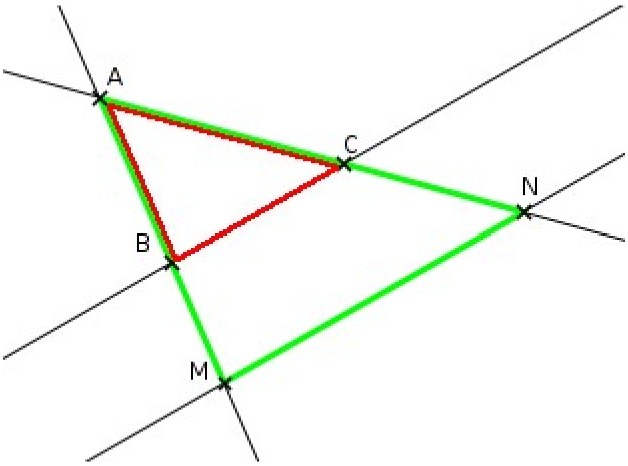
Séquence 15 : Théorème de Thalès

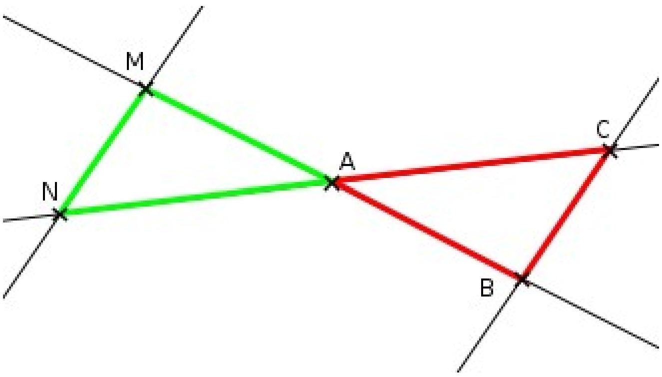
Objectifs :
- 4G30 : Calculer une longueur avec le théorème de Thalès

Théorème de Thalès :

Dans le cas où les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés, si les droites (BC) et (MN) sont parallèles, alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.



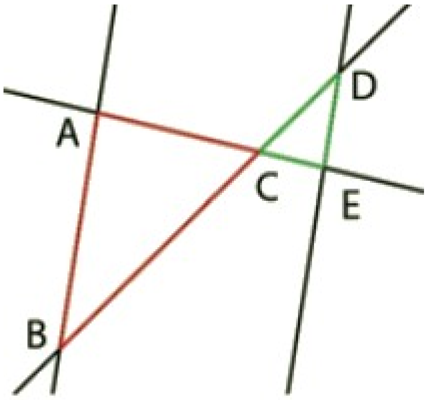
Configuration des « triangles emboîtés »



Configuration « en papillon »

Remarques :
- On a également $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$
- Au lieu de dire que les points A, B, M et A, C, N sont alignés, on peut dire que « Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A » ; ce qui revient au même (comme (BM) et (CN) sont sécantes en A, alors le point A appartient à la droite (BM) donc les points A, B et M sont alignés. On montre de la même façon que les points A, C et N sont alignés.)

Utilisation :
Le théorème de Thalès sert à calculer une longueur lorsqu'on a deux triangles et deux droites parallèles.



<u>Exemple :</u>
On considère la figure ci-contre, où les droites (AE) et (BD) se coupent en C et les droites (AB) et (DE) sont parallèles
AB = 7,4 cm ; AC = 3,9 cm ; BC = 8,5 cm ; DC = 2,4 cm.

Calculer une valeur approchée au mm près des longueurs CE et ED.

1ère étape : on vérifie si on a bien les conditions d'utilisation du théorème de Thalès
Les points A, C, E d'une part et B, C, D d'autre part sont alignés.
Les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

2ème étape : les conditions, sont bien réunies, on peut utiliser le théorème de Thalès.
D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{CA}{CE} = \frac{CB}{CD} = \frac{AB}{ED}$$

3ème étape : on peut enfin calculer les longueurs recherchées

$$\frac{3{,}9}{CE} = \frac{8{,}5}{2{,}4} = \frac{7{,}4}{ED}$$

Une règle de trois donne CE = $\frac{3{,}9 \times 2{,}4}{8{,}5} \approx 1{,}1$ cm.

Une règle de trois donne ED = $\frac{2{,}4 \times 7{,}4}{8{,}5} \approx 2{,}1$ cm.