Εθνικό Μετσόβιο Πολυτεχνείο
Σχολή Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών
Τομέας Σημάτων, Ελέγχου και Ρομποτικής

Σχεδίαση Συστημάτων Αυτομάτου Ελέγχου

Matlab/Simulink Project 2

Ον/μο : Βαβουλιώτης Γεώργιος (ΑΜ: 03112083)
Ροή Σ
Εξάμηνο : 8

Θεωρούμε την πειραματική διάταξη του Ανεστραμμένου Εκκρεμούς που εξετάσαμε στο εργαστήριο. Μια γραμμική περιγραφή ενός ανάλογου συστήματος εκφράζεται απο τις παρακάτω εξισώσεις :

$$\dot{x}_{ολ} = \begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{x} \\ \ddot{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix} u \quad , \qquad \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

όπου:

- θ είναι η γωνιακή θέση της ράβδου σε rad.
- x η απόσταση του βαγονιού απο κάποιο σημείο αναφοράς με m.
- u είναι η είσοδος ελέγχου σε N.
- $[y1\ y2]^T$ είναι το διάνυσμα εξόδου.

Απο την παραπάνω γραμμική περιγραφή έχουμε προφανώς οτι :

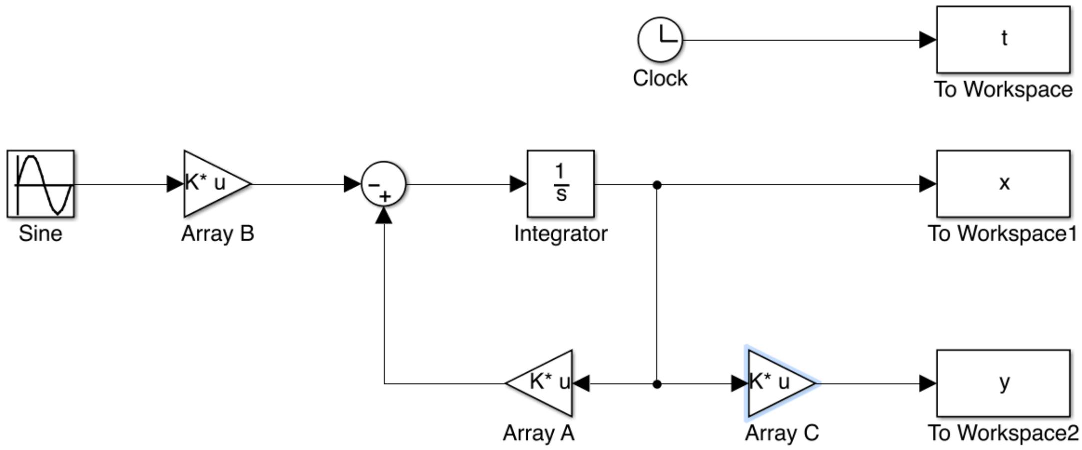
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.5 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0.5 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

και ο πίνακας D είναι ενας πίνακας 2X1 ο οποίος περιέχει μόνο μηδενικά(για την ακρίβεια δυο μηδενικά).

A) Αρχικά θα πρέπει να αναφέρω οτι για την προσομοίωση του παραπάνω συστήματος χρησιμοποιήσαμε το Simulink. Στη συνέχεια σας παρουσιάζω το σύστημα ανοιχτού βρόχου το οποίο με το οποίο έγινε η προσομοίωση στο Simulink :



Στην εκφώνηση της άσκησης μας δίνονται κάποιες προδιαγραφές τις οποίες όμως δεν αναφέρω αλλά τις έχω λάβει υπόψην μου όπως φαίνεται και στην σχεδίαση παρακάτω. Αυτό το οποίο μας ζητείται να κάνουμε στο ερώτημα αυτό είναι Full State Feedback, διότι αυτό που στην ουσία θέλουμε να κάνουμε είναι να επαναφέρουμε το βαγόνι στην αρχική του κατάσταση, απαλοίφοντας οτι προσδίδει στο σύστημα μας διαταραχές τις οποίες δεν επιθυμούμε να υπάρχουν. Για να ελέγξω αν κάτι τέτοιο είναι πιθανό να γίνει κάνω τις εξής ενέργειες-υπολογισμούς:

1) Υπολογίζω με την βοήθεια του Matlab την ορίζουσα του πίνακα(μήτρας) Ελεγξιμότητας που φαίνεται παρακάτω:

ControlArray = [A   A*B   (A*A*B)   (A*A*A*B)] =

0	-1.0000	0	-20.6000
-1.0000	0	-20.6000	0
0	0.5000	0	0.5000
0.5000	0	0.5000	

D = **det**(ControlArray) = 96.04

2) Επειδή D != 0 έχω προφανώς οτι το σύστημα μου είναι Ελέγξιμο κι επομένως είναι δυνατό να κάνουμε αυτό που ανέφερα παραπάνω θεωρητικά, δηλαδή Full State Feedback.

Στη συνέχεια σας αναφέρω όλα όσα επέλεξα να κάνω ώστε να ικανοποιήσω τις προδιαγραφές σας:

Επειδή θέλουμε το σύστημα μας να έχει δυο επικρατούντες και δυο μη επικρατούντες πόλους, των οποίων η επίδραση θα πρέπει να μειώνεται σε σχέση με την ταχύτητα τους επίλέγω στις θέσεις -100 και -200 αντίστοιχα. Σύμφωνα με το κριτήριο για το χρόνο αποκατάστασης που ισούται με 1.5% της τελικής τιμής της απόκρισης έχουμε ότι :

$T_s = 4/(\zeta*\omega_n)$ ==> $\omega_n = 4$

Με βάση όλα αυτά οι επικρατούντες πόλοι υπολογίζονται με τον ακόλουθο τρόπο :

Pole1 = $-\zeta*\omega_n + j*\omega_n*\mathrm{sqrt}(1-\zeta^2)$ = -2 + 3.464*j

Pole2 = $-\zeta*\omega_n - j*\omega_n*\mathrm{sqrt}(1-\zeta^2)$ = -2 - 3.464*j

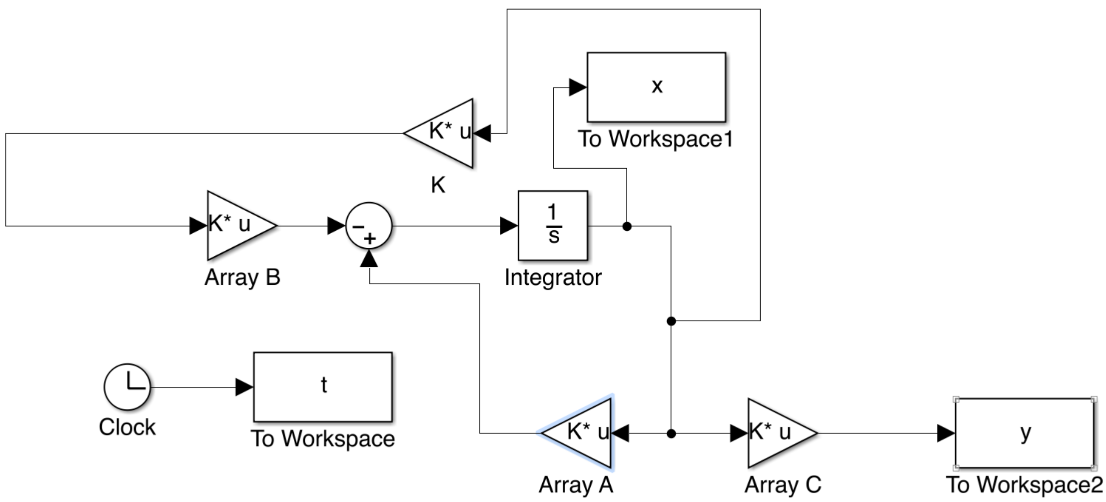
Ο πίνακας που περιέχει τους πόλους τους οποίους ανέφερα παραπάνω αλλά και υπολόγισα εδώ είναι της εξής μορφής :

PoleArray = [-2 + 3.464*j   -2 - 3.464*j   -100 -200]

Το ζητούμενο κέρδος υπολογίστηκε με την βοήθεια της place(3) τις οποίας δώσαμε ως ορίσματα τα A, B , PoleArray με την σειρά που τα αναφέρω και μας επέστρεψε το παρακάτω αποτέλεσμα :

