# מבנה המחשב הקוונטי

לקט צפוף — ארכיטקטורה קלאסית, מעגלים קוונטיים, והחיבור ביניהם

ראווה ל־hebrew-lualatex-pdf

# תוכן העניינים


I צנרת ומסופים 3

1 חמשת שלבי הצנרת 4

2 סכסוכי נתונים וקידום 6

II היררכיית זיכרון 8

3 מטמון וממוצע גישה 9

4 טבלת סמלים לזיכרון 11

III חישוב קוונטי 12

5 הקיוביט ומרחב המצבים 13

6 שזירה ומצבי בל 15

7 טלפורטציה קוונטית 16

IV החיבור: בקרה קלאסית על מעגל קוונטי 17

8 בקרת משוב היברידית 18

9 התמונה הגדולה 20

V תרגילים פתורים 21

10 תרגילים 22

# חלק I

# צנרת ומסופים

# פרק 1

# חמשת שלבי הצנרת

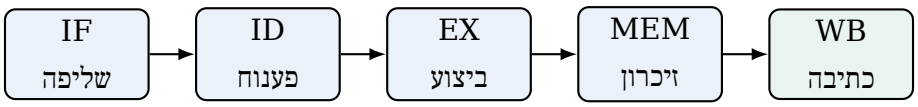
מעבד מודרני מפרק הוראה לחמישה שלבים עוקבים. כל מחזור שעון מקדם הוראה אחת לכל שלב, כך שבמצב יציב יוצאת הוראה מושלמת בכל מחזור.[1]

**הגדרה — צנרת מודולרית**

צנרת pipeline היא פיצול ביצוע הוראה לרצף שלבים חופפים בזמן. חמשת השלבים הקלאסיים: IF, ID, EX, MEM, WB.

$$\mathrm{CPI}_{\mathrm{ideal}} = 1 \tag{1.1}$$

משוואה (1.1) היא האידיאל. בפועל, סכסוכים מעלים את CPI מעל אחד.




איור — חמשת שלבי הצנרת הקלאסית

| פעולה מרכזית | שם | שלב |
|---|---|---|
| קריאה מ־IMEM לפי PC | שליפת הוראה | IF |
| קריאת אוגרים, הרחבת מיידי | פענוח | ID |
| חישוב ב־ALU / חישוב כתובת | ביצוע | EX |
| `lw/sw` ל־DMEM | גישה לזיכרון | MEM |
| עדכון קובץ האוגרים | כתיבה לאחור | WB |

[1] זהו ה־throughput; ה־latency של הוראה בודדת נשאר חמישה מחזורים.

**טבלה 1.1.** חמשת השלבים ותפקידם.

# פרק 2

# סכסוכי נתונים וקידום

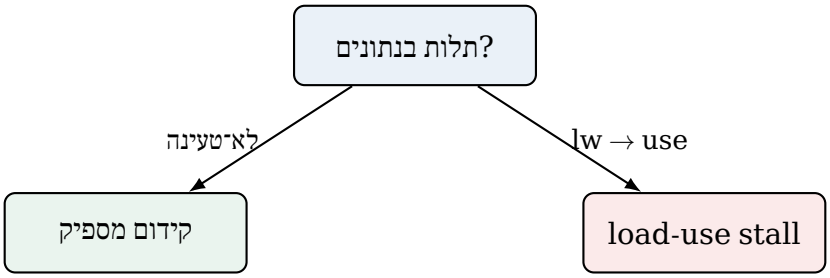
סכסוך נתונים נוצר כשהוראה זקוקה לתוצאה של קודמתה שעדיין לא הגיעה ל־WB. הפתרון הנפוץ: forwarding ממעקפי EX/MEM ו־MEM/WB.

**רעיון מפתח — קידום**

במקום להמתין ל־WB, מעבירים את התוצאה ישירות מיציאת ה־ALU (או מ־MEM) לקלט של ההוראה התלויה.

**מלכודת — `load-use`**

גם עם קידום מלא, `lw` ואחריו שימוש מיידי דורשים stall של מחזור אחד — הנתונים מגיעים רק בסוף MEM.




איור — עץ החלטה לטיפול בתלות

**דוגמה — רצף עם תלות**

הרצף הבא יוצר תלות RAW על `$t0`:

```
add  $t0, $s0, $s1    # t0 = s0 + s1
sub  $t2, $t0, $s2    # needs t0 — forward from EX/MEM
```

```
lw   $t3, 0($t0)      # address from t0 — also forward
addi $t4, $t3, 4      # load-use: stall required
```

$$T = \mathrm{IC} \times \mathrm{CPI} \times T_{\mathrm{clk}} \tag{2.1}$$

זמן הריצה (2.1) הוא המכפלה הקלאסית. שיפור צנרת מקטין בעיקר את CPI ואת $T_{\mathrm{clk}}$.

