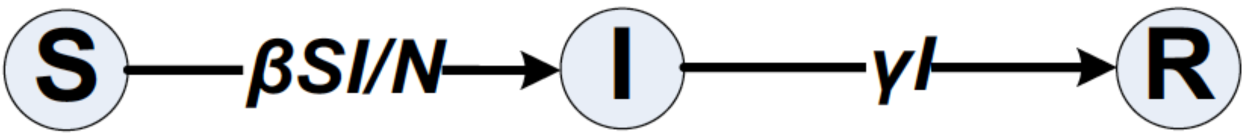
Μέρος Β

Στο μέρος αυτό θα ασχοληθούμε με την αριθμητική επίλυση των επιδημιολογικών μοντέλων SIR και SIS με χρήση του Matlab.

Α) Στο πρώτος μέρος θα ασχοληθούμε με το ***SIR*** μοντέλο το οποίο δίνεται απο το ακόλουθο διάγραμμα καταστάσεων και το παρακάτω σύνολο διαφορικών εξισώσεων:



$$\frac{dS}{dt} = -\frac{\beta SI}{N}$$

$$\frac{dI}{dt} = \frac{\beta SI}{N} - \gamma I$$

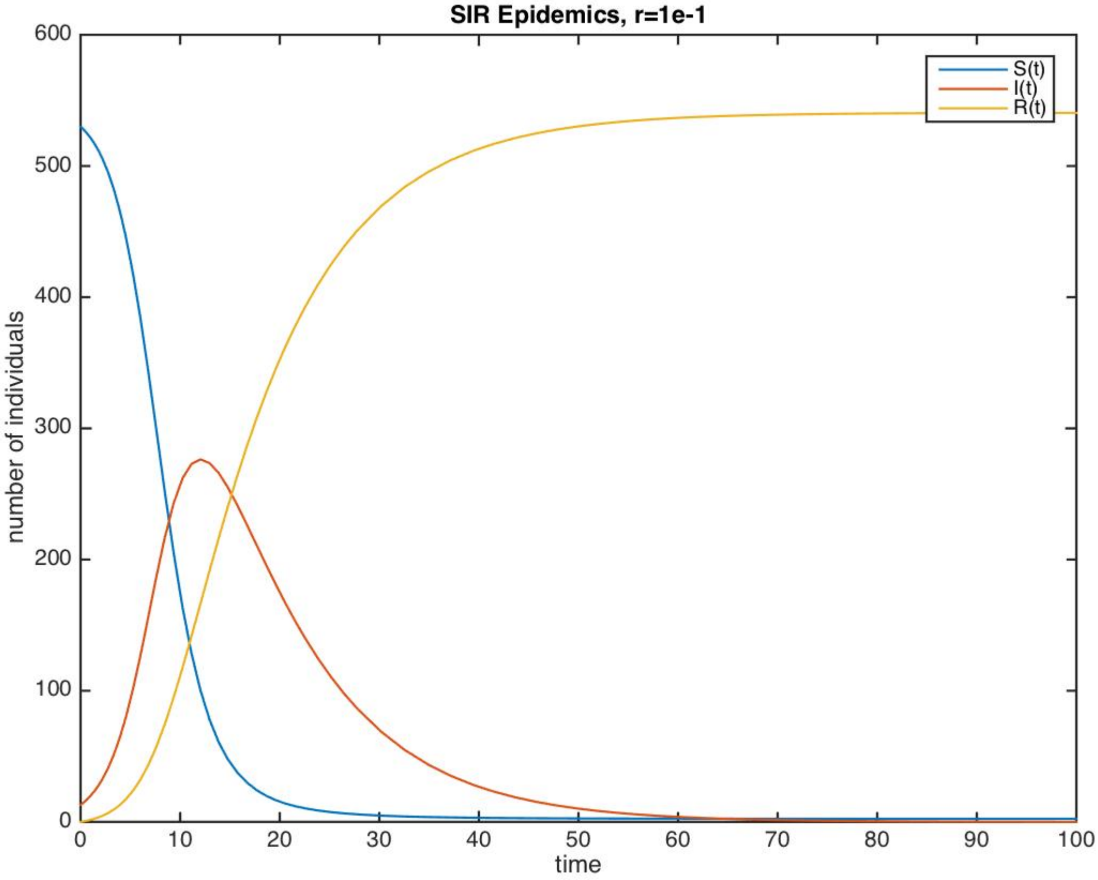
$$\frac{dR}{dt} = \gamma I$$

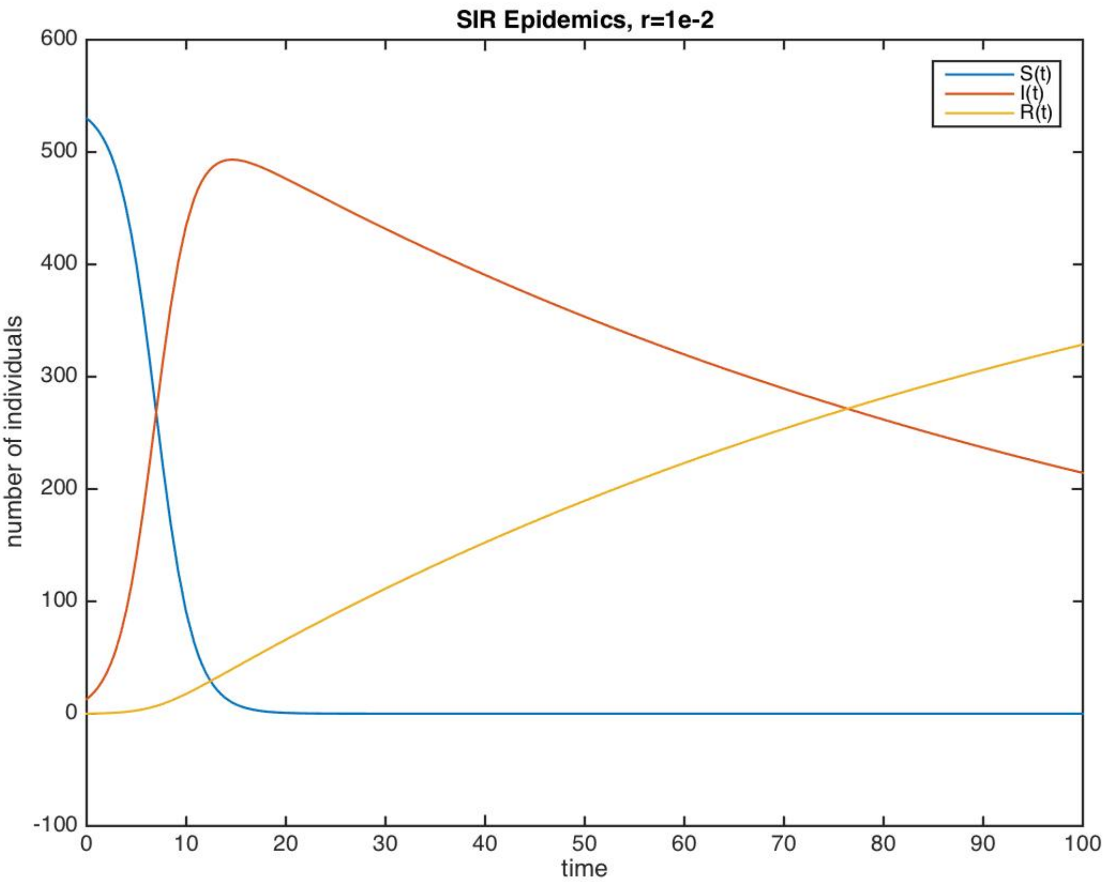
Για τις παραμέτρους που υπάρχουν στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα διαγράμματα των S,I,R ως προς το χρόνο :

