

# Séquence 5 : Nombres relatifs 1

## Objectifs :

- 5R10 : Utiliser la notion d'opposé.
- 5R11 : Repérer un nombre décimal relatif par un point sur une droite graduée.
- 5R22 : Effectuer une somme algébrique.
- 5R20 : Additionner des nombres relatifs.

## I Rendre plus simple des calculs pour calculer mentalement

### 1. Consigne 1

Consigne 1 :  
Effectue mentalement les calculs suivants :  
 $17 + 21 - 1$  ;  
 $148 + 199 - 99$  ;  
 $17 + 35 - 15$  ;  
 $131 + 256 - 56$  ;  
 $39 + 58 - 8$  ;  
 $185 + 2017 - 17$ .

Ajouter 21 et soustraire 1 à un nombre revient à ajouter 20 à ce nombre  
Ajouter 199 et soustraire 99 à un nombre revient à ajouter 100 à ce nombre  
etc.

On a simplifié des programmes de calculs pour calculer mentalement

### 2. Consigne 2

Consigne 2 :  
Effectue mentalement les calculs suivants :  
 $14 + 17 - 15$  ;  
 $114 + 17 - 15$  ;  
 $1802 + 319 - 315$  ;  
 $4374 + 62 - 61$  ;  
 $4374 + 61 - 62$  ;  
 $7081 + 61 - 62$ .

Ajouter 17 et soustraire 15 à un nombre revient à ajouter 2 à ce nombre  
Ajouter 319 et soustraire 315 à un nombre revient à ajouter 4 à ce nombre  
Ajouter 62 et soustraire 61 à un nombre revient à ajouter 1 à ce nombre

⚠ Mais attention ! ⚠

Ajouter 61 et soustraire 62 à un nombre revient à soustraire 1 à ce nombre

En effet, c'est ce que montre l'exemple suivant :

$$\begin{aligned} 4374 + 61 - 62 &= 4373 + 1 + 61 - 62 \\ &= 4373 + (61 + 1) - 62 \\ &= 4373 + 62 - 62 \\ &= 4373. \end{aligned}$$

Donc :  $4374 + 61 - 62 = 4374 - 1$

Simplifier un programme de calcul revient parfois à soustraire

### 3. Une nouvelle notation pour simplifier l'écriture

Consigne 3 :

Effectue mentalement les calculs suivants :

$$458 + 45 - 46 ;$$

$$3469 + 45 - 46 ;$$

$$3469 + 124 - 125 ;$$

$$15627 + 124 - 125 ;$$

$$15627 + 313 - 314 ;$$

$$823 + 313 - 314 ;$$

$$823 + 32 - 33 ;$$

$$4586 + 32 - 33 ;$$

$$4586 + 7538 - 7539.$$

$$823 + 7,2 - 8,2.$$

Pour simplifier l'écriture du programme de calcul, « à un nombre, on ajoute 45 et on soustrait

46 », on aurait pu écrire : ... + 45 - 46 = ... - 1.

On a préféré écrire :

$$+45 - 46 = -1$$

qui signifie que si à un nombre, on ajoute 45 puis on soustrait 46, alors on lui soustrait 1.

$$\text{Ainsi : } 458 + 45 - 46 = 458 - 1 = 457$$

$$+124 - 125 = -1 \quad \text{ainsi } 15627 + 124 - 125 = 15627 - 1 = 15626$$

$$+313 - 314 = -1 \quad \text{ainsi } 823 + 313 - 314 = 823 - 1 = 822$$

$$+32 - 33 = -1 \quad \text{ainsi } 4586 + 32 - 33 = 4586 - 1 = 4585$$

$$+7538 - 7539 = -1 \quad \text{ainsi } 4586 + 7538 - 7539 = 4586 - 1 = 4587$$

$$+7,2 - 8,2 = -1 \quad \text{ainsi } 823 + 7,2 - 8,2 = 823 - 1 = 822$$

On écrit aussi :

$$+34 - 37 = -3$$

$$+34 - 38 = -4$$

$$+12 - 15 = -3$$

$$+5241 - 5246 = -5$$

$$+21 - 31 = -10$$

$$+22 - 29 = -7$$

## II Un nouveau type de calculs

Propriété :

Si on change l'ordre des opérations dans un programme de calcul contenant des additions et des soustractions, on obtient un programme de calcul équivalent.