# חלק II

# היררכיית זיכרון

# פרק 3

# מטמון וממוצע גישה

היררכיית הזיכרון מנצלת מקומיות. זמן הגישה האפקטיבי למערכת עם מטמון ברמה אחת:

$$T_{\text{avg}} = T_{\text{hit}} + r_{\text{miss}} \cdot T_{\text{miss}} \tag{3.1}$$

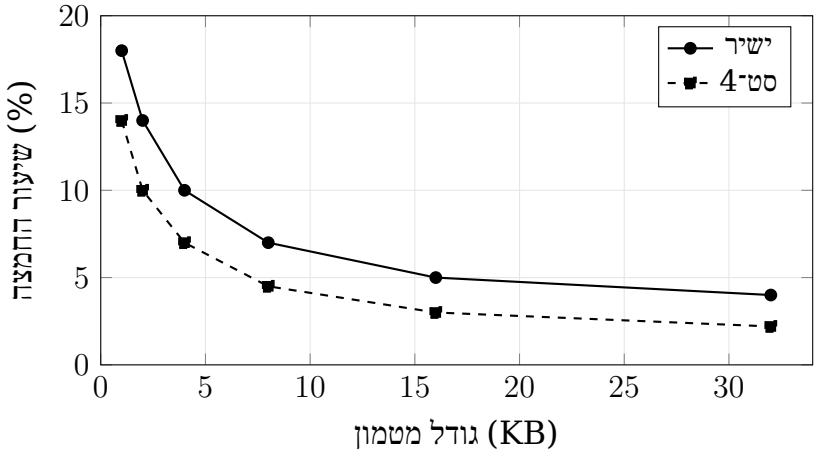
במשוואה (3.1): $\text{Hit rate} = 1 - r_{\text{miss}}$. המשמעות: גם miss rate קטן מכביד אם $\underbrace{T_{\text{miss}}}_{\text{זמן החמצה}}$ גדול.

**נוסחת העוגן — AMAT**

זמן הגישה הממוצע $\overbrace{T_{\text{avg}}}^{\text{AMAT}}$ הוא המדד המרכזי לתכנון מטמון. כל שיפור ב־hit time או ב־miss rate נמדד בו.

| Hit | Miss rate | Miss penalty | AMAT |
|---|---|---|---|
| 1 מחזור | 5% | 100 | 6.0 |
| 1 מחזור | 2% | 100 | 3.0 |
| 2 מחזורים | 1% | 100 | 3.0 |

**טבלה 3.1.** דוגמאות מספריות ל־AMAT.




איור — שיעור החמצה כפונקציה של גודל ואסוציאטיביות

**הערה — שלוש ה־C**

מסווגים החמצות ל־Compulsory, Capacity, Conflict. הגדלת בלוק מקטינה compulsory; הגדלת מטמון מקטינה capacity; אסוציאטיביות מקטינה conflict.

# פרק 4

# טבלת סמלים לזיכרון

| משמעות | סמל |
|---|---|
| זמן גישה בפגיעה | $T_{\text{hit}}$ |
| שיעור החמצות | $r_{\text{miss}}$ |
| עונש החמצה (מחזורים) | $T_{\text{miss}}$ |
| זמן גישה ממוצע | AMAT |
| מדיניות החלפה: הכי פחות בשימוש לאחרונה | LRU |

**טבלה 4.1.** מילון סמלים — מטמון.

# חלק III

# חישוב קוונטי

# פרק 5

# הקיוביט ומרחב המצבים

קיוביט הוא וקטור יחידה במרחב הילברט דו־ממדי. מצב כללי הוא סופרפוזיציה של בסיס החישוב, עם משרעות מרוכבות.[1]

$$|\psi\rangle = \alpha\,|0\rangle + \beta\,|1\rangle\,, \qquad |\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \tag{5.1}$$

משוואה (5.1) מגדירה מצב טהור. על כדור בלוך:

$$|\psi\rangle = \cos\tfrac{\theta}{2}\,|0\rangle + e^{i\varphi}\sin\tfrac{\theta}{2}\,|1\rangle\,.$$

**הגדרה — כדור בלוך**

כל מצב קיוביט טהור מתאים לנקודה על ספירת היחידה. הקוטב הצפוני הוא $|0\rangle$, הדרומי $|1\rangle$.

