拉格朗日系数多项式：



其中：



可以用于插值和外推。

定理1 拉格朗日多项式估计：

假设，且。如果，那么：



这里是一个可以被用来估计的多项式：



误差项有如下形式：



书中证明：

考虑的情况，定义特殊的函数如下：



注意对于是常数，且这三个数是的零点：







假设在开区间中。对在区间应用罗尔定理[]，产生一个值，满足且有：



对在区间应用罗尔定理[]，产生一个值，满足且有：



表示有零点和。对在区间应用罗尔定理[]，产生一个值满足且有：



现在回到计算和





在中，我们用了是多项式次数，因此其二阶导数。在中定并联立得：



解出得到所需的余项形式：



根据定理1，并没有规定及，但是对于以及外推误差并没有给出证明，下面给出证明：

定义特殊的函数如下：



设是中的最小值，是最大值。

引理1 对自然数且存在个数，是的零点。

证明 对归纳证明。

归纳基 当时，有：





存在个数是的零点：

归纳步 对自然数且，假设时存在个数，是的零点

对于，对从小到大排序产生一个新的序列。则这个零点可以把区间分成个区间，其中自然数。对每个区间应用罗尔定理[]，产生个数，满足且有：



存在个数是的零点

引理2 对自然数，有：



证明 设：



易得，因而有



由引理1当时，存在个数，是的零点。

现在回到计算，由引理2：



在中，我们用了多项式次数是，因此其阶导数。在中代入：



解出得到所需的余项形式：

\[E\_N(x)=\frac{\prod\_{i=0}^N(x-x\_i)f^{(N+1)}(\xi\_0)}{(N+1)!}\]

有点像泰勒展开拉格朗日余项，区别是泰勒展开拉格朗日余项中。

若个点有个点函数值精确知道，剩下点不精确知道。即设，且设个点，且有：





则由，有



龙格函数

引用