

ЗАДАЧИ ДЛЯ ВТОРОГО СЕМЕСТРА

Тема 4. Питон. Задачи на обработку числовой последовательности.

В следующих задачах предполагается, что в файле записана последовательность целых (или вещественных, если это сказано в условии) чисел неизвестной длины (возможно, пустая). Требуется за **один просмотр файла и без запоминания всех чисел чисел в списке** вычислить указанную характеристику последовательности.

Программа должна содержать **функцию** `task`, которая получает в качестве параметра имя файла и возвращает требуемое значение и информацию об ошибках. Эта функция не должна производить печать (если это явно не оговаривается) и запрашивать данные с клавиатуры. Нельзя использовать внешние переменные. Для загрузки входных данных Можно использовать список длины не более максимума длин строк файла. Функция `main` определяет входные данные, обращается к функции и выводит результат и **информацию об ошибках** (отсутствие файла, наличие в нем элементов, не являющимися числами, пустой файл и т.д.) на экран.

Обозначим через n количество чисел в последовательности, а элемент последовательности с номером i – через x_i , $1 \leq i \leq n$. **Участком** последовательности назовем множество подряд идущих элементов x_k , $i \leq k \leq j$, индексы k которых удовлетворяют условию $i \leq k \leq j$ для некоторых $1 \leq i, j \leq n$. **Длиной участка** назовем количество содержащихся в нем элементов (т.е. число $j - i + 1$). **Подпоследовательностью** последовательности x_i , $1 \leq i \leq n$ назовем множество элементов x_k , $k \in K$, полученных вычеркиванием некоторых элементов x_i , $i \in I$ ($I + K = \{1, \dots, n\}$).

Максимум (минимум) последовательности – это максимальный (минимальный) элемент среди всех x_i , $1 \leq i \leq n$ (т.е. глобальный максимум или минимум). Этот элемент может повторяться. Например, постоянная последовательность вся состоит из максимумов (и минимумов).

Локальным максимумом последовательности называется постоянный участок x_k , $i \leq k \leq j$, для которого выполняются соотношения:

- 1) $i = 1$ или $x_{i-1} < x_i$;
- 2) $j = n$ или $x_{j+1} < x_j$.

Аналогично определяется **локальным минимумом**

1. Сумма модулей всех попарных произведений чисел последовательности, $\sum_{1 \leq i, j \leq n} |x_i x_j|$.
2. Произведение положительных элементов последовательности.
3. Сумма и произведение всех чисел последовательности.
4. Среднее арифметическое и среднее геометрическое чисел последовательности.
5. Номер первого числа, равного максимуму из всех чисел.
6. Номер последнего числа, равного максимуму из всех чисел.
7. Номер первого числа, равного минимуму из всех чисел.
8. Номер последнего числа, равного минимуму из всех чисел.
9. Количество чисел, равных минимуму.
10. Количество чисел, равных максимуму.
11. Сумму чисел, стоящих до первого максимума.
12. Сумму чисел, стоящих после последнего минимума.
13. Количество пар чисел, сумма которых нечетна.
14. Количество чисел, больших предыдущего.
15. Количество чисел, больших всех предыдущих.
16. Все ли элементы последовательности равны между собой? Если нет, напечатать пару различных элементов.
17. Есть ли в последовательности число x ? Если да, напечатать первый номер такого элементов.
18. Есть ли в последовательности число x ? Если да, напечатать последний номер такого элементов.
19. Есть ли в последовательности числа, не принадлежащие локальным максимумам или локальным минимумам? Если да, напечатать индекс любого такого элемента. Локальный минимум (максимум) определяется как участок последовательности, см. определение перед первой задачей.

20. Среднее квадратичное отклонение от среднего арифметического:

$$D = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - M)^2,$$

где M – среднее арифметическое, элементы последовательности – вещественные числа.

21. Является ли последовательность строго возрастающей, строго убывающей? Если нет, напечатать номера любых соседних элементов, для которых не выполняется условие строгого возрастания (убывания).

22. Вычислить число различных элементов неубывающей последовательности. Если последовательность не является неубывающей, напечатать пару элементов, для которых не выполняется условие неубывания.

23. Количество различных элементов последовательности, значения которых принадлежат множеству $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ (без учета повторений). Например, для постоянной последовательности из 0 ответ 1. Использовать минимально возможное количество переменных.

24. Количество различных элементов неубывающей последовательности, значения которых принадлежат множеству $\{a \leq x \leq b\}$ (без учета повторений), числа a, b заданы. Например, для постоянной последовательности из 0 для $a = 0, b = 2$ ответ 1. Использовать минимально возможное количество переменных.

25. Есть ли в последовательности пара элементов, сумма которых нечетна? Если да, напечатать их.

26. Количество элементов последовательности в последнем локальном минимуме. Напечатать, чему равен этот локальный минимум.

27. Количество чисел, являющимися средним арифметическим своих соседей. Все числа предполагаются целыми.

28. Число, максимальное среди тех, которые меньше максимума последовательности.

29. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что оставшаяся последовательность будет неубывающей? Если да, напечатать номер такого элемента.

30. Каких элементов в последовательности больше – отрицательных или неотрицательных?

31. Коэффициенты многочлена сведены в последовательность в порядке возрастания степеней. Найти значение многочлена и его производной в точке x .

32. Коэффициенты многочлена сведены в последовательность в порядке убывания степеней. Найти значение многочлена и его производной в точке x .

33. Каких элементов в последовательности больше – равных первому элементу или равных второму?

