DOI:10.19718/j.issn.1005-2992.1995.04.002

东 北 电 力 学 院 学 报
Journal Of Northeast China Institute Of Electric Power Engineering

第15卷 第4期 vol. 15 No. 4
1995年12月 Dec. 1995

# 典型分形曲线的一种生成方法

剑述谅
(东北电力学院基础教学部,吉林,132012)

**摘要** 分形理论是非线性科学的生长点之一。分形曲线的生成是分形研究的一个重要内容。本文将传统的群论图形生成加以推广,得到了典型分形曲线的一种快速生成方法。

**关键词** 分形曲线 生成元 龙曲线 地毯
**中图法分类号** O20

## 1 传统的群论图形生成

假设我们的基本区域为角度是30°、60°、90°的三角形,运动的生成元 $r$、$S$、$T$ 是关于三角形的三个边的翻转(反射)如图 $a$。三角形不断翻转,其中心的运动便形成了美丽的图案如图 $b$。此图案可在平面上无限扩展而覆盖整个平面。由图 $b$ 易见,每个正方形的一对边与两个六边形相邻,另一对边则与两个十二边形相邻。

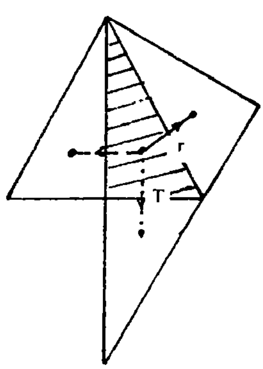



图 $a$

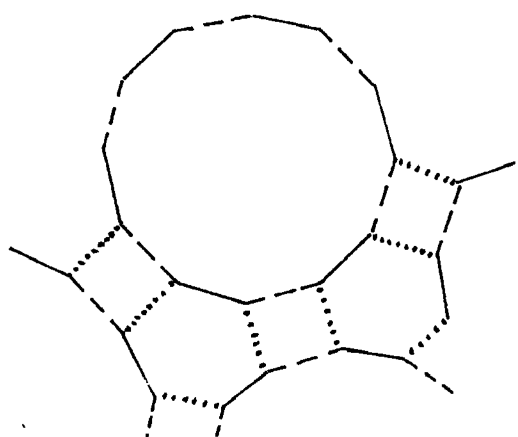


图 $b$

大面积的图案设计,总是重复同一个基本图案。这与一个群对应。上述群的生成元 $r$、$S$、$T$ 满足如下一组定义关系:

收稿日期:1995 — 09 — 20

每个反射的周期为 2：$r^2 = S^2 = T^2 = 1$

正方形：$(ST)^2 = 1$，　六边形：$(rT)^3 = 1$，　十二边形：$(rS)^6 = 1$

即　$r^2 = S^2 = T^2 = (ST)^2 = (rT)^3 = (rS)^6 = 1$

这里群的生成元所对应的运动是基本三角形的翻转。

## 2　分形曲线的生成

分形曲线的生成是对某一初始图形不断加细的结果。以 $L$ 系统生成典型的分形为例，定义 $\omega$ 表示公理，对应于初始图；$P$ 为产生式，它的后继对应于生成元，令步长 $d$ 在相邻两级子图之间按比例缩短，使命名为后继的多边形端点之间的距离等于前驱段的长度。

符号 $F$：表示向前一个步长(直线段)

$\begin{cases} F_l \text{ 型直线段(只在其左边画图)} \\ F_r \text{ 型直线段(只在其右边画图)} \end{cases}$

＋：向左转 $\delta$ 角

－：向右转 $\delta$ 角

示例一：龙曲线　$\omega: F_l$　$P_1: F_l \rightarrow + F_l - - F_r$　$P_2: F_r \rightarrow - F_l + + F_r$　$\delta = 45°$

对初始图 $F_l$(图 1) 应用产生式 $P_1$ 生成图 2。其中第一段为 $F_l$ 型，第二段为 $F_r$ 形。然后分别对其使用第一和第二产生式，于是生成图 3。其第一段为 $F_l$，第二段为 $F_r$，第三段为

