Séquence 22 : Calcul littéral 2

Objectifs :
- 5L10 : Produire une expression littérale pour élaborer une formule ou traduire un programme de calcul
- 5L12 : Utiliser le calcul littéral pour démontrer une propriété générale

Remarque :
On connaît déjà quelques formules, par exemple :
- aire d'un rectangle = L × l
- périmètre d'un cercle = 2 π r

Dans cette séquence, on verra qu'on peut aussi se créer ses propres formules ! (mais on préférera les appeler des « expressions » plutôt que des « formules »)

Exemple 1 :
n désigne un nombre entier.
Exprimer l'entier suivant en fonction de n (c'est comme ça qu'on demande d'écrire la « formule » qui permet de calculer l'entier suivant à partir de n.)
Si je pars d'un entier et que je cherche à aller à l'entier suivant, je dois ajouter 1.
Si je pars d'un entier n et que j'ajoute 1, j'obtiens $n + 1$.
L'entier suivant est donné par l'expression (la formule) $n + 1$.

Exemple 2 :
n désigne un nombre entier.
Exprimer le triple en fonction de n
Pour obtenir le triple d'un nombre, je dois multiplier par 3.
Pour obtenir le triple d'un nombre n, je le multiplie par 3 et j'obtiens $n \times 3 = 3n$
Le triple de n est donné par l'expression $3n$

Propriétés :
Les nombres pairs sont les nombres de la forme $2n$.
Les nombres impairs sont les nombres de la forme $2n + 1$.

Exemple 3 :
Montrer que la somme de deux entiers consécutifs est impaire.
n désigne un nombre entier.
Le nombre suivant est donc $n + 1$.
n et $n + 1$ désignent donc deux entiers consécutifs.
Calculons leur somme : $n + (n + 1) = n + n + 1 = 2n + 1$
Je sais que : La somme de deux entiers consécutifs est de la forme $2n + 1$.
Propriété : Or, les nombres impairs sont les nombres de la forme $2n + 1$.
Conclusion : La somme de deux entiers consécutifs est donc un nombre impair.

Exemple 4 :
Montrer que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3.
n désigne un nombre entier.
Les entiers qui le suivent sont $n + 1$ et $n + 2$.
Calculons leur somme : $n + (n + 1) + (n + 2) = n + n + 1 + n + 2 = 3n + 3$
$3n$ désigne le triple d'un nombre, c'est donc un multiple de 3.
Si on ajoute 3 à un multiple de 3, on obtient un autre multiple de 3 (parce que les multiples de 3 vont « de 3 en 3 ».
La somme de trois entiers consécutifs est donc un multiple de 3.