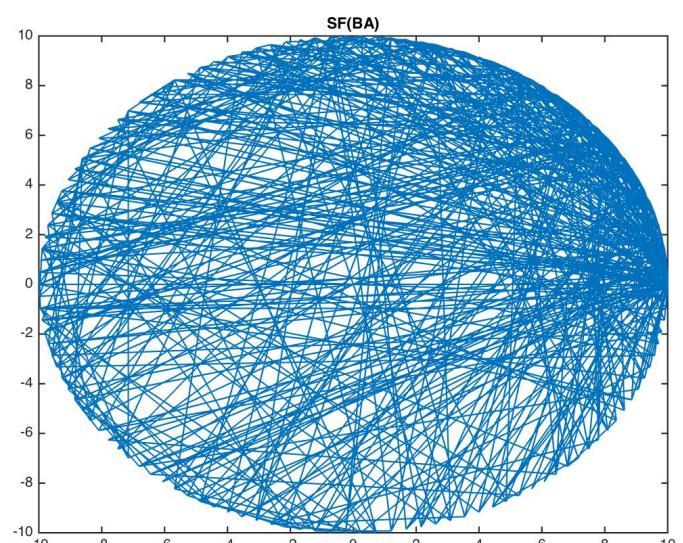
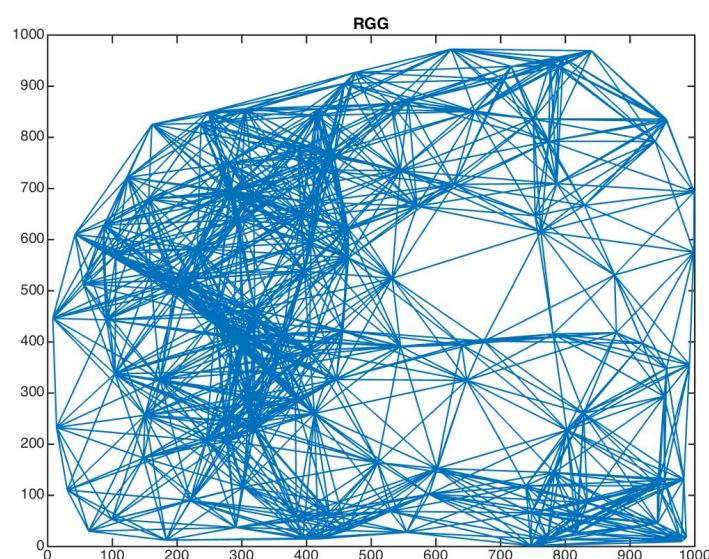
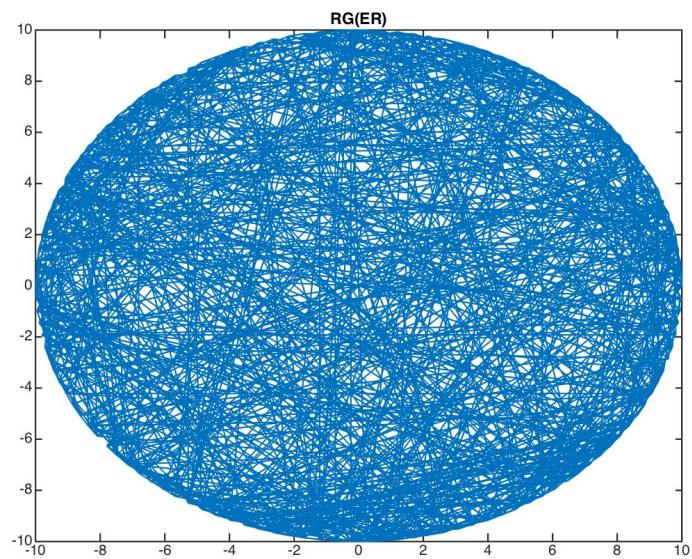
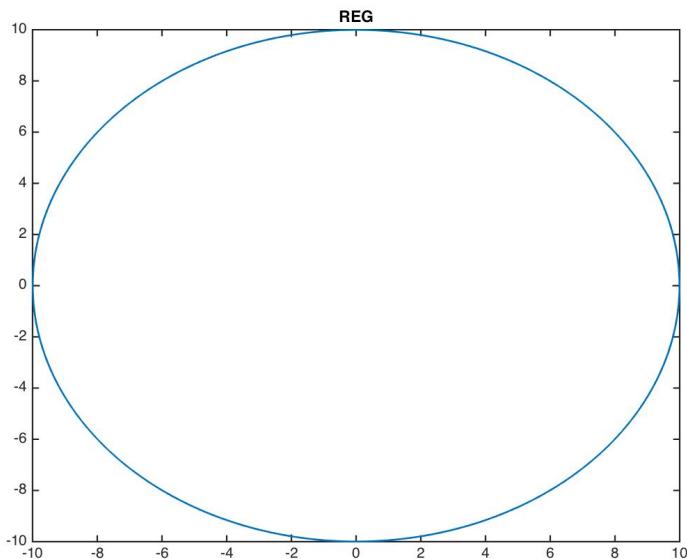
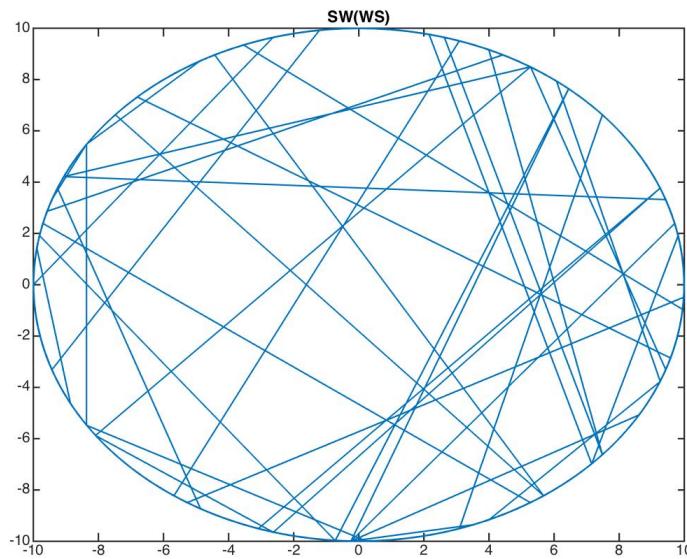


Μέρος Α : Δημιουργία και οπτικοποίηση σύνθετων τύπων δικτύων

Στο μέρος αυτό μας ζητείται για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων που δίνονται σε ενα πίνακα της εκφώνησης να κατασκευάσουμε και να οπτικοποιήσουμε τις τοπολογίες REG, RG(ER), RGG, SF(BA), SW(WS) με χρήση του πίνακα γειτνίασης. Για να γίνει αυτό χρησιμοποιήσαμε κάποιες έτοιμες συναρτήσεις που μας δίνονται στο υλικό της άσκησης δίνοντας τους τις κατάλληλες παραμέτρους κάθε φορά. Επισημαίνεται οτι το AM μου τελειώνει σε 3 άρα οι κόμβοι κάθε τοπολογίας θα είναι 130. Τα αποτελέσματα τα οποία πήρα είναι τα παρακάτω :





Δεν κρίνεται αναγκαίο να σας αναλύσω ποιές συναρτήσεις χρησιμοποίησα για κάθε τοπολογία και τις παραμέτρους που έβαλα αφού φαίνεται ξεκάθαρα στο κώδικα της άσκησης.

Μέρος Β : Μελέτη Βαθμού Κόμβων

- Για κάθε μια από τις τοπολογίες **REG**, **RG (ER)**, **RGG**, **SF (BA)** και **SW (WS)** του Πίνακα της εκφώνησης υπολογίστηκαν οι βαθμοί κάθε κόμβου:

REG :

(1,1)	4	(1,2)	4	(1,3)	4	(1,4)	4	(1,5)	4	(1,6)	4
(1,7)	4	(1,8)	4	(1,9)	4	(1,10)	4	(1,11)	4	(1,12)	4
(1,13)	4	(1,14)	4	(1,15)	4	(1,16)	4	(1,17)	4	(1,18)	4
(1,19)	4	(1,20)	4	(1,21)	4	(1,22)	4	(1,23)	4	(1,24)	4
(1,25)	4	(1,26)	4	(1,27)	4	(1,28)	4	(1,29)	4	(1,30)	4
(1,31)	4	(1,32)	4	(1,33)	4	(1,34)	4	(1,35)	4	(1,36)	4
(1,37)	4	(1,38)	4	(1,39)	4	(1,40)	4	(1,41)	4	(1,42)	4
(1,43)	4	(1,44)	4	(1,45)	4	(1,46)	4	(1,47)	4	(1,48)	4
(1,49)	4	(1,50)	4	(1,51)	4	(1,52)	4	(1,53)	4	(1,54)	4
(1,55)	4	(1,56)	4	(1,57)	4	(1,58)	4	(1,59)	4	(1,60)	4
(1,61)	4	(1,62)	4	(1,63)	4	(1,64)	4	(1,65)	4	(1,66)	4
(1,67)	4	(1,68)	4	(1,69)	4	(1,70)	4	(1,71)	4	(1,72)	4
(1,73)	4	(1,74)	4	(1,75)	4	(1,76)	4	(1,77)	4	(1,78)	4
(1,79)	4	(1,80)	4	(1,81)	4	(1,82)	4	(1,83)	4	(1,84)	4
(1,85)	4	(1,86)	4	(1,87)	4	(1,88)	4	(1,89)	4	(1,90)	4
(1,91)	4	(1,92)	4	(1,93)	4	(1,94)	4	(1,95)	4	(1,96)	4
(1,97)	4	(1,98)	4	(1,99)	4	(1,100)	4	(1,101)	4	(1,102)	4
(1,103)	4	(1,104)	4	(1,105)	4	(1,106)	4	(1,107)	4	(1,108)	4
(1,109)	4	(1,110)	4	(1,111)	4	(1,112)	4	(1,113)	4	(1,114)	4
(1,115)	4	(1,116)	4	(1,117)	4	(1,118)	4	(1,119)	4	(1,120)	4
(1,121)	4	(1,122)	4	(1,123)	4	(1,124)	4	(1,125)	4	(1,126)	4
(1,127)	4	(1,128)	4	(1,129)	4	(1,130)	4				

RG :

(1,1)	11	(1,2)	9	(1,3)	8	(1,4)	16	(1,5)	13	(1,6)	11
(1,7)	13	(1,8)	6	(1,9)	8	(1,10)	16	(1,11)	19	(1,12)	10
(1,13)	16	(1,14)	11	(1,15)	10	(1,16)	12	(1,17)	15	(1,18)	11
(1,19)	8	(1,20)	12	(1,21)	11	(1,22)	9	(1,23)	13	(1,24)	16
(1,25)	13	(1,26)	12	(1,27)	8	(1,28)	9	(1,29)	14	(1,30)	13
(1,31)	10	(1,32)	12	(1,33)	12	(1,34)	13	(1,35)	10	(1,36)	12
(1,37)	13	(1,38)	12	(1,39)	14	(1,40)	14	(1,41)	11	(1,42)	17
(1,43)	14	(1,44)	13	(1,45)	12	(1,46)	11	(1,47)	12	(1,48)	14
(1,49)	10	(1,50)	11	(1,51)	15	(1,52)	10	(1,53)	9	(1,54)	15
(1,55)	9	(1,56)	16	(1,57)	17	(1,58)	16	(1,59)	6	(1,60)	14
(1,61)	6	(1,62)	8	(1,63)	12	(1,64)	17	(1,65)	12	(1,66)	12
(1,67)	15	(1,68)	9	(1,69)	8	(1,70)	12	(1,71)	14	(1,72)	13
(1,73)	10	(1,74)	12	(1,75)	11	(1,76)	12	(1,77)	9	(1,78)	10
(1,79)	9	(1,80)	12	(1,81)	9	(1,82)	14	(1,83)	13	(1,84)	10
(1,85)	21	(1,86)	15	(1,87)	12	(1,88)	11	(1,89)	8	(1,90)	10
(1,91)	15	(1,92)	15	(1,93)	6	(1,94)	10	(1,95)	14	(1,96)	8
(1,97)	13	(1,98)	12	(1,99)	7	(1,100)	15	(1,101)	9	(1,102)	10
(1,103)	10	(1,104)	11	(1,105)	17	(1,106)	9	(1,107)	13	(1,108)	11
(1,109)	12	(1,110)	10	(1,111)	11	(1,112)	14	(1,113)	7	(1,114)	8
(1,115)	18	(1,116)	9	(1,117)	12	(1,118)	8	(1,119)	7	(1,120)	7
(1,121)	10	(1,122)	10	(1,123)	9	(1,124)	13	(1,125)	10	(1,126)	10
(1,127)	11	(1,128)	5	(1,129)	12	(1,130)	9				

RGG :

	(1,1) 26	(1,2) 23	(1,3) 27	(1,4) 26	(1,5) 26
(1,6) 29	(1,7) 29	(1,8) 29	(1,9) 22	(1,10) 11	(1,11) 25
(1,12) 14	(1,13) 28	(1,14) 31	(1,15) 31	(1,16) 21	(1,17) 27
(1,18) 15	(1,19) 18	(1,20) 22	(1,21) 25	(1,22) 11	(1,23) 26
(1,24) 13	(1,25) 19	(1,26) 32	(1,27) 30	(1,28) 26	(1,29) 14
(1,30) 23	(1,31) 17	(1,32) 23	(1,33) 28	(1,34) 25	(1,35) 15
(1,36) 31	(1,37) 30	(1,38) 30	(1,39) 27	(1,40) 30	(1,41) 26
(1,42) 17	(1,43) 18	(1,44) 25	(1,45) 7	(1,46) 27	(1,47) 30
(1,48) 10	(1,49) 27	(1,50) 28	(1,51) 27	(1,52) 27	(1,53) 18
(1,54) 21	(1,55) 21	(1,56) 27	(1,57) 15	(1,58) 23	(1,59) 28
(1,60) 11	(1,61) 27	(1,62) 23	(1,63) 28	(1,64) 32	(1,65) 23
(1,66) 24	(1,67) 10	(1,68) 21	(1,69) 19	(1,70) 9	(1,71) 13
(1,72) 31	(1,73) 21	(1,74) 23	(1,75) 21	(1,76) 11	(1,77) 17
(1,78) 26	(1,79) 11	(1,80) 16	(1,81) 29	(1,82) 28	(1,83) 25
(1,84) 27	(1,85) 27	(1,86) 27	(1,87) 27	(1,88) 19	(1,89) 17
(1,90) 20	(1,91) 23	(1,92) 27	(1,93) 14	(1,94) 31	(1,95) 12
(1,96) 22	(1,97) 17	(1,98) 22	(1,99) 29	(1,100) 25	(1,101) 28
(1,102) 21	(1,103) 28	(1,104) 14	(1,105) 15	(1,106) 25	(1,107) 15
(1,108) 11	(1,109) 32	(1,110) 16	(1,111) 26	(1,112) 23	(1,113) 12
(1,114) 15	(1,115) 7	(1,116) 28	(1,117) 18	(1,118) 12	(1,119) 26
(1,120) 30	(1,121) 16	(1,122) 30	(1,123) 24	(1,124) 26	(1,125) 24
(1,126) 17	(1,127) 26	(1,128) 22	(1,129) 32	(1,130) 17	

SF :