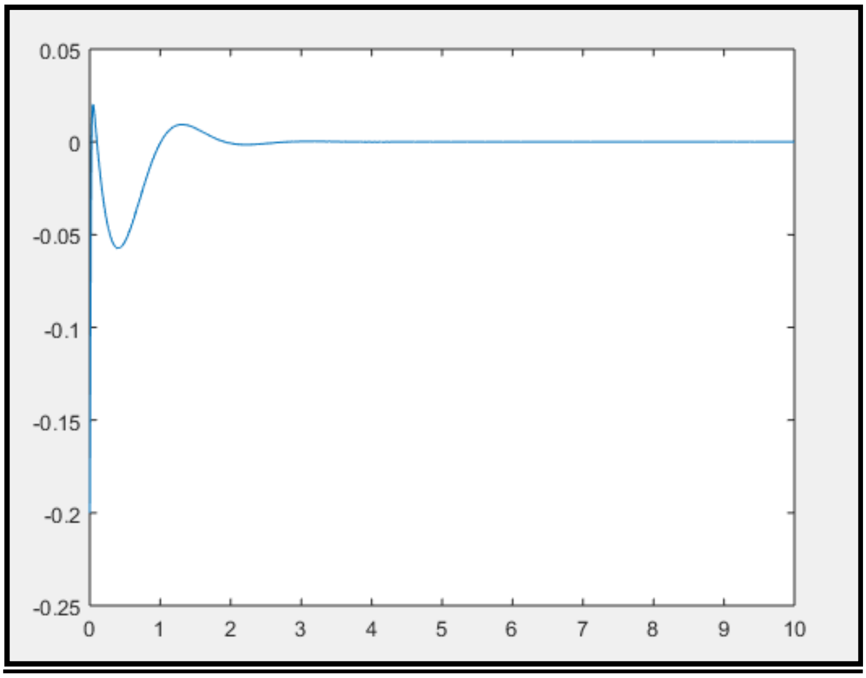
K= 1.0e+04*(-3.7562,-0.4631,-3.2652,-0.8653)

Στη συνέχεια σας παρουσιάζω το σύστημα κλειστού βρόχου μετά την παραπάνω δουλειά, δηλαδή το State Feedback :

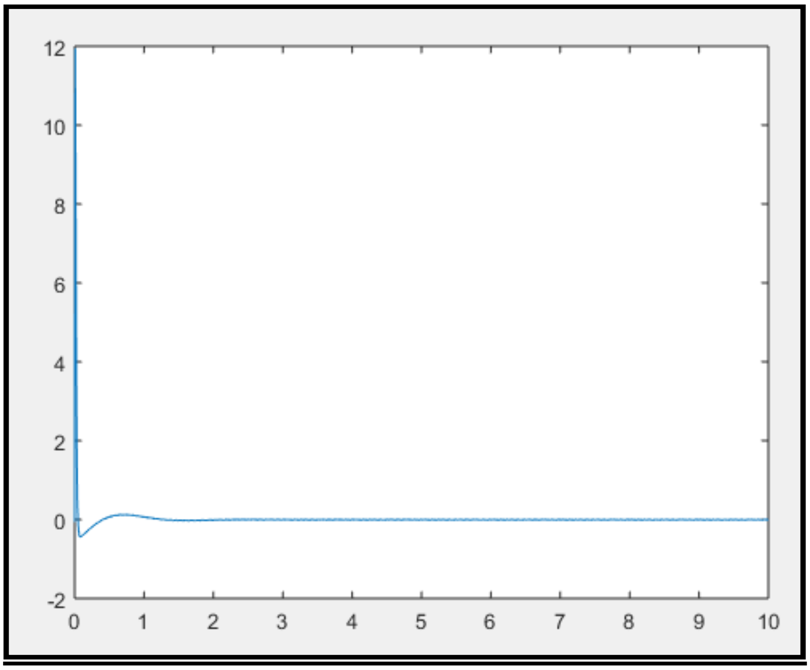


Μετά την εύρεση του κατάλληλου Κ σας παρουσιάζω τις αποκρίσεις για καθένα απο τα μεγέθη που ζητήσατε :

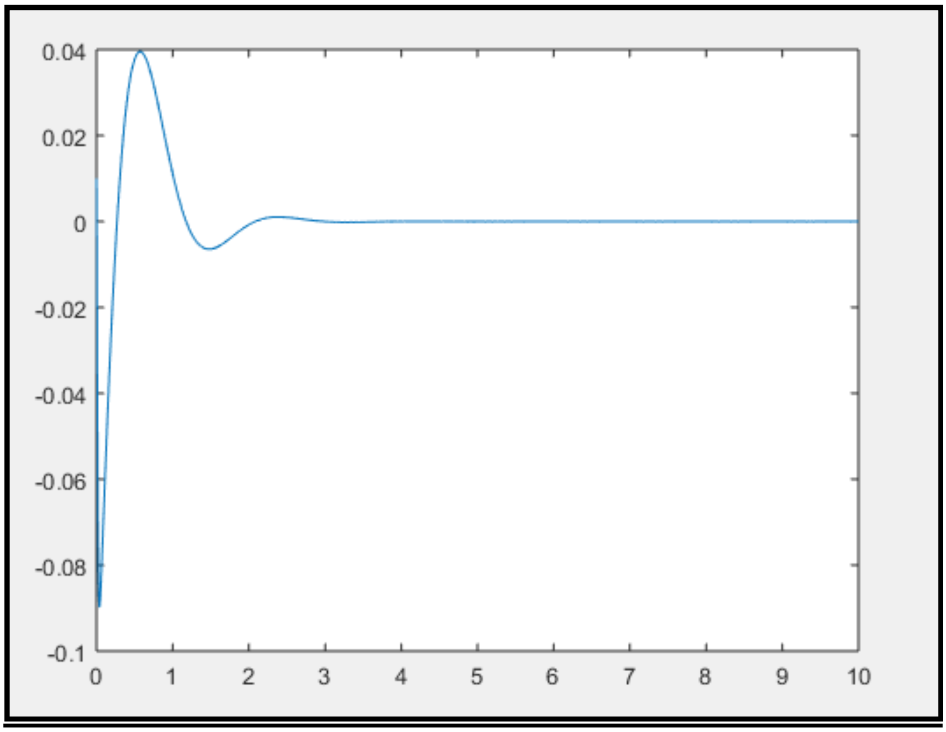
Γωνία



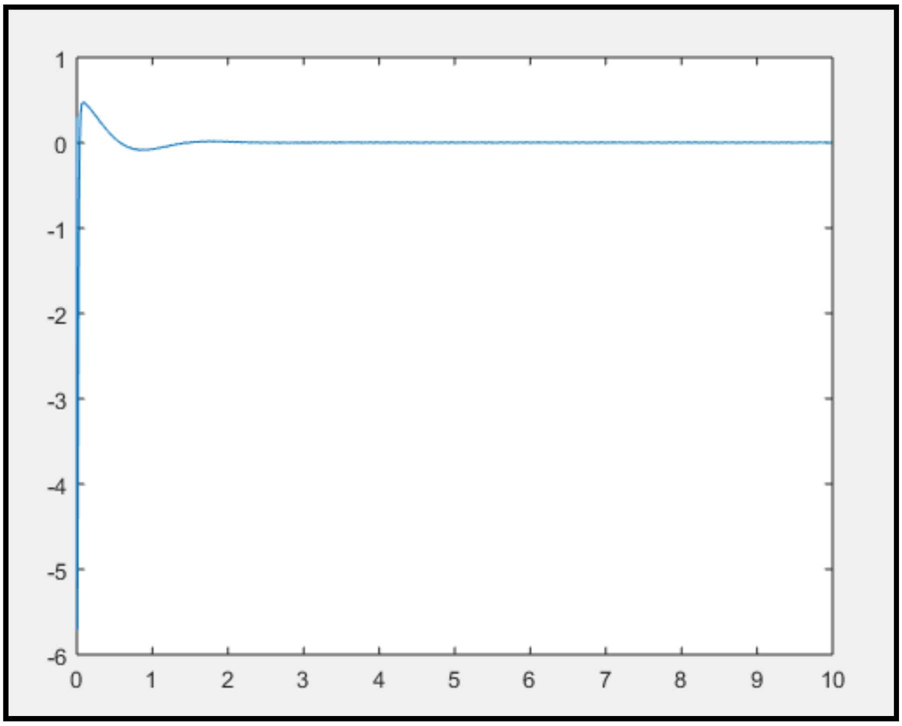
Γωνίακή Ταχύτητα



Θέση



Ταχύτητα



Για να καταφέρουμε να εξάγουμε αυτές τις αποκρίσεις γράφαμε κάθε φορά την εντολή plot(t,x(:,i)), όπου i = 1,2,3,4 αντίστοιχα.

