

# Incertidumbre y mediciones

## Curso de Física

M. en C. Gustavo Contreras Mayén

Facultad de Ciencias - UNAM

16 de agosto de 2018



1. Incertidumbre
2. Incertidumbre en medidas reproducibles
3. Incertidumbre en medidas no reproducibles
4. Representación de la incertidumbre
5. Cifras significativas

# 1. Incertidumbre

## 1.1 Fuentes de incertidumbre

## 1.2 Tipos de errores

# 2. Incertidumbre en medidas reproducibles

# 3. Incertidumbre en medidas no reproducibles

# 4. Representación de la incertidumbre

# 5. Cifras significativas

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- ✓ la naturaleza de la magnitud que se mide.

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- ✓ la naturaleza de la magnitud que se mide.
- ✓ el instrumento de medición.

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- ✓ la naturaleza de la magnitud que se mide.
- ✓ el instrumento de medición.
- ✓ el observador.

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- ✓ la naturaleza de la magnitud que se mide.
- ✓ el instrumento de medición.
- ✓ el observador.
- ✓ las condiciones externas.

Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida.



Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida.

La tarea de detectar y evaluar las incertidumbres no es simple e implica conocer diversos aspectos de la medición.

Se clasifican en dos grandes grupos:

- 1 Errores aleatorios.

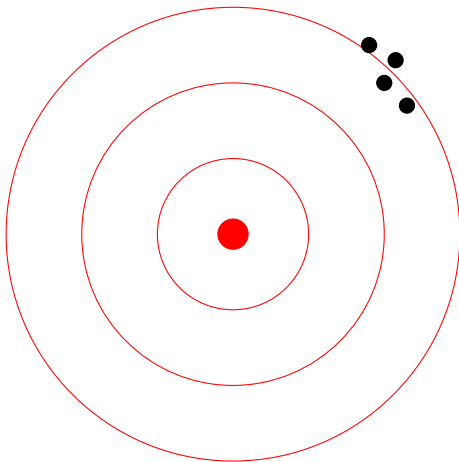
Se clasifican en dos grandes grupos:

- 1 Errores aleatorios.
- 2 Errores sistemáticos.

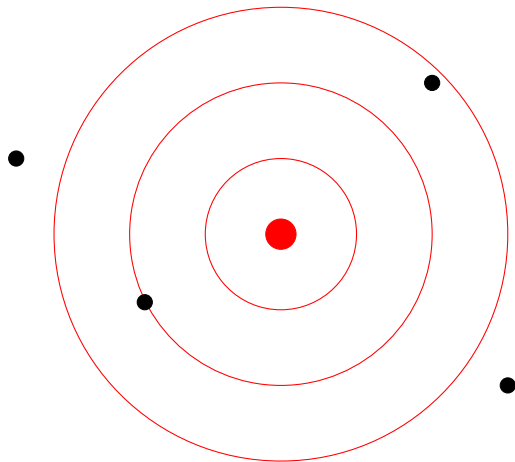
Se les llama errores “accidentales” o aleatorios a aquellos que aparecen cuando se realizan mediciones repetidas de la misma variable, se obtienen valores diferentes, con igual probabilidad de estar por arriba o por debajo del valor real.

Son aquellos errores en donde se presenta una desviación constante de todas las medidas ya sea siempre hacia arriba o siempre hacia abajo del valor real, por ejemplo una mala calibración del instrumento de medición.

