.79	1.13	0.696	0.519	0.338	0.321	0.296

Interpolar μ_k para $T = 10^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ y 90°.

Gráfica de datos experimentales



Solución Problema 4

Definimos un arreglo con los puntos que deseamos interpolar $x0 = [10, 30, 60, 90]$ y un arreglo vacío $y = []$ para guardar los resultados y luego graficarlos.

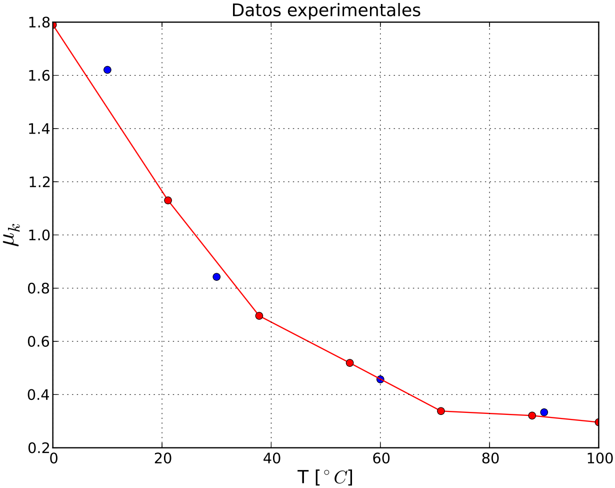
```
for i in range(4):
    y0.append(newton(xDatos,yDatos,x0[i]))
    print "mu(",x0[i],")=%1.3f" %y0[i]
    plt.plot(x0[i],y0[i],"bo")
```

Resultados

Los datos interpolados para $T = [10, 30, 60, 90]$ son:

Temperatura (T°)	Densidad (μ_k)
10°	1.621
30°	0.842
60°	0.457
90°	0.333

Resultados en la gráfica



Problema 5

La siguiente tabla muesta como la densidad relativa ρ del aire varía con la altitud h. Calcula la densidad relativa del aire en 10.5 km.

$h(km)$	0	1.525	3.050	4.575	6.10	7.625	9.150
ρ	1	0.8617	0.7385	0.6292	0.5328	0.4481	0.3741

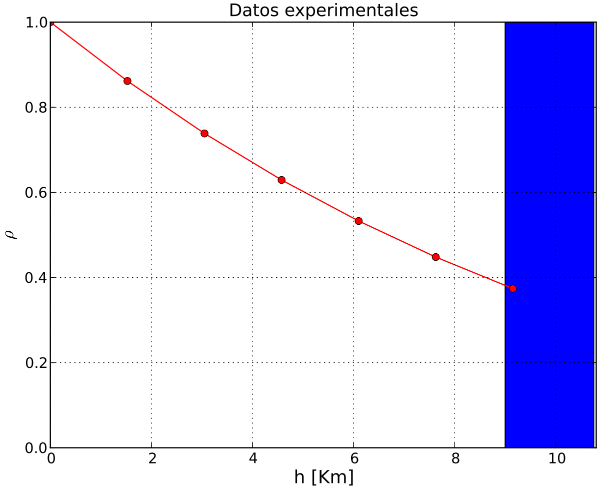
Problema 5

La siguiente tabla muesta como la densidad relativa ρ del aire varía con la altitud h. Calcula la densidad relativa del aire en 10.5 km.

$h(km)$	0	1.525	3.050	4.575	6.10	7.625	9.150
ρ	1	0.8617	0.7385	0.6292	0.5328	0.4481	0.3741