Β) Στο ερώτημα αύτο ζητούμενο είναι η εύρεση και πάλι του κατάλληλου Κ ώστε να ελαχιστοποιείται το τετραγωνικό κριτήριο κέρδους που φαίνεται στη συνέχεια :

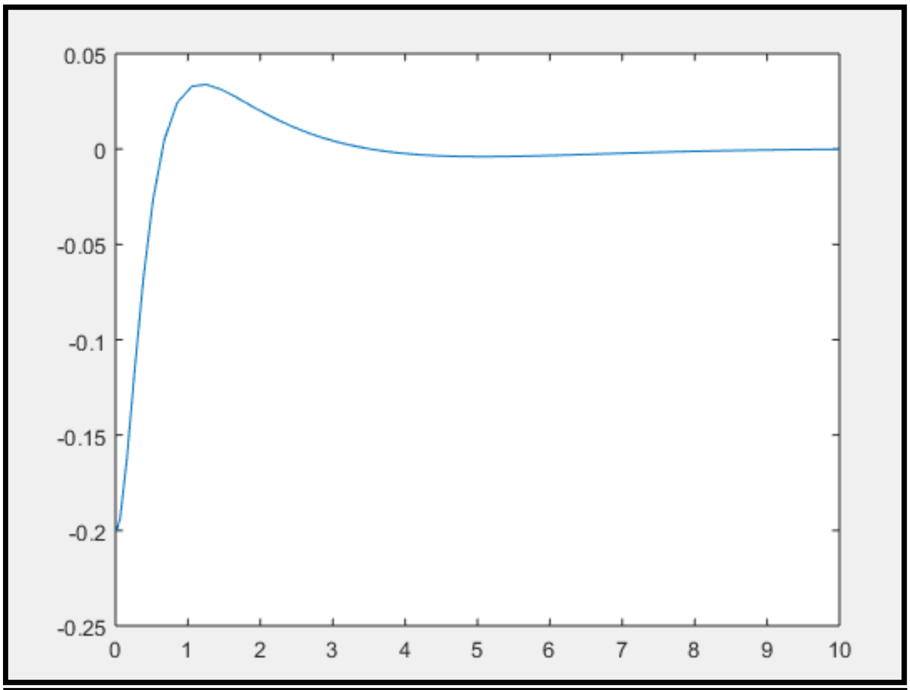
$$J = \frac{1}{2}\int_0^{\infty}\left(x_{o\lambda}^T(t)x_{o\lambda}(t) + u^2(t)\right)dt$$

Ισχύει οτι Q = [1 1 1 1; 1 1 1 1; 1 1 1 1; 1 1 1 1], δηλαδή η μήτρα Q είναι μια μήτρα 4X4 γεμάτη με άσσους. Επίσης ισχύει οτι R = 1, άρα με χρήση της συνάρτησης lqr(4) του Matlab υπολογίζουμε το βέλτιστο κέρδος Κ. Η συνάρτηση lqr(4) παίρνει σαν ορίσματα τα A, B, Q, R και επιστρέφει τρια πράγματα εκ των οποίων εμείς ενδιαφερόμαστε για το πρώτο το οποίο είναι το ζητούμενο Κ, δηλαδή :

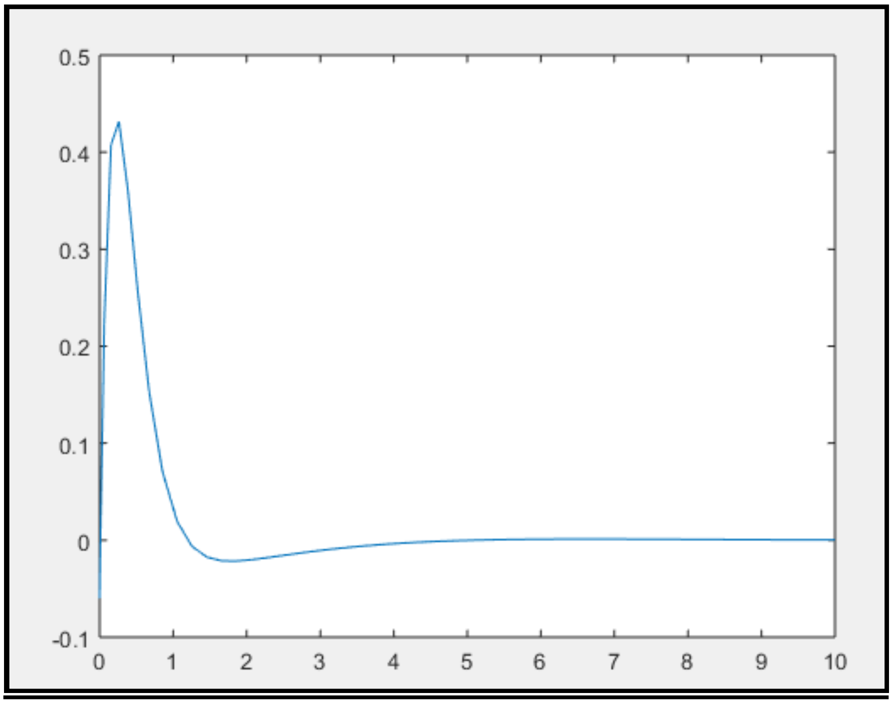
[K,unkn1,unkn2] = lqr(A,B,Q,R) = -51.4839, -11.4425, -1.0000 , -2.6643

Στη συνέχεια σας παραθέτω τις ζητούμενες αποκρίσεις :