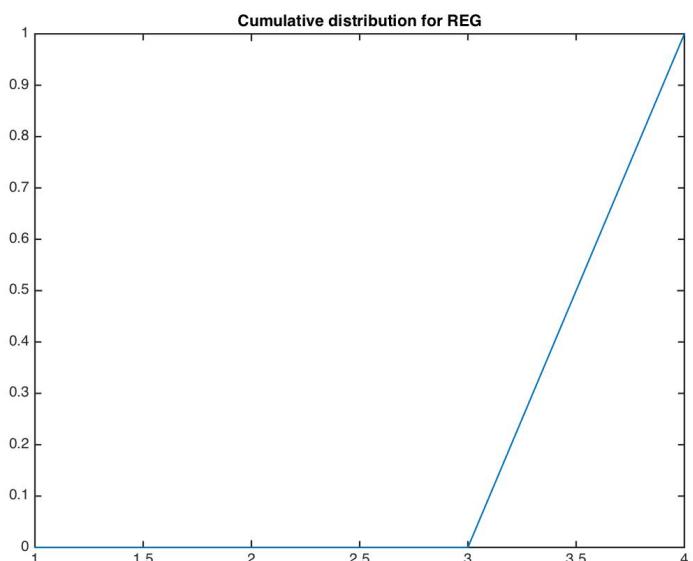
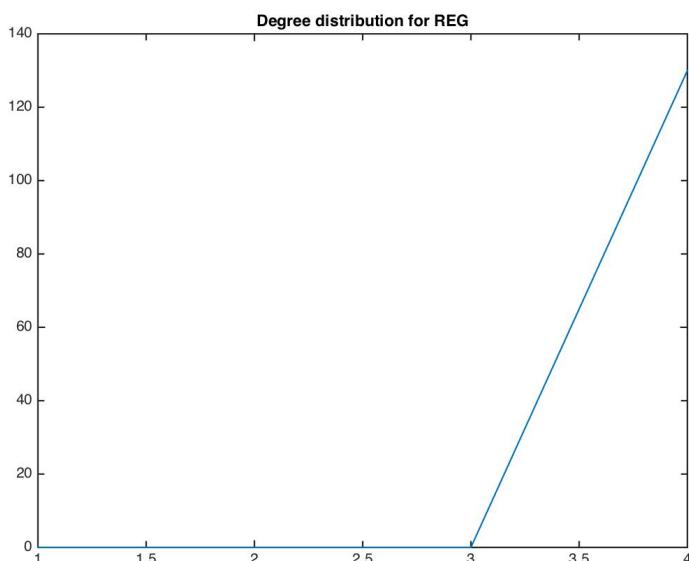
(1,1)	53	(1,2)	41	(1,3)	23	(1,4)	36	(1,5)	8	(1,6)	13
(1,7)	9	(1,8)	4	(1,9)	12	(1,10)	16	(1,11)	5	(1,12)	19
(1,13)	8	(1,14)	20	(1,15)	13	(1,16)	10	(1,17)	18	(1,18)	8
(1,19)	9	(1,20)	5	(1,21)	6	(1,22)	10	(1,23)	11	(1,24)	9
(1,25)	16	(1,26)	6	(1,27)	13	(1,28)	9	(1,29)	13	(1,30)	5
(1,31)	11	(1,32)	5	(1,33)	7	(1,34)	8	(1,35)	8	(1,36)	5
(1,37)	9	(1,38)	8	(1,39)	7	(1,40)	6	(1,41)	6	(1,42)	6
(1,43)	3	(1,44)	4	(1,45)	5	(1,46)	6	(1,47)	7	(1,48)	4
(1,49)	6	(1,50)	5	(1,51)	8	(1,52)	6	(1,53)	3	(1,54)	6
(1,55)	6	(1,56)	5	(1,57)	11	(1,58)	4	(1,59)	5	(1,60)	7
(1,61)	8	(1,62)	5	(1,63)	5	(1,64)	10	(1,65)	4	(1,66)	4
(1,67)	4	(1,68)	6	(1,69)	6	(1,70)	6	(1,71)	4	(1,72)	6
(1,73)	5	(1,74)	5	(1,75)	7	(1,76)	4	(1,77)	5	(1,78)	5
(1,79)	4	(1,80)	3	(1,81)	5	(1,82)	4	(1,83)	4	(1,84)	5
(1,85)	6	(1,86)	5	(1,87)	5	(1,88)	4	(1,89)	4	(1,90)	6
(1,91)	5	(1,92)	4	(1,93)	7	(1,94)	5	(1,95)	3	(1,96)	4
(1,97)	6	(1,98)	4	(1,99)	4	(1,100)	4	(1,101)	4	(1,102)	7
(1,103)	4	(1,104)	3	(1,105)	5	(1,106)	4	(1,107)	4	(1,108)	4
(1,109)	3	(1,110)	5	(1,111)	4	(1,112)	4	(1,113)	4	(1,114)	4
(1,115)	4	(1,116)	6	(1,117)	6	(1,118)	4	(1,119)	4	(1,120)	4
(1,121)	4	(1,122)	4	(1,123)	5	(1,124)	4	(1,125)	4	(1,126)	5
(1,127)	4	(1,128)	4	(1,129)	4	(1,130)	4				

SW :

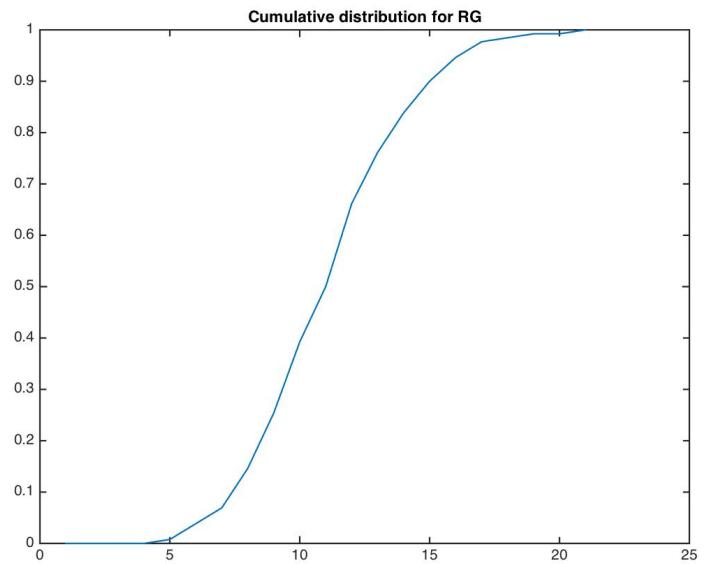
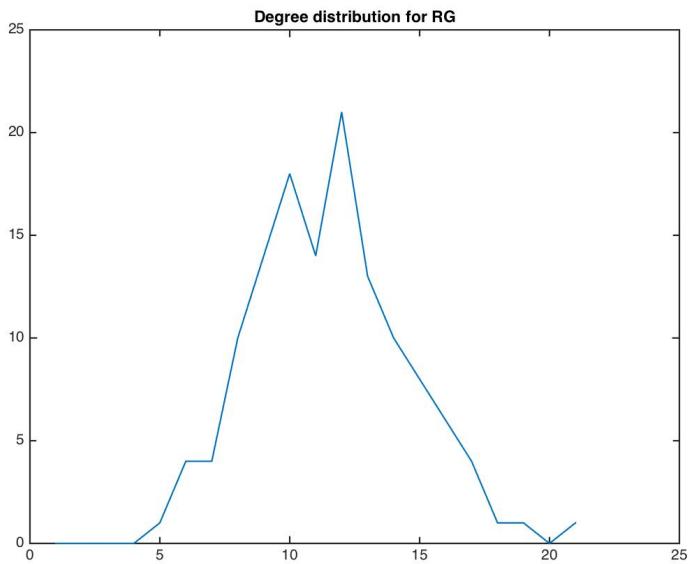
(1,1)	5	(1,2)	4	(1,3)	4	(1,4)	4	(1,5)	5	(1,6)	5
(1,7)	5	(1,8)	5	(1,9)	5	(1,10)	4	(1,11)	4	(1,12)	4
(1,13)	5	(1,14)	5	(1,15)	4	(1,16)	4	(1,17)	4	(1,18)	4
(1,19)	5	(1,20)	4	(1,21)	5	(1,22)	5	(1,23)	4	(1,24)	4
(1,25)	5	(1,26)	4	(1,27)	4	(1,28)	4	(1,29)	4	(1,30)	4
(1,31)	6	(1,32)	4	(1,33)	4	(1,34)	5	(1,35)	5	(1,36)	5
(1,37)	5	(1,38)	5	(1,39)	5	(1,40)	5	(1,41)	5	(1,42)	4
(1,43)	8	(1,44)	5	(1,45)	5	(1,46)	4	(1,47)	5	(1,48)	5
(1,49)	4	(1,50)	5	(1,51)	5	(1,52)	4	(1,53)	6	(1,54)	6
(1,55)	5	(1,56)	5	(1,57)	4	(1,58)	5	(1,59)	4	(1,60)	5
(1,61)	4	(1,62)	4	(1,63)	5	(1,64)	5	(1,65)	4	(1,66)	4
(1,67)	4	(1,68)	5	(1,69)	4	(1,70)	4	(1,71)	5	(1,72)	4
(1,73)	5	(1,74)	4	(1,75)	4	(1,76)	4	(1,77)	5	(1,78)	4
(1,79)	5	(1,80)	5	(1,81)	4	(1,82)	4	(1,83)	4	(1,84)	5
(1,85)	5	(1,86)	5	(1,87)	4	(1,88)	5	(1,89)	5	(1,90)	4
(1,91)	5	(1,92)	4	(1,93)	5	(1,94)	4	(1,95)	4	(1,96)	5
(1,97)	6	(1,98)	4	(1,99)	5	(1,100)	4	(1,101)	5	(1,102)	5
(1,103)	5	(1,104)	4	(1,105)	4	(1,106)	5	(1,107)	4	(1,108)	7
(1,109)	5	(1,110)	4	(1,111)	4	(1,112)	6	(1,113)	4	(1,114)	4
(1,115)	4	(1,116)	5	(1,117)	5	(1,118)	4	(1,119)	4	(1,120)	4
(1,121)	4	(1,122)	4	(1,123)	5	(1,124)	4	(1,125)	4	(1,126)	4
(1,127)	4	(1,128)	4	(1,129)	4	(1,130)	4				

2) Αναπαράσταση κατανομής βαθμών κόμβων και συγκεντρωτικής κατανομής βαθμού κόμβου για κάθε κάθε τοπολογία :

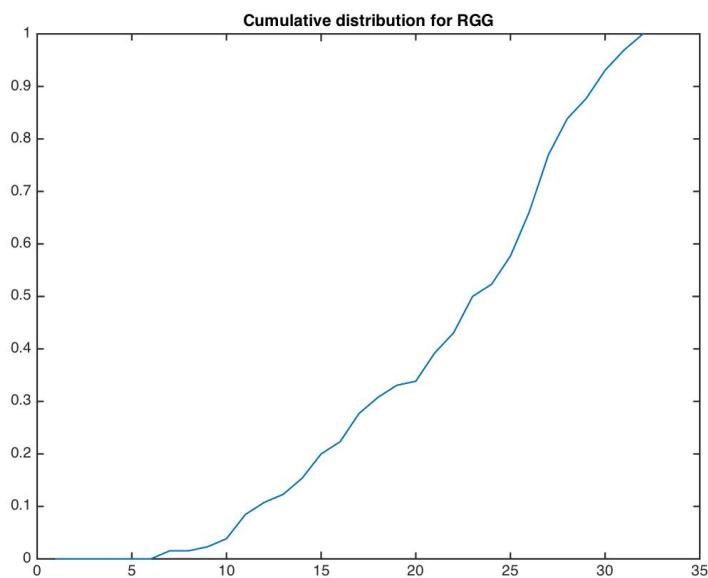
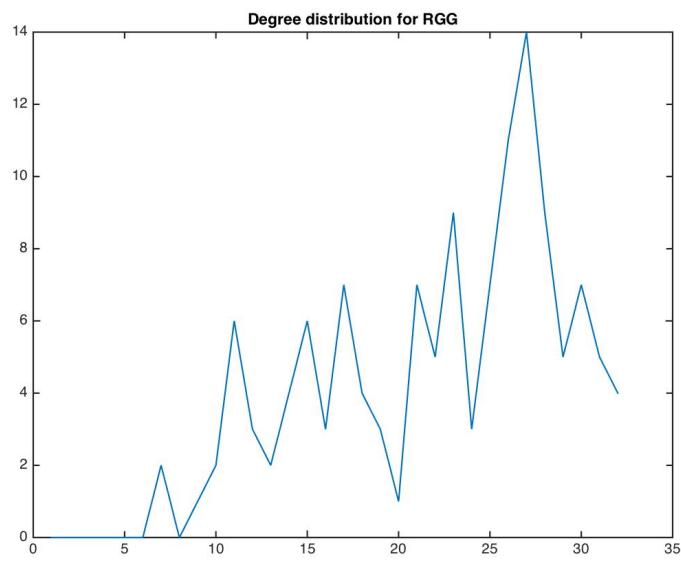
REG :



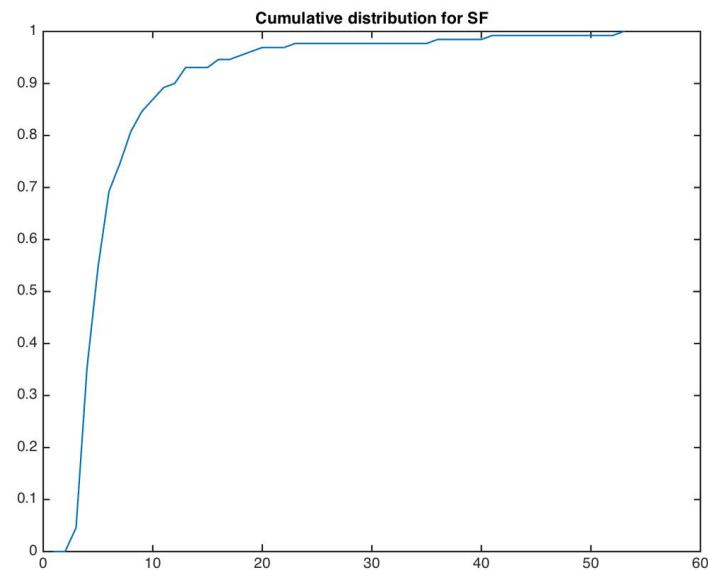
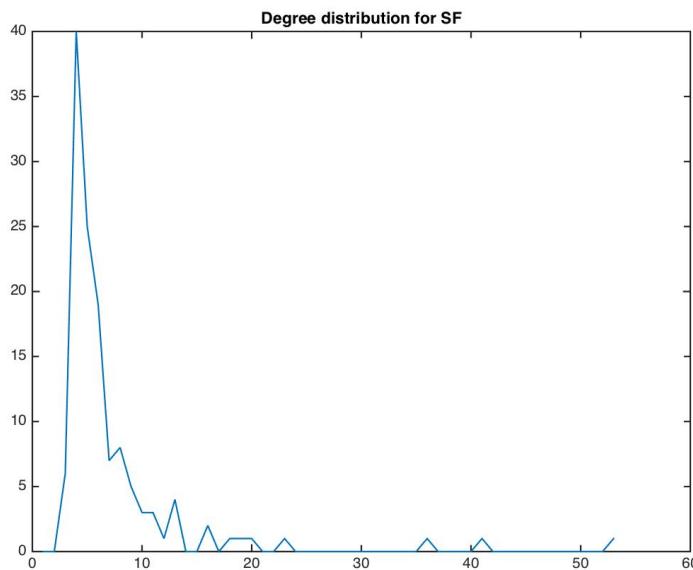
RG :



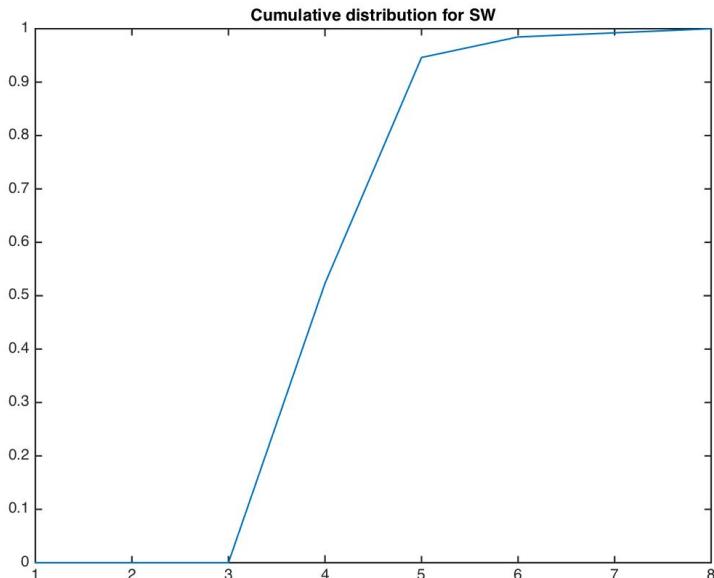
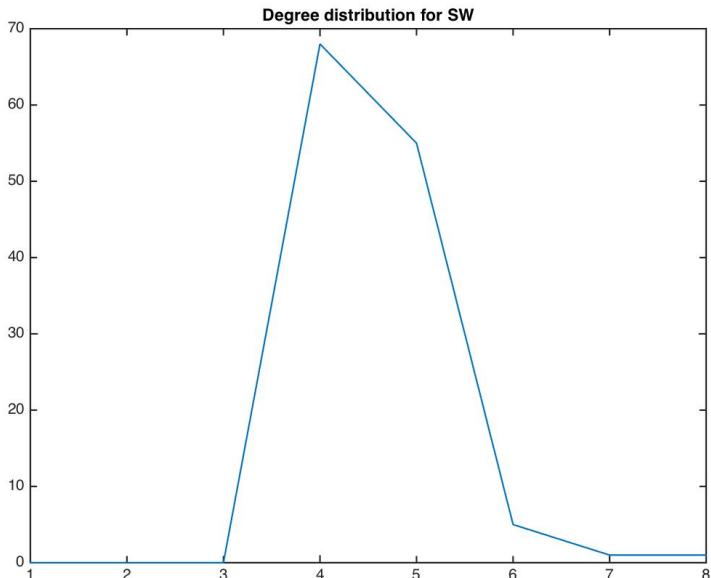
RGG :



SF :



SW :



3) Υπολογισμός **μέσου βαθμού** κόμβου και **διασποράς** των βαθμών κόμβων για καθεμία από τις τοπολογίες:

Τα αποτελέσματα που φαίνονται παρακάτω τα πήραμε με την βοήθεια των συναρτήσεων `mean()` και `var()` του matlab:

Τοπολογία	Μέση Τιμή Βαθμού	Διασπορά Βαθμών Κόμβου
REG	4	0
RG	11.5385	8.7156
RGG	22.2923	42.2550
SF	7.2615	44.9853
SW	4.5538	0.4661