La densidad del aire en 10.5 km es de 0.3178

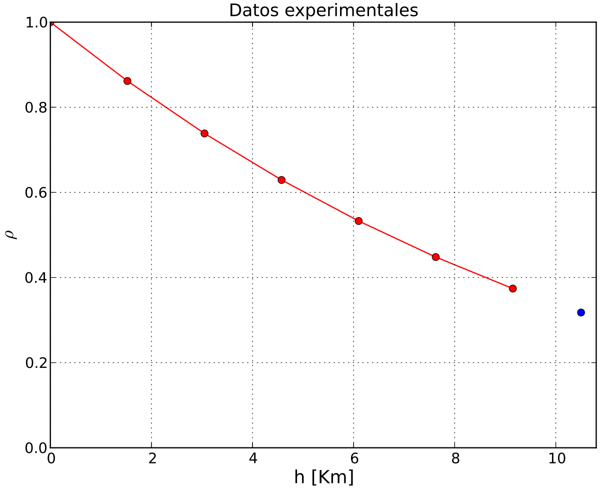
Gráfica de datos experimentales



Usamos el método de Neville:
`y0=neville(xDatos,yDatos,x0)`

para luego, ocupar el resultado $y0 = 0.3178$ y graficarlo.

Gráfica de datos experimentales

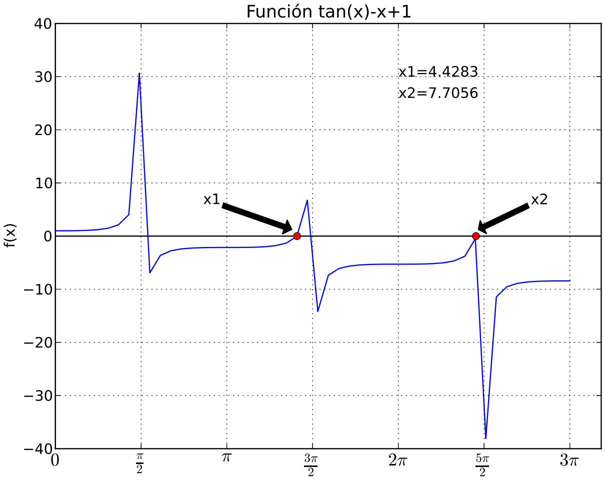


Problema 6

Encuentra todas las raíces positivas de las siguientes ecuaciones mediante el método de bisección, con una tolerancia de 0.001.

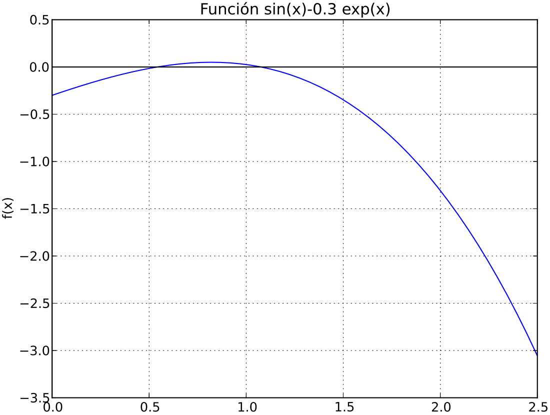
1. $\tan(x) - x + 1 = 0; \qquad 0 < x < 3\pi$
2. $\sin(x) - 0.3\exp(x) = 0; \qquad x > 0$
3. $-x^3 + x + 1 = 0$
4. $16x^5 - 20x^3 + x^2 + 5x - 0.5 = 0$

Inciso a) $\tan(x) - x + 1 = 0; \qquad 0 < x < 3\pi$

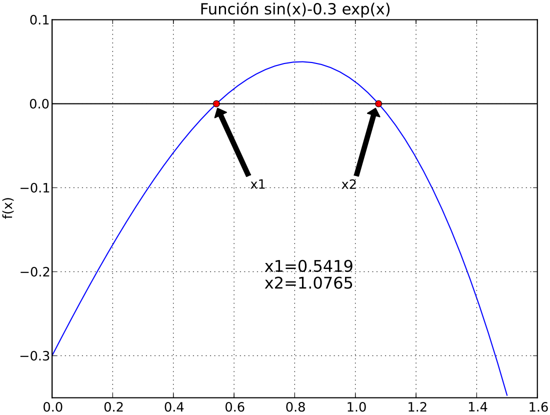


Hay que considerar el manejo de las singularidades.