[1] ההסתברות היא ריבוע הערך המוחלט של המשרעת — לא המשרעת עצמה.

| פעולה | מטריצה | שער |
|---|---|---|
| היפוך סיבית | $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ | $X$ |
| היפוך פאזה | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ | $Z$ |
| סופרפוזיציה | $\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ | $H$ |
| פאזה $\pi/2$ | $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & i \end{pmatrix}$ | $S$ |

**טבלה** 5.1. שערים בסיסיים של קיוביט בודד.

$$H\left|0\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\left|0\right\rangle + \left|1\right\rangle) = \left|+\right\rangle \tag{5.2}$$

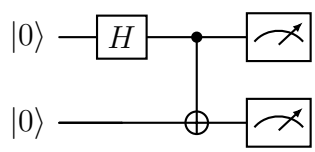
שער הדמרד (5.2) יוצר סופרפוזיציה שווה: $\underbrace{H\left|0\right\rangle}_{\text{סופרפוזיציה שווה}}$ .

# פרק 6

# שזירה ומצבי בל

מצב בל הוא המצב השזור המקסימלי הפשוט ביותר לשני קיוביטים:

$$\left|\Phi^+\right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle) \tag{6.1}$$




איור — הכנת מצב בל ומדידה

**משפט — אי־שכפול**

לא קיים אופרטור אוניטרי $U$ המעתיק מצב שרירותי: $U(|\psi\rangle \otimes |0\rangle) = |\psi\rangle \otimes |\psi\rangle$ לא ייתכן לכל $|\psi\rangle$.

**הוכחה (בקצרה).**

נניח שקיים $U$ כזה לשני מצבים. אז $\langle\psi|\phi\rangle = \langle\psi|\phi\rangle^2$, ולכן $\langle\psi|\phi\rangle \in \{0,1\}$ — סתירה לליניאריות על מצב שרירותי. ■

# פרק 7

# טלפורטציה קוונטית

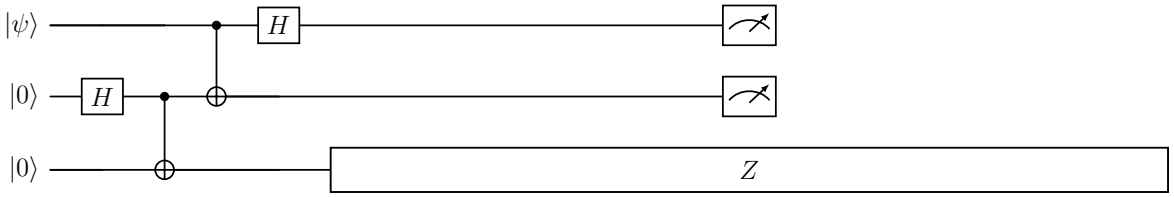
טלפורטציה מעבירה מצב לא ידוע באמצעות שזירה משותפת ושתי סיביות קלאסיות — בלי לשלוח את הקיוביט עצמו.

**פרוטוקול הטלפורטציה**

(1) אליס ובוב חולקים $|\Phi^+\rangle$ ממשוואה (6.1).

(2) אליס מודדת בבסיס בל את הקיוביט שלה ואת $|\psi\rangle$, ושולחת 2 סיביות.

(3) בוב מפעיל $X$ ו/או $Z$ לפי התוצאה ומשחזר את $|\psi\rangle$.




איור — מעגל טלפורטציה (פישוט סכמטי)

**לקח**

שזירה + ערוץ קלאסי = העברת מצב קוונטי. אי־שכפול מבטיח שאי אפשר להעתיק בלי להרוס את המקור.

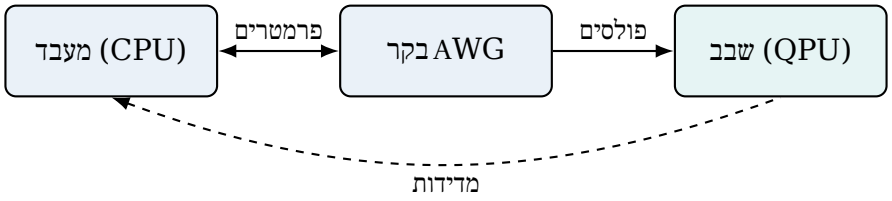
# חלק IV

# החיבור: בקרה קלאסית על מעגל קוונטי

# פרק 8

# בקרת משוב היברידית

מערכת קוונטית מעשית נשלטת ע"י מחשב קלאסי: תזמון פולסים, קריאת מדידות, ועדכון פרמטרים באלגוריתמים וריאציוניים (VQE, QAOA).