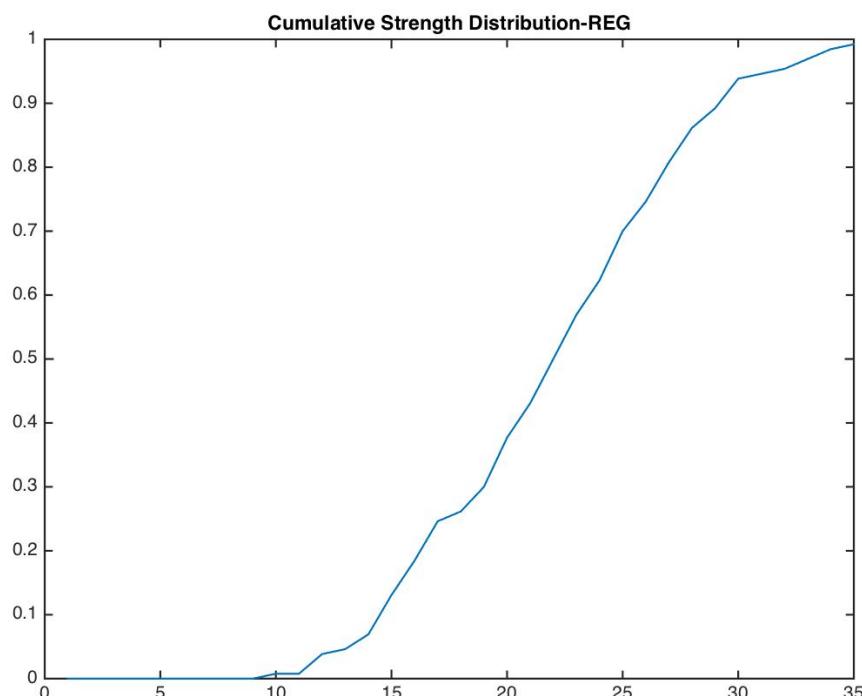
Συγκεντρωτικός Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

- Για το πλέγμα(REG) ο μέσος βαθμός είναι προφανώς τέσσερα αφού $d=4$, δηλαδή τέσσερις ακμές αντιστοιχούν σε κάθε κόμβο. Η διασπορά είναι μηδέν αφού δεν υπάρχει καμία απόκλιση από την μέση τιμή(όλες οι τιμές είναι τέσσερα όπως φαίνεται και από τον παραπάνω πίνακα).
- Για την τοπολογία RG έχουμε οτι η διασπορά της αλλάζει κάθε φορά που τρέχουμε τον κώδικα αφού κάθε φορά επιλέγεται ομοιόμορφα ενας γράφος απο το G(130,750). Η μέση τιμή παραμένει κοντά στο 11 αφού και από τα παραπάνω γραφήματα βλέπουμε οτι έχουμε μεγαλύτερη συγκέντρωση βαθμών κοντά στη τιμή αυτή. Με τις δοσμένες παραμέτρους έχω οτι η θεωρητική πιθανότητα ύπαρξης μιας ακμής είναι $Pr = M/(N/2) = 0.089$ περίπου κι επομένως ο αναμενόμενος βαθμός είναι $0.089*(130-1) = 11.48$, ο οποίος είναι πολύ κοντά σε αυτόν που έδωσε το matlab όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα(11.5385), γεγονός το οποίο σημαίνει οτι όλο έγιναν σωστά.
- Για την τοπολογία RGG παρατηρούμε οτι η μέση τιμή είναι αρκετά υψηλή, γεγονός το οποίο σημαίνει οτι οι πλειοψηφία των κόμβων έχει μεγάλο βαθμό. Ο αναμενόμενος βαθμός ενός κόμβου για την τοπολογία αυτή δίνεται από την σχέση $\pi^*N^*(R^2)/(L^2) = 25.5$ περίπου. Ωστόσο με τη βοήθεια του matlab εμείς βγάλαμε 22.2 περίπου, πράγμα λογικό αφού υπάρχει σχέση μεταξύ του R και του L και στην περίπτωση μας το R είναι της τάξης του L. Λόγω αυτού του γεγονότος και της τυχαιότητας που έχουμε εισάγει στην τοπολογία αυτή έχουμε μεγάλες αποκλίσεις από την μέση τιμή, δηλαδή μεγάλη διασπορά.
- Για την τοπολογία SF παρατηρούμε οτι έχουμε πολλές κορυφές με βαθμό κοντά στο 4, ο οποίος είναι και ο βαθμός του αρχικού πλέγματος, κάτι το οποίο ενα από τα βασικά χαρακτηριστικά των scale free γράφων. Υπάρχουν ελάχιστοι κόμβοι με πολύ μεγάλο βαθμό και η μέση τιμή, λόγω της μεγάλης συσπείρωσης γύρω από την τιμή 4 έχει διατηρηθεί σχετικά χαμηλή ενώ η διασπορά εκτινάσσεται εξαιτίας της τετραγωνικής επίδρασης των τιμών των κόμβων με μεγάλο βαθμό.
- Για την τοπολογία SW παρατηρούμε οτι έχει μέση τιμή λίγο πάνω απο τέσσερα(όσο δηλαδή ήταν του πλέγματος) και διασπορά κοντά στο μηδέν(όσο δηλαδή ήταν του πλέγματος), δηλαδή η τοπολογία αυτή προσεγγίζει σχετικά καλά το πλέγμα που ανέλυσα παραπάνω. Αυτό γίνεται διότι υπάρχουν λίγες ακμές που ανασυνδέονται. Όσο αυξάνεται η πιθανότητα ανασύνδεσης τόσο η διασπορά αυξάνεται.

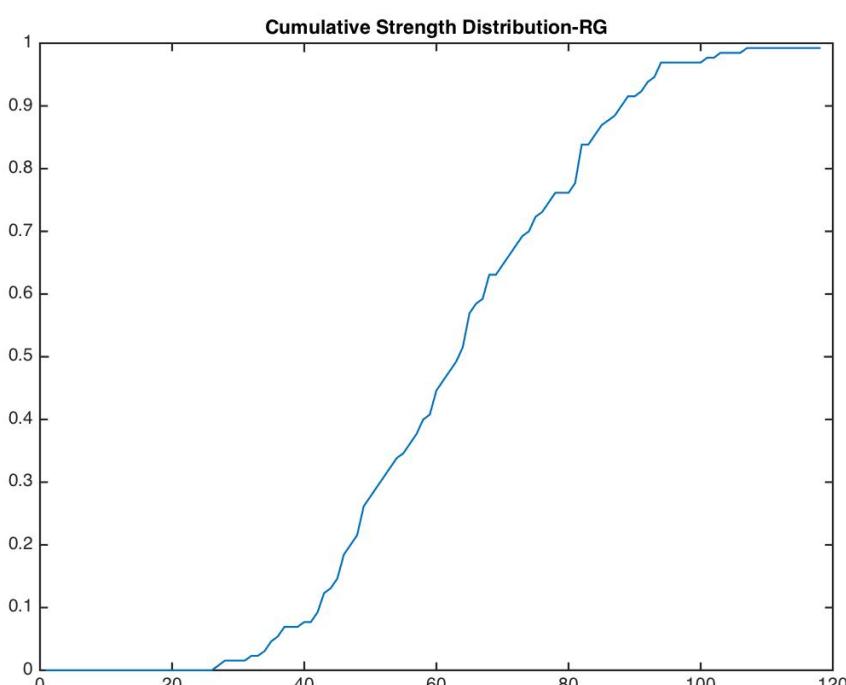
Μέρος Γ : Δίκτυα με Βάρη

- (i) Υπολογισμός δύναμης κάθε κόμβου : Δεν κρίνεται αναγκαίο να σας παρουσιάσω τους πίνακες με την δύναμη κάθε κόμβου για κάθε τοπολογία διότι δεν θα καταλάβετε κάτι από αυτούς. Στη συνέχεια φαίνονται τα διαγράμματα από τα οποία μπορούν να εξαχθούν συμπεράσματα(αν όντως θέλετε και τους πίνακες μπορώ να σας του βάλω σε ένα .mat αρχείο και να σας τους στείλω με mail).
- (ii) Τα γραφήματα με τις συγκεντρωτικές κατανομές δύναμης για κάθε τοπολογία φαίνονται παρακάτω :

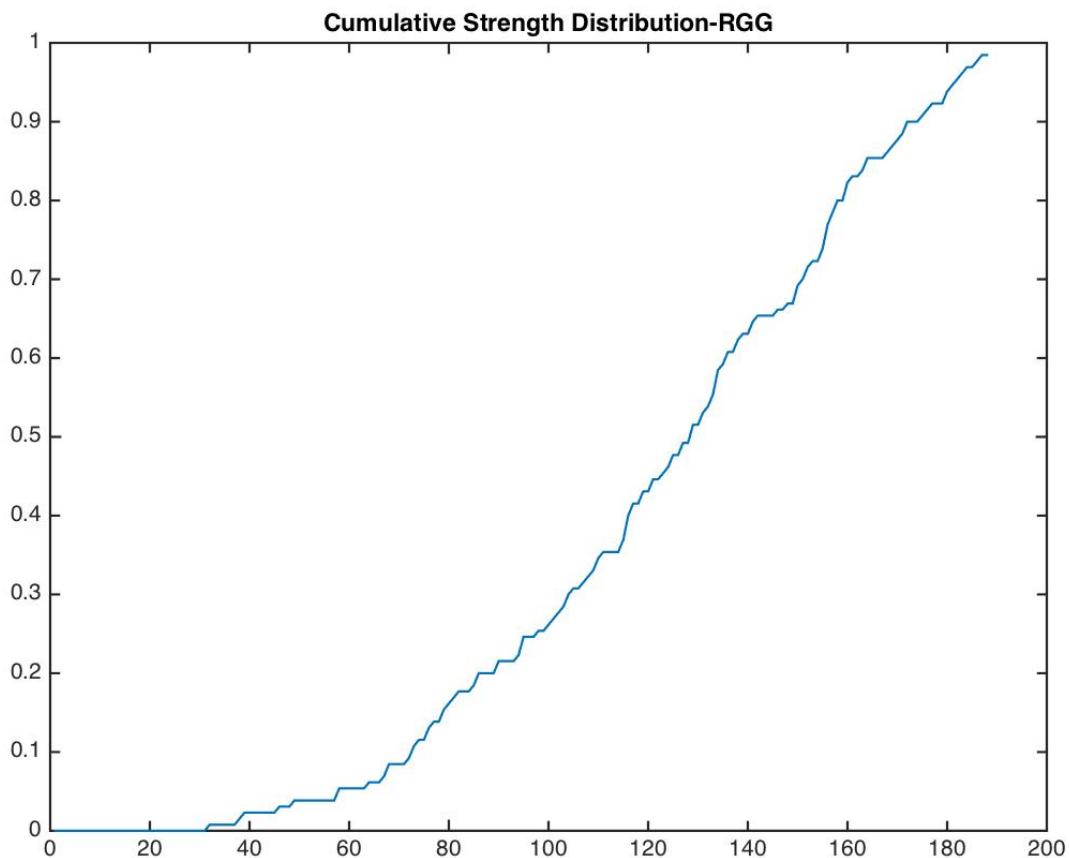
REG :



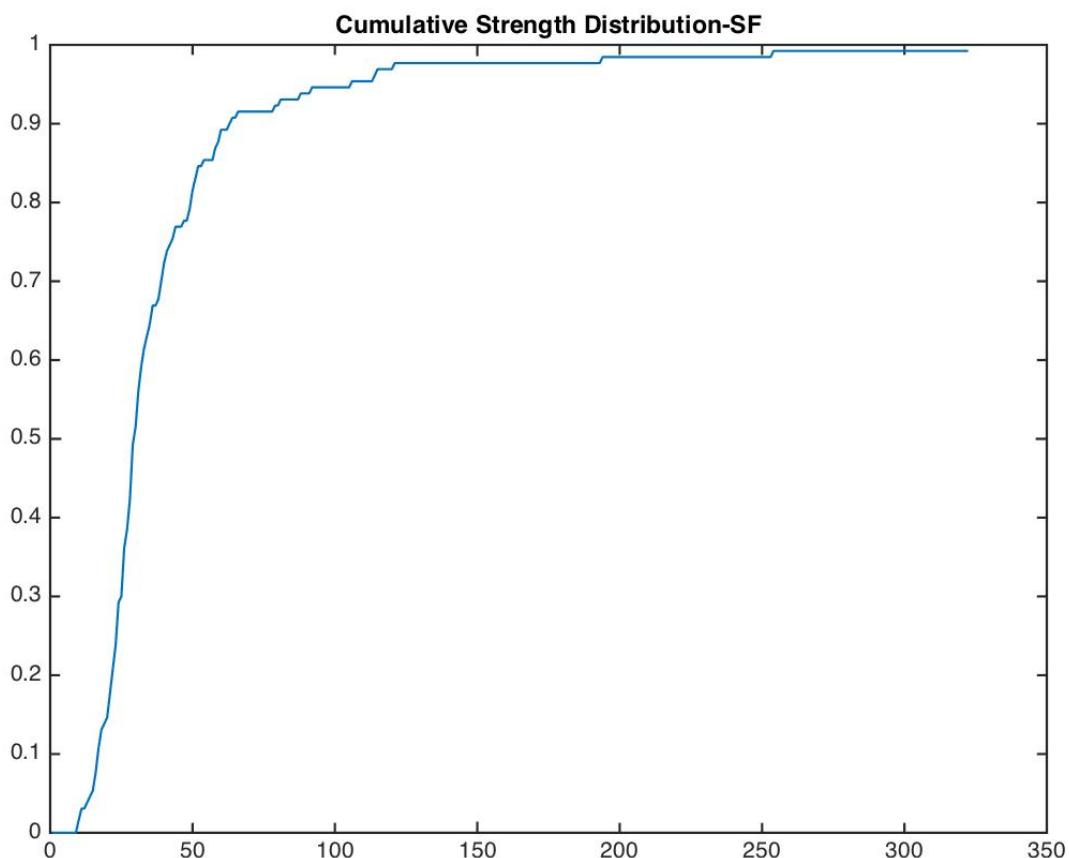
RG :



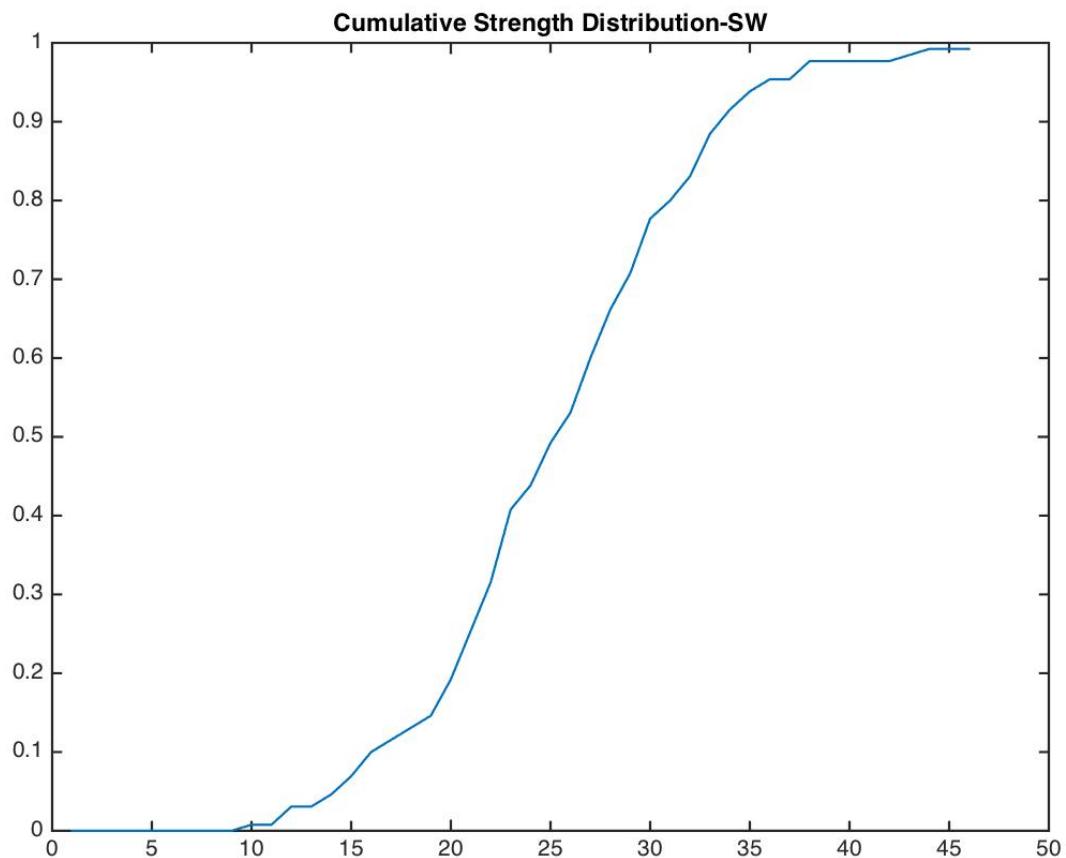
RGG :



SF :



SW :



(iii) Η μέση δύναμη για όλους των κόμβους κάθε τοπολογίας φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Τοπολογία	Μέση Τιμή Δύναμης
REG	21.9321
RG	63.7644
RGG	124.3291
SF	40.4841
SW	25.3364

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

- Αρχικά θα πρέπει να επισημάνω ότι γίνεται πολλαπλασιασμός της ‘αξίας’ κάθε ακμής κάθε τοπολογίας με μια τιμή η οποία είναι ομοιόμορφα κατανεμημένη στο [1,10].
- Άμεση συνέπεια του παραπάνω είναι ότι η μορφή των παραπάνω γραφημάτων συγκεντρωτικής κατανομής δύναμης. Η επίδραση του πολλαπλασιασμού αυτού φαίνεται στο εύρος στο οποίο η συγκεντρωτική κατανομή αυξάνεται του άξονα xx’.
- Μια άλλη παρατήρηση είναι ότι θα μπορούσε κανείς αντι να κάνει όλους τους υπολογισμούς για να βρει τη μέση τιμή της δύναμης για κάθε τοπολογία, να ισχυριστεί ότι εφόσον κάθε ακμή(η αξία της ακμής) πολλαπλασιάζεται με μια τυχαία μεταβλητή ομοιόμορφα κατανεμημένη στο[1,10] τότε η μέση τιμή δύναμης για την εκάστοτε τοπολογία θα ήταν το γινόμενο της μέσης τιμής του βαθμού κάθε τοπολογίας(η οποία έχει υπολογιστεί σε προηγούμενο ερώτημα) επι την μέση τιμή της ομοιομορφά κατανεμημένης τυχαίας μεταβλητής, η οποία είναι $(10+1)/2 = 5.5$. Κάνοντας λοιπόν τα 5 αυτά γινόμενα παρατηρεί ότι το όντως το γινόμενο Μέσο Τιμή Βαθμού * 5.5 δίνει μια πολύ καλή προσέγγιση για την μέση τιμή δύναμης κάθε τοπολογίας.