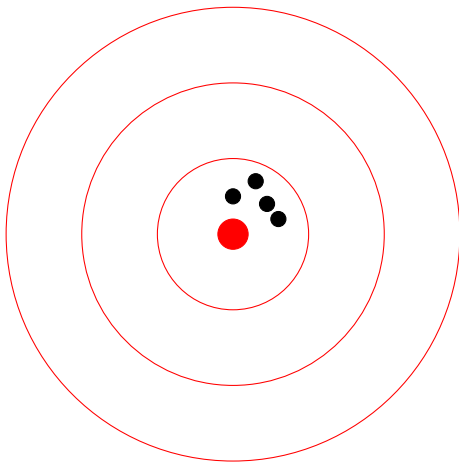
# Medición precisa pero no exacta



# Medición nada precisa y nada exacta

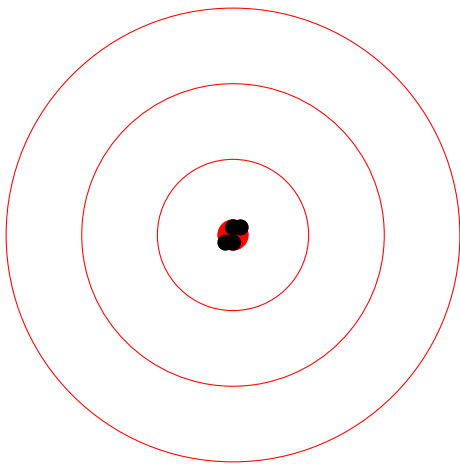


# Medición precisa y exacta





# Medición ideal



**Figura:** La medida ideal es aquella que tendría un 100 % de exactitud y un 100 % de precisión.

1. Incertidumbre

2. Incertidumbre en medidas reproducibles

2.1 Criterio para asignar

3. Incertidumbre en medidas no reproducibles

4. Representación de la incertidumbre

5. Cifras significativas

Cuando se realiza una serie de medidas de una misma magnitud con el mismo instrumento, se obtienen los mismos resultados, pero **no se puede concluir que la incertidumbre sea cero.**

Cuando se realiza una serie de medidas de una misma magnitud con el mismo instrumento, se obtienen los mismos resultados, pero **no se puede concluir que la incertidumbre sea cero.**

Lo que sucede es que los errores quedan ocultos ya que son menores que la incertidumbre asociada al aparato de medición.

En este caso, puede establecerse un criterio simple y útil:

En este caso, puede establecerse un criterio simple y útil:

*cuando las medidas son reproducibles, se asigna una incertidumbre igual a la mitad de la división más pequeña del instrumento, la cual se conoce como resolución.*

Al medir repetidas veces el volumen de un líquido con un instrumento graduado en mililitros, obtiene siempre 48.0 mL, la incertidumbre será  $\pm 0.5$  mL.

Al medir repetidas veces el volumen de un líquido con un instrumento graduado en mililitros, obtiene siempre 48.0 mL, la incertidumbre será  $\pm 0.5$  mL.

Lo que significa que la medición está entre 47.5 mL - 48.5 mL, a éste se le conoce como intervalo de confianza de la medición y su tamaño es el doble de la incertidumbre.



1. Incertidumbre

2. Incertidumbre en medidas reproducibles

3. Incertidumbre en medidas no reproducibles

3.1 Incertidumbre asociada

4. Representación de la incertidumbre

5. Cifras significativas

Cuando se hacen repeticiones de una medida en las mismas condiciones y éstas en general son diferentes, tomando en cuenta que la medida “real” no se conoce, surgen algunas preguntas interesantes:

1 ¿Cuál es el valor que se reporta?

Cuando se hacen repeticiones de una medida en las mismas condiciones y éstas en general son diferentes, tomando en cuenta que la medida “real” no se conoce, surgen algunas preguntas interesantes:

- 1 ¿Cuál es el valor que se reporta?
- 2 ¿Cuál es el valor más probable?

Cuando se hacen repeticiones de una medida en las mismas condiciones y éstas en general son diferentes, tomando en cuenta que la medida “real” no se conoce, surgen algunas preguntas interesantes:

- 1 ¿Cuál es el valor que se reporta?
- 2 ¿Cuál es el valor más probable?
- 3 ¿Qué incertidumbre se asigna a ese valor?

Se acepta que el valor más representativo es el promedio ( $\bar{x}$ ) de las mediciones, que se calcula por

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

donde  $x_1, x_2, \dots, x_n$  son las lecturas particulares y  $n$  es el número de repeticiones.

A reserva de hacer un estudio estadístico riguroso, utilizaremos un criterio muy sencillo.

Se debe de considerar la dispersión de los valores obtenidos y que en lo posible, el intervalo definido incluya el valor verdadero de la medición.

# La incertidumbre asociada

Se considera como valor de incertidumbre la **desviación absoluta máxima**.

Se considera como valor de incertidumbre la **desviación absoluta máxima**.

Que corresponde a la mayor de las diferencias absolutas entre el valor promedio y las lecturas obtenidas.



Al medir el tiempo de vaciado del agua contenida en un embudo cuando se escurre por el fondo, después de repetir el experimento cinco veces en las mismas condiciones, se obtuvieron los siguiente datos:

# Ejemplo

Medición	Tiempo (s)
$t_1$	35.4
$t_2$	30.2
$t_3$	33.0
$t_4$	29.6
$t_5$	32.8

El tiempo más probable ( $\bar{t}$ ) es

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = 32.2 \text{ s}$$

El tiempo más probable ( $\bar{t}$ ) es

$$\bar{t} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} = 32.2 \text{ s}$$

Los valores extremos son: 35.4 s (máximo) y 29.6 s (mínimo).