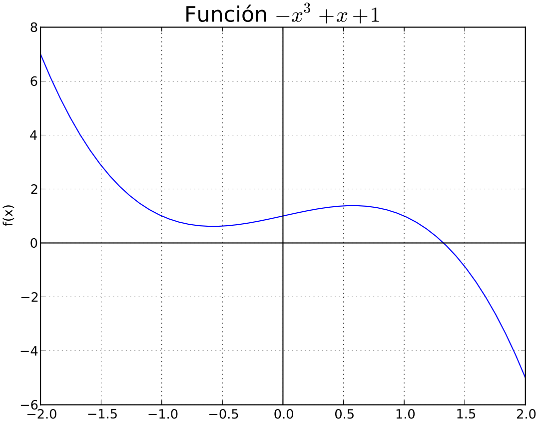
Inciso b) $\sin(x) - 0.3 \exp(x) = 0; \qquad x > 0$



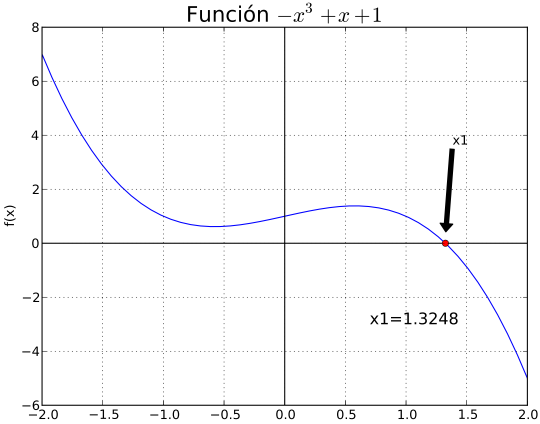
Inciso b) $\sin(x) - 0.3\exp(x) = 0; \qquad x > 0$