Exemples :

$$+7 - 11 = -11 + 7 = -4$$

$$-3 + 8 = +8 - 3 = +5$$

### III De nouveaux nombres : les nombres négatifs

#### 1. Les nombres négatifs, les nombres relatifs

##### Définition :

On décide de considérer  $-1, -2, -3 \dots$  comme de nouveaux nombres.

Ils sont précédés d'un signe «  $-$  » et on les appelle « **nombres négatifs** ».

On les écrit :  $-1, -2, -3, \dots$

##### Remarques :

$$-5 + 5 - 1 = -1$$

$$\text{Donc : } 0 - 1 = -1$$

$$+4 - 4 + 2 = +2$$

$$\text{Donc : } 0 + 2 = +2$$

$$\text{Or, on sait que } 0 + 2 = 2$$

$$\text{On peut donc en déduire que } +2 = 2$$

##### Définitions :

Les nombres entiers peuvent donc être notés avec un signe  $+$ , on les appelle des **nombres positifs**.

On a vu que  $-8 + 8 = 0$ , que  $-5 + 5 = 0$ , que  $+4 - 4 = 0 \dots$

On dit que  $-8$  est l'**opposé** de  $+8$  et que  $+8$  est l'**opposé** de  $-8$ , ou encore que  $+8$  et  $-8$  sont **opposés**.

Les nombres positifs et négatifs sont appelés « **nombres relatifs** », ils sont écrits avec un signe  $+$  ou  $-$  et un nombre que l'on appelle la **valeur absolue**.

##### Remarques :

Le nombre  $0$  est un nombre à la fois positif et négatif.

Sur une droite graduée, un nombre et son opposé sont « symétriques » par rapport à  $0$ .

#### 2. L'addition des nombres relatifs

##### Exemples :

Différents cas sont possibles :

- On ajoute deux nombres positifs

$$+7 + (+2) = 7 + 2 = 9 = +9$$

$$+7 + (+10) = 7 + 10 = 17 = +17$$

- On ajoute deux nombres négatifs

$$-7 + (-2) = -7 - 2 = -9$$

$$-7 + (-10) = -7 - 10 = -17$$

- On ajoute un négatif et un positif

$$-7 + (+2) = -7 + 2 = -5$$

$$-7 + (+10) = -7 + 10 = +3 = 3$$

- On ajoute un positif et un négatif

$$+7 + (-2) = 7 - 2 = +5 = 5$$

$$+7 + (-10) = 7 - 10 = -3$$

##### Règle de calcul de la somme de deux relatifs :

Si on ajoute deux relatifs de **même signe**, leur somme est le relatif de **même signe** qui a pour valeur absolue la **somme des valeurs absolues**.

Si on ajoute deux relatifs de **signes différents**, leur somme est le relatif de signe le **signe de celui qui a la plus grande valeur absolue** et de valeur absolue la **différence des valeurs absolues**.

Deux remarques importantes :

- l'addition des relatifs est **commutative** : on ne change pas la valeur de la somme lorsqu'on change l'ordre des termes d'une addition :

$$-15 + (+10) = +10 + (-15) = 10 - 15 = -5$$

- on s'aperçoit que :

$$+7 + (+4) = 7 + 4 ;$$

$$+7 + (-4) = 7 - 4 ;$$

$$-7 + (+4) = -7 + 4 ;$$

$$-7 + (-4) = -7 - 4.$$

Dans une somme de relatifs, il est plus simple de supprimer les parenthèses et les signes + d'addition afin de pouvoir calculer comme dans les programmes de calcul.