Μέρος Δ : Υπολογισμός μέσου μήκους μονοπατιού

Αρχικά σας παραθέτω στον παρακάτω πίνακα το μέσο μήκος μονοπατιού και τη διασπορά του στο δίκτυο για καθεμία από τις παραπάνω τοπολογίες, όπως αυτά υπολογίστηκαν με τη βοήθεια του Matlab :

Τοπολογία	Μέσο Μήκος Μονοπατιού	Διασπορά Μήκους Μονοπατιού
REG	16.6279	88.1321
RG	2.2330	0.3937
RGG	2.7852	1.4536
SF	2.4540	0.4354
SW	4.7819	2.9913

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

- Στον REG το μέσο μήκος μονοπατιού και η διασπορά είναι πολύ υψηλά σε σχέση με τις άλλες τοπολογίες και αυτό δικαιολογείται από την μεγάλη διάμετρο που έχει ο γράφος και λόγω της ομοιόμορφης κατανομής των μηκών. Τα μικρότερα συντομότερα μονοπάτια είναι μήκους 1 και τα μεγαλύτερα μήκους $N/d = 32.6$ περίπου, άρα από θεωρητικής άποψης περιμέναμε να προκύψει μέσο μήκος μονοπατιού κοντά στο $(32.6+1)/2 = 16.7$ περίπου, το οποίο επιβεβαιώνεται και στην πράξη από τον παραπάνω πίνακα.
- Στον RG η μικρή διασπορά δικαιολογείται από το γεγονός ότι ο γράφος έχει συμμετρία λόγω της ομοιόμορφης επιλογής των ακμών. Το μέσο μήκος μονοπατιού είναι κοντά στο 2 λόγω της τυχαία τοποθέτησης των ακμών.
- Στον RGG αξίζει να παρατηρήσουμε την σχετικά αυξημένη διασπορά σε σχέση με τον RG, γεγονός το οποίο οφείλεται στο ότι υπάρχουν κάποιους είδους ανωμαλίες στα ακρα.
- Στον scale free η τιμή του μέσου μήκους μονοπατιού οφείλεται στην ύπαρξη συνδέσεων μεταξύ των περισσότερων κόμβων με τους κόμβους υψηλού βαθμού. Η μικρή διασπορά οφείλεται στο παραπάνω γεγονός, ότι δηλαδή δεν υπάρχει μεγάλη απόκλιση στο μέσο μήκος μονοπατιού.
- Στον SW σύμφωνα με όσα είχαμε πει στην θεωρία περίμενα μικρότερο μήκος μονοπατιού αλλά αυτό εξηγείται λόγω της μεγάλης διασποράς του.
- Γενικά σε κάποιες περιπτώσεις τα αποτελέσματα δεν ήταν ακριβώς όπως τα περιμέναμε και αυτό εξηγείται από το γεγονός ότι έχουμε σχετικά λίγους κόμβους.

Μέρος Ε : Υπολογισμός συντελεστή ομαδοποίησης(ΣΟ)

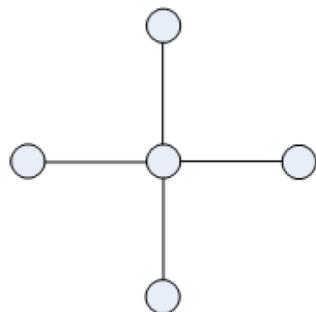
E1) Αναλυτικός Υπολογισμός ΣΟ για τις παρακάτω τοπολογίες :

Η σχέση που μας δίνει τον ΣΟ είναι η εξής :

$$\Sigma O = \frac{\text{αριθμός } \zeta\text{εύξεων μεταξύ των γειτόνων του } i}{\text{αριθμός όλων των πιθανών } \zeta\text{εύξεων μεταξύ των γειτόνων του } i}$$

1.

$\tau \omega v$

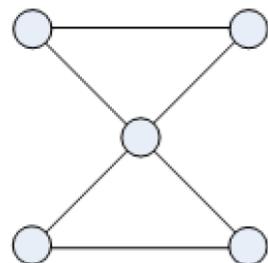


Για τον γράφο αυτό έχω οτι είναι δέντρο και αυτό σημαίνει οτι δεν έχει κανένα τρίγωνο, άρα ο ΣΟ όλων κόμβων είναι 0, καθώς και ο μέσος όρος.

$$\Sigma O_1 = 0$$

2.

έχοντας
ο ποιοι
έχω οτι
θα
άρα με
είναι :

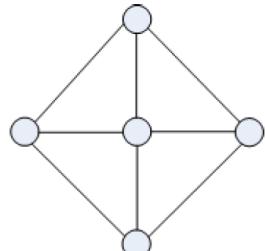


Για τον γράφο αυτό έχω οτι όλοι οι περιφεριακοί κόμβοι ΣΟ ίσο με 1 αφού και οι 4 έχουν από 2 γείτονες οι συνδέονται μεταξύ τους. Για τον κεντρικό κόμβο ο ΣΟ του υπολογίζεται ως εξής : έχει 4 γείτονες οι οποίοι μπορούσαν να έχουν 6 συνδέσεις αλλά έχουν μόνο 2, βάση τον παραπάνω τύπο έχω οτι έχει

$$\Sigma O_2 = (4*1 + 1/3) / 5 = 13/15 = 0.866667$$

3.

έχοντας
ο ποιοι
κόμβο
τις 6



Για τον γράφο αυτό έχω οτι όλοι οι περιφεριακοί κόμβοι ΣΟ ίσο με 2/3 αφού έχουν όλοι 3 γείτονες μεταξύ των υπάρχουν 2 από τις 3 πιθανές συνδέσεις. Για τον κεντρικό ισχύει οτι ο ΣΟ του 4/6 = 2/3 διότι έχει 4 γείτονες και από το πολύ συνδέσεις που θα μπορούσαν να υπάρχουν, υπάρχουν μόνο 4. Ο μέσος όρος των ΣΟ είναι :

$$\text{ΜΣΟ3} = (5*(2/3))/5 = 2/3 = 0.66667$$

E2) Υπολογισμός ΣΟ για τις τοπολογίες REG,RG,RGG,SF,SW με χρήση Matlab :

Αρχικά σας παρουσιάζω στον παρακάτω πίνακα τους μέσους όρους των ΣΟ αυτών των τοπολογιών:

Τοπολογία	ΜΣΟ
REG	0.5
RG	0.0993
RGG	0.7233
SF	0.2037
SW	0.4107

Στη συνέχεια σας παρουσιάζω την συγκεντρωτική κατανομή ΣΟ για όλους τους κόμβους κάθεμιας από τις παρακάτω τοπολογίες :

REG :

RG :

RGG :

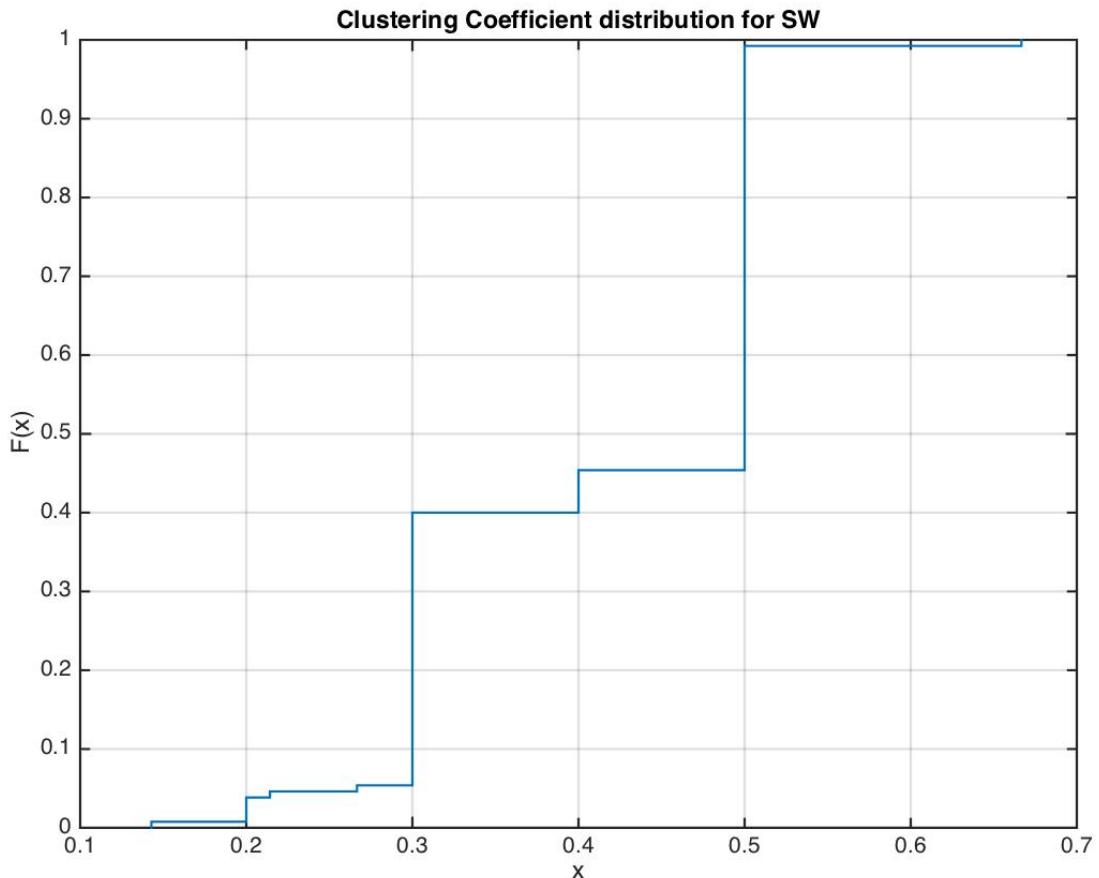
SF :

SW :

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

- Στον REG ο ΣΟ είναι 0.5 λόγω της συμμετρίας που υπάρχει.
- Ο RG έχει τον μικρότερο με διαφορά ΣΟ διότι η πιθανότητα δημιουργίας πολλών τριγώνων είναι σχετικά μικρή.
- Ο RGG αντίθετα φαίνεται να έχει τον μεγαλύτερο ΣΟ διότι σχηματίζονται μεγάλες κλίκες σε αυτόν.
- Ο SF έχει τον δεύτερο μικρότερο ΣΟ διότι σε αυτόν δημιουργούνται κλίκες μικρής κλίμακας και επειδή οι κόμβοι μεγάλου βαθμού ενώνονται με ασύνδετες γειτονιές κόμβων.
- Ο SW έχει μεγάλο ΣΟ, κοντά στον REG αλλά μικρότερο διότι έχουμε ανασύνδεση ακμών.

Μέρος Z : Υπολογισμός κεντρικότητας βαρών

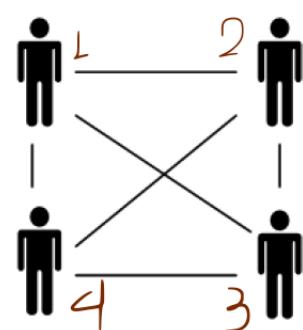
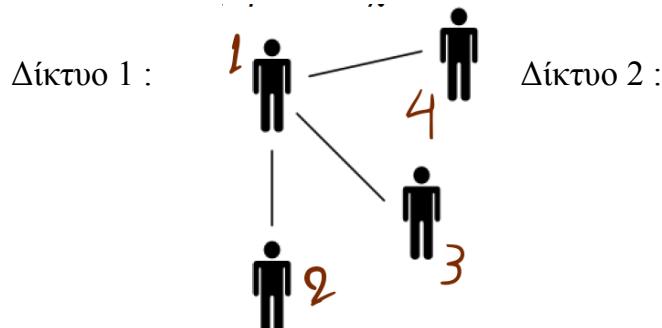


Z1) Αναλυτικός υπολογισμός degree centrality, closeness centrality και betwenness centrality. Για τον υπολογισμό των παραπάνω μετρικών κεντρικότητας χρησιμοποιώ τις παρακάτω σχέσεις :

$$\text{degree centrality : } C_D(v) = \deg(v)$$

$$\text{closeness centrality : } C(x) = \frac{1}{\sum_y d(y,x)}.$$

$$\text{betwenness centrality : } C_B(v) = \sum_{s \neq v \neq t \in V} \frac{\sigma_{st}(v)}{\sigma_{st}}$$



Στη συνέχεια παραθέτω τους πίνακες με τον αναλυτικό υπολογισμό των παραπάνω ζητούμενων για καθένα από τα παραπάνω δίκτυα :

Δίκτυο 1 : Degree Centrality

Kόμβος	Score	Normalized Score
1	3	1/3
2	1	1/3
3	1	1/3
4	1	1/3

Δίκτυο 1 : Closeness Centrality

Kόμβος	Score	Normalized Score
1	$1/(3*1) = 1/3$	1
2	$1/(2*2 +1) = 1/5$	3/5
3	$1/(2*2 +1) = 1/5$	3/5
4	$1/(2*2 +1) = 1/5$	3/5

Δίκτυο 1 : Betweenness Centrality

Kόμβος	Score	Normalized Score
1	3	$3/3 = 1$
2	0	0
3	0	0
4	0	0

Σχολιασμός-Επεξήγηση Υπολογισμών: Ενδεικτικά αναφέρω πως προέκυψαν τα παραπάνω score για ενα παράδειγμα ανα μετρική :

Για τον κόμβο 1 το score του degree centrality είναι 3 επειδή έχει 3 ακμές.

Για τον κόμβο 1 το score του closeness centrality είναι $1/3$ διότι ενώνεται με όλες τις κορυφές και η απόσταση του από την καθεμία είναι 1.

Για τον κόμβο 1 το score του betweenness centrality είναι 1 διότι είναι ενδιάμεσος των 2-3, 3-4,2-4. Αντίστοιχα προκύπτουν και τα υπόλοιπα score για τους υπόλοιπους κόμβους. Παρατηρούμε επίσης ότι ο γράφος αυτός δεν έχει ιδιαίτερα μεγάλες degree και closeness centralities καθώς τα φύλλα συμβάλλουν σε αυτό .