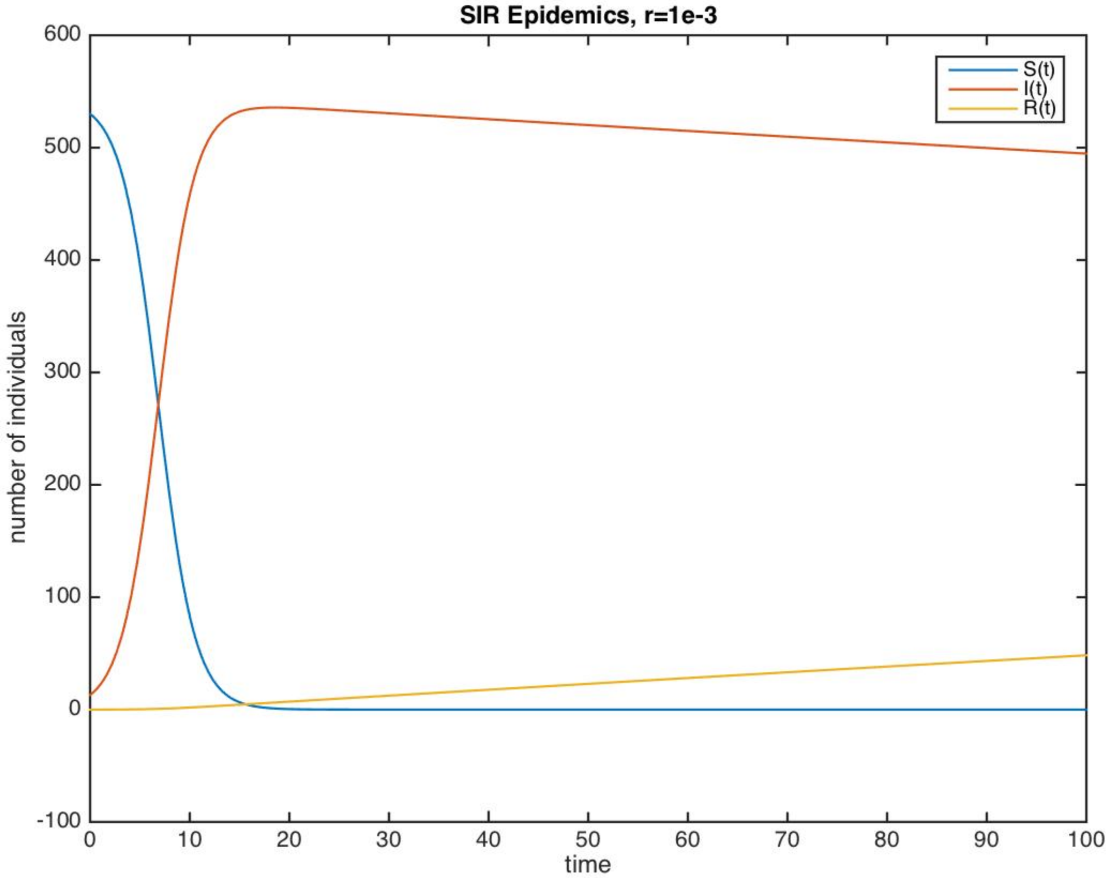
Πίνακας 3 – Παράμετροι μελέτης μοντέλου SIR

