Séquence 12 : Fractions (2ème partie)

Objectifs :
- 5N20 : Additionner ou soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre
- 5N21 : Utiliser les nombres premiers pour simplifier des fractions

I Addition et soustraction de fractions

1. Lorsque les dénominateurs sont égaux

Propriété :

Pour additionner (ou soustraire) deux fractions qui ont le même dénominateur :
on additionne (ou on soustrait) les numérateurs ;
on garde le dénominateur commun
a, b et c désignent trois nombres relatifs avec $c \neq 0$.

$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$ $\qquad$ $\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$

Exemples :

$A = \frac{2}{5} + \frac{4}{5}$

$A = \frac{2+4}{5}$

$A = \frac{6}{5}$

« 2 cinquièmes + 4 cinquièmes = 6 cinquièmes »

$B = \frac{7}{3} - \frac{5}{3}$

$B = \frac{7-5}{3}$

$B = \frac{2}{3}$

« 7 tiers – 5 tiers = 2 tiers »

2. Lorsque les dénominateurs sont multiples l'un de l'autre

Méthode :

Pour additionner ou soustraire deux fractions qui n'ont pas le même dénominateur, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur.

Exemple :

On veut calculer $C = \frac{5}{12} + \frac{2}{3}$

$C = \frac{5}{12} + \frac{2}{3}$ $\quad \leftarrow 3 \times ? \stackrel{?}{=} 12$

$C = \frac{5}{12} + \frac{2 \times 4}{3 \times 4}$

$C = \frac{5}{12} + \frac{8}{12}$ $\quad \leftarrow$ Maintenant on a le même dénominateur, comme dans le 1.

$C = \frac{5+8}{12}$

$C = \frac{13}{12}$

II Simplifier des fractions

Propriété :

Un quotient ne change pas si on multiplie ou divise son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul (non nul = différent de zéro).
a, b et k désignent trois nombres relatifs avec b ≠ 0 et k ≠ 0.
$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$ et $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$

Exemples :

$\frac{2{,}5}{3} = \frac{2{,}5 \times 2}{3 \times 2} = \frac{5}{6}$

$\frac{-56}{64} = \frac{-56 \div 8}{64 \div 8} = \frac{-7}{8}$

Définition :

Simplifier une fraction, c'est écrire une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petits.

Exemple :

Simplifier $\frac{63}{75}$.

63 et 75 sont divisibles par 3.

On peut donc écrire $\frac{63}{75} = \frac{63 \div 3}{75 \div 3} = \frac{21}{25}$.

Définition :

a et *b* désignent deux entiers relatifs avec $b \neq 0$.

On dit que la fraction $\frac{a}{b}$ est irréductible si le seul diviseur positif commun à *a* et *b* est égal à 1.

Exemple :

$\frac{5}{8}$ est une fraction irréductible car le seul diviseur positif commun à 5 et 8 est 1.

Méthode :

Pour rendre une fraction irréductible, on peut, au choix :
- simplifier la fraction en plusieurs étapes, jusqu'à ce qu'on ne puisse plus la simplifier ;
- décomposer le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers puis simplifier.

Exemple :

Rendre irréductible la fraction $\frac{24}{36}$.

Méthode 1 : $\frac{24}{36} = \frac{24 \div 2}{36 \div 2} = \frac{12}{18} = \frac{12 \div 2}{18 \div 2} = \frac{6}{9} = \frac{6 \div 3}{9 \div 3} = \frac{2}{3}$

Méthode 2 : $\frac{24}{36} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times 3} = \frac{2}{3}$