איור — לולאת בקרה היברידית

**מוסכמה**

בקוד הבקרה משתמשים בהערות באנגלית בלבד. עברית בפרוזה; מזהים טכניים ב־code.

**דוגמה — שליפת תוצאת מדידה**

```
# Classical side: collect bitstrings from QPU shots
counts = backend.run(circuit, shots=1024).result().get_counts()
p00 = counts.get("00", 0) / 1024
# Estimate <Z x Z> from parity of bitstrings
expval = sum(((-1)**bin(int(b,2)).count("1")) * c
             for b, c in counts.items()) / 1024
```

| bitstring | $Z \otimes Z$ | תרומה ל־$\langle Z \otimes Z \rangle$ |
|---|---|---|
| `00` | $(+1)$ | חיובית |
| `01` | $(-1)$ | שלילית |
| `10` | $(-1)$ | שלילית |
| `11` | $(+1)$ | חיובית |

**טבלה 8.1.** טבלת אמת — פריטי מדידה בשני קיוביטים.

# פרק 9

# התמונה הגדולה

שלושה עקרונות מקשרים את החלקים:

**(א)** צנרת קלאסית ממקסמת throughput תחת תלויות — קידום ו־stall הם מחיר התלויות.

**(ב)** מטמון ממיר מקומיות ל־AMAT נמוך — הנוסחה (3.1) היא מצפן התכנון.

**(ג)** מעגל קוונטי ממיר שזירה ליכולת שלא קיימת קלאסית — טלפורטציה ואי־שכפול הם הגבולות.

**סיכום — נוסחת הזמן הקלאסית עדיין שולטת בבקרה**

גם במערכת היברידית, זמן הריצה של לולאת הבקרה נמדד ב־(2.1). ה־QPU הוא מאיץ; הצוואר הוא לעתים קרובות ה־CPU והערוץ.

# חלק V

# תרגילים פתורים

# פרק 10

# תרגילים

**תרגיל 1 — חישוב AMAT**

**(א)** מטמון עם $\text{hit time} = 1$, $\text{miss rate} = 0.04$, $\text{miss penalty} = 80$. חשב AMAT.

**(ב)** אם מגדילים את המטמון ו־miss rate יורד ל־$0.02$ אבל hit time עולה ל־$2$, האם כדאי?

**פתרון 1**

**פתרון (א).**

לפי (3.1):

$$T_{\text{avg}} = 1 + 0.04 \cdot 80 = 4.2$$

מחזורים.

**פתרון (ב).**

$$T_{\text{avg}} = 2 + 0.02 \cdot 80 = 3.6$$

כן, כדאי: ירידה מ־$4.2$ ל־$3.6$.

**לקח.** הקטנת miss rate יכולה לפצות על עלייה ב־hit time — בודקים תמיד ב־AMAT.

**תרגיל 2 — הסתברות במצב בל**

נתון $|\Phi^+\rangle$ ממשוואה (6.1). מהי $P(00)$? מהי $P(01)$?

**פתרון 2**

**פתרון.**

$$P(00) = \left|\langle 00|\Phi^+\rangle\right|^2 = \tfrac{1}{2}$$

$P(01) = 0$ — אין רכיב $|01\rangle$ במצב.

**לקח.** במצב בל אידיאלי המדידות מתואמות לחלוטין; תוצאות מנוגדות מתאפסות.

**תרגיל 3 — סכסוך `load-use`**

עבור הרצף:

```
lw   $t0, 0($s0)
add  $t1, $t0, $s1
```

כמה מחזורי stall נדרשים עם קידום מלא? בלי קידום?

**פתרון 3**

**פתרון.**

עם קידום מלא: מחזור stall אחד (load-use).

בלי קידום: שני מחזורים (המתנה עד אחרי WB).

**לקח.** קידום לא מבטל את כל העצירות — רק את רובן.

# פרק 11

# נספח — זהויות שימושיות

זהויות בסיסיות לשימוש חוזר:

$$HXH = Z, \qquad HZH = X, \qquad H^2 = I$$

$$\left|\Phi^{\pm}\right\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle \pm |11\rangle), \qquad \left|\Psi^{\pm}\right\rangle = \tfrac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle \pm |10\rangle)$$

ציטוט סיום: המסמך הזה הוא "מבחן קצה" לצינור — מתמטיקה, דיאגרמות עם לטינית מעורבת, מעגלים, גרפים, קופסאות, טבלאות וקוד — בלי tofu ובלי היפוכי כיוון.