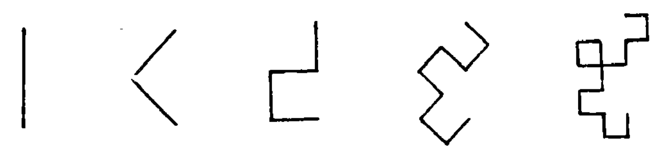


图 1　　图 2　　图 3　　图 4　　图 5

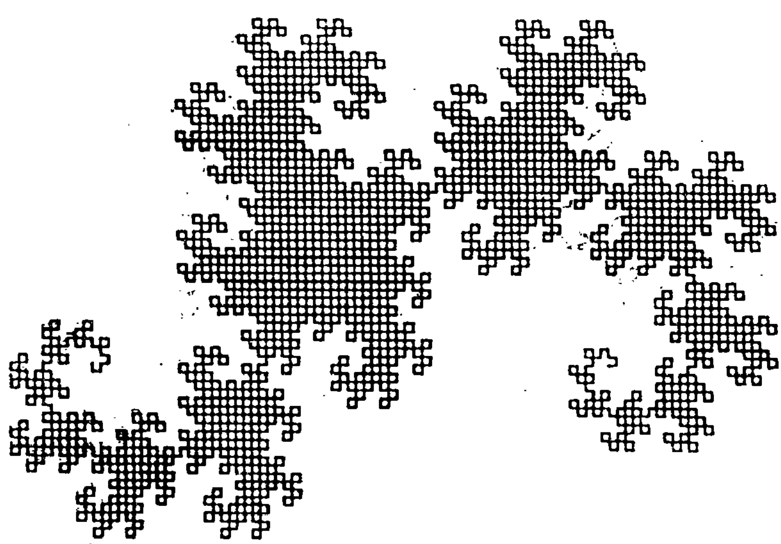
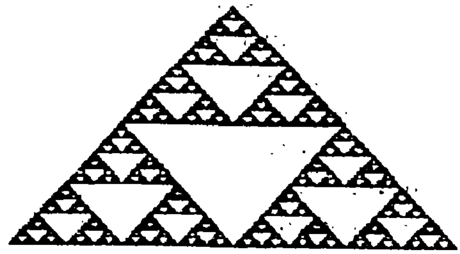


图 c

$F_l$，第四段为$F_r$。依次类推，有图4、图5，……。当进行到第10次时，生成的曲线看上去象一条龙（图c），所以称之为龙曲线。

示例二：sierpinski"地毯"

将一个三角形的各边中点连结起来，得到四个小三角形，去掉中间的三角形区域；然后再将其余三个小三角形又各自剖分成四个更小的三角形，分别去掉中间的区域；如此无限进行下去，所得图形即所谓Sierpinski地毯，如图d。



图d

用L系统表述该图形的生成过程：

$\omega: F_l \quad P_1: F_l \to + F_r - F_l - F_r \quad P_2: F_r \to - F_l + F_r + F_l \quad \delta = 60°$

由初始图$F_l$（图1′）应用产生式$P_1$，生成图2′。其中第一段为$F_r$，第二段为$F_l$，第三段为$F_r$；再分别对其应用产生式$P_2$、$P_1$、$P_2$生成图3′。依次为图4′、图5′、……图8′。再进行下去，可无限逼近"地毯"。