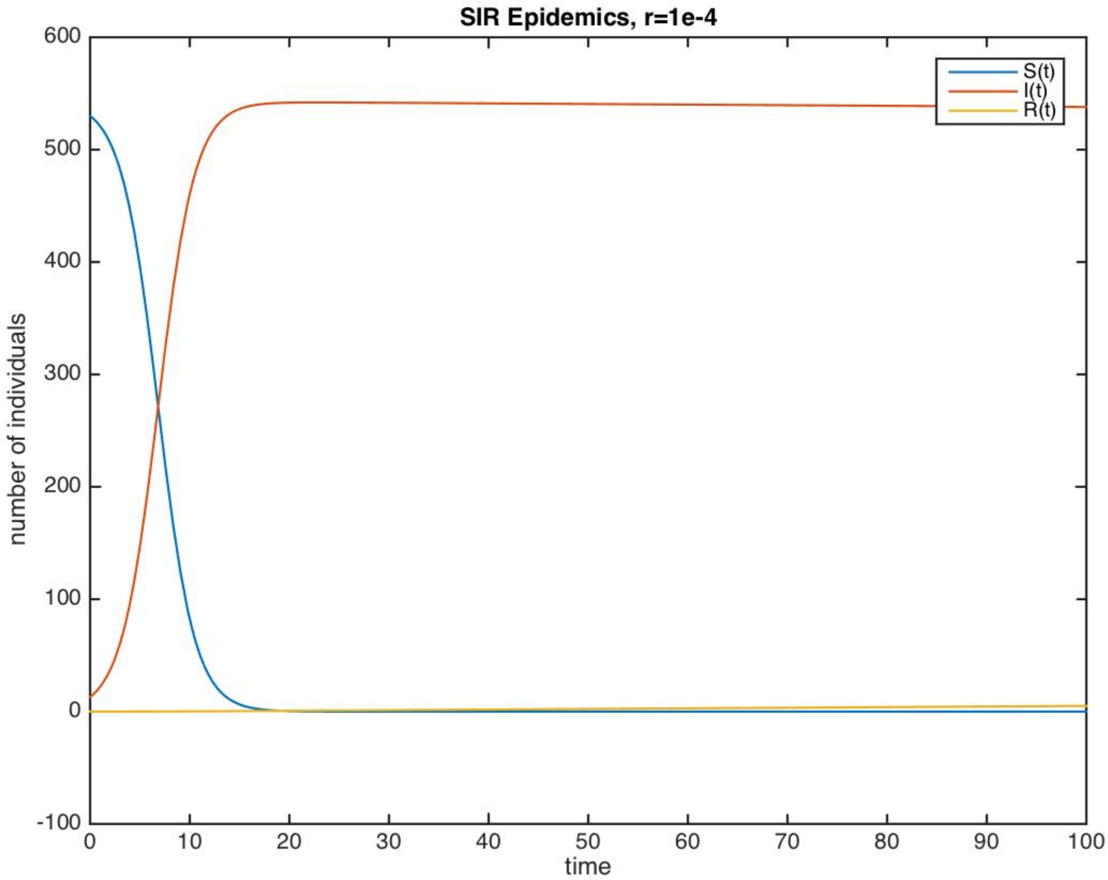
Παράμετροι	**Τιμές**					
β	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}	10^{-3}
γ	10^{-6}	10^{-5}	10^{-4}	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}
S(0)	**5x0**					
I(0)	**1x**					
R(0)	**0**					

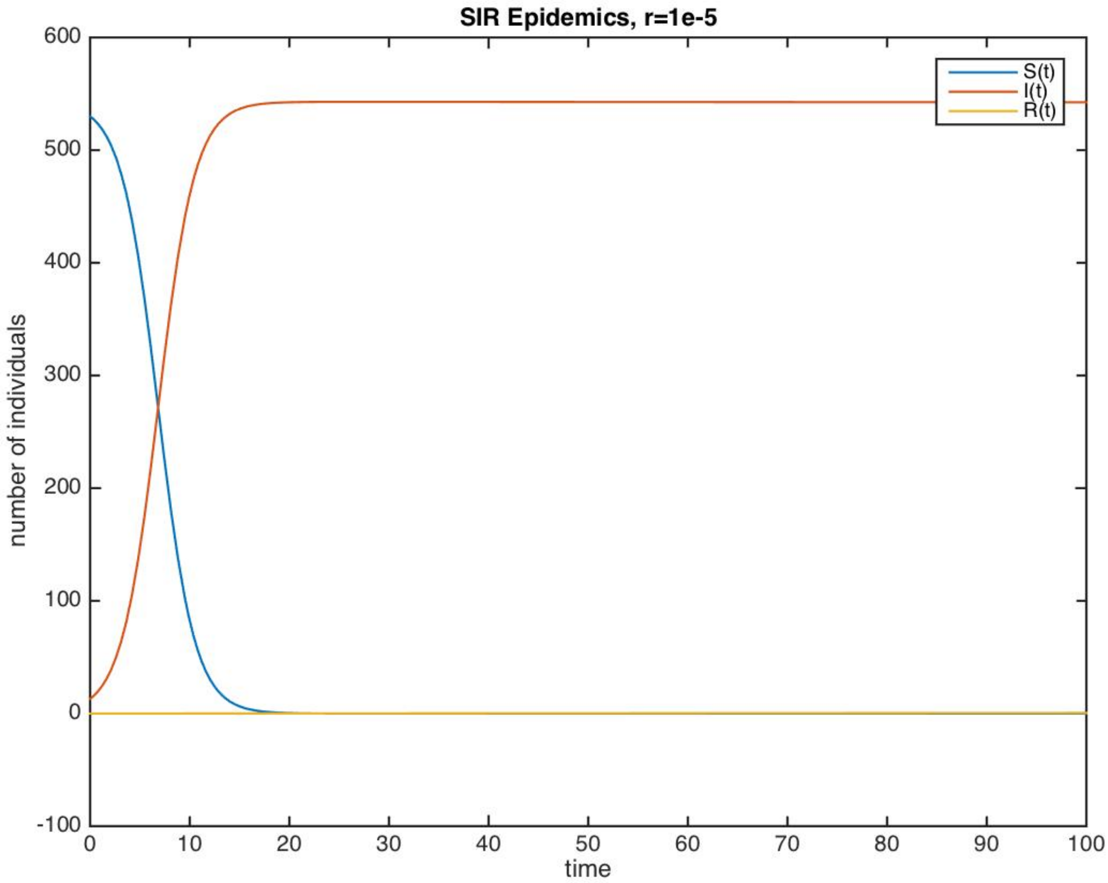
όπου x = 3 διότι ΑΜ : 03112083.

