

Séquence 15 : Puissances

Objectifs :

- 4C37 : Utiliser les puissances d'exposant relatif
- 4C32 : Associer dans le cas des nombres décimaux, écriture décimale, écriture fractionnaire et notation scientifique

I Puissances d'exposant positif

Notation :

a désigne un nombre relatif et n un nombre entier avec $n \geq 2$.

a^n désigne le produit de n facteurs égaux à a .

$a^n = a \times a \times \dots \times a$ a^n est une puissance du nombre a
(n facteurs) a^n se lit « a exposant n »

Par convention, $a^1 = a$ et lorsque $a \neq 0$, $a^0 = 1$.

Exemples :

- $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
(5 facteurs)
- $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$
(3 facteurs)
- $\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$
- $0^n = 0$ (avec $n \geq 1$)
- $1^n = 1$
- $a^0 = 1$
- $a^1 = a$

Vocabulaire :

a^2 se lit aussi « a au carré ».

a^3 se lit aussi « a au cube ».

Règle :

Dans une expression sans parenthèse comportant des puissances, on effectue d'abord les puissances, puis les multiplications et les divisions, et enfin les additions et les soustractions.

Exemple :

$$A = 1 + 4 \times 2^3 = 1 + 4 \times 8 = 1 + 32 = 33$$

$$B = 1 + (3 \times 2)^3 = 1 + 6^3 = 1 + 216 = 217$$

II Puissance d'exposant négatif

Définition :

a désigne un nombre relatif non nul et n désigne un nombre entier strictement positif.

Le nombre a^{-n} désigne l'inverse du nombre a^n :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

$$5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$$

II Puissances de dix

Propriétés :

Quel que soit le nombre entier $n \geq 1$,

$$10^n = 10 \times \dots \times 10 = 10 \dots 0 \quad 10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{10 \dots 0} = 0,0 \dots 01$$

n facteurs

n zéros

n zéros

n zéros

Exemples :

$$10^3 = 1\ 000 \quad \text{mille}$$

$$10^6 = 1\ 000\ 000 \quad \text{un million}$$

$$10^9 = 1\ 000\ 000\ 000 \quad \text{un milliard}$$

$$10^{-3} = 0,001 \quad \text{un millième}$$

$$10^{-6} = 0,000\ 001 \quad \text{un millionième}$$

Propriétés :

n désigne un nombre entier positif.

Pour multiplier un nombre décimal par 10^n , on déplace la virgule de n rangs vers la droite (en complétant éventuellement par des zéros).

Pour multiplier un nombre décimal par 10^{-n} , on déplace la virgule de n rangs vers la gauche (en complétant éventuellement par des zéros).

Exemples :

$$3,5 \times 10^4 = 3\ 5000 = 35\ 000$$

$$3,5 \times 10^{-4} = 0,0003\ 5 = 0,000\ 35$$

II Écriture scientifique d'un nombre décimal

Définition :

L'écriture scientifique d'un nombre décimal différent de zéro est la seule écriture de la forme $a \times 10^n$ où :

- a est un nombre décimal écrit avec un seul chiffre avant la virgule, différent de 0 ;
- n est un nombre entier relatif.

Exemples :

L'écriture scientifique de 253 200 est $2,532 \times 10^5$

L'écriture scientifique de 0,000 54 est $5,4 \times 10^{-4}$

$34,52 \times 10^8$ n'est pas une écriture scientifique car il possède deux chiffres avant la virgule (3 et 4).

$0,51 \times 10^3$ n'est pas une écriture scientifique car le chiffre avant la virgule doit être différent de 0.