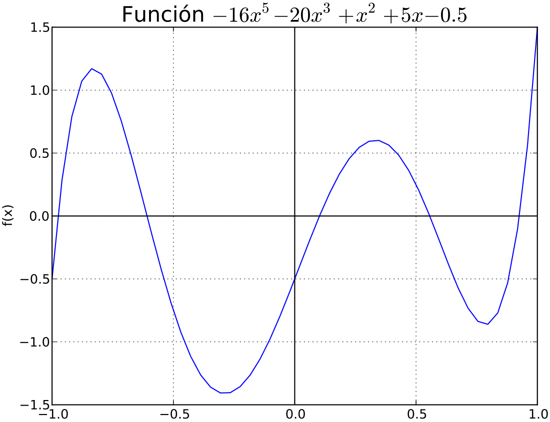
Inciso c) $-x^3 + x + 1 = 0$



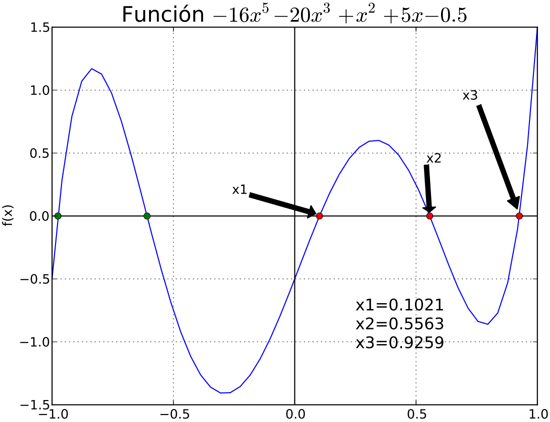
Inciso c) $-x^3 + x + 1 = 0$



Inciso d) $16x^5 - 20x^3 + x^2 + 5x - 0.5 = 0$



Inciso d) $16x^5 - 20x^3 + x^2 + 5x - 0.5 = 0$

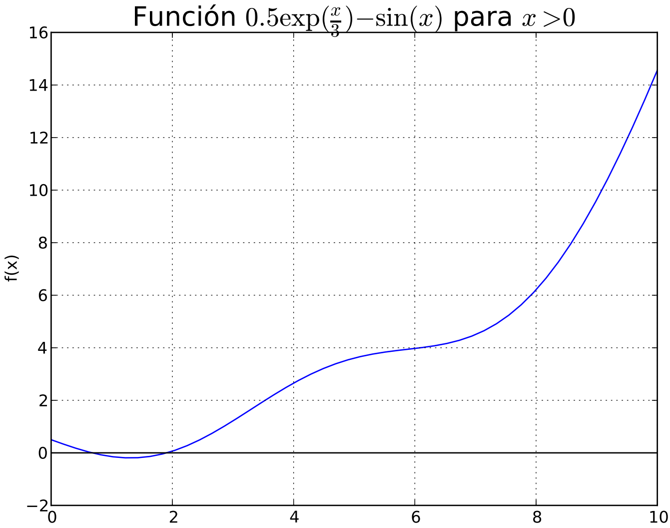


Problema 7

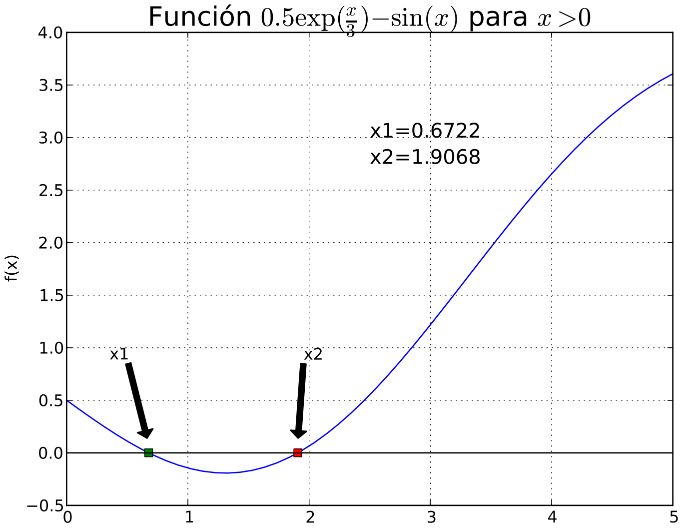
Determina las raíces de las siguientes ecuaciones mediante el método de la falsa posición modificada:

1. $f(x) = 0.5\exp(\frac{x}{3}) - \sin(x); \qquad x > 0$
2. $f(x) = \log(1 + x) - x^2$
3. $f(x) = \exp(x) - 5x^2$
4. $f(x) = x^3 + 2x - 1 = 0$
5. $f(x) = \sqrt{x + 2}$

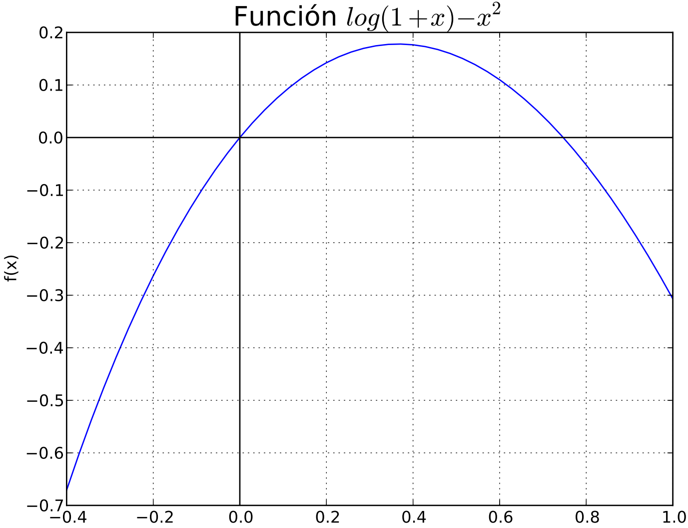
Inciso a) $f(x) = 0.5\exp(\frac{x}{3}) - \sin(x); \quad x > 0$