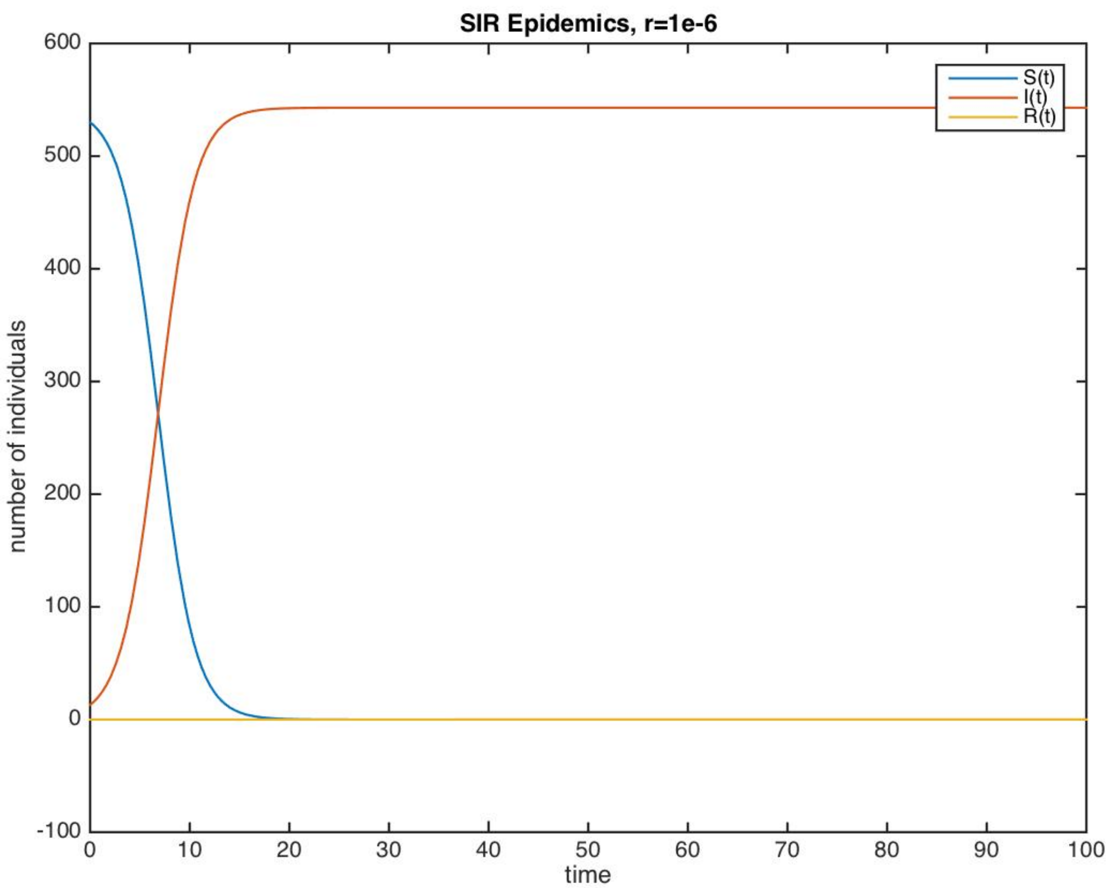

SIR Epidemics, r=1e-1
S(t)
I(t)
R(t)
number of individuals
time
0
100
200
300
400
500
600
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