Δίκτυο 2: Degree Centrality

Kόμβος	Score	Normalized Score
1	3	1
2	3	1
3	3	1
4	3	1

Δίκτυο 2 : Closeness Centrality

Kόμβος	Score	Normalized Score
1	$1/3$	1
2	$1/3$	1
3	$1/3$	1
4	$1/3$	1

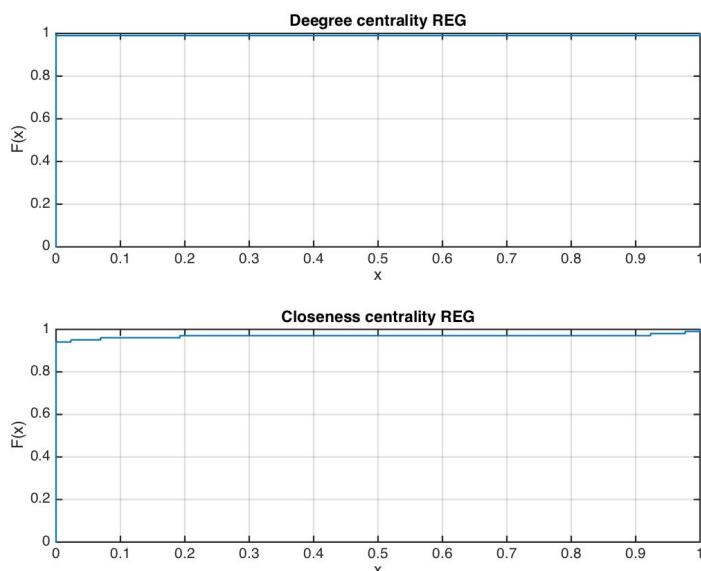
Δίκτυο 2 : Betweenness Centrality

Kόμβος	Score	Normalized Score
1	0	0
2	0	0
3	0	0
4	0	0

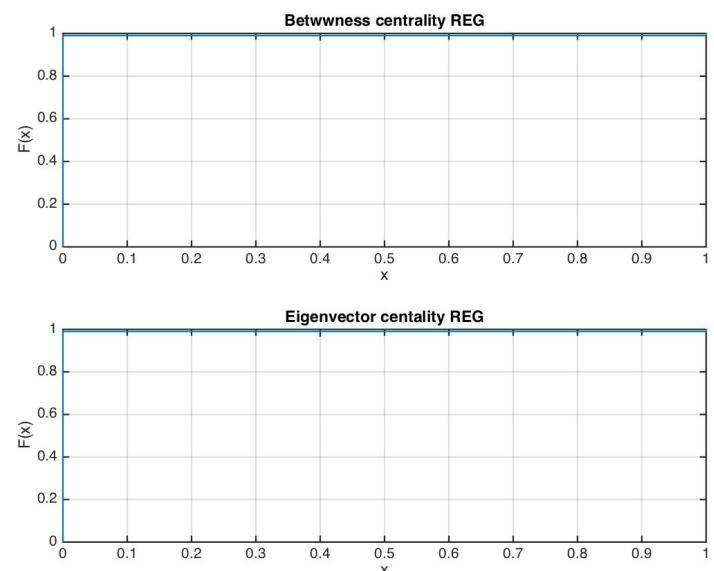
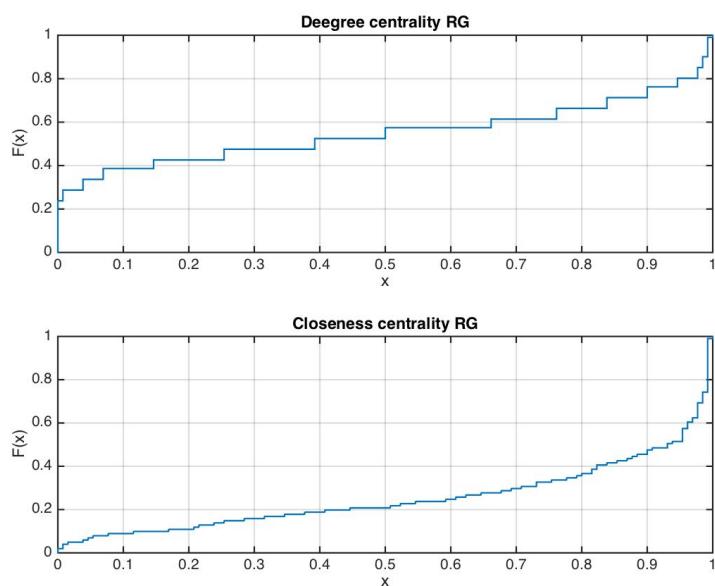
Σχολιασμός-Επεξήγηση Υπολογισμών : Ο γράφος 2 είναι κλίκα όρα ότι ισχύει για έναν κόμβο ισχυεί για όλους. Για το λόγο αυτό έχουμε τα παραπάνω αποτελέσματα. Επίσης το betweenness centrality είναι 0 διότι αυτό είναι μια ιδιότητα της κλίκας, δηλαδή κανένα ελάχιστο μονοπάτι δεν διέρχεται μέσω κάποιου ενδιάμεσου κόμβου. Εν γένει η προσθήκη πολλών ακμών σε ενα γράφημα δημιουργεί περισσότερες εναλλακτικές ελάχιστες διαδρομές μειώνοντας τη συνολική betweenness centrality(ακραία περίπτωση η κλίκα). Οι υπολογισμοί έγιναν με χρήση των παραπάνω τύπων και ο τρόπος χρήσης τους αναλύθηκε για το δίκτυο 1 παραπάνω και δεν κρίνεται αναγκαίο να σας εξηγήσω αναλυτικά τους υπολογισμούς.

Z2) Για καθεμία από τις τοπολογίες REG,RG,RGG,SF,SW παρουσιάζεται στη συνέχεια η συγκεντρωτική κατανομή κεντρικότητας για όλες τις μετρικές :

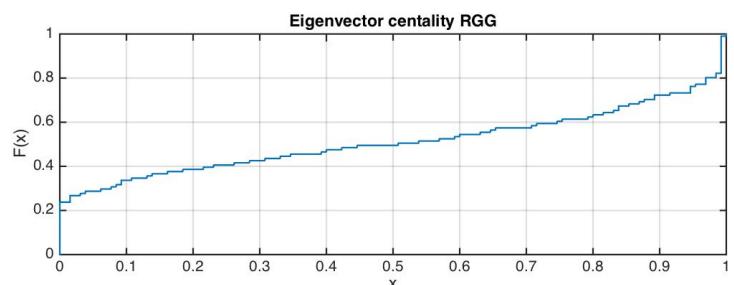
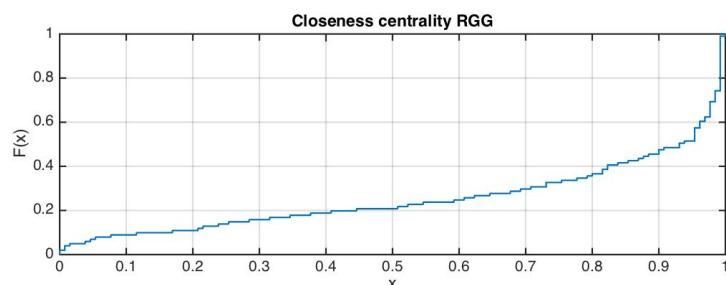
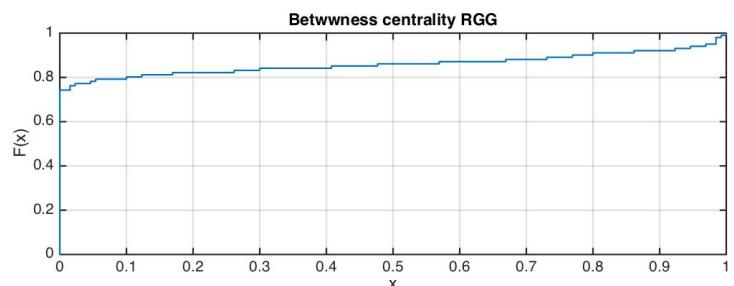
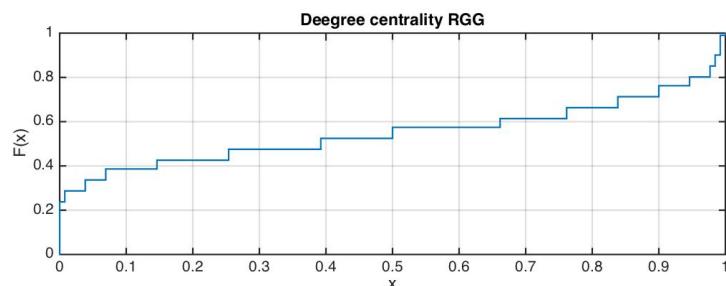
REG :



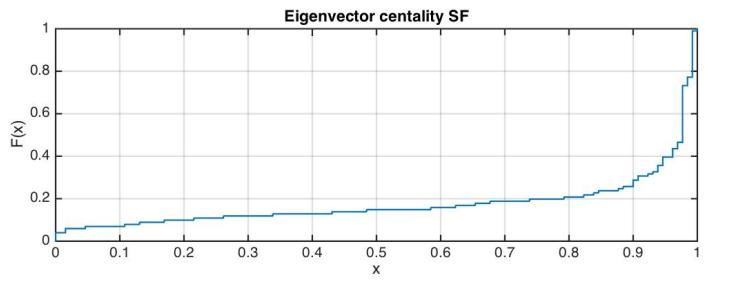
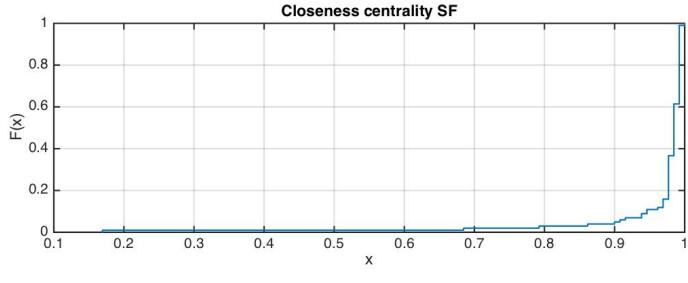
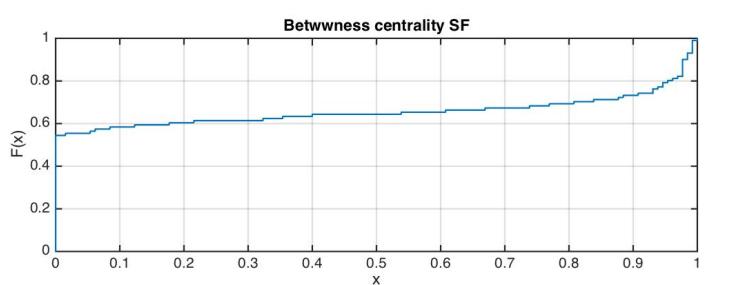
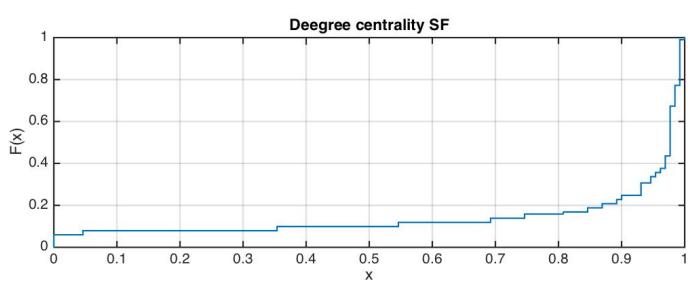
RG :



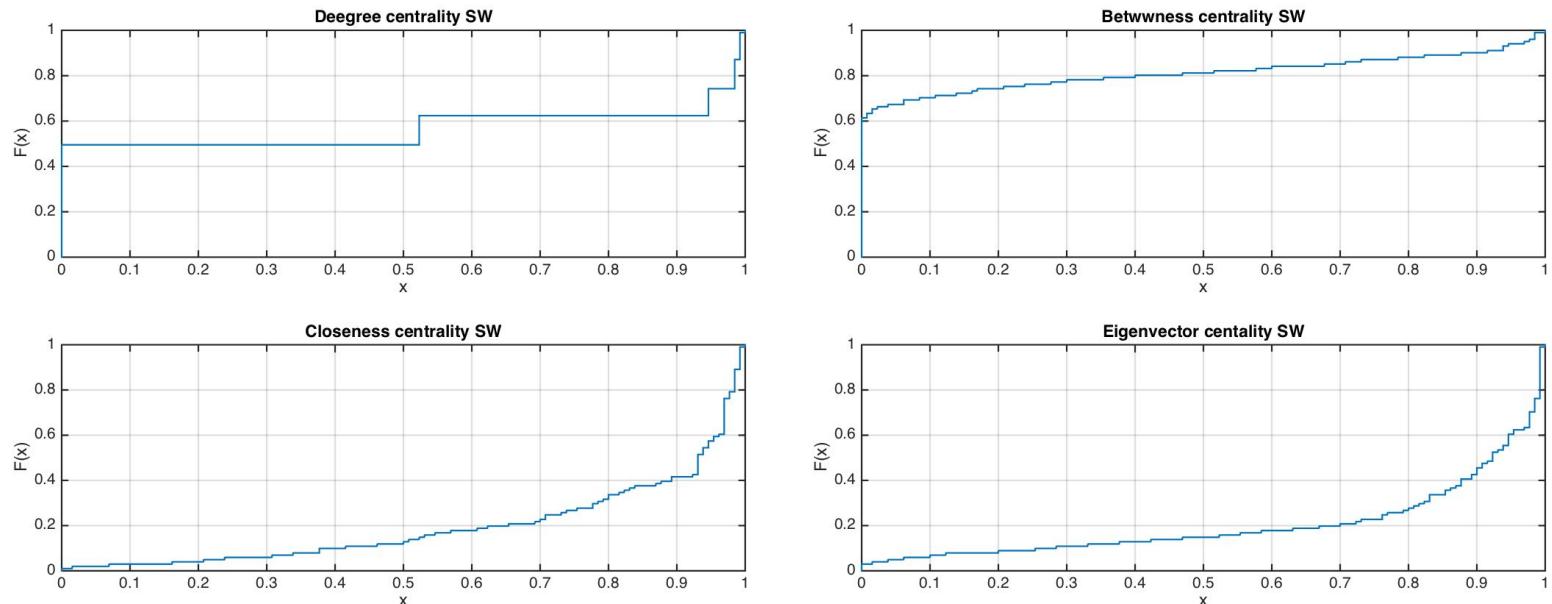
RGG :



SF :



SW :



Στη συνέχεια σας παρουσιάζω την μέση κεντρικότητα για κάθε τοπολογία και για καθεμία από τις παρακάτω μετρικές :

	REG	RG	RGG	SF	SW
Average Deegre	4	11.5385	22.2923	7.2615	4.5538
Average Closeness	4.6620e(-04)	0.0035	0.0028	0.0032	0.0016
Average Betweenness	0.1250	0.0084	0.0042	0.0105	0.0313
Average Eigenvector	0.0877	0.0844	0.0766	-0.0698	0.0670

Σχολιασμός :

- Στον REG εφόσον η απόσταση από κάθε κόμβο είναι μεγάλη είναι λογική η πολύ μικρή τιμή του closeness centrality και για τον ίδιο λόγο το betweenness centrality είναι το μεγαλύτερο από όλες τις τοπολογίες.
- Για τον RG και τον RGG έχουμε σχεδόν ίδια αποτελέσματα σε όλες τις κεντρικότητες εκτός από το deegre.
- Οι τιμές του small world δικαιολογούνται από το small world φαινόμενο.

- Στον SF λόγω της ανασύνδεσης ακμών έχει χαμηλό closeness centrality και υψηλό betweenness centrality.

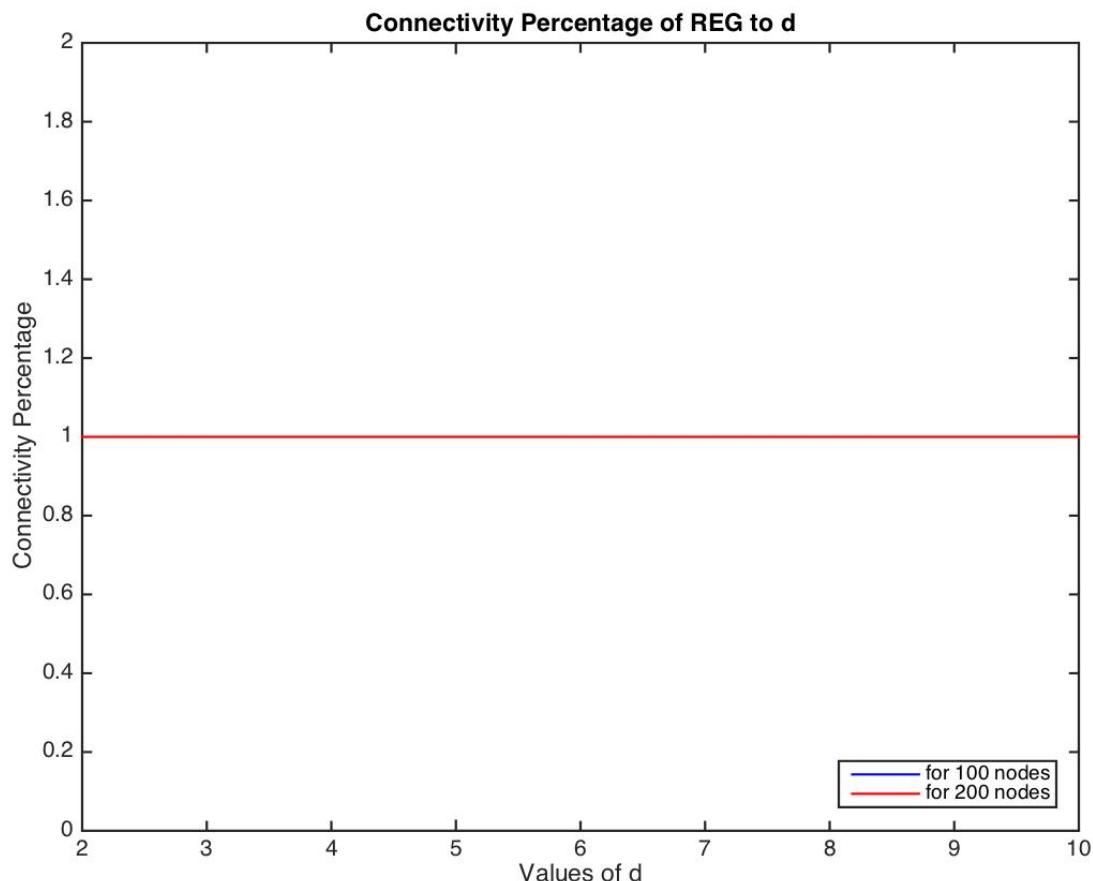
Μέρος Η: Μελέτη συνεκτικότητας και συμπεριφορά κατωφλίων

Τα διαγράμματα ποσοστού συνεκτικότητας σε σχέση με τις παραμέτρους του πίνακα που φαίνεται παρακάτω για κάθε τοπολογία παρουσιάζονται στη συνέχεια :

