

Séquence 2 : Calcul littéral (1ère partie)

Objectifs :

- 5L13 : Réduire une expression littérale
- 4L10 : Développer une expression littérale
- 4L20 : Résoudre une équation du premier degré

I Expression littérale

Définition :

Une **expression littérale** est une expression (un calcul) dans laquelle un ou plusieurs nombres sont désignés par des lettres.

Règle :

Dans une expression littérale, on peut supprimer le signe \times lorsqu'il est placé devant une lettre ou une parenthèse.

Exemple :

On veut simplifier l'écriture de l'expression suivante.




$$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = -3 \times x + 2 \times (5 \times x + 2 \times 4)$$

$$A = -3x + 2(5x + 8)$$

II Réduire une expression littérale

Exemples :





Tout comme 2  + 3  = 5  ;

$$2x + 3x = 5x$$

Lorsqu'on a 2 objets identiques
(2 fois la même lettre),
on peut les réunir





Tout comme 5  - 3  = 2  ;

$$5x - 3x = 2x$$

Tout comme 2  + 3  = 2  + 3  ;

$$2x + 3y = 2x + 3y$$

Lorsqu'on a 2 objets différents
(2 lettres différentes),
on ne peut pas les réunir

Tout comme 5  - 3  = 5  - 3  ;

$$5x - 3y = 5x - 3y$$

III Développer une expression littérale

Définition :

Développer, c'est transformer un produit en une somme ou une différence.

Propriétés :

a, b, k désignent des nombres relatifs.

$$k(a + b) = ka + kb$$

Produit Somme

$$k(a - b) = ka - kb$$

Produit Différence

Exemple :

Développement de $A = -3(x - 4)$

$$A = -3 \times x - (-3) \times 4 = -3x - (-12) = -3x + 12$$

III Équation du premier degré à une inconnue

1. Notion d'équation

Définition :

Une **équation** est une égalité dans laquelle figurent un ou plusieurs nombres **inconnus**, désignés le plus souvent par des lettres.

Exemple :

$2x + 5 = 7x - 1$ est une équation à une inconnue x .

Vocabulaire :

On nomme **membre de gauche** la partie d'une équation située à gauche du signe égal.

Exemple :

Dans l'équation précédente, le membre de gauche est $2x + 5$ et le membre de droite est $7x - 1$.

2. Solution d'une équation

Définitions :

Résoudre une équation, c'est trouver toutes ses **solutions**, c'est à dire toutes les valeurs pour lesquelles l'égalité est vraie.

Exemple :

Le nombre 1,2 est solution de l'équation $2x + 5 = 7x - 1$. En effet :

Calcul du membre de gauche pour $x = 1,2$: $2 \times 1,2 + 5 = 2,4 + 5 = 7,4$

Calcul du membre de droite pour $x = 1,2$: $7 \times 1,2 - 1 = 8,4 - 1 = 7,4$

IV Résolution algébrique d'une équation

Propriété :

a, b, c désignent des nombres.

Si $a = b$, alors $a + c = b + c$.

Si $a = b$, alors $a - c = b - c$.

Exemple :

Si x est un nombre tel que $x - 8 = 4$

alors $x - 8 + 8 = 4 + 8$

donc $x = 12$

Propriété :

a, b, c désignent des nombres avec $c \neq 0$.

Si $a = b$, alors $a \times c = b \times c$.

Si $a = b$, alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$.

Exemple :

Si x est un nombre tel que $-3x = 5$

alors $\frac{-3x}{-3} = \frac{5}{-3}$

donc $x = -\frac{5}{3}$

Méthode de résolution d'une équation du type $a x + b = c x + d$:

1. On élimine le plus petit terme « en x » (+ ou -)
2. On élimine le terme « sans x » qui est à côté du terme « en x » qui reste (+ ou -)
3. On élimine le nombre qui est « collé » à x (\times ou \div)

Exemple :

Résolution de l'équation $5x - 4 = 3x + 2$

$$5x - 4 = 3x + 2 \quad \leftarrow \text{1. Pour éliminer « } 3x \text{ » on fait } - 3x \text{ des deux côtés}$$

$$2x - 4 = 2 \quad \leftarrow \text{2. Pour éliminer « } - 4 \text{ » on fait } + 4 \text{ des deux côtés}$$

$$2x = 6 \quad \leftarrow \text{3. Pour éliminer « } 2 \times \text{ » on fait } \div 2 \text{ des deux côtés}$$

$$x = 3$$

3 est solution de l'équation.

V Modélisation d'une équation

Méthode :

1. Choix de l'inconnue de façon à pouvoir exprimer toutes les données de l'énoncé facilement en fonction de celle-ci (le choix de l'inconnue est souvent aidé par la question).
2. Exprimer les autres données de l'énoncé en fonction de l'inconnue
3. Exprimer la ou les équations induites par l'énoncé

Exemple :

Arnaud a 3 ans de plus que Bernard et Chloé est deux fois plus âgée qu'Arnaud.

En ajoutant leurs âges respectifs, on obtient 49 ans.

Quel âge a Arnaud ?

1. On note x l'âge d'Arnaud. \leftarrow La question demande l'âge d'Arnaud et on voit que les âges de chaque personne ont un lien avec l'âge d'Arnaud

2. Bernard a $x - 3$ ans

\leftarrow Si Arnaud a 3 ans de plus que Bernard, Bernard a 3 ans de moins

Chloé a $x \times 2$ ans

\leftarrow Le double d'un nombre, c'est ce nombre $\times 2$. l'âge

d'Arnaud est x

3. $A_{\text{Arnaud}} + A_{\text{Bernard}} + A_{\text{Chloé}} = 49 \leftarrow$ « En ajoutant leurs âges respectifs, on obtient 49 ans »

$$x + x - 3 + x \times 2 = 49 \leftarrow \text{On remplace les âges par les expressions qu'on a trouvés}$$

$$4x - 3 = 49$$

\leftarrow On réduit (on met ensemble ce qui va ensemble)

$$4x = 47 + 3 = 52$$

\leftarrow On résout l'équation

$$x = \frac{52}{4} = 13$$

Arnaud a 13 ans