1.5

2.

(1) $P \to (Q \to R)$，$P \wedge Q \Rightarrow R$

证明：
1) $P \wedge Q \Rightarrow P,\ Q$
2) $P,\ P \to (Q \to R) \Rightarrow Q \to R$
3) $Q,\ Q \to R \Rightarrow R$
因此命题得证。

∎

(3) $(P \to Q) \wedge (P \to R)$，$\neg(Q \wedge R)$，$S \vee P \Rightarrow S$

证明：
1) $(P \to Q) \wedge (P \to R) \Rightarrow P \to Q,\ P \to R$
2) $P \to Q,\ P \to R \Rightarrow P \to (Q \wedge R)$
3) $P \to (Q \wedge R),\ \neg(Q \wedge R) \Rightarrow \neg P$
4) $S \vee P,\ \neg P \Rightarrow S$
因此命题得证。

∎

2. 用附加前提法证明

1.

(1) $\neg P \vee Q,\ \neg Q \vee R,\ R \to S \Rightarrow P \to S$

LHS等价变换:
$\neg P \vee Q \ \Leftrightarrow\ P \to Q, \qquad \neg Q \vee R \ \Leftrightarrow\ Q \to R$

附加前提 P：
1) $P,\ P \to Q \Rightarrow Q$
2) $Q,\ Q \to R \Rightarrow R$
3) $R,\ R \to S \Rightarrow S$
解除前提得 $P \to S$。

∎

(4) $P \to (Q \to R),\ Q \to (R \to S) \Rightarrow P \to (Q \to S)$

附加前提 P：
$1)\ P,\ P \to (Q \to R) \Rightarrow Q \to R$
再附加前提 Q：
$2)\ Q,\ Q \to R \Rightarrow R$
$3)\ Q,\ Q \to (R \to S) \Rightarrow R \to S$
$4)\ R,\ R \to S \Rightarrow S$
解除 Q 得 $Q \to S$，再解除 P 得 $P \to (Q \to S)$。

∎

3. 用反证法证明

1.

(1) $P \to \neg Q,\ Q \vee \neg R,\ R \wedge \neg S \Rightarrow \neg P$

证明：设 P。
由 $R \wedge \neg S \Rightarrow R$，与 $Q \vee \neg R$ 得 $\neg R$ 为假，故 Q 为真。
又 $P \to \neg Q$ 与 P 推出 $\neg Q$，与 Q 矛盾。
故设 P 不成立，结论 $\neg P$。

∎

(2) $P \vee Q,\ P \to R,\ Q \to S \Rightarrow R \vee S$

证明：设 $\neg(R \vee S)$，即 $\neg R \wedge \neg S$。
由 $\neg R$ 与 $P \to R$ 得 $\neg P$；由 $\neg S$ 与 $Q \to S$ 得 $\neg Q$。
与 $P \vee Q$ 矛盾，故 $\neg(R \vee S)$ 不成立，从而 $R \vee S$ 成立。

∎