

Séquence 9 : Nombres premiers

Objectifs :

- 4A10 : Déterminer la liste des nombres premiers inférieurs à 100
- 4A11 : Décomposer un nombre entier en produit de facteurs premiers
- 4A12 : Modéliser et résoudre des problèmes simples mettant en jeu les notions de divisibilité et de nombre premier

I Crible d'Ératosthène

Méthode :

On commence par entourer 2 et on raye tous ses multiples.

On entoure l'entier suivant qui n'est pas rayé (3) et on recommence.

On entoure l'entier suivant qui n'est pas rayé (5) et ainsi de suite.

Au final, tous les entiers qui n'ont pas été rayés sont des nombres premiers.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Nombres premiers

2	3	5	7
11	13	17	19
23	29	31	37
41	43	47	53
59	61	67	71
73	79	83	89
97			

Remarques :

- 11×2 a déjà été rayé lorsqu'on a rayé les multiples de 2, pareil pour 11×3 , 11×4 etc. jusqu'à 11×10

- le plus petit multiple de 11 qui n'a pas encore été rayé avec les tables précédentes est donc $11 \times 11 = 121$ qui est déjà plus grand que 100 !

Arrivé à 10, comme $10 \times 10 = 100$, on peut directement entourer tous les nombres qui n'ont pas été barrés, ce sont tous des nombres premiers.

Méthode :

Pour vérifier si un nombre inférieur à 100 est un nombre premier, on vérifie s'il est dans le table de 2, 3, 5 ou 7. S'il n'est dans aucune de ces tables, alors c'est un nombre premier !

Propriétés (rappel) :

Un nombre est :

- divisible par 2 s'il se termine par 0, 2, 4, 6 ou 8
- divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5

Méthode :

Pour vérifier si un nombre plus petit que 70 est dans la table de 7 il suffit de connaître la table de 7
S'il est plus grand que 70, on enlève 70 et on vérifie si ce qui reste est dans la table de 7.

II Décomposer en un produit de facteurs premiers

Méthode :

Pour décomposer un nombre en un produit de facteurs premiers, on le divise autant que possible par des nombres premiers

Exemple :

On veut décomposer 1008 en produit de facteurs premiers.

Il est divisible par 2 (car il se termine par 8)

$1008 = 2 \times 504$ (qui est divisible par 2 car il se termine par 4)

$504 = 2 \times 252$ (qui est divisible par 2 car il se termine par 2)

$252 = 2 \times 126$ (qui est divisible par 2 car il se termine par 6)

$126 = 2 \times 63$ (qui est divisible par 3 car $6 + 3 = 9$ qui est divisible par 3)

$63 = 3 \times 21$ (qui est divisible par 3 car $2 + 1 = 3$ qui est divisible par 3)

$21 = 3 \times 7$ (on s'arrête là car 7 est un nombre premier)

Si on refait les calculs dans l'autre sens, on obtient :

$$7 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 2 = 1008$$

On a bien trouvé une décomposition en facteurs premiers de 1008.

Remarque :

On peut aussi le rédiger autrement :

1008	2
504	2
252	2
126	2
63	3
21	3
7	7
1	

Méthode :

Pour décomposer un nombre en produit de facteurs premiers plus efficacement, on peut garder en tête (ou sur la calculatrice) les **résultats intermédiaires** et n'écrire que les **facteurs premiers**.

Exemple :

En tête : 1050 525 175 35

Sur la feuille : $2100 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7$