SIR Epidemics, r=1e-2
S(t)
I(t)
R(t)
number of individuals
time
-100
0
100
200
300
400
500
600
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


SIR Epidemics, r=1e-3
S(t)
I(t)
R(t)
number of individuals
time
600
500
400
300
200
100
0
-100
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


SIR Epidemics, r=1e-4
S(t)
I(t)
R(t)
number of individuals
time
600
500
400
300
200
100
0
-100
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


SIR Epidemics, r=1e-5
S(t)
I(t)
R(t)
number of individuals
time
600
500
400
300
200
100
0
-100
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100


SIR Epidemics, r=1e-6
S(t)
I(t)
R(t)
number of individuals
time
600
500
400
300
200
100
0
-100
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100

Σχολιασμός Αποτελεσμάτων : Για το μοντέλο SIR γνωρίζουμε οτι το S αφορά τους κόμβους οι οποίοι δεν έχουν μολυνθεί ακόμα, το I εκείνους που έχουν μολυνθεί και μεταδίδουν τη μόλυνση στους S και R οι κόμβοι που δεν αλληλεπιδρούν δηλαδή δεν μπορούν να μολυνθούν για κάποιο λόγο. Επίσης η παράμετρος β αφορά τον ρυθμό με τον οποίο οι κόμβοι αλληλεπιδρούν και είναι ίσος με 10^-3 για τις παραπάνω γραφικές. Η παράμετρος γ(r στους τίτλους των παραπάνω γραφικών) μεταβάλλεται όπως φαίνεται και αφορά το μέσο ρυθμό ανάρρωσης. Επίσης γνωρίζουμε οτι N = S + I + R και R0=β/γ, άρα οι δυο αυτές σχέσεις σε συνδυασμό με τις παραπάνω διαφορικές εξισώσεις που διέπουν το μοντέλο αυτό μας δίνουν την σχέση :

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \frac{R_0 \cdot S}{N\text{-}1} \cdot \gamma \cdot I$$

Επομένως διακρίνουμε τις ακόλουθες περιπτώσεις :

Α ν $R_0 > \frac{N}{S(0)}$, $\frac{\partial I}{\partial t}(0) > 0$ τότε έχω καταπίεση του ιού αφού ο ρυθμός θεραπείας

ξεπερνάει το ρυθμό επαφής.

Α ν $R_0 < \frac{N}{S(0)}$, $\frac{\partial I}{\partial t}(0) < 0$ τότε έχω ξέπασμα του ιού.

Αν θέλουμε να μιλήσουμε συγκεκριμένα για τα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να πούμε οτι στα δυο πρώτα διαγράμματα εφόσον το γ είναι μεγαλύτερο απο το β μετά απο ενα αρχικό ξεσπασμα ο πληθυσμός τείνει να θεραπεύτει καθολικά απο την ασθένεια. Προφανώς οταν το β είναι πολύ μεγαλύτερο απο το γ η σύγκλιση είναι πιο γρήγορη. Στη περίπτωση όπου β=γ η σύγκλιση προς την θεραπεία είναι πολύ αργή όπως φαίνεται και απο το αντίστοιχο διάγραμμα. Στις περιπτώσεις όπου β > γ παρατηρείται σύγκλιση προς την καθολική μόλυνση του πληθυσμού, η οποία σύγκλιση γίνεται γρηγορότερη όσο το β μεγαλώνει.

B) Στο μέρος αυτό καλούμαστε να μελετήσουμε το μοντέλο ***SIS***, το οποίο περιγράφετε απο το παρακάτω σύνολο διαφορικών εξισώσεων :