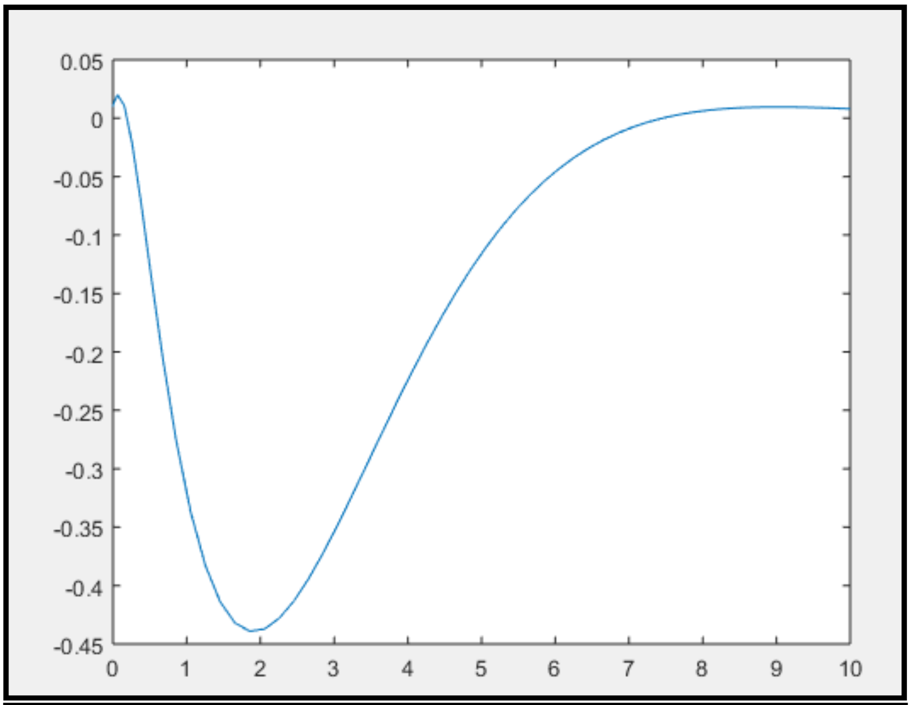
<u>Γωνία</u>



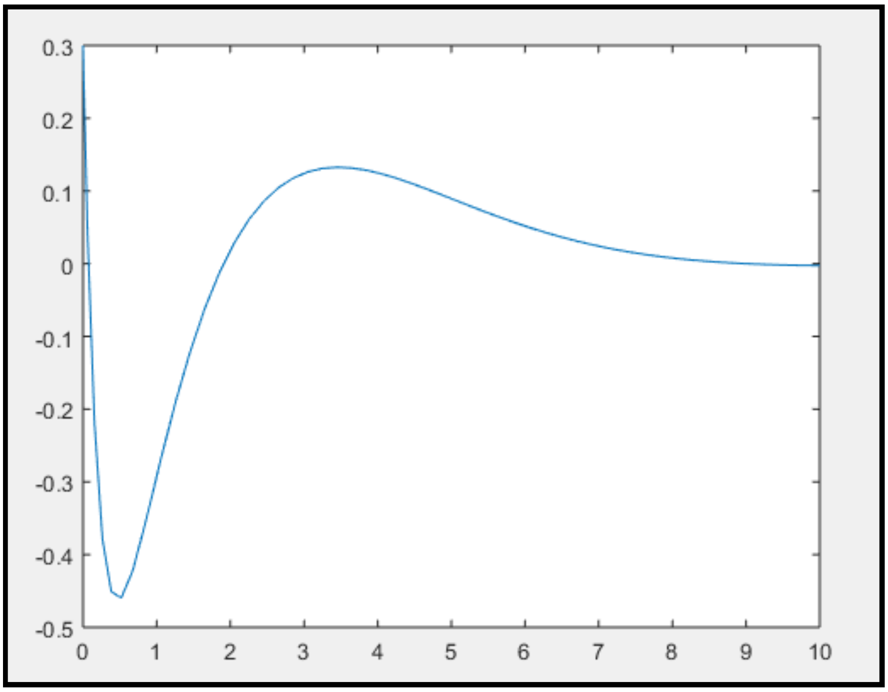
Γωνίακή Ταχύτητα



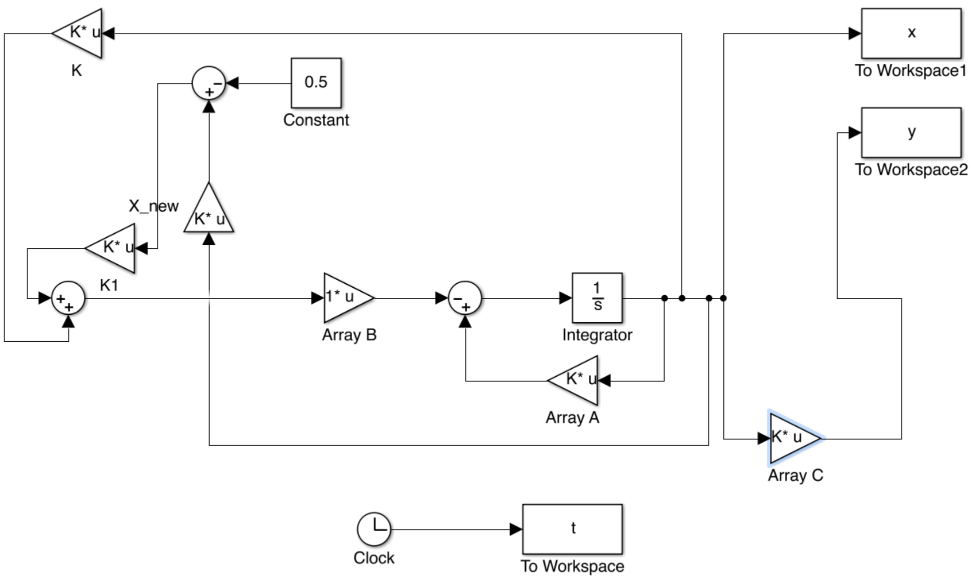
Θέση



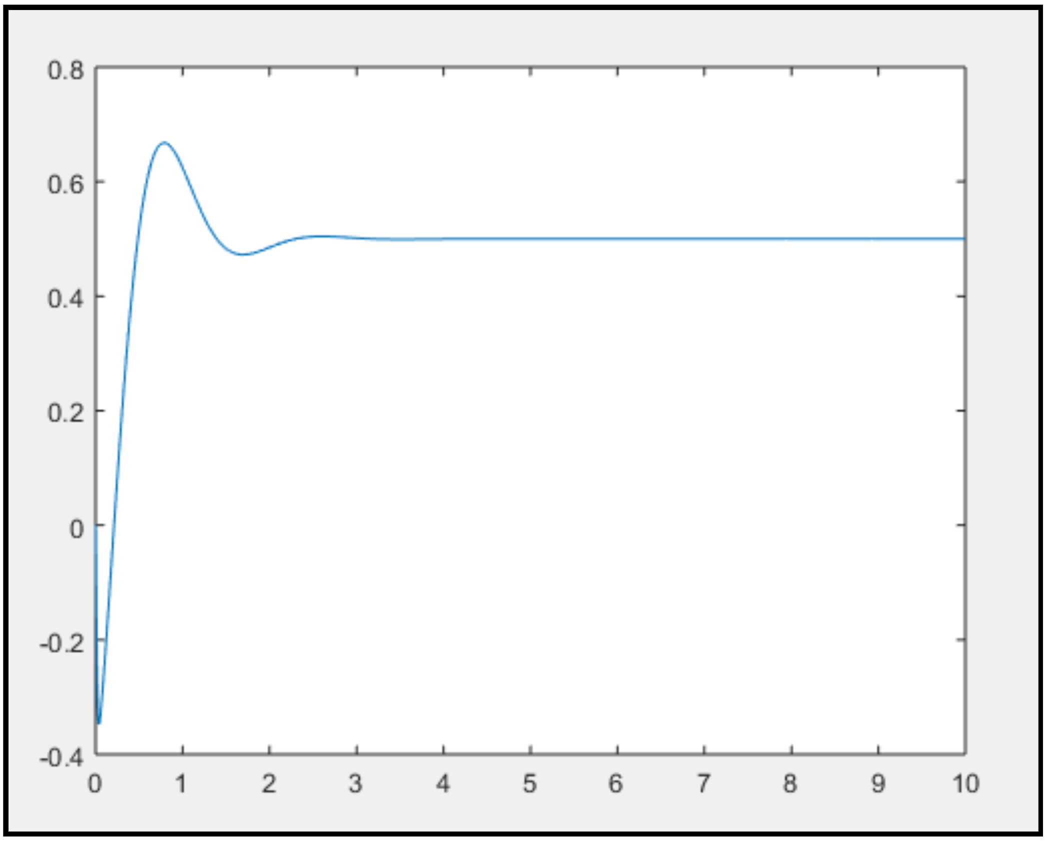
Ταχύτητα



Γ) Επιλέγω τυχαία οτι με μηδενικές αρχικές συνθήκες θέλω να παω στη θέση x3. Επειδή το ερώτημα αυτό μας αναφέρει να χρησιμοποιήσουμε τα αποτελέσματα του ερωτηματος Α θα χρησιμοποιήσουμε το Κ το οποίο υπολογίσαμε εκεί αφού και πάλι θέλουμε να βρεθούμε στην αρχική θέση. Αυτό που θα κάνω είναι ενα reference tracking για τη μεταβλητή-θέση x3 μόνο. Στη πράξη κάνω και πάλι κατά τα γλωστά State Feedback το οποίο όμως προκαλεί αντικαθιστά στην ουσία το x3 με ενα νέο x3' το οποίο συνδέεται με το x3 μέσω της σχέσης : x3' = x3 - 0.5 . Με τον τρόπο αυτό θα πετύχουμε το ζητούμενο. Στην πράξη τώρα αρχικά παίρνω το x3 με χρήση κατάλληλης μάσκας ([0 0 1 0]) και του αφαιρώ 0.5. Τέλος απο το αποτέλεσμα το πολλαπλασιάζω με το Κ και έχω το ζητούμενο. Όλα όσα ανέφερα παραπάνω θεωρητικά παρουσιάζονται στο παρακάτω σχήμα:



Η γραφική παράσταση της θέσης του βαγονιού φαίνεται παρακάτω:



Συμπέρασμα : Όντως επιτυγχάνεται το ζητούμενο όπως είναι εμφανές απο το παραπάνω γράφημα.

Σχολιασμός1 : Το σύστημα Ελαχίστης Φάσης αφού έχουμε αρχική κίνηση προς αντίθετη κατεύθυνση.

Σχολιασμός2 : Η ισχύς του κινητήρα αυξάνεται επειδή εξαρτάται από τις παραμέτρους θέσης.

Παρατήρηση : Δεν σας παρουσιάζω τις υπόλοιπες γραφικές παραστάσεις αφού είναι ίδιες με αυτές του ερωτήματος Α αφού μόνο η γραφική της θέσης αλλάζει.

