

# Séquence 22 : Proportionnalité en géométrie 4

## Objectifs :

- 3G11 : Transformer une figure par homothétie et comprendre l'effet d'une homothétie
- 3G13 : Mobiliser les connaissances des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie pour déterminer des grandeurs géométriques

## Définition :

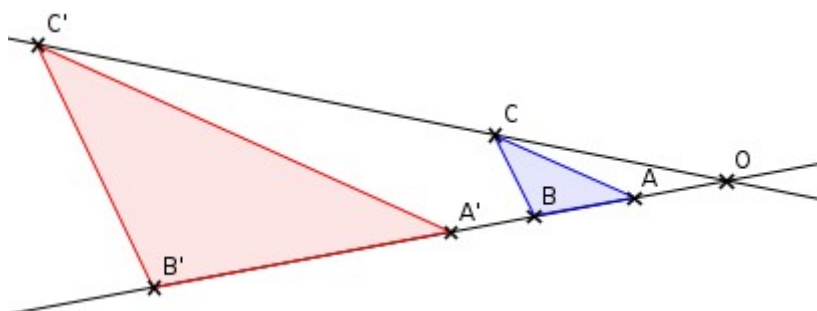
Transformer une figure par **homothétie** de centre  $O$  et de rapport  $k$ , c'est l'agrandir ou la réduire en faisant glisser ses points le long de droites passant par  $O$ .

Une homothétie est définie par :

- un centre
- un rapport  $k$  non nul.

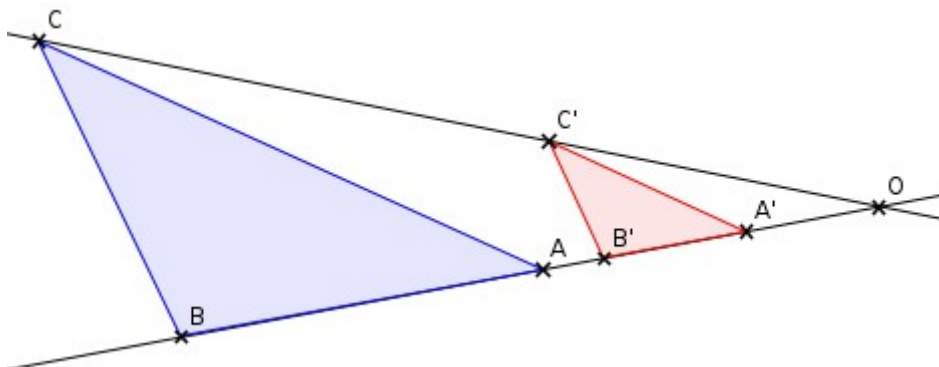
## Exemple 1 :

On a transformé le triangle  $ABC$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 3.



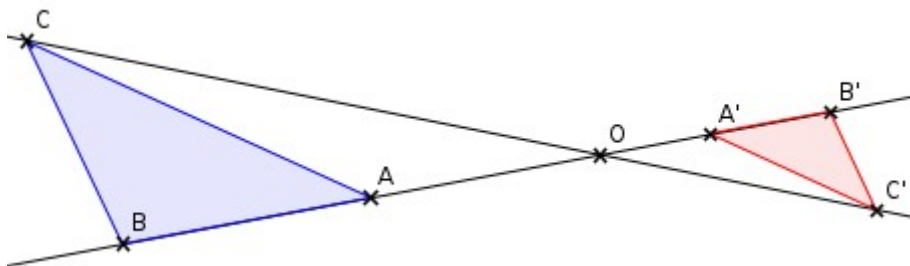
## Exemple 2 :

On a transformé le triangle  $ABC$  par l'homothétie de centre  $O$  et de rapport 0,4.



### Exemple 3 :

On a transformé le triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.



### Remarques :

Lorsque  $k > 1$ , l'homothétie effectue un agrandissement de rapport  $k$ .

Lorsque  $0 < k < 1$ , l'homothétie effectue une réduction de rapport  $k$ .

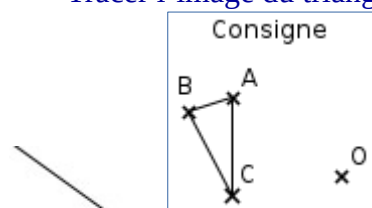
Lorsque  $-1 < k < 0$ , l'homothétie effectue une réduction de rapport  $k$  et la figure est « retournée ».

Lorsque  $k < -1$ , l'homothétie effectue un agrandissement de rapport  $k$  et la figure est « retournée ».

L'homothétie de centre O et de rapport -1 est la symétrie de centre O.

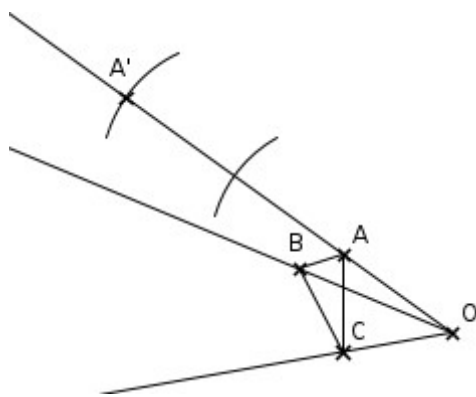
### Méthode :

Tracer l'image du triangle ABC par l'homothétie de centre O et de rapport 3.



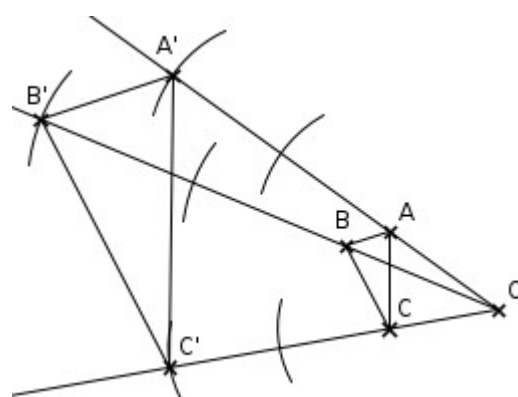
#### Étape 1 :

on trace les demi-droites [OA), [OB) et [OC)



#### Étape 2 :

on mesure la distance OA, on la multiplie par 3 et on place le point A'



#### Étape 3 :

on fait de même pour les points B' et C' et on les relie pour tracer le triangle A'B'C'

### Propriétés :

Une figure et son image par l'homothétie sont proportionnelles :

- elles ont la même forme : les alignements et les angles sont conservés ;
- le coefficient de proportionnalité est  $k$  : les longueurs sont multipliées par  $k$  et les aires par  $k^2$ .