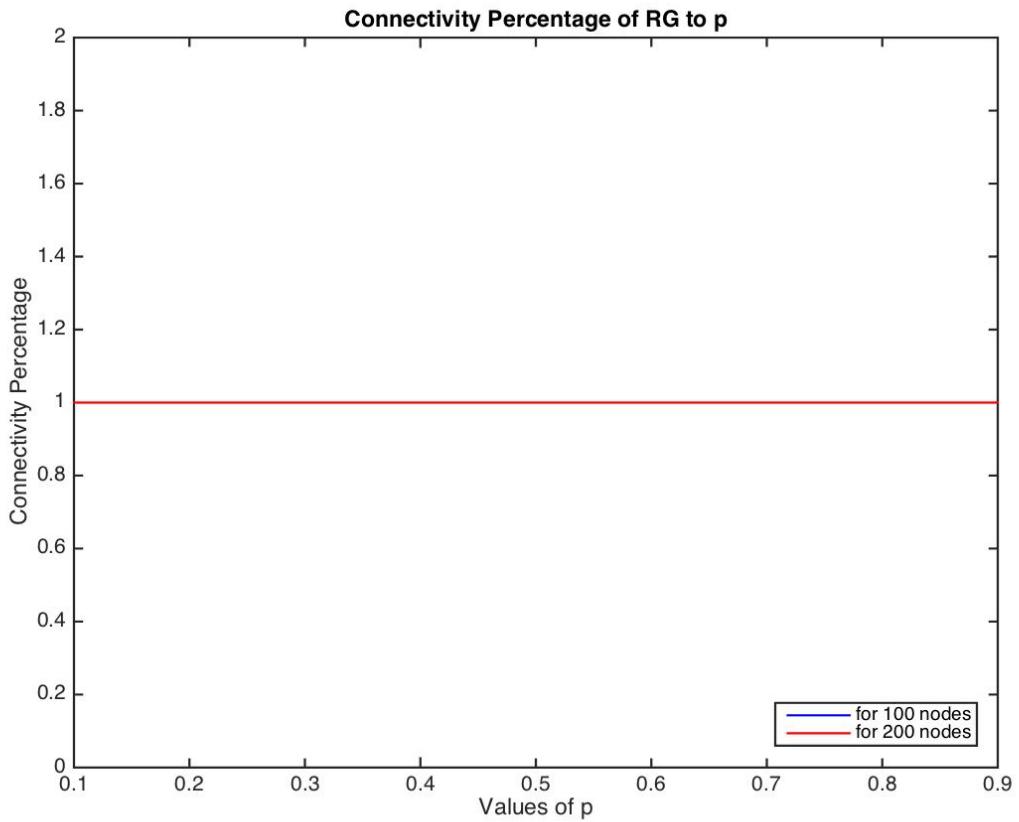
Πίνακας 4 - Εύρος παραμέτρων για τη μελέτη συνεκτικότητας δικτύων

Τοπολογία	Εύρος Παραμέτρων	
REG	$n = \{100, 200\}$	$d \in [2, 10] \text{ με βήμα } 2$
ER-RG		$M \in [100, 800] \text{ με βήμα } 100$
RG		$p \in [0.1, 0.9] \text{ με βήμα } 0.1$
RGG	$R \in [25, 250] \text{ με βήμα } 25$	$L = 1000$
BA-SF	$d \in [2, 10] \text{ με βήμα } 2$	
WS-SW	$d \in [2, 10] \text{ με βήμα } 2$	$g_p \in [0.1, 0.7] \text{ με βήμα } 0.1$

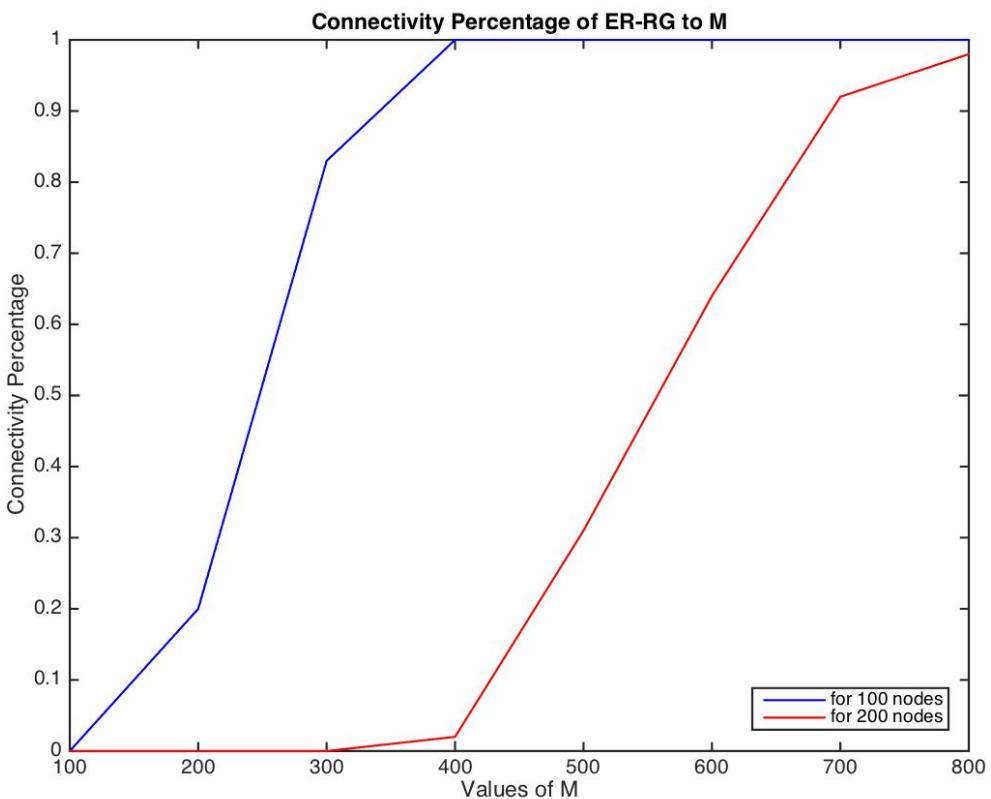
REG :



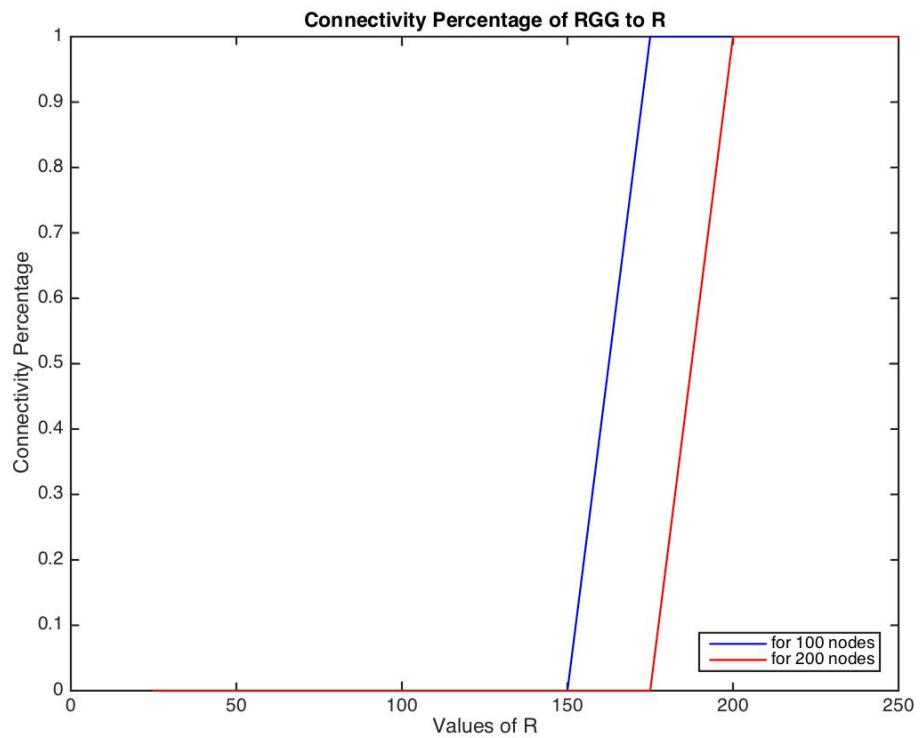
RG :



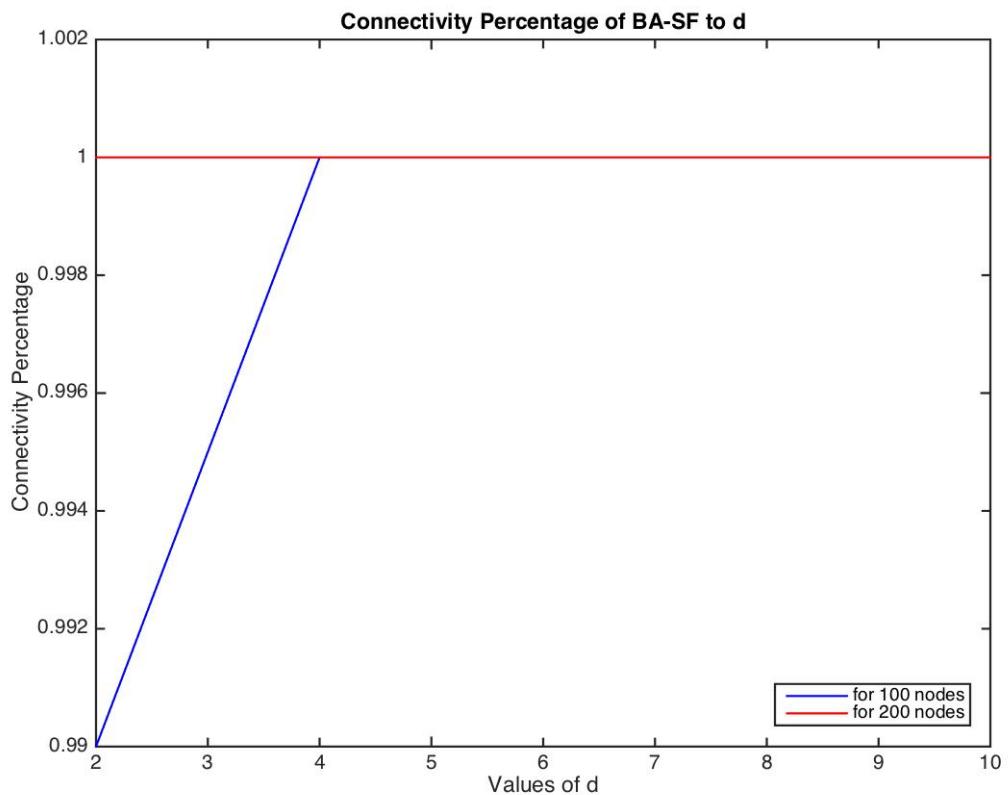
RG(ER) :



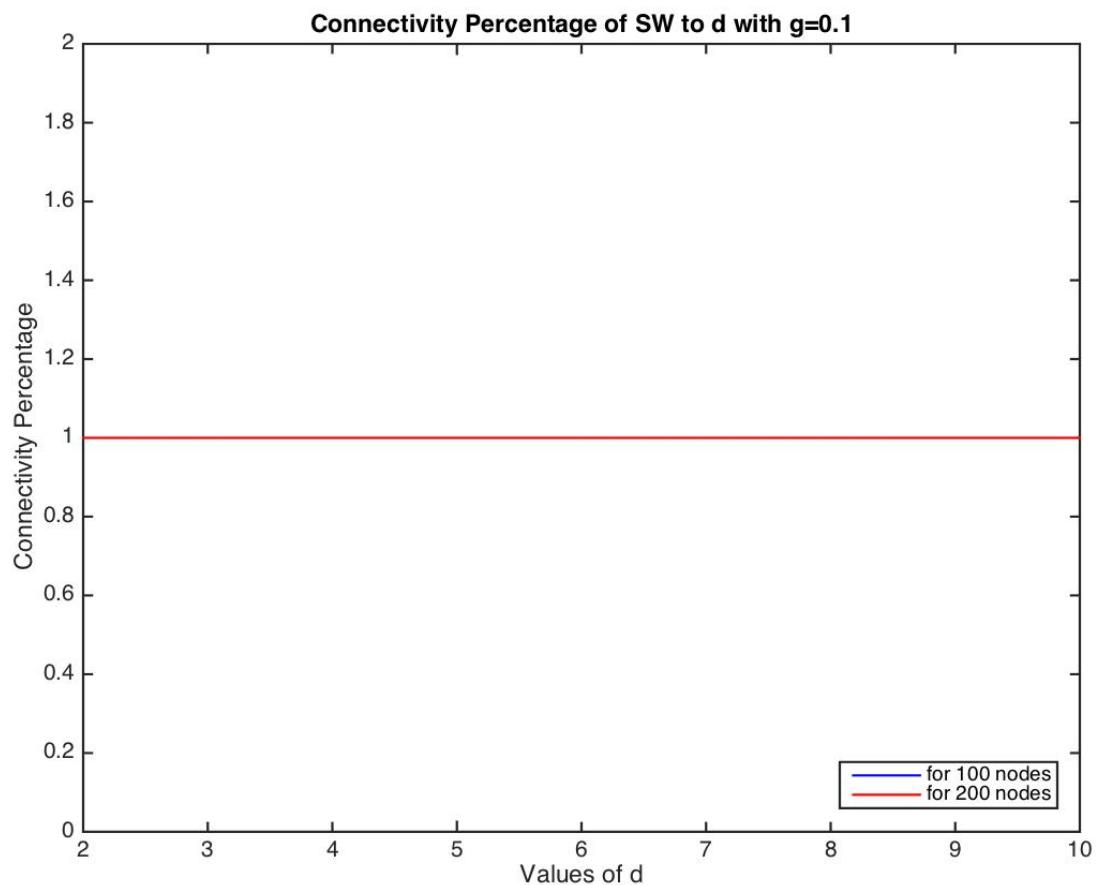
RGG :



SF :



SW :



Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

- Η τοπολογία REG(πλέγμα) είναι εκ κατασκευής συνδεδεμένος για κάθε τιμή του d, κάτι το οποίο φαίνεται και από το παραπάνω σχήμα.
- Ο γράφος Erdos-Renyi για τις τιμές του M τις οποίες εξετάσαμε παρουσιάζει φαινόμενο κατωφλίου με ομαλή μετάβαση φάσης(σχετικά). Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνουμε τον αριθμό των κόμβων το σημείο κατωφλίου μετατοπίζεται προς τα δεξιά. Αναφέρω επίσης ότι το κρίσιμο σημείο θα εμφανιστεί θεωρητικά για ποσοστό περίπου $\log(\#nodes)$ και για $M = (\#nodes \text{ ανα } 2) * \log(\#nodes)$. Για 100 κόμβους για $M > 400$ είναι πάντα connected και για 200 κόμβους για να είναι πάντα connected θα πρέπει το $M > 800$.
- Ο τυχαίος γράφος(RG) είναι μόνιμα συνεκτικός για τιμές του p μεγαλύτερες από 0.1 όπως φαίνεται και παραπάνω. Αν συνδυάσουμε το γράφημα αυτό με εκείνο του ER-RG, θα μπορούσαμε να πούμε ότι αυτό είναι η συνέχεια του προηγουμένου σε σημείο στο οποίο έχει προσεγγιστεί η μέγιστη τιμή και για το λόγο αυτό δεν παρουσιάζεται κάποιο φαινόμενο κατωφλίου.
- Από το παραπάνω γράφημα του τυχαίου γεωμετρικού γράφου(RGG) παρατηρούμε ότι το φαινόμενο κατωφλίου παρουσιάζεται με αρκετά απότομη φάση μετάβασης. Αυτό γίνεται διότι η αναμενόμενη τιμή γειτόνων είναι ανάλογη τις ακτίνας και των κορυφών.

- Στον scale free γράφο παρατηρούμε ότι για 200 κόμβους είναι πάντα connected πράγμα το οποίο περιμέναμε, αφού με μεγάλη πιθανότητα ενας κόμβος θα συνδέεται με ενα κόμβο μεγάλου βαθμού κι αυτός με τους υπόλοιπους, αρα ο γράφος θα είναι συνδεδεμένος. Για 100 κόμβους και $d = 2$ το ποσοστό είναι 99% το οποίο στην πράξη θεωρείται connected αλλά αναφέρω ότι έχω κατώφλι για $d=4$, τιμή πέρα από την οποία είναι πάντα connected.
- Στον small world γράφο παρατηρούμε ότι είναι μόνιμα συνδεδεμένος για κάθε τιμή των παραμέτρων και για 100 και για 200 κόμβους. Κάτι τέτοιο είναι λογικό αφού αυτό που κάνουμε είναι να αρχίζουμε από σεν REG.

Μέρος Θ : Μελέτη μοντέλων τυχαίων γράφων

Ο πίνακας ο οποίος καλούμαστε να συμπληρώσουμε είναι ο παρακάτω (πριν την συμπλήρωση του):

Τοπολογία	$n = 100$		$n = 10^4$	$n = 10^5$	
RG (G)	$p = 0.1$	$p = 10^{-2}$	$p = 10^{-3}$		$p = 10^{-5}$
RG (ER)		$M = 4995$		$M = 499995$	$M = 4999995$

Μετά την συμπλήρωση του έγινε ως εξής :

Τοπολογία	$n = 100$	$n = 1000$	$n = 10^4$	$n = 10^5$	$n = 10^6$
REG	$p = 0.1$	$p = 10^{(-2)}$	$p = 10^{(-3)}$	$p = 10^{(-4)}$	$p = 10^{(-5)}$
RG	$M = 495$	$M = 4995$	$M = 49995$	$M = 499995$	$M = 4999995$

Σχολιασμός-Επεξήγηση Υπολογισμών : Στο μοντέλο του Gilbert γνωρίζουμε ότι αν το γινόμενο $p*n$ =σταθερό και το $p*n^2$ τείνει στο άπειρο τότε προσεγγίζει το ER μοντέλο με $M = (n*(n-1)*p)/2$. Κάνοντας χρήση του τύπου αυτού συμπληρώσα τον πίνακα παραπάνω.