Δ) Στο ερώτημα αυτό δεν θεωρούμε οτι είναι μετρίσιμο το ολικό state αλλά μόνο οι έξοδοι του συστήματος. Όμοια επιθυμώ να κάνω State Feedback αλλά για να μπορέσω να το κάνω θα πρέπει να ασχοληθώ με το πίνακα παρατηρισιμότητας χωρίς να λάβω υπόψην μου τις Αρχικές Συνθήκες. Προφανώς το χαρακτηριστικό πολυώνυμο είναι ίδιο με το ερώτημα Α. Στη συνέχεια ασχολούμαι με τον πίνακα παρατηρισιμότητας αφού αν το σύστημα μας είναι τελικά παρατηρίσιμο θα μπορώ να σχεδιάσω παρατηρητή.

ObArray = [C ; C*A ; C*A*A ; C*A*A*A] =

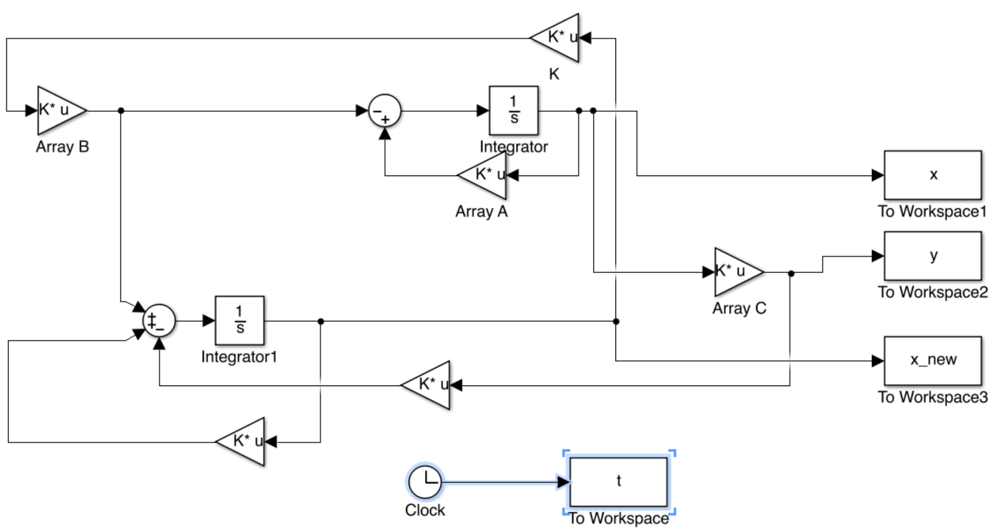
1.0000	0	0	0
0	0	1.0000	0
0	1.0000	0	0
0	0	0	1.0000
20.6000	0	0	0
-0.5000	0	0	0
0	20.6000	0	0
0	-0.5000	0	0

Ισχύει οτι ο πίνακας παρατηρισιμότητας είναι πλήρης τάξης άρα το σύστημα μας είναι παρατηρίσιμο, δηλαδή μπορώ να σχεδιάσω παρατηρητή.

Στη συνέχεια ακολουθώ την ίδια λογική με το ερώτημα Α και χρησιμοποιώ την place(3) με αντίστοιχο τρόπο και παίρνω σαν αποτέλεσμα το εξής :

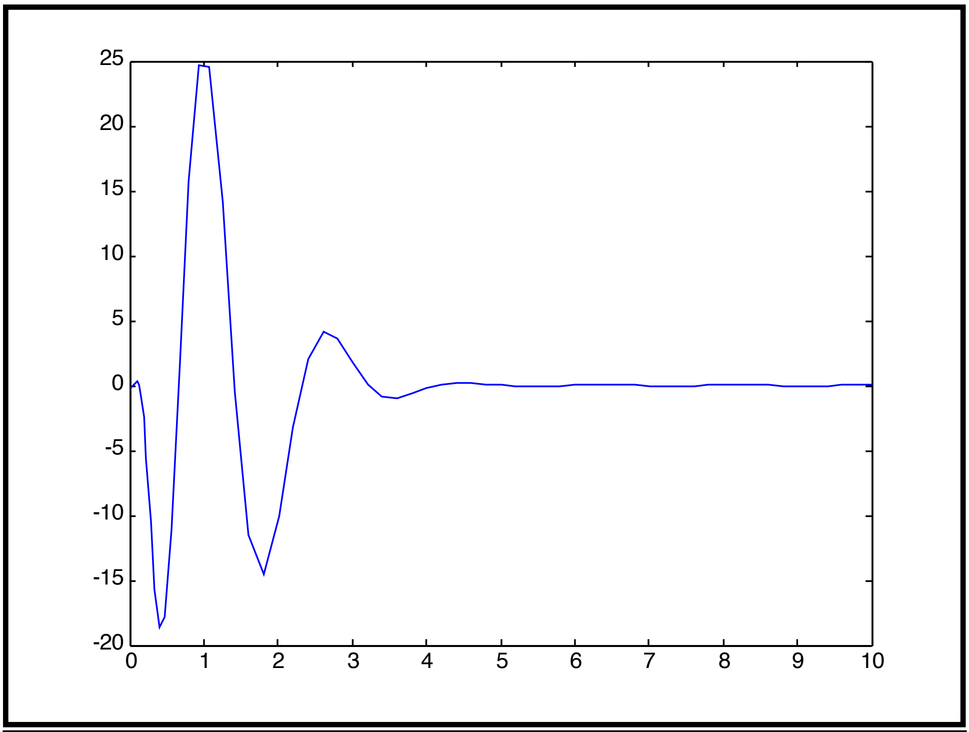
place(A,C,PoleArray) = [31 2304 ; -324.6 5760 ; 0 0 ; 0 0]

Το σύστημα φαίνεται παρακάτω:

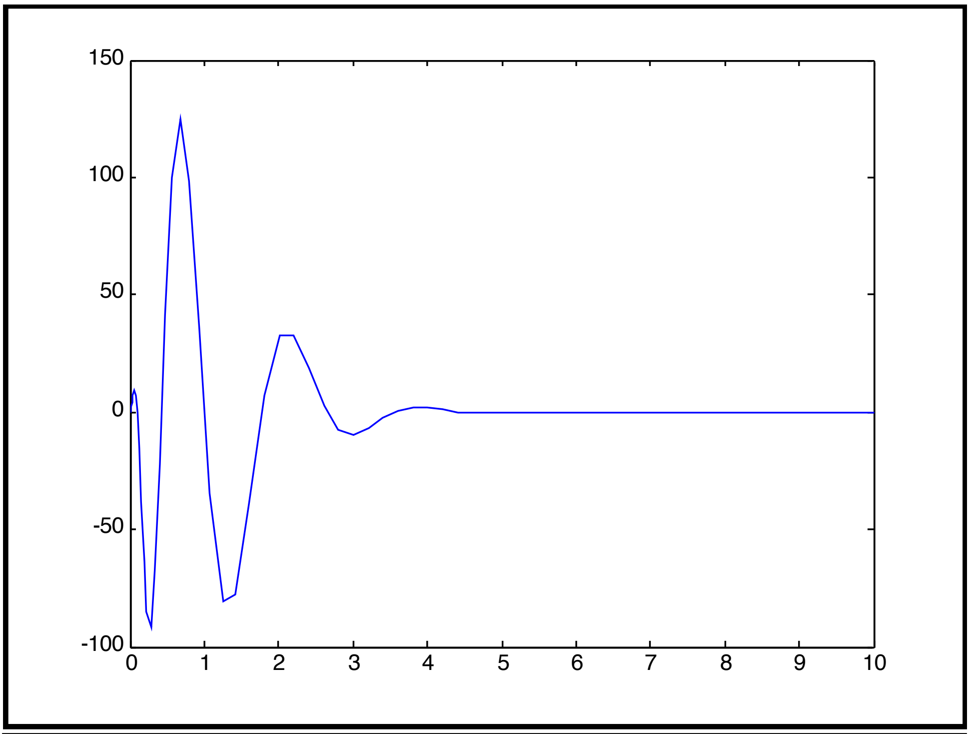


Οι ζητούμενες αποκρίσεις φαίνονται στη συνέχεια :

