FFI 0201 - Introdução à Física Computacional

Quinto Projeto

Instruções

- Crie um diretório ***proj5_#usp*** em `/home/public/IntroFisComp16/projeto5`
- Proteja seu diretório para não ser lido por `g` e `o`
- Deixe no diretório apenas 3 arquivos, de nomes `exer.f90`, `graf1.ps` e `graf2.ps`
- Os códigos devem seguir rigorosamente os padrões especificados abaixo para `entrada/saída`
- **Use precisão dupla em seus resultados**
- Note: se deixar de fazer algum exercício não inclua o arquivo correspondente

Exercícios

O objetivo deste projeto é o cálculo do chamado `efeito Magnus`, que explica por que uma bola adquire *efeito* quando lançada em rotação. O efeito é bastante utilizado em vários esportes, como o *baseball*, o tênis e o futebol. Em linhas gerais, devido aos efeitos resistivos do ar em contato com a bola em rotação, há menor pressão de ar sobre um dos lados da bola, o que a faz descrever uma curva inesperada, que pode ser calculada de forma a enganar os adversários no jogo. O efeito depende da velocidade de rotação da bola e será mais forte se a bola for menos lisa, pois assim o efeito resistivo será maior. (É por isso que as bolas de tênis são "peludas".)

Em nosso projeto, vamos considerar o caso da cobrança de faltas no futebol (efeito do "chute do Roberto Carlos"). Portanto, nosso espaço de coordenadas deve ser um campo, localizado no plano $x-y$, tomando a origem $(x, y, z) = (0, 0, 0)$ como o ponto de cobrança da falta. Considere a trave com $6m$ de comprimento e com vértices superiores("ângulos") nas posições $(x_1, y_1, z_1) = (40\ m, 4\ m, 2.5\ m)$ e $(x_2, y_2, z_2) = (40\ m, 10\ m, 2.5\ m)$ conforme a figura abaixo.

Tome a velocidade da bola como $v_0 = 100\ km/h$ e considere que o tempo que o pé impulsiona a bola (que se deforma) é de aproximadamente $0.05\ s$.Se a bola possui massa $m_b = 1\ kg$ teremos, para a força que impulsiona a bola,

$$F_0 = \frac{\Delta P}{\Delta t_0} = \frac{m_b v_0}{\Delta t_0} \approx 555\ N\ .$$

Considerando que o chute pegue a bola a uma distância r_0 de $10\ cm$ do centro (sendo o raio r_b de aproximadamente $13\ cm$), podemos calcular o torque

$$\tau_0 = \frac{\Delta L}{\Delta t_0} = \frac{I\omega}{\Delta t_0} = \frac{2m_b r_b^2}{3} \frac{\omega}{\Delta t_0} = F_0 r_0$$

e temos assima a velocidade de rotação da bola

$$\omega = \frac{F_0 r_0 \Delta t_0}{2 m_b r_b^2} \approx 39 \ rot/s \ .$$

A equação de movimento da bola levando em conta a resistência do ar foi vista no projeto anterior. Vamos supor que o coeficiente γ_2 seja dado pela mesma expressão que para bolas de baseball (ver Giordano & Nakanishi, Cap.2), i.e.

$$\frac{\gamma_2}{m_b} = a_1 + \frac{a_2}{1 + \exp(\frac{v - v_d}{\Delta})}$$

com

$$a1 = 0.0039 \ m^{-1}, \quad a2 = 0.0058 \ m^{-1}, \quad vd = 35 \ m/s, \quad \Delta = 5 \ m/s \ .$$