Μέρος Ι : Μελέτη της εξελικτικής μετατροπής δίκτυου REG σε δίκτυο SW και RG(ER)

Στο μέρος αυτό μεταβάλλουμε την παράμετρο της συνάρτησης που κατασκευάζει τοπολογίες SW, από 0 έως 1 με βήμα 0.1 και βρίσκουμε το μέσο μήκος μονοπατιού και το μέσο συντελεστή ομαδοποίησης gp. Τα αποτελέσματα φαίνονται παρακάτω :

Πιθανότητα Ανασύνδεσης	Μέσο Μήκος Μονοπατιού	Μέσος Συντελεστής Ομαδοποίησης
0.0	16.627906976744185	0.5000
0.1	7.50948121645796	0.4723
0.2	4.740608228980322	0.4062
0.3	4.295646988670245	0.3924
0.4	4.10005963029219	0.3581
0.5	3.865712581991652	0.3404
0.6	3.72271914132379	0.3256
0.7	3.493977340488968	0.3029
0.8	3.35134168157424	0.2888
0.9	3.248896839594514	0.2522
1	3.13607632677400	0.2458

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

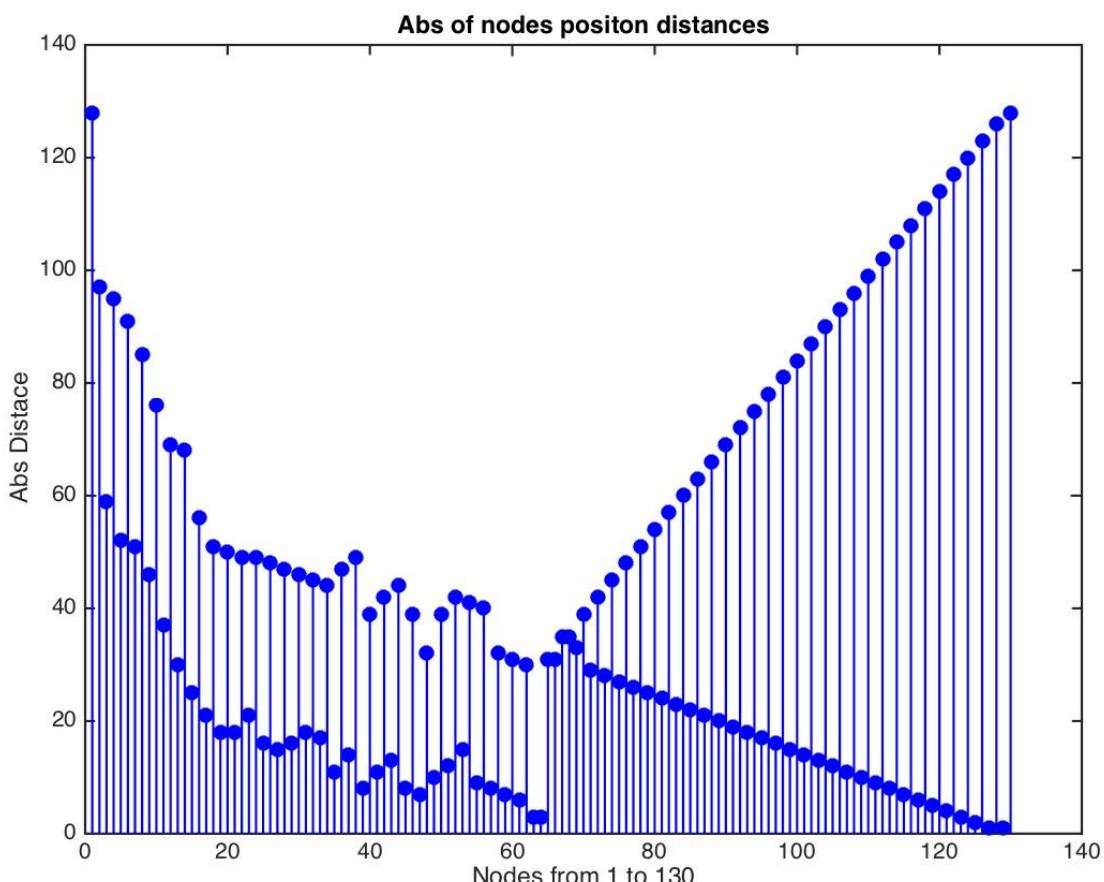
- Για πιθανότητα ανασύνδεσης 0 το δίκτυο συμπεριφέρεται σαν REG. Από θεωρητικής άποψης για πιθανότητα 0 το μέσο μήκος μονοπατιού προσεγγίζεται από την σχέση $N/2K = 16,2$ περίπου το οποίο είναι πολύ κοντά σε αυτό που υπολογίσα. Από θεωρητικής άποψης για πιθανότητα 0 ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης προσεγγίζεται από την σχέση $3(K-2)/(4(K-1)) = 0.5$ το οποίο ταιριάζει απόλυτα με το αποτέλεσμα.
- Για πιθανότητα ανασύνδεσης 1 το δίκτυο συμπεριφέρεται σαν Random Graph. Από θεωρητικής άποψης για πιθανότητα 1 το μέσο μήκος μονοπατιού προσεγγίζεται από την σχέση $\ln(N)/\ln(d) = 3.5$ περίπου το οποίο είναι πολύ κοντά σε αυτό που υπολογίσα. Από θεωρητικής άποψης για πιθανότητα 1 ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης προσεγγίζεται από την σχέση $K/N=0.02$ το οποίο δεν προσεγγίζει ικανοποιητικά το αποτέλεσμα που βρήκα.
- Για πιθανότητα ανασύνδεσης από 0.1 έως 0.4 το μέσο μήκος μονοπατιού πέφτει αρκετά γρήγορα ενώ ο μέσος συντελεστής ομαδοποίησης πέφτει με μικρότερο ρυθμό. Αυτό είναι γνωστό σαν small world φαινόμενο. Στη συνέχεια το μέσο μήκος μονοπατιού μειώνεται με πολύ μικρότερο ρυθμό. Η αρχική απότομη μείωση οφείλεται στο γεγονός ότι τυχαίες ακμές δημιουργούν συντομότερα μονοπάτια μεταξύ απομακρυσμένων κόμβων. Η μείωση του μέσου συντελεστή ομαδοποίησης οφείλεται στο γεγονός ότι το ποσοστό των γειτονικών κόμβων που συνδέονται μεταξύ τους μειώνεται.

Μέρος Κ : Εγω-κεντρικότητες (Ego-Centralities)

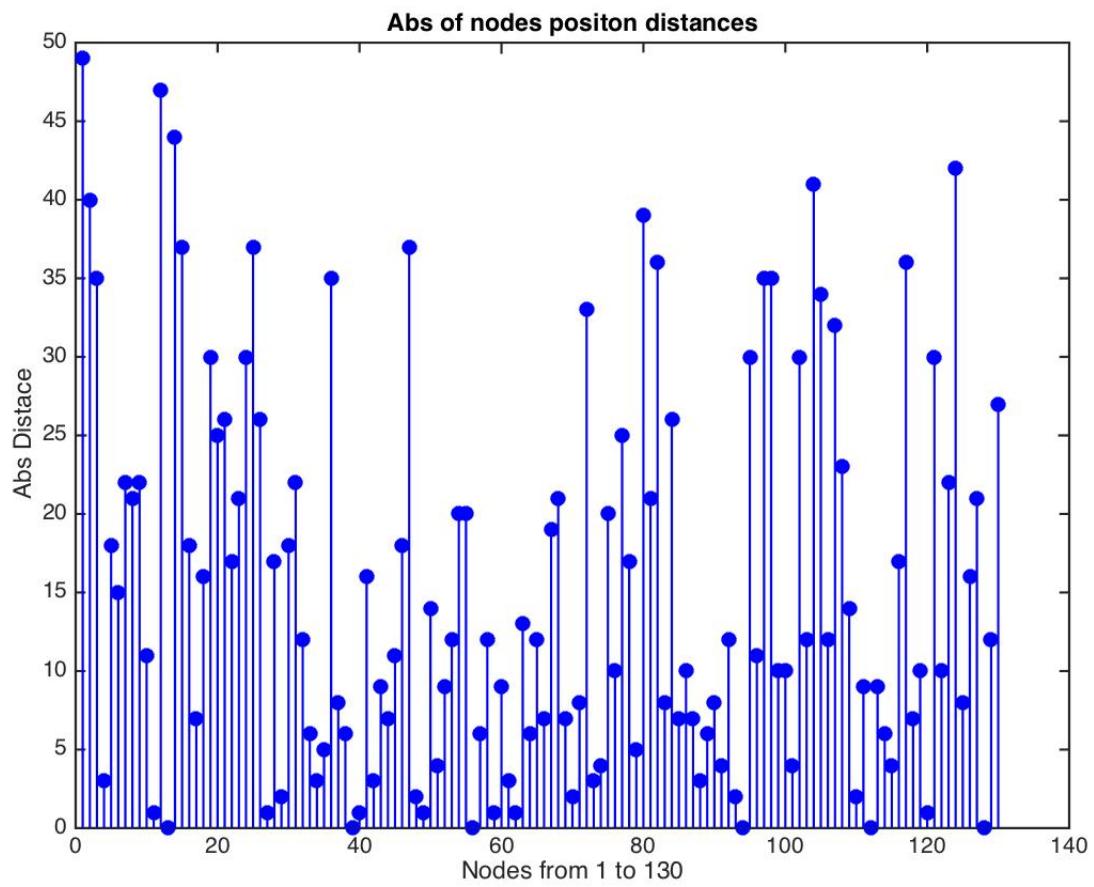
Στο μέρος αυτό καλούμαστε να υπολογίσουμε την εγω-κεντρικότητα κάθε κόμβου για τις δοσμένες τοπολογίες και να συγκρίνουμε με τις κεντρικότητες που υπολογίσαμε παραπάνω. Για να υπολογίσουμε τον εγω-πίνακα γειτνίασης Ε κάθε κόμβου(for loop από 1 έως 130) χρησιμοποιούμε τις συναρτήσεις kneighbors() και subgraph() και εφαρμόζουμε ότι αναφέρεται στην παρουσίαση της άσκησης, δηλαδή υπολογίζουμε το $(E^2)^*(1-E)$ και παίρνουμε το άθροισμα των αντίστροφων στοιχείων του πίνακα $(E^2)^*(1-E)$ τα οποία βρίσκονται πάνω από την κύρια διαγώνιο και ο αντίστοιχος Ε στις θέσεις αυτές έχει μηδενικά. Με τον τρόπο αυτό κρατάμε σε ένα πίνακα την εγω-κεντρικότητα κάθε κόμβου. Με τον τρόπο αυτό με βάση την θεωρία υπολογίζουμε πιο γρήγορα το betweenness centrality και αποφεύγουμε τις πολλές πράξεις. Για να δούμε αν όντως αυτό ισχύει θα συγκρίνουμε τα αποτελέσματα που πήραμε παραπάνω για το betweenness centrality με το ego centrality.

Για να κάνουμε την σύγκριση με τα αποτελέσματα που είχαμε παραπάνω σορτάρουμε τον πίνακα του betweenness centrality και του ego centrality. Για να αξιολογήσουμε το αποτέλεσμα βρίσκουμε την θέση κάθε κόμβου στους σορταρισμένους πίνακες και βρίσκουμε πόσο απέχει η **θέση** κάθε κόμβου στους δύο πίνακες. Στη συνέχεια σας παραθέτω ενα διάγραμμα το οποίο δείχνει αυτό που ανέφερα παραπάνω :

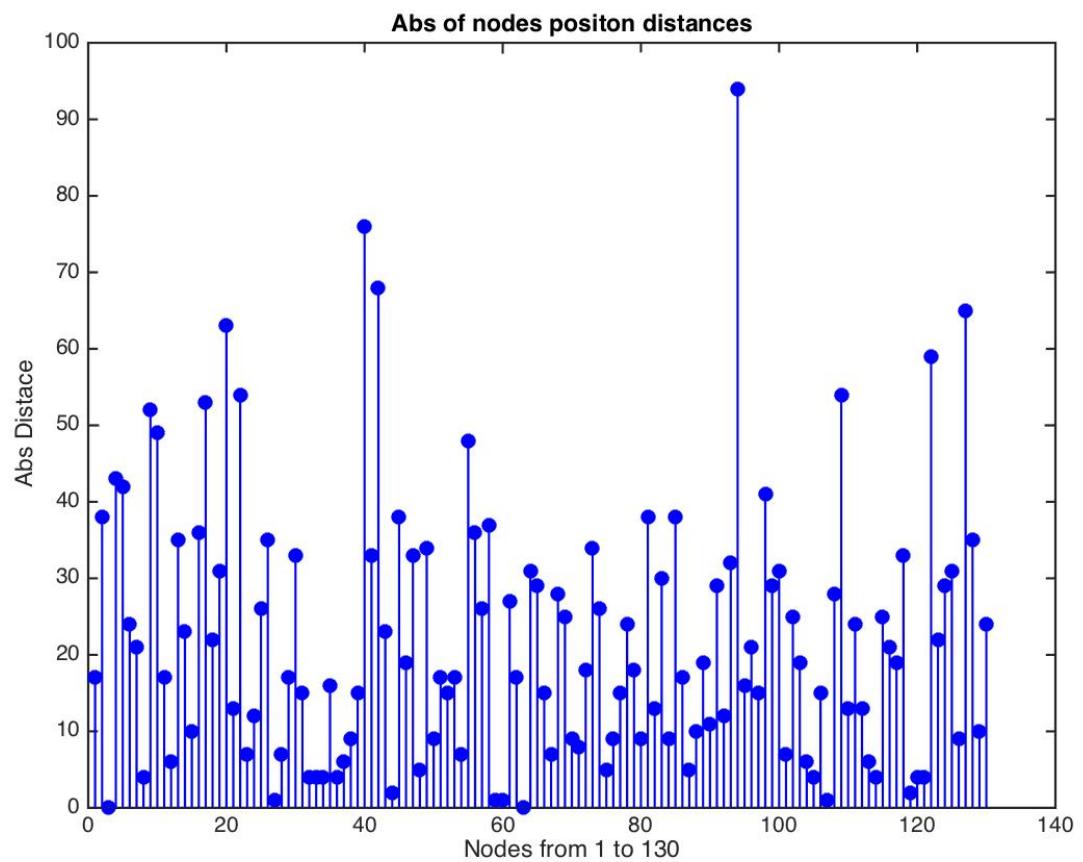
REG :



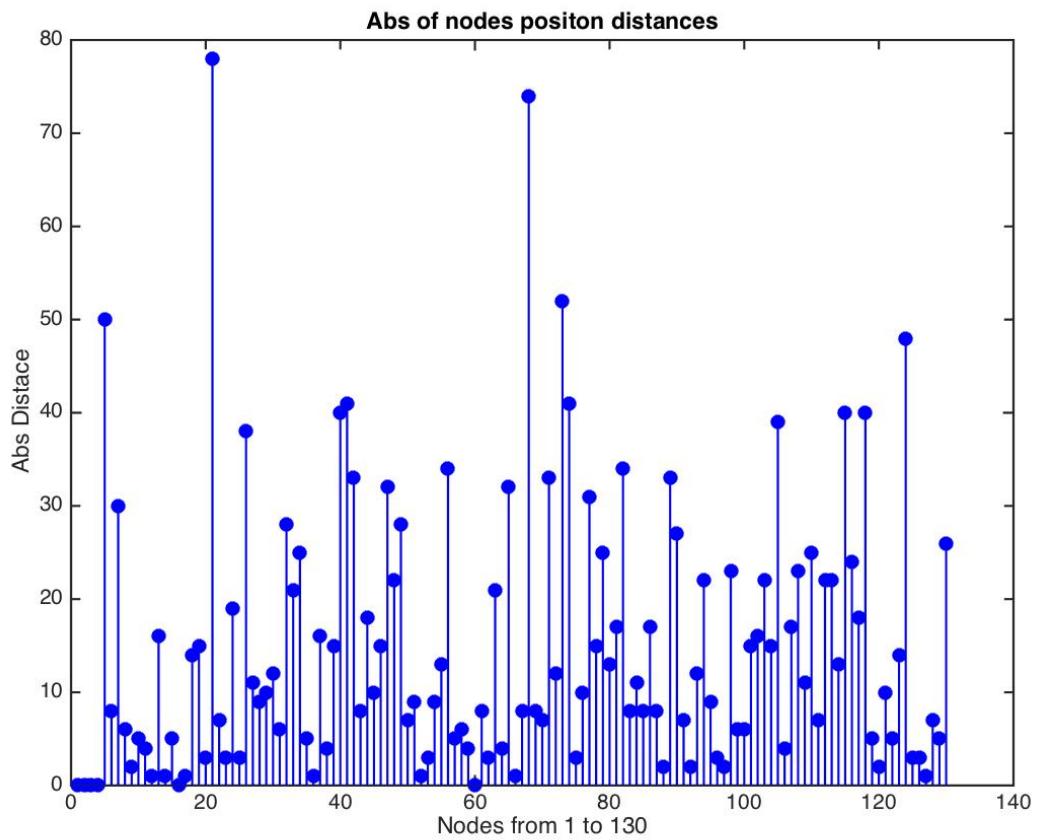
RG :