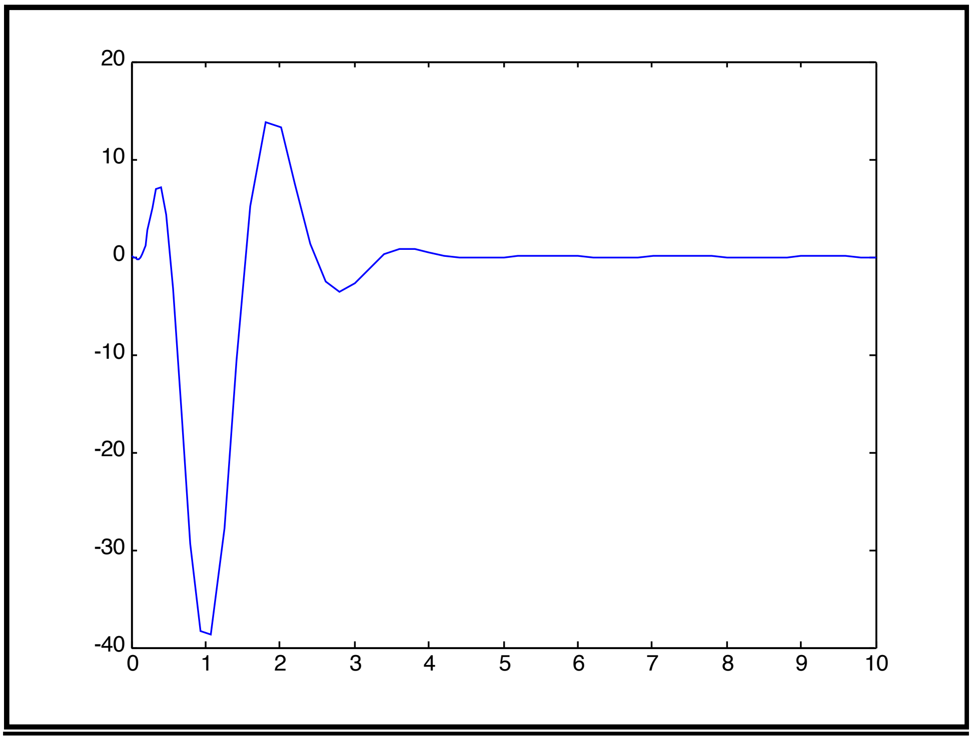
<u>Γωνία</u>



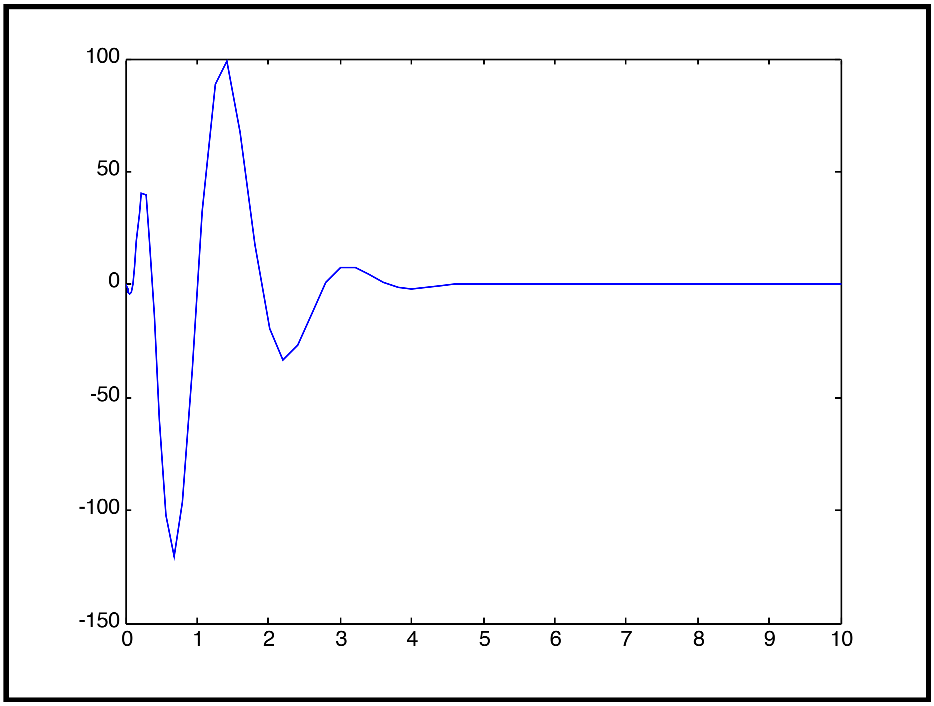
<u>Γωνίακή Ταχύτητα</u>



Θέση



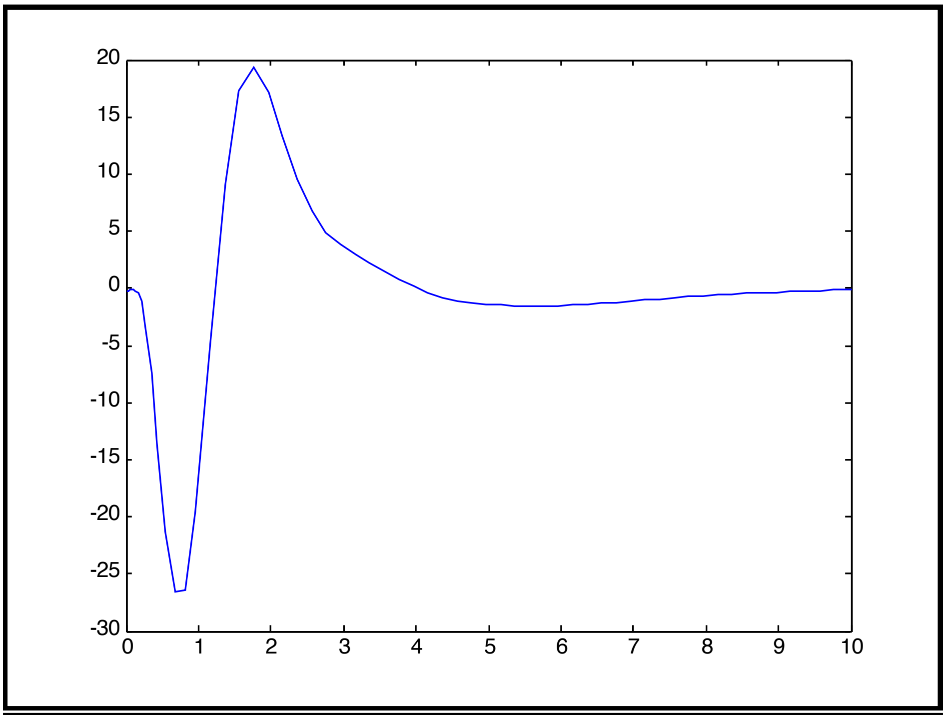
Ταχύτητα



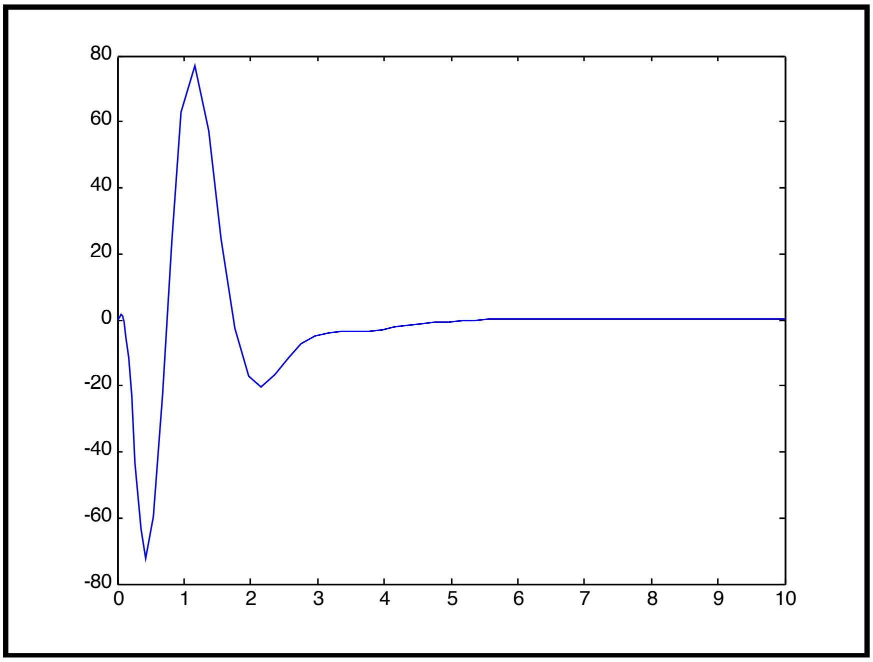
Σχολιασμός : Η εμφάνιση υψηλού overshoot οφείλεται στο γεγονός οτι ο παρατηρητής δεν έχει κάποια ιδέα για της αρχικές συνθήκες.