Para cada direção vale

$$\frac{dv}{dt} = \frac{F}{m_b} \ ,$$

onde a força efetiva decorrente do efeito Magnus é

$$\mathbf{F}_M = \beta_0 \omega \times \mathbf{v} \ ,$$

sendo ω e $\mathbf{v}$ as velocidades angulares e vetoriais da bola e β_0 uma constante com dimensão de massa, estimada experimentalmente. Vamos supor que a velocidade angular seja sempre na direção z. Levando em conta as várias forças, temos as equações de movimento para a bola

$$\frac{dx}{dt} = v_x \ , \quad \frac{dy}{dt} = v_y \ , \quad \frac{dz}{dt} = v_z$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -\frac{\gamma_2}{m_b} v v_x - \frac{\beta_0}{m_b} \omega v_y \ ,$$

$$\frac{dv_y}{dt} = -\frac{\gamma_2}{m_b} v v_y + \frac{\beta_0}{m_b} \omega v_x \ ,$$

$$\frac{dv_x}{dt} = -g - \frac{\gamma_2}{m_b} v v_z \ .$$

Discretizando as derivadas pelo método de Euler temos

$$x_{i+1} = x_i + v_{x,i} \Delta t \ , \quad y_{i+1} = y_i + v_{y,i} \Delta t \ , \quad z_{i+1} = z_i + v_{z,i} \Delta t$$

$$v_i = \sqrt{v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2} \ , \quad \frac{\gamma_{2,i}}{m_b} = a_1 + \frac{a_2}{1 + \exp(\frac{v_i - v_d}{\Delta})}$$

$$v_{x,i+1} = v_{x,i} - (\frac{\gamma_{2,i}}{m_b} v_i v_{x,i} + \frac{\beta_0}{m_b} \omega v_{y,i}) \Delta t,$$

$$v_{y,i+1} = v_{y,i} - (\frac{\gamma_{2,i}}{m_b} v_i v_{y,i} - \frac{\beta_0}{m_b} \omega v_{x,i}) \Delta t,$$

$$v_{z,i+1} = v_{z,i} - (g + \frac{\gamma_{2,i}}{m_b} v_i v_{z,i}) \Delta t,$$

onde $t_i = i \Delta t$, $x_i = x(t_i)$, etc.

Em seu programa, leia (cada um em uma linha) a partir do terminal:

- parâmetro β_0/m_b (cerca de 5×10^{-4})
- θ_0 (ângulo inicial da velocidade, com a vertical)
- ϕ_0 (ângulo inicial da velocidade, com o eixo x)

onde θ_0 e ϕ_0 são dados em radianos e definem a direção e sentido da velocidade inicial em coordenadas esféricas:

$$\vec{v_0} = |\vec{v_0}|[\ \sin(\theta_0)\cos(\phi_0)\ \hat{i} + \sin(\theta_0)\sin(\phi_0)\ \hat{j} + \cos(\theta_0)\ \hat{k}\ ]\ .$$

Use $v_0 = 100\ km/h$, incremento de tempo $\Delta t = 0.01\ s$, $g = 9.8\ m/s^2$, $m_b = 1\ kg$ e os valores típicos fornecidos acima para a_1, a_2, etc. A saída do programa deve ser:

- resposta (no terminal) à pergunta "o jogador vai fazer gol?" (despreze o papel da barreira e do goleiro!) no formato que quiser, mas contendo a palavra "sim" ou "nao" (sem acento) como última palavra da última linha da resposta.
- o arquivo `chute_out.dat`, com a posição no plano $x - y$ em função do tempo para a trajetória até o gol($x = 40\ m$), no formato:

  ```
  x    y
  ```

  A primeira linha do arquivo deve ser:

  ```
  0    0
  ```

Além disso, você deve preparar um gráfico com a trajetória (no plano $x - y$)para 3 valores da dupla $(\theta 0, \phi 0)$, no arquivo `graf1.ps` e um outro gráfico com a trajetória para uma dupla fixa$(\theta 0, \phi 0)$ e 3 valores do parâmetro β_0/m_b, no arquivo `graf2.ps`. Seus gráficos devem indicar claramente quais os valores dos ângulos e do parâmetro β_0/m_b usados.

Opcional: escolha algum valor de $(\theta 0, \phi 0)$ e faça um gráfico em 3 dimensões, no arquivo `graf3.ps` (crédito adicional).

Nos gráficos não há necessidade de mostrar a trave.