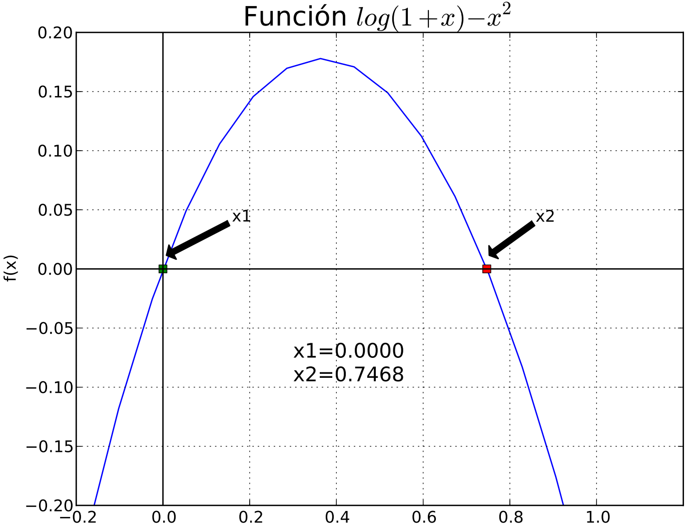
Inciso a) $f(x) = 0.5\exp(\frac{x}{3}) - \sin(x); \quad x > 0$