Στη συνέχεια επαναλαμβάνω το Β για γνωστό LQR κέρδος και οι ζητούμενες αποκρίσεις φαίνονται στη συνέχεια :

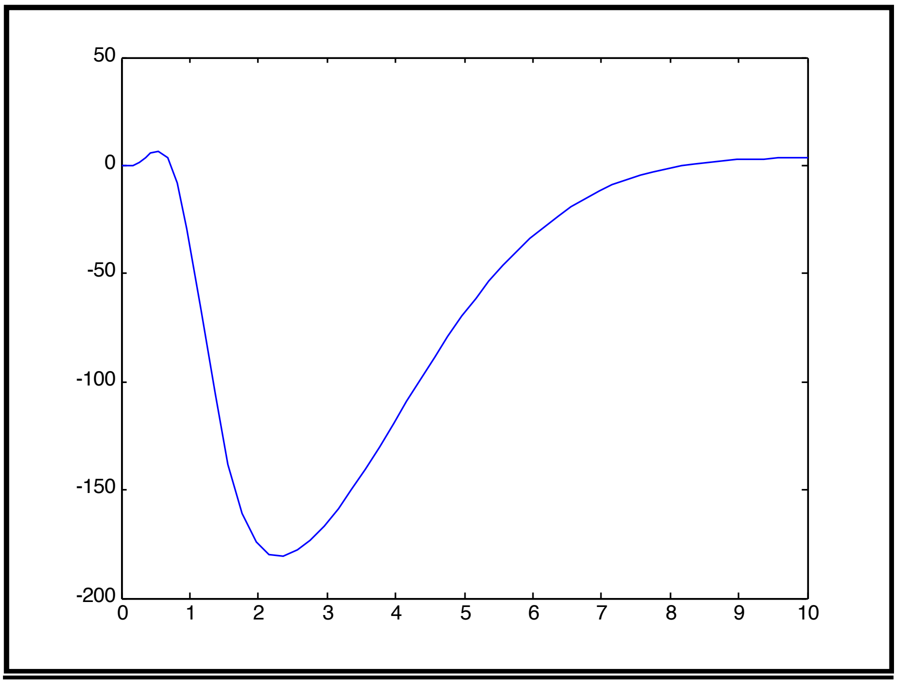
<u>Γωνία</u>



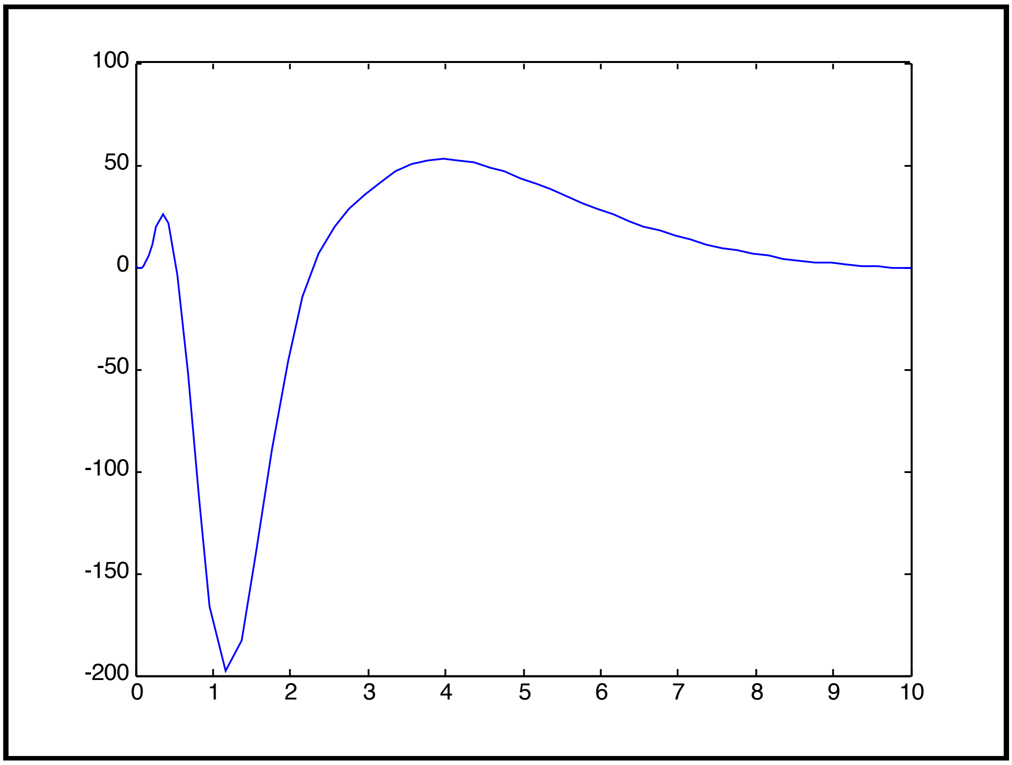
<u>Γωνιακή Ταχύτητα</u>



<u>Θέση</u>



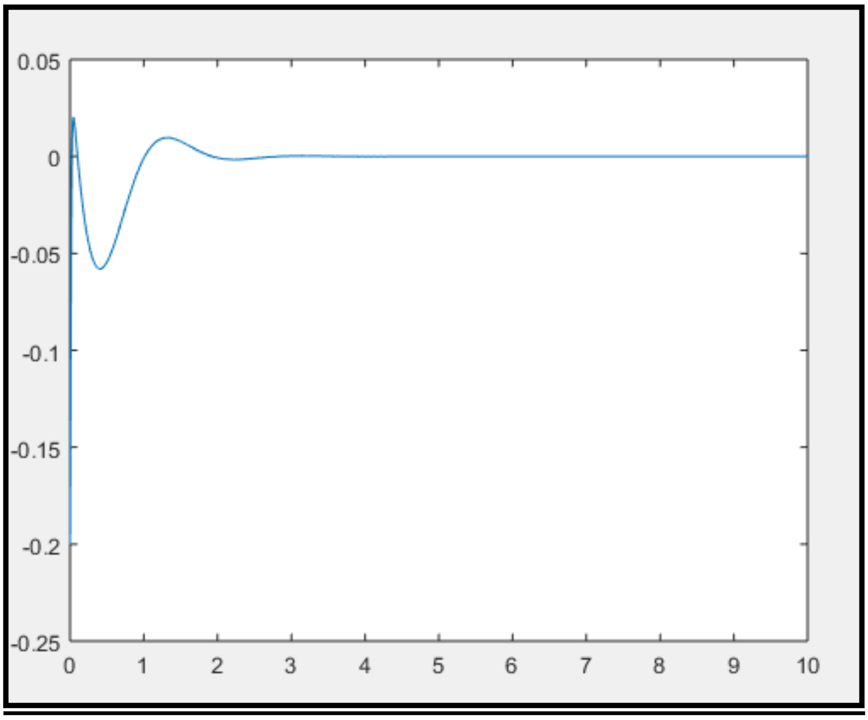
<u>Ταχύτητα</u>



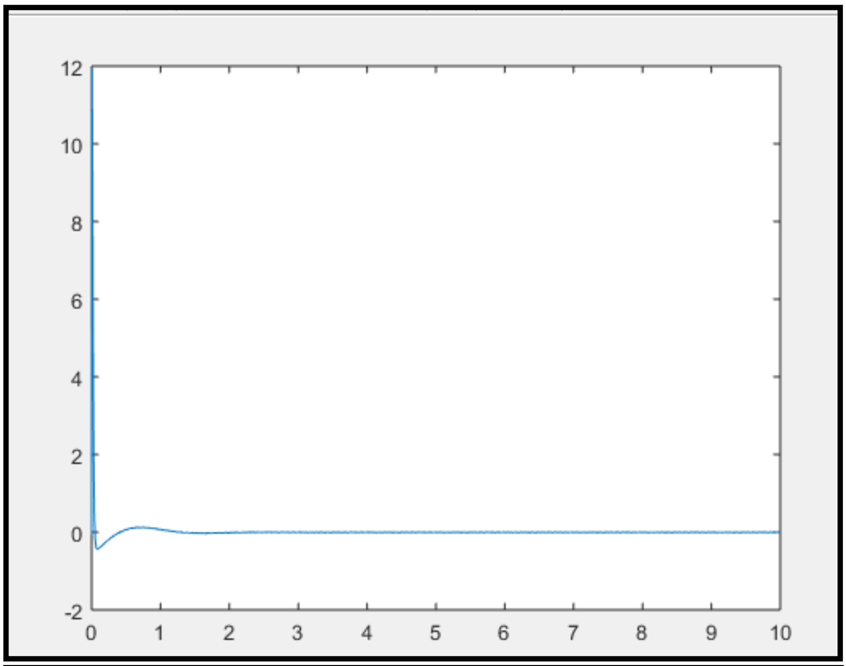
Σχολιασμός : Όμοια με πριν αν ο παρατηρητής γνώριζε τις Α.Σ. το αποτέλεσμα που θα προέκυπτε θα ήταν πολύ κοντά στο ιδανικό και το σφάλμα πολύ μικρό προφανώς.