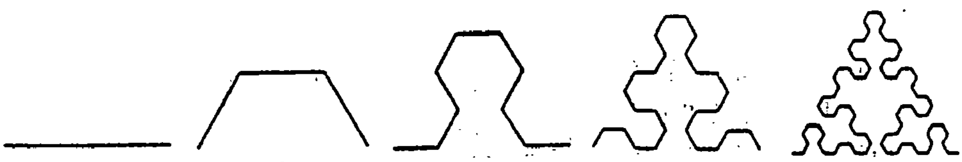


图1′ 图2′ 图3′ 图4′ 图5′

## 3 新分形曲线生成法

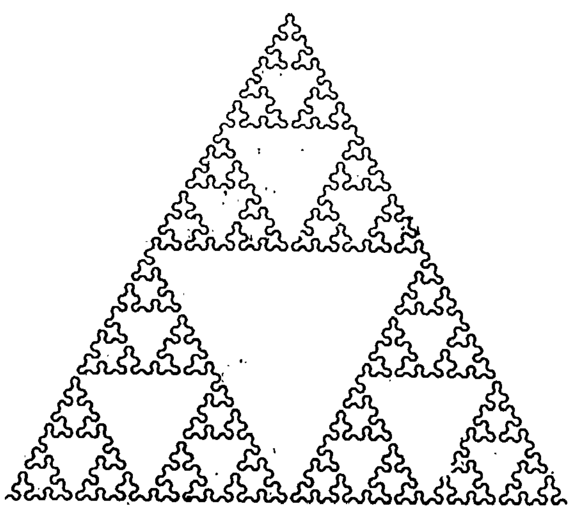


图8′

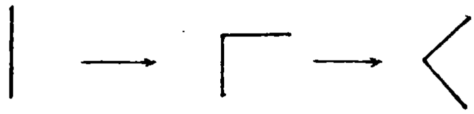
如果把群论作图法推广，即可生成分形曲线。由1可见，基本区域在平面上运动，图案便在平面上扩展，给出了群论方法的基本原则。将基本原则作如下推广：基本曲线＋运动后的曲线作为下一步的基本曲线；新的基本曲线＋新基本曲线运动后的曲线作为再新的基本曲线，无限进行下去。如果每步都把得到的新基本曲线端点之间的距离缩小到原基本曲线的线度，则每一步的结果都与L系统相应步数生成的曲线一

样。这样就从拓展的角度而不是加细的方法得到了典型的分形曲线。

例一　　龙曲线的生成

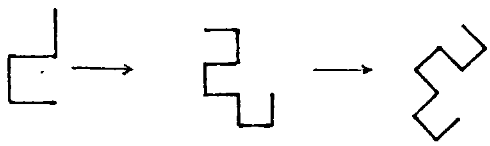
基本曲线为一竖线，生成元$r$为基本曲线绕其上端点逆时针转 90°，生成元$S$为整个曲线绕上端点逆时针转 45°。如是，