Las diferencias absolutas con respecto al promedio son:

$$|32.2 - 35.4| = 3.2$$

$$|32.2 - 29.6| = 2.6$$

# Ejemplo

Las diferencias absolutas con respecto al promedio son:

$$|32.2 - 35.4| = 3.2$$

$$|32.2 - 29.6| = 2.6$$

La diferencia absoluta mayor corresponde a 3.2, por lo que el resultado de las mediciones se reporta como

$$t = 32.2 \pm 3.2 \text{ s}$$

# Regla para expresar una medida

Toda medida ya sea reproducible o no, debe de ir seguida por la unidad de la variable que se mide y se expresa de la forma

$$\bar{x} \pm \delta x \text{ unidades}$$

# Regla para expresar una medida

Donde  $\bar{x}$  representa el valor central de la medición y  $\delta x$  representa su incertidumbre.



# Regla para expresar una medida

Donde  $\bar{x}$  representa el valor central de la medición y  $\delta x$  representa su incertidumbre.

De manera que se entienda que la medición está comprendida dentro del intervalo

$$[\bar{x} - \delta x, \bar{x} + \delta x]$$

1. Incertidumbre

2. Incertidumbre en medidas reproducibles

3. Incertidumbre en medidas no reproducibles

4. Representación de la incertidumbre

4.1 Incertidumbre relativa

4.2 Incertidumbre porcentual

5. Cifras significativas

# ¿Qué es la incertidumbre relativa?

Utilizando una cinta métrica cuya mínima escala es 0.1 cm, se hacen las mediciones de

Ancho de una puerta	$a = (150.00 \pm 0.05) \text{ cm}$
Largo de un lápiz	$L = (10.00 \pm 0.05) \text{ cm}$

■ La incertidumbre absoluta ( $0.05\text{ cm}$ ) es la misma para las dos mediciones.

- La incertidumbre absoluta (0.05 cm) es la misma para las dos mediciones.
- Pero 0.05 cm distribuidos a lo largo de 150.0 cm es mucho menos que si se reparten sobre 10.0 cm.

- La incertidumbre absoluta ( $0.05\text{ cm}$ ) es la misma para las dos mediciones.
- Pero  $0.05\text{ cm}$  distribuidos a lo largo de  $150.0\text{ cm}$  es mucho menos que si se reparten sobre  $10.0\text{ cm}$ .
- La significancia de  $0.05\text{ cm}$  es mayor cuando se miden  $10.0\text{ cm}$  que cuando se miden  $150.0\text{ cm}$ .

# Definición de incertidumbre relativa

Se define la incertidumbre relativa como el cociente entre la incertidumbre relativa y la magnitud observada:

$$\delta_r x = \frac{\delta x}{x_0}$$

# Incertidumbre relativa

De los ejemplos anteriores:

Para la puerta se tiene

$$\delta_r a = \frac{0.05 \text{ cm}}{150.0 \text{ cm}} = 0.00033$$

Para el lápiz se tiene

$$\delta_r L = \frac{0.05 \text{ cm}}{10.0 \text{ cm}} = 0.0055$$

La incertidumbre relativa es una *cantidad adimensional*.



Si se dice que una medición  $x_0$  tiene una incertidumbre del 50 %, nos podemos dar una idea de la magnitud del error, aún sin conocer la magnitud observada, lo mismo pasaría con un error del 5 %.

# Definición de incertidumbre porcentual

La incertidumbre porcentual es el índice más utilizado para especificar la precisión de una medida, se obtiene multiplicando la incertidumbre relativa por 100 %:

$$\delta_{\%} x = \delta_r x \times 100 \%$$

Expresando la incertidumbre porcentual, ahora tenemos una idea de la magnitud del error asociado a la medición:

Puerta	$\delta_{\%} a = 0.00033 \times 100 \% = 0.033 \%$
Lápiz	$\delta_{\%} L = 0.0055 \times 100 \% = 0.55 \%$

1. Incertidumbre

2. Incertidumbre en medidas reproducibles

3. Incertidumbre en medidas no reproducibles

4. Representación de la incertidumbre

5. Cifras significativas

5.1 Definición

En una medición, son cifras significativas todas aquellas que pueden leerse directamente del aparato de medición.

Al reportar medidas con el número correcto de cifras significativas, se indica implícitamente, la mínima escala del instrumento de medición.

# Ejemplo de medición

Se mide con un vernier cuya mínima escala es 0.01 cm y se obtiene la cantidad de 12.49 cm.

# Ejemplo de medición

Se mide con un vernier cuya mínima escala es 0.01 cm y se obtiene la cantidad de 12.49 cm.