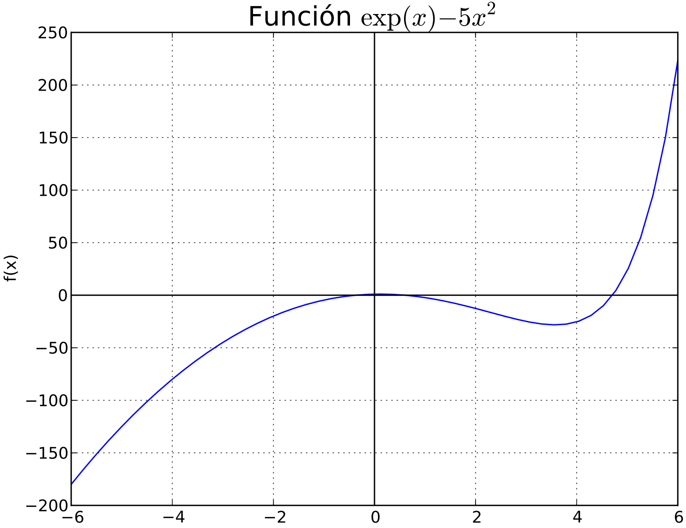
Inciso b) $f(x) = \log(1+x) - x^2$



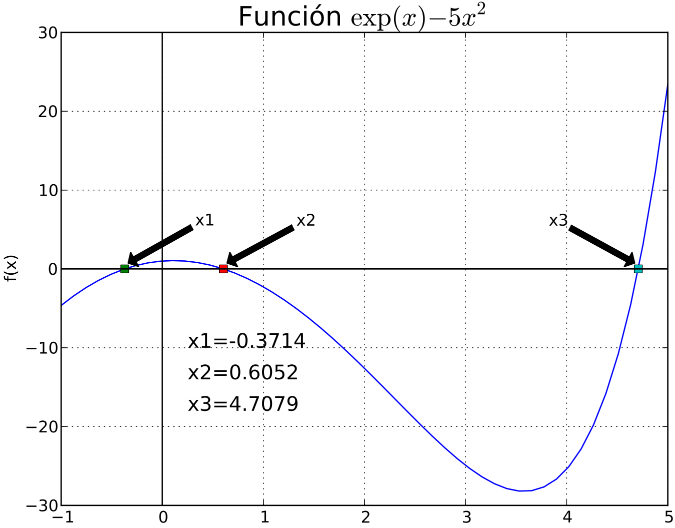
Inciso b) $f(x) = \log(1+x) - x^2$



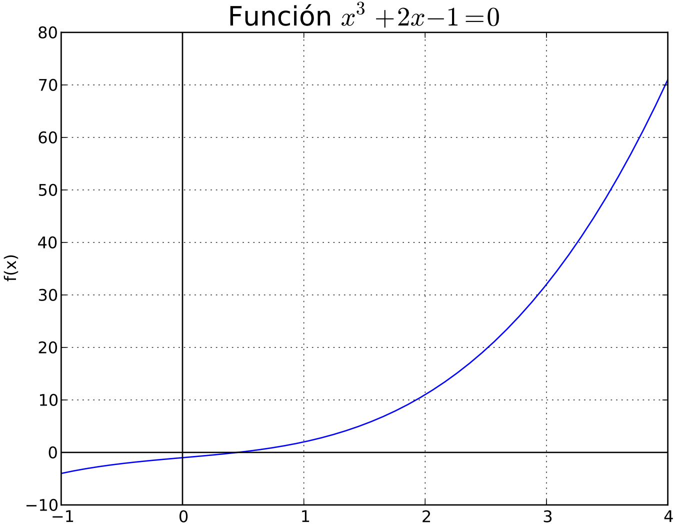
Inciso c) $f(x) = \exp(x) - 5x^2$



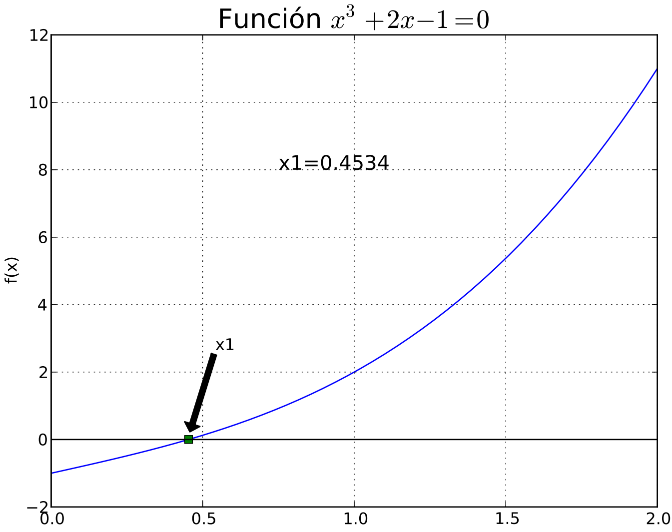
Inciso c) $f(x) = \exp(x) - 5x^2$



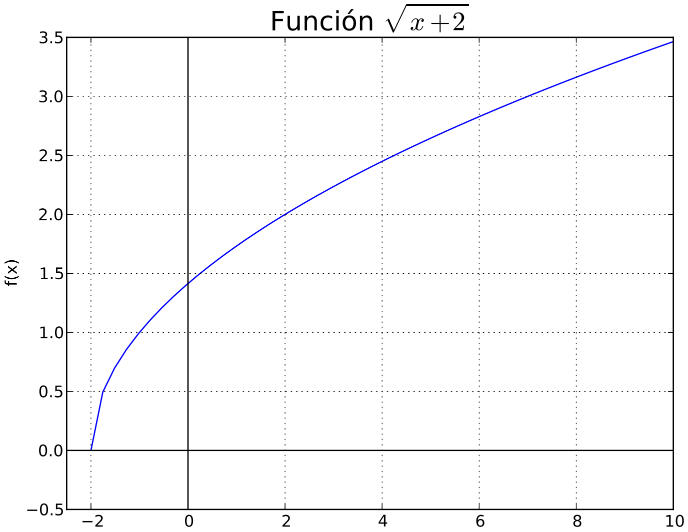
Inciso d) $f(x) = x^3 + 2x - 1 = 0$



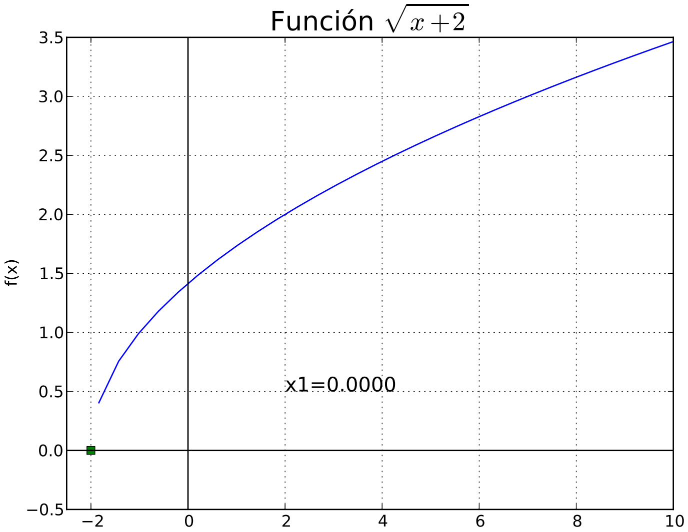
Inciso d) $f(x) = x^3 + 2x - 1 = 0$



Inciso e)



Inciso e)



Problema 8

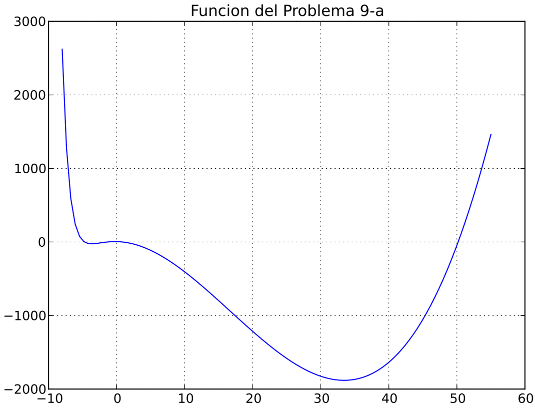
Dado que ya conocen las raíces de las funciones, esperaríamos que reportaran un valor casi idéntico, y hasta con un error relativo.