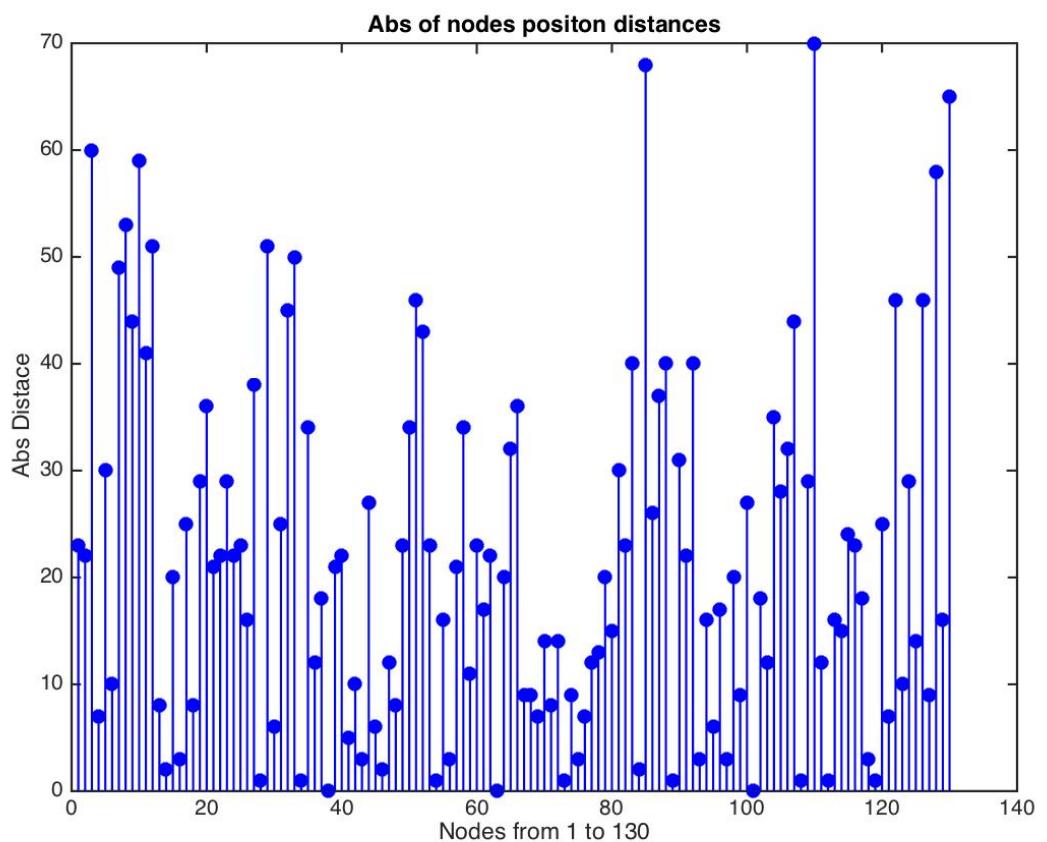
RGG :



SF :

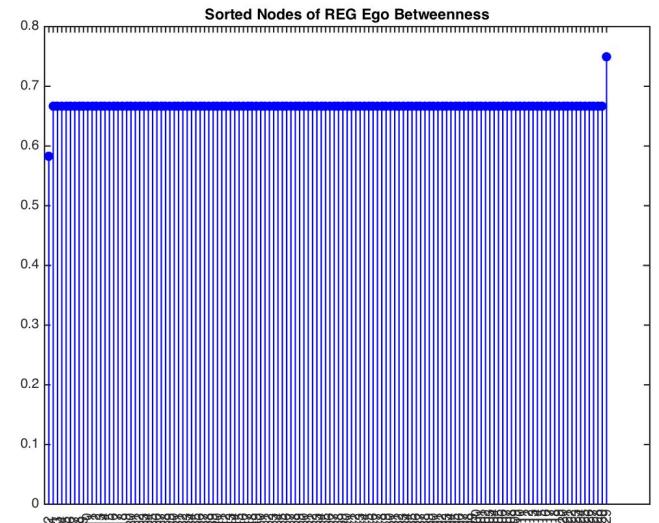
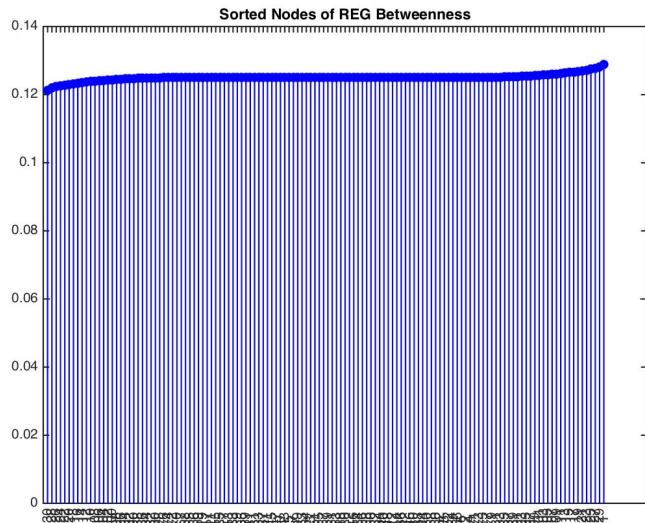


SW :

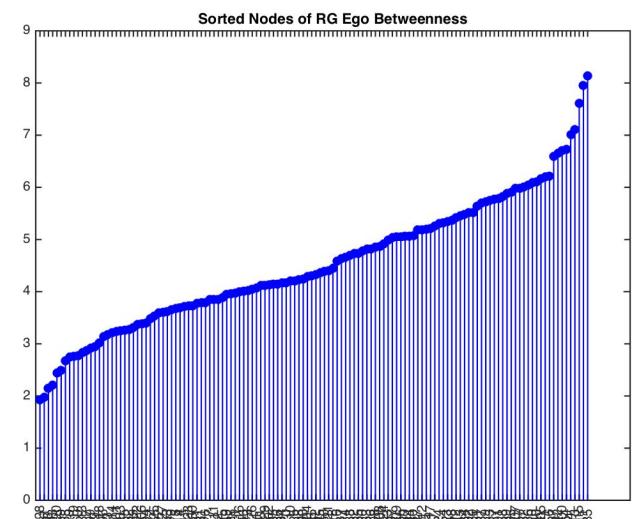
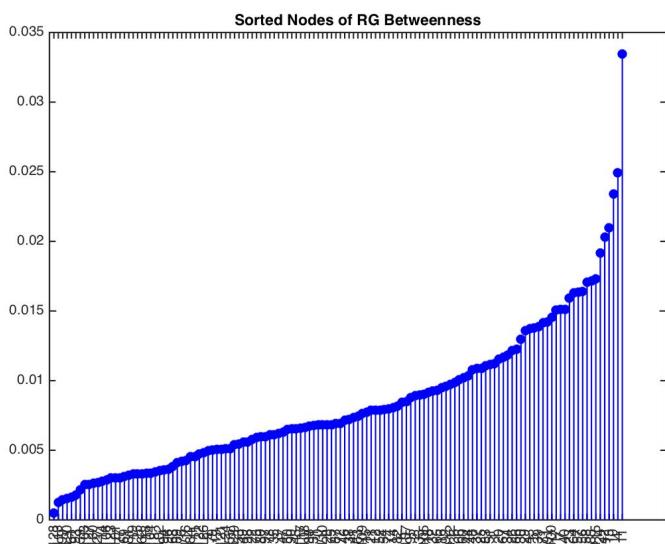


Για να γίνει πιο εμφανές το αποτέλεσμα θα σας παρουσιάσω και ενα διάγραμμα για κάθε τοπολογία το οποίο θα περιέχει στον οριζόντιο άξονα τους σορταρισμένους κόμβους για το betweenness centrality και το ego centrality για να δούμε πιο εύκολα τη θέση κάθε κόμβου:

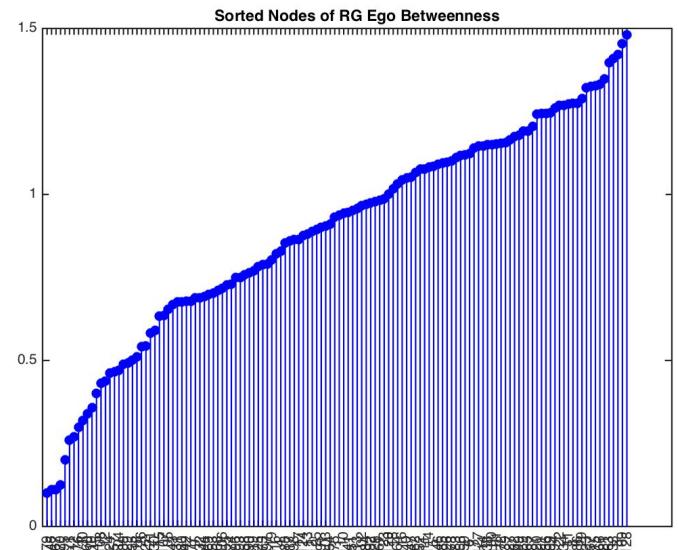
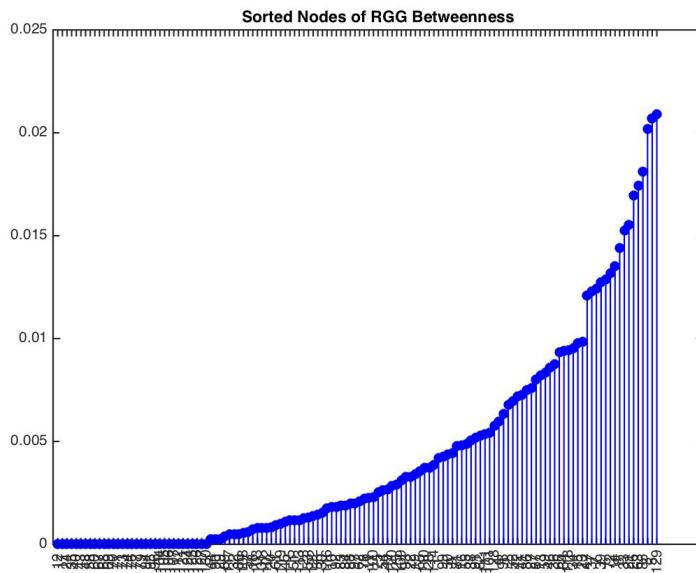
REG :



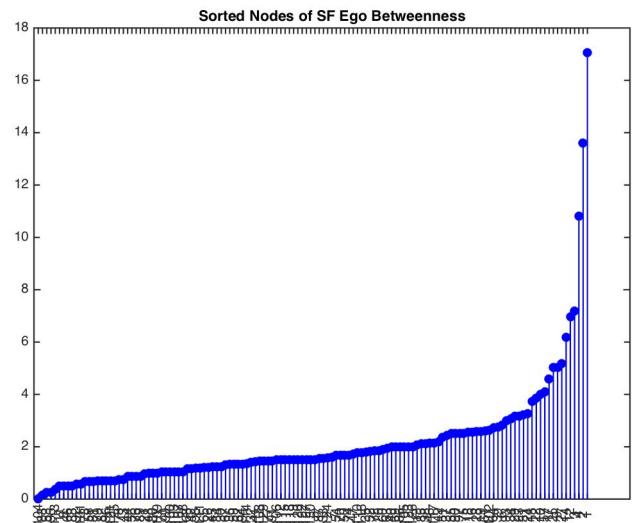
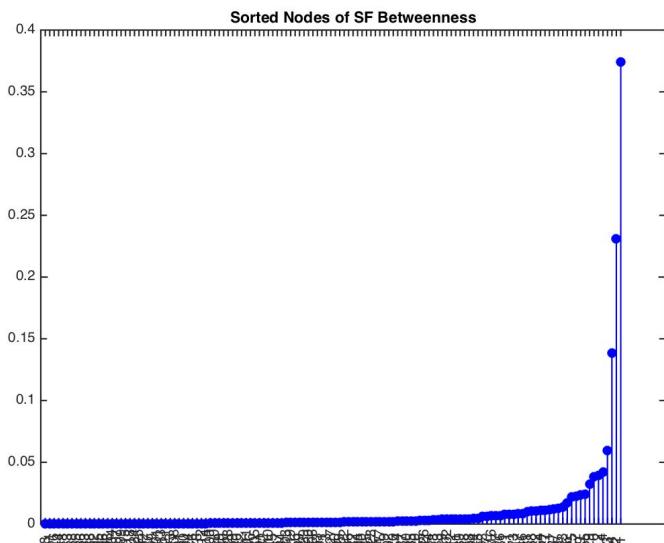
RG :



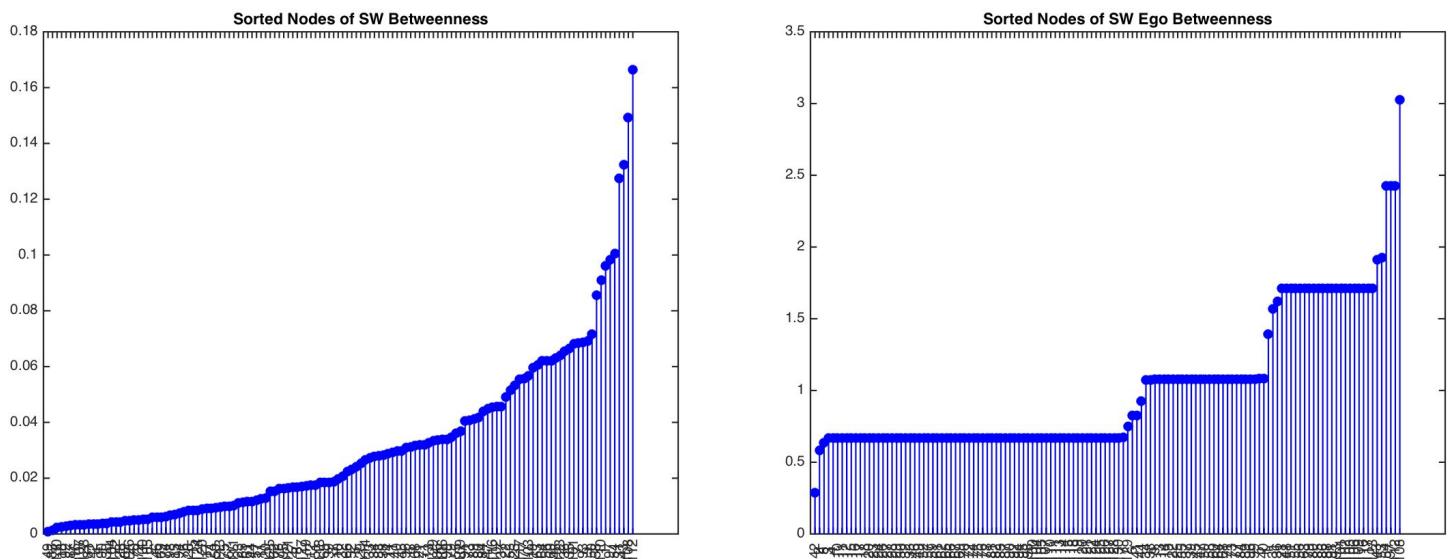
RGG :



SF :



SW :



Στα διαγράμματα αυτά είναι δύσκολο να δείς ποιός κόμβος είναι στον οριζόντιο άξονα λόγω αδυναμίας του matlab. Θα πρέπει να κάνετε κατάλληλο zoom για να καταφέρετε να δείτε σε ποιά θέση είναι κάθε κόμβος.

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων :

- Στον REG παρατηρούμε ότι η απόσταση των θέσεων κάθε κόμβου στους δυο σορταρισμένους πίνακες δεν είναι και πάντα μικρή αφού παρατηρούνται και μικρές και μεγάλες αποστάσεις. Ως εκ τούτου το ego betweenness δίνει καλά αποτελέσματα για την τοπολογία αυτή αλλά οχι τόσο καλά όσο θα περιμέναμε.
- Στον RG παρατηρούμε κυρίως μικρές αποστάσεις των θέσεων κάθε κόμβου γεγονός το οποίο σημαίνει ότι ο υπολογισμός της εγω-κεντρικότητας μας δίνει καλά αποτελέσματα τα οποία προσεγγίζουν αυτά που υπολογίσαμε σε παραπάνω ερώτημα.
- Στον RGG ισχύουν όσο ανέφερα και για τον RG, αλλά θα μπορούσαμε να προσθέσουμε ότι τα αποτελέσματα εδω είναι αισθητά καλύτερα.
- Στον SF τα αποτελέσματα είναι πάρα πολύ καλά και προφανώς αν θέλαμε σε ενα real time project να υπολογίσουμε το betweenness centrality θα επιλέγαμε την ego εκδοχή αφού μας γλιτώνει από πολύ υπολογιστικό κόπο και ταυτόχρονα μας προσφέρει εξαιρετικά αποτελέσματα.
- Στον SW ισχύουν σε γενικές γραμμές όλα όσα ανέφερα για τον RGG.

Περισότερα πάνω σε ego network betweenness υπάρχουν στο:

<https://pdfs.semanticscholar.org/01eb/fdb48fdf2cd286260db3789a221ffda87a44.pdf>