Se tienen cuatro cifras: 1, 2, 4, 9 como en el vernier se pueden leer las centésimas de centímetro, implícitamente se está considerando un intervalo de incertidumbre:

$$[12.485, 12.495]$$



Si la mínima escala del vernier fuera de:

$$0.05 \text{ mm} = 0.005 \text{ cm}$$

el dato del ejemplo anterior estaría mal expresado, ya que debería de reportarse como 12.490 cm

Si la mínima escala del vernier fuera de:

$$0.05 \text{ mm} = 0.005 \text{ cm}$$

el dato del ejemplo anterior estaría mal expresado, ya que debería de reportarse como 12.490 cm

De esta forma se indica que la medición había sido tomada con un instrumento que mide centésimas de milímetro.

La medida 2047.63 kg obtenida con una balanza de sensibilidad de 1/10 g, tiene cinco cifras significativas: 2, 0, 4, 7, 6.

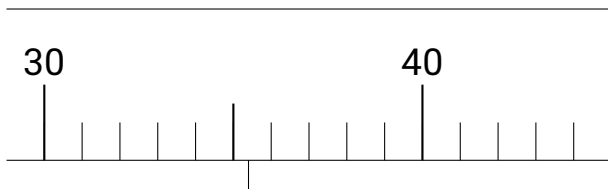
# Cifras sin sentido

La medida 2047.63 kg obtenida con una balanza de sensibilidad de 1/10 g, tiene cinco cifras significativas: 2, 0, 4, 7, 6.

La última cifra 3, que corresponde a una centésima de gramo, **no puede leerse** con esta balanza, por tanto, no tiene sentido.

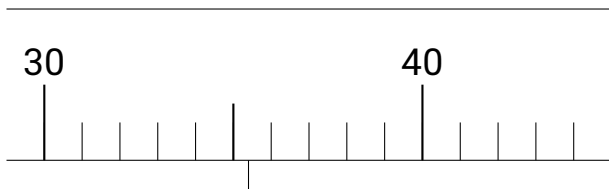
En ocasiones se presentará la siguiente situación:

La longitud está entre 35 y 36 mm



En ocasiones se presentará la siguiente situación:

La longitud está entre 35 y 36 mm



¿Cómo se reporta?

¿ $(35.5 \pm 0.5)$  mm? ¿ $(36.0 \pm 0.5)$  mm?

En estos casos se justifica apreciar una cifra más, con el objeto de centrar el intervalo de incertidumbre:

$$(35.\underline{5} \pm 0.5) \text{ mm}$$

En estos casos se justifica apreciar una cifra más, con el objeto de centrar el intervalo de incertidumbre:

$$(35.\underline{5} \pm 0.5) \text{ mm}$$

Con esto aseguramos que la longitud está comprendida entre 35 y 36 mm. La cifra apreciada no es significativa, se señala con el subrayado.



Cuando tenemos que

$$3.714 \text{ m} = 37.14 \text{ dm} = 371.4 \text{ cm} = 3714 \text{ mm}$$

Cuando tenemos que

$$3.714 \text{ m} = 37.14 \text{ dm} = 371.4 \text{ cm} = 3714 \text{ mm}$$

En todos los casos hay cuatro cifras significativas.

Cuando tenemos que

$$3.714 \text{ m} = 37.14 \text{ dm} = 371.4 \text{ cm} = 3714 \text{ mm}$$

En todos los casos hay cuatro cifras significativas.

La posición del punto decimal, es independiente del número de ellas.

En los casos en que haya necesidad de hacer un cambio de unidades *agregando ceros* a la derecha o a la izquierda, se tiene que

$$3.714 \text{ m} = 0.003\,714 \text{ km} = 3.714 \times 10^{-3} \text{ km}$$

# El cero como cifra significativa

En los casos en que haya necesidad de hacer un cambio de unidades *agregando ceros* a la derecha o a la izquierda, se tiene que

$$3.714 \text{ m} = 0.003\,714 \text{ km} = 3.714 \times 10^{-3} \text{ km}$$

El número de cifras significativas sigue siendo cuatro, los ceros agregados no cuentan como tales.

Si transformamos a micras

$$3.714 \text{ m} = 371\,400 \mu\text{m} = 3.714 \times 10^4 \mu\text{m}$$

El número de cifras significativas, sigue siendo cuatro.

Si transformamos a micras

$$3.714 \text{ m} = 371\,400 \mu\text{m} = 3.714 \times 10^4 \mu\text{m}$$

El número de cifras significativas, sigue siendo cuatro.

Agregando ceros a la derecha o a la izquierda (usar potencias de 10) no afecta a las cifras significativas.