Ε) Αυτό που κάνω στο ερώτημα αυτό είναι να αλλάξω κάποιες τιμές του πίνακα Α με κάποιες άλλες σύμφωνα με την εκφώνηση. Στη συνέχεια παράγω εκ νέου τις αποκρίσεις, τις οποίες παρουσιάζω παρακάτω, και στη συνέχεια ακολουθεί εκτενής σχολιασμός των αποτελεσμάτων αλλά και της πληροφορίας που θέλει να μας δώσει αυτή η αντικατάσταση :

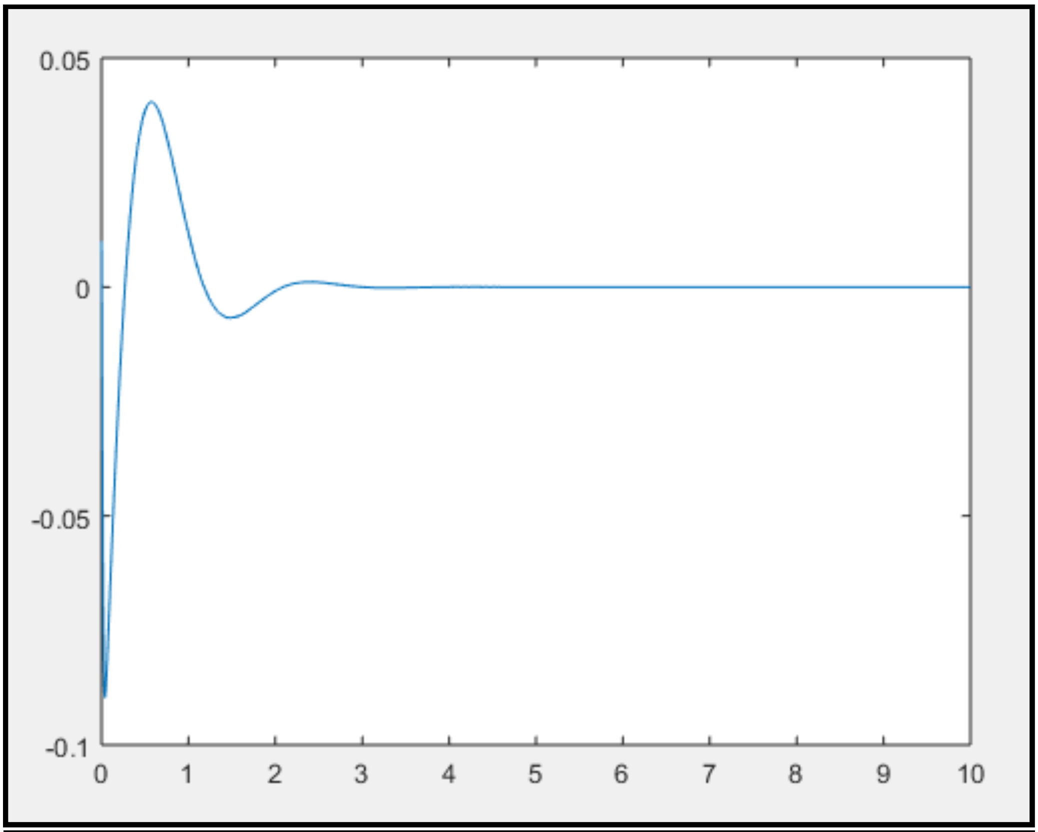
<u>Γωνία</u>



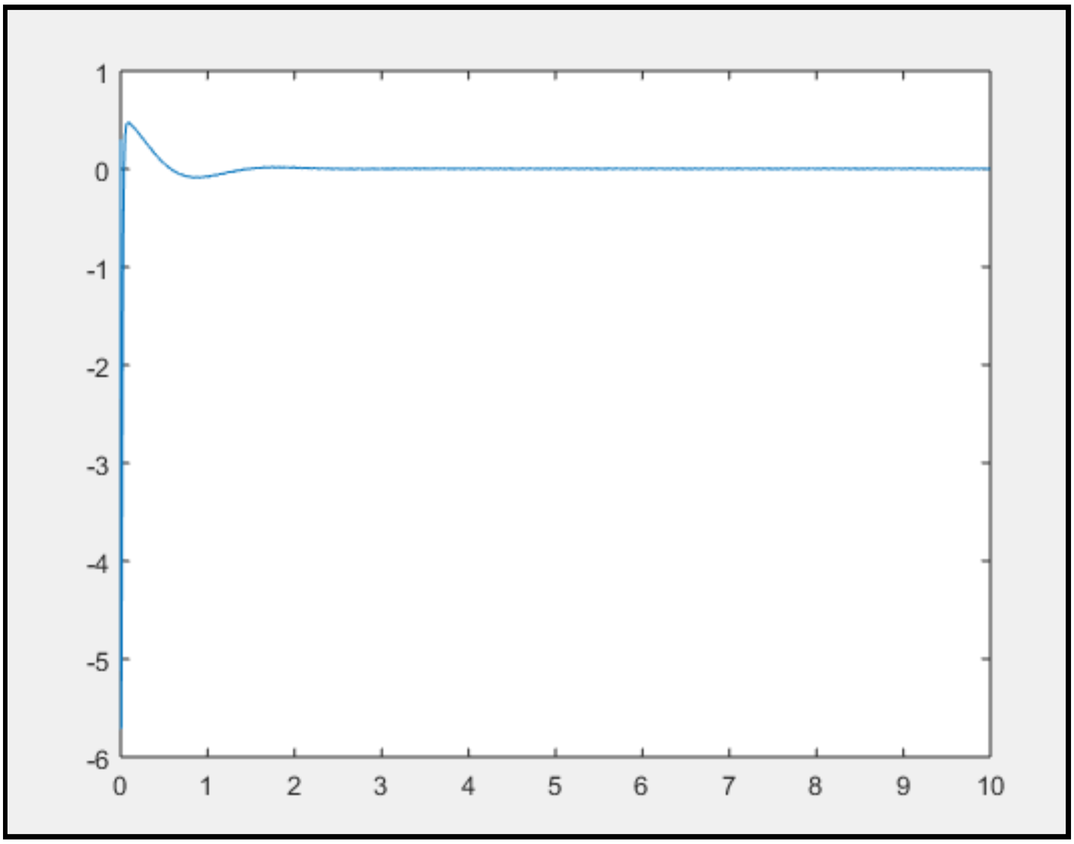
<u>Γωνίακή Ταχύτητα</u>



Θέση



Ταχύτητα



Σχολιασμός : Παρατηρώ οτι οι αποκρίσεις για το ερώτημα αυτό είναι σχεδόν ίδιες με αυτές του ερωτήματος Α, γεγονός το οποίο αναμέναμε να γίνει αφού το σύστημα του ανεστραμμένου εκκρεμούς είναι robust δηλαδή δεν επηρεάζεται απο μικρές μεταβολές και διατηρεί την ίδια συμπεριφορά. Στην ουσία το ερώτημα αυτό εξέταζε αν το σύστημα μας είναι robust μεταβάλλοντας λίγο κάποια στοιχεία του πίνακα Α. Το αποτέλεσμα μας και όλη η πορεία της άσκησης είναι σωστή αφού μέσα απο τις αποκρίσεις επαληθεύσαμε αυτό το οποίο αναφέρα στο εργαστηρίο.