第一步：

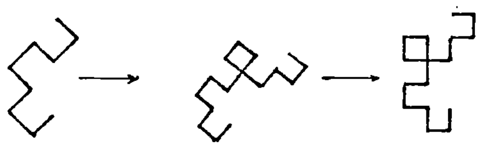


第二步：

第三步：

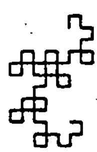


第四步：

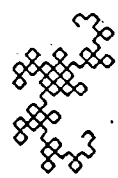


第五步生成：

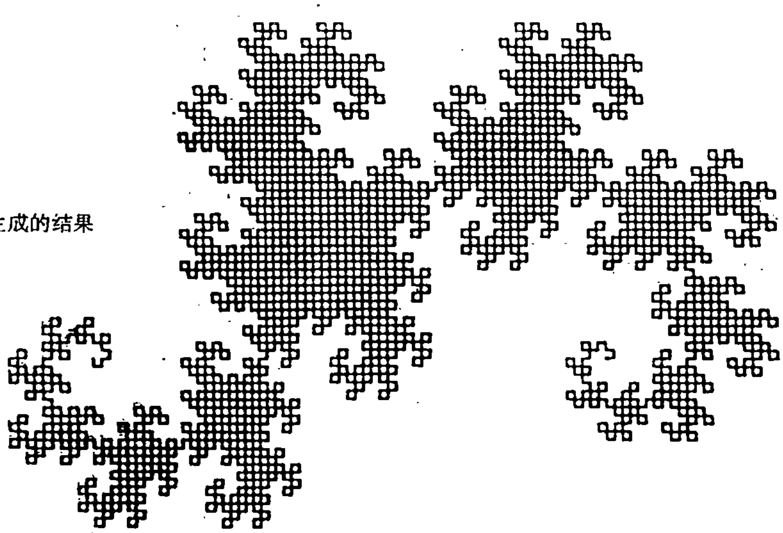
第六步：



第七步：

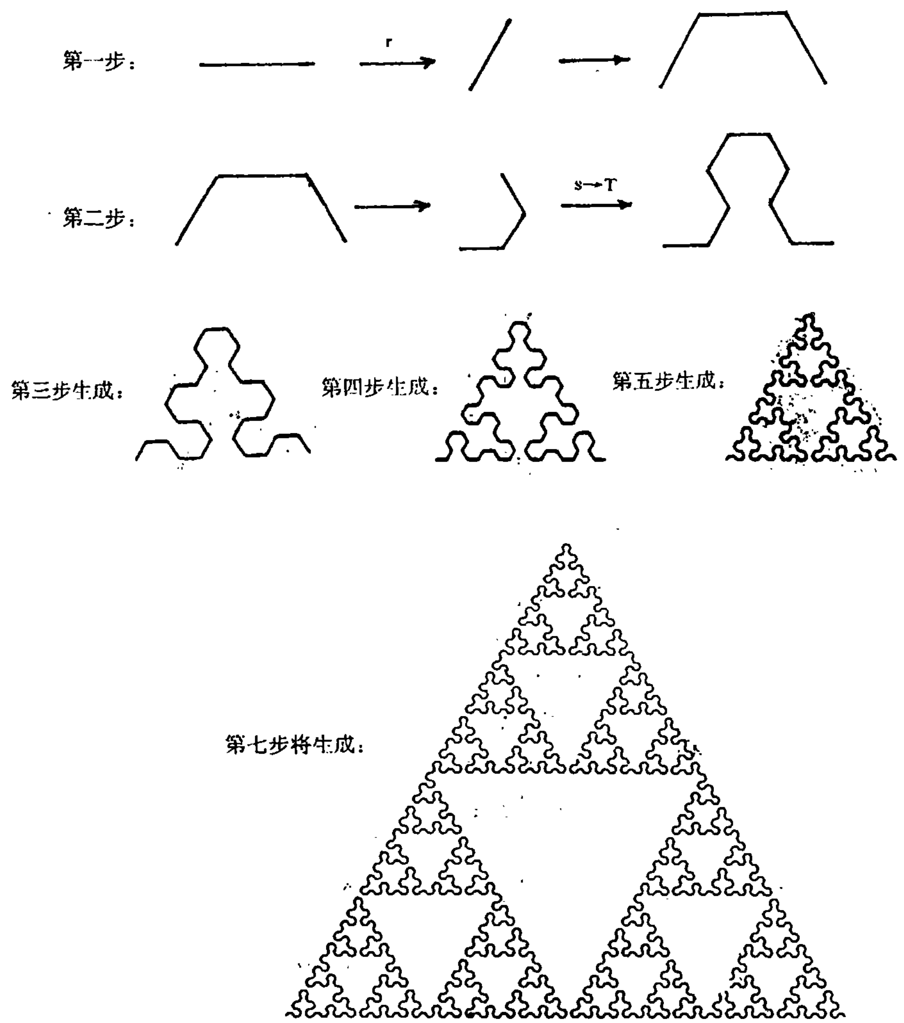


第十步生成的结果



例二 *Sierpinski* 地毯的生成

基本曲线为直线段。运动生成元 $r$ 为基本曲线绕端点顺时针转 120°，作方位调整（这是为与 $L$ 系统对照）。运动生成元 $S$ 为调整方位后的基本曲线绕端点逆时针转动 120°；生成元 $T$ 为新生曲线再绕新端点逆时针转 120°。所以




## 4 讨 论

两种方法，一个无限加细，一个无限扩展都生成同样的曲线。两者相比，前者在曲线演变的每一步，都必须对曲线的每一线段进行改写操作，步数愈大，工作量愈增加，在计算机上亦十分耗费机时。后者，每一步都只对前步结果作转动连接，只有简单的两或三个操作，工作量极少，速度很快。两种途径结果相同，这反映了物质世界本身的自相似的结构。从图形生成过程可见，龙曲线有重迭区域，如果以重迭次数表示厚度，则龙曲线将在空间呈浮

雕状,更逼近活生生的"龙"。

## 参 考 文 献


[1] 肯尼思·法尔科内著.分形几何—数学基础及其应用.沈阳:东北大学出版社,1991

[2] 李后强,汪富泉著.分形理论及其在分子科学中的应用.北京:科学出版社,1993

[3] 汪富泉,李后强著.分形几何与动力系统.哈尔滨:黑龙江教育出版社,1993

[4] 高安秀树著.分数维.北京:地震出版社,1994


# A Method of Typical Fractals Curve Generating


Chou Shuliang

(Dept. of Basic Sciences Courses, Northeast China

Inst. of Elec. Power Eng., Jilin 132012)



**ABstract**

The theory of fractals is one of growing points of the nonlinear science. The generaging of fractals curve is an important content of fractals study. The traditional curve generating method of group theory is extended to give a quick method of typical fractals curve generating.



**Keywords**: fractals curve　generator　dragon curve　carpet　grup theory