34. Количество чисел, появляющихся в невозрастающей последовательности более двух раз. Если последовательность не является невозрастающей, сообщить об этом.

35. Количество максимальных (по включению) строго возрастающих участков заданной длины k . Например, для последовательности 1, 1, 2, 3 и $k = 2$ ответ 0, для $k = 3$ ответ 1.

36. Каких элементов в последовательности больше – больших предыдущего элементу или меньших предыдущего?

37. Длина максимального (по включению) постоянного участка. Указать номер начала любого такого участка.

38. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет состоять из равных элементов? Распечатать номер такого элемента.

39. Минимальная сумма подряд идущих элементов последовательности.

40. Длина максимального (по включению) постоянного участка из максимальных элементов. Указать номер начала любого такого участка. Например, в последовательности 1, 1, 1, 0, 2, 2, 0, 2 ответ 2.

41. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что оставшаяся последовательность будет строго возрастающей? Если да, указать номер такого элемента.

42. Количество постоянных участков максимальной длины. Указать максимальную длину.

43. Количество постоянных участков максимальной длины, состоящих из максимальных элементов последовательности. Указать максимальную длину. Например, в последовательности 1, 1, 1, 0, 2, 2, 0, 2, 2, 1, 2 ответ 2.

44. Каких элементов в последовательности больше – больших первого элемента или меньших первого?
 45. $\max_{i < j}(x_i - x_j)$. 46. $\min_{i < j}(x_i - x_j)$. 47. $\max_{i \leq j}(x_i - x_j)$. 48. $\min_{i \leq j}(x_i - x_j)$.
 49. $\max_{i > j}(x_i - x_j)$. 50. $\min_{i > j}(x_i - x_j)$. 51. $\max_{i \geq j}(x_i - x_j)$. 52. $\min_{i \geq j}(x_i - x_j)$.
 53. $\min_{i \geq j}(x_i + x_j)$. 54. $\max_{i < j}(x_i + x_j)$. 55. $\min_{i \geq j}(x_i x_j)$. 56. $\max_{i > j}(x_i x_j)$.
 57. $\max_{i \neq j}(x_i + x_j)$. 58. $\min_{i \neq j}(x_i + x_j)$.

59. Максимальная длина участка между двумя соседними максимумами. Например, для последовательности 1, 1, 1, 0, 2, 0, 1, 2, 2, 1, 2 ответ 4 (участок с индексами от 5 до 8).

60. Что больше – сумма элементов с четными индексами или с нечетными?

61. Можно ли убрать из последовательности один элемент таким образом, что вся оставшаяся последовательность будет арифметической прогрессией? Если да, распечатать номер такого элемента.

62. Минимальная длина участка между различными минимумами последовательности. Например, для последовательности 0, 0, 1, 0, 2, 0, 1 ответ 2 (участок с индексами от 1 до 2).

В задачах 63-84 необходимо найти количество подпоследовательностей указанного вида. Сам фрагмент нельзя запоминать в явном виде. Для подсчета количества фрагментов разрешается использовать не более 3 переменных.

63. 1, 2, 0, 0, 2. 64. 1, -2, 3, -2, -2. 65. -1, -2, -3, -4. 66. -1, 2, -1, 3. 67. 1, 2, 1, 3, 9.
 68. 1, -2, 1, 1, 3. 69. 1, 2, 2, 3, 3. 70. 1, 1, 0, 0, -1. 71. 0, -1, 0, 2, -1. 72. 1, 1, 1, 2, 3. 73.
 1, -2, -2, -2. 74. 1, 1, 2, 1, 0. 75. 1, 1, 0, 0, 0. 76. 1, 0, 0, 0, -1. 77. -1, -2, -1, -2, -3.
 78. 1, 2, 3, 2, 3. 79. 0, 1, 0, 1, 1. 80. 1, 2, 1, 2, 2. 81. 1, 0, 1, 0, 1, 2. 82. 1, 2, 3, 1, 2, 0. 83.
 1, -1, 1, 2, 2. 84. 1, 1, 1, 2, 2.

85. Удовлетворяет ли последовательность данному рекуррентному соотношению $ax_{i-1} + bx_i + cx_{i+1} = d$?

86. Удовлетворяет ли последовательность некоторому нетривиальному рекуррентному соотношению $ax_{i-1} + bx_i + cx_{i+1} = 0$? (Числа a, b, c, d неизвестны и $abcd \neq 0$).

87. Величина максимального отклонения элементов последовательности от среднего значения.

88. Сумма всех локальных максимумов последовательности.

89. Знакопеременная сумма всех локальных минимумов последовательности.

90. Максимальная сумма подряд идущих четных элементов последовательности.

91. Минимальная сумма подряд идущих нечетных элементов последовательности.

92. Даны две последовательности (в разных файлах). Определить, являются ли они одинаковыми. Для загрузки входных данных использовать списки длины не более максимума длин строк файлов.

93. Даны две последовательности (в разных файлах). Определить, являются ли первая последовательность участком второй. Для загрузки входных данных использовать списки длины не более максимума длин строк файлов.

94. Даны две невозрастающие последовательности (в разных файлах). Распечатать их объединение (в отсортированном виде). Для загрузки входных данных использовать списки длины не более максимума длин строк файлов. Печать производить в функции task.

95. Даны две невозрастающие последовательности (в разных файлах). Распечатать их пересечение (в отсортированном виде). Для загрузки входных данных использовать списки длины не более максимума длин строк файлов. Печать производить в функции task.

96. Даны две последовательности (в разных файлах). Определить, являются ли первая последовательность подпоследовательностью второй.