Problema 9

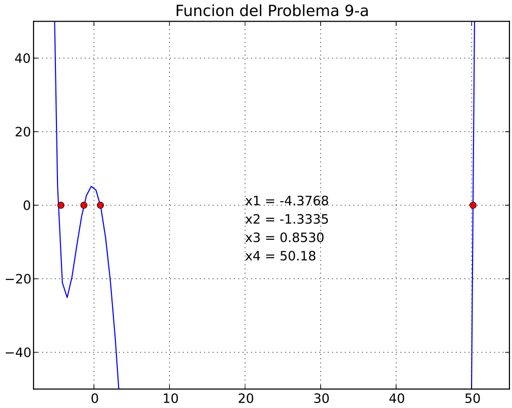
Identifica el intervalo para las raíces de las siguientes ecuaciones y calcula despúes las raíces mediante el método de la secante, con una tolerancia de 0.001:

1. $0.1x^3 - 5x^2 - x + 4 + \exp(-x) = 0$
2. $\ln(x) - 0.2x^2 + 1 = 0$
3. $x + \dfrac{1}{(x+3)x} = 0$

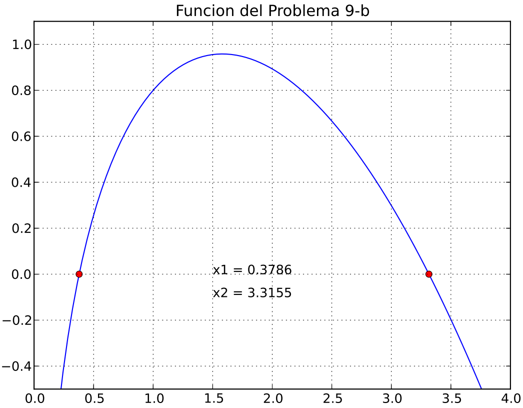
Inciso a) $0.1x^3 - 5x^2 - x + 4 + \exp(-x) = 0$



Inciso a) $0.1x^3 - 5x^2 - x + 4 + \exp(-x) = 0$



Inciso b)


Funcion del Problema 9-b
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0
x1 = 0.3786
x2 = 3.3155

Inciso c)