李嘉乐
2024302111201

2.(1) P: 天下雨, Q: 我去教室. $\neg P \to Q$

(2) P: 你去教室, Q: 我去图书馆. $P \to Q$

(3) P: 我去图书馆, Q: 你去教室. $P \to Q$

(4) P: 2是质数, Q: 2是偶数. $P \land Q$

3.(1) P: $2+2=6$. Q: 2是质数. $P \overset{\leftrightarrow}{\Leftrightarrow} Q$

P为假. ∴ $P \overset{\leftrightarrow}{\Leftrightarrow} Q$ 为假

(2) P: 两角相等. Q: 两角为对顶角

$Q \overset{\rightarrow}{\Rightarrow} P$, $P \overset{\rightarrow}{\not\Rightarrow} Q$ 不成立 ∴ $P \overset{\leftrightarrow}{\Leftrightarrow} Q$ 为假

(3) P: 两角为对顶角, Q: 两角相等

$P \overset{\rightarrow}{\Rightarrow} Q$ 为真

1.2.

1.(1) 是 (3) 不是 (5) 是

2.(1) P, Q, R, $P \to Q$, $(P \to Q) \to R$

(2) P, Q, R, P, $P \lor Q$, $\neg(P \land Q)$, $\neg(P \land Q) \lor R$, $R \lor P$

$\neg(P \lor Q) \lor R \lor P$

(3) P, Q, Q, P, P, Q, $P \to Q$, $Q \to P$, $P \to Q$, $\neg(P \to Q)$

$(P \to Q) \land (Q \to P)$, $(P \to Q) \land (Q \to P) \lor \neg(P \to Q)$

3.(1) $((P \to Q) \to (Q \to P)) \to (P \to Q)$

(2) $(P \to Q) \lor ((P \to Q) \to R) \to ((P \to Q) \land ((P \to Q) \to R))$

4. $(P \to Q) \lor (P \land Q \lor \neg P \lor \neg Q) \land (\neg P \lor Q)$

1.3

2.(3) $(P \lor Q \to Q \land P) \to P \land \neg R$

$= \neg(P \lor Q) \lor (Q \land P) \to P \land \neg R$

$= (\neg P \land \neg Q) \lor (Q \land P) \to P \land \neg R$

$= \neg((\neg P \land \neg Q) \lor (Q \land P)) \lor (P \land \neg R)$

$= (\neg(\neg P \land \neg Q) \land \neg(Q \land P)) \lor (P \land \neg R)$

$= ((P \lor Q) \land (\neg Q \lor \neg P)) \lor (P \land \neg R)$

$= \neg(P \Leftrightarrow Q) \lor (P \land \neg R)$

$= (P \oplus Q) \lor (P \land \neg R)$

真值表:

P	Q	R	$P \oplus Q$	$\neg R$	$P \land \neg R$	原式
0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	1	0	1	1	0	1
0	1	1	1	0	0	1
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0

3.(1) $P \land \neg P \to Q \equiv 0 \to Q$ 为永真式

(3) 由 De Morgan 公式可知为永真式

(5) $P \lor \neg Q \to Q \equiv Q \to P \to Q \equiv Q$

为可满足式, 当且仅当 $Q = T$ 时成立

(7) 原式 $\equiv (\neg P \lor P \lor Q) \land \neg P \equiv \neg P$,

为可满足式, $P = F$ 时成立

4.(1) $P \to (Q \to P) \Leftrightarrow \neg P \lor (\neg Q \lor P) \Leftrightarrow T$

$\neg P \to (P \to Q) \Leftrightarrow P \lor (\neg P \lor Q) \Leftrightarrow T$

∴ $P \to (Q \to P) \Leftrightarrow \neg P \to (P \to Q)$

(3) $P \land Q \to P \Leftrightarrow \neg(P \land Q) \lor P \Leftrightarrow \neg P \lor \neg Q \lor P \Leftrightarrow T$

(5) $P \lor R \to Q \Leftrightarrow \neg(P \lor R) \lor Q \Leftrightarrow (\neg P \land \neg R) \lor Q$

$\Leftrightarrow (\neg P \lor Q) \land (\neg R \lor Q)$

$\Leftrightarrow (P \to Q) \land (R \to Q)$

5.(1) $(P \land Q) \to (P \to Q) \Leftrightarrow \neg(P \land Q) \lor (\neg P \lor Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \lor \neg Q) \lor (\neg P \lor Q)$

$\Leftrightarrow (\neg P \lor \neg P) \lor (Q \lor \neg Q) \Leftrightarrow T$.

∴ $P \land Q \Rightarrow P \to Q$

(3) $(P \to Q) \to (P \to P \land Q) \Leftrightarrow \neg(\neg P \lor Q) \lor (\neg P \lor P \land Q)$

$\Leftrightarrow (P \land \neg Q) \lor ((\neg P \lor P) \land (\neg P \lor Q))$

$\Leftrightarrow (P \land \neg Q) \lor (\neg P \lor Q)$

$\Leftrightarrow (P \lor \neg P \lor Q) \land (\neg Q \lor \neg P \lor Q) \Leftrightarrow T \land T \Leftrightarrow T$

∴ $P \to Q \Rightarrow P \to P \land Q$

(5) $P \vee \neg P \Leftrightarrow T$

原式化简为 $Q \wedge R \Rightarrow Q \to R$

$(Q \wedge R) \to (Q \to R)$

$\Leftrightarrow \neg(Q \wedge R) \vee (\neg Q \vee R)$

$\Leftrightarrow \neg Q \vee \neg R \vee (\neg Q \vee R)$

$\Leftrightarrow \neg Q \vee T \Leftrightarrow T$

$\therefore (P \vee \neg P \to Q) \wedge (P \vee \neg P \to R) \Rightarrow Q \to R$