中山大学数据科学与计算机学院本科生实验报告

（2020 学年春季学期）

课程名称：**数值计算方法**　　任课教师：张雨浓　　助教：

年级&班级	2018 级 1 班	专业(方向)	计算机科学与技术(大数据方向)
学号	18308045	姓名	谷正阳
电话	13355426001	Email	Guzy0324@163.com
开始日期	2020.5.8	完成日期	2020.5.8

一、实验题目

数值计算方法　实验 1

二、实验目的

Jacobi Iteration：

$$
\begin{aligned}
x_1^{k+1} &= \frac{b_1-(a_{12}x_2^k+\cdots+a_{1n}x_n^k)}{a_{11}}\\
x_2^{k+1} &= \frac{b_2-(a_{21}x_1^k+\cdots+a_{2n}x_n^k)}{a_{22}}\\
&\vdots\\
x_n^{k+1} &= \frac{b_n-(a_{n1}x_1^k+a_{n2}x_2^k+\cdots+a_{nn-1}x_{n-1}^k)}{a_{nn}}
\end{aligned}
$$

可写成矩阵形式：

$$
X^{k+1}=coef*X^k, coef=\begin{bmatrix}0 & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} & b_1\\ -a_{21} & 0 & \cdots & -a_{2n} & b_2\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots\\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & 0 & b_n\end{bmatrix}./\begin{bmatrix}a_{11}\\ a_{22}\\ \vdots\\ a_{nn}\end{bmatrix}
$$

Gauss-Seidel Iteration：

$$x_1^{k+1} = \frac{b_1 - (a_{12}x_2^k + \cdots + a_{1n}x_n^k)}{a_{11}}$$

$$x_2^{k+1} = \frac{b_2 - (a_{21}x_1^{k+1} + \cdots + a_{2n}x_n^k)}{a_{22}}$$

$$\vdots$$

$$x_n^{k+1} = \frac{b_n - (a_{n1}x_1^{k+1} + a_{n2}x_2^{k+1} + \cdots + a_{nn-1}x_{n-1}^{k+1})}{a_{nn}}$$

难以直接写出左式为X^{k+1}右式有X^k的矩阵形式。然而，可以在计算${x_{i+1}}^{k+1}$时，依次带入$x_1^{k+1} \cdots {x_{i+1}}^{k+1}$，可以消掉 k+1 项，只留下 k 项。

可以用此方法先算出系数矩阵，然后对$X^{k+1} = coef * X^k$进行迭代。如此，X^{k+1}中每一项的计算可以是并行的，不需要是串行的。

三、实验要求：

探究 matlab 中 Gauss-Seidel Iteration 两种实现方法的优劣

四、实验内容：

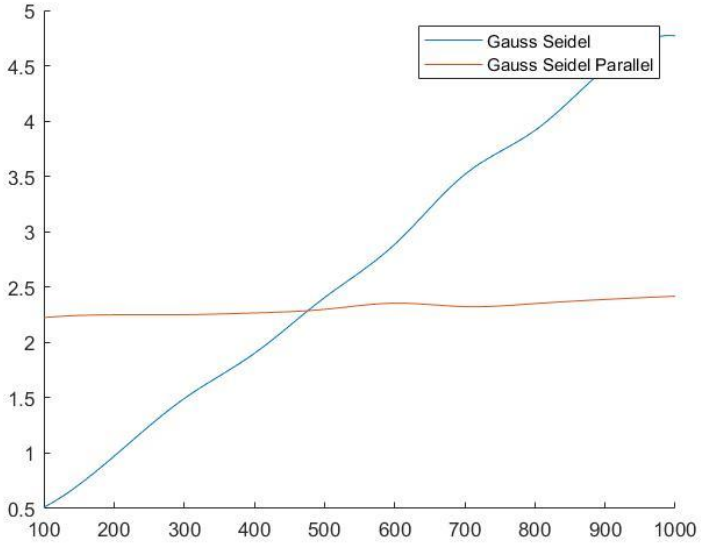
1. 实验步骤

1. 编写 Gauss-Seidel Iteration 两种实现方法，代码 gauss_seidel.m 和 gauss_seidel_parallel.m
2. 编写代码 test1.m，test2.m 分别从迭代次数，未知量数量两个维度测试两种实现方法的性能。计算一些特殊的点，然后通过插值的方式来绘制平滑图像。

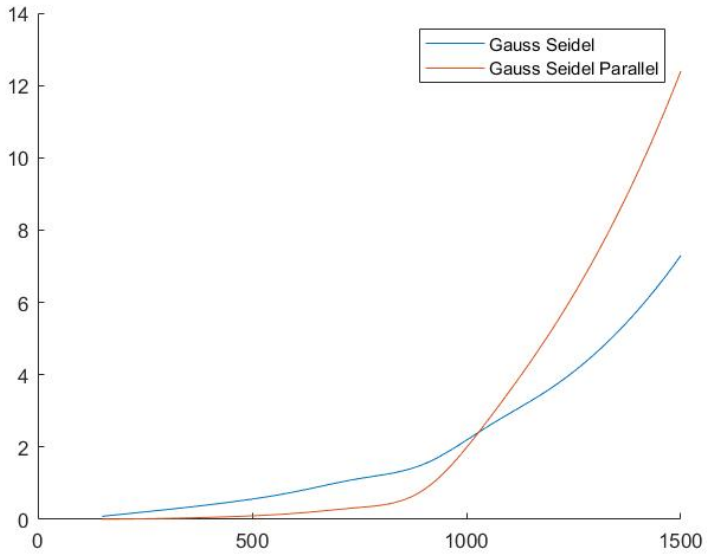
2. 实验原理

matlab 对矩阵的计算有优化，比循环运算快很多，所以预测在迭代次数很大的情况下，gauss_seidel_parallel.m 更优。然而提前计算系数矩阵很费时，在未知量很多的情况下，gauss_seidel.m 更优。

五、实验结果



此为固定未知量数量，横轴为迭代次数，纵轴为运行时间，可以看出两者趋势符合预期。基本都是线性，原因是每次迭代基本做的是同类的运算，因而每次迭代运算时间是差不多的。斜率表示每次迭代的时间，在 x=0 的截距表示运算系数矩阵所用的时间。



此为固定迭代次数，横轴为未知量数量，纵轴为运行时间，可以看出两者趋势符合预期。在未知量数量很多的情况下，串行的实现效率更高。两者图像难以找出对应的方程，因为未知量数量即会影响系数矩阵的计算时间，又会影响每次迭代的计算时间。

六、实验感想

matlab 中矩阵运算和循环的运算效率差距很大，以后尽量使用矩阵运算。另一方面，两种实现各有千秋，要根据具体情况使用合适的实现。

附录（流程图，注释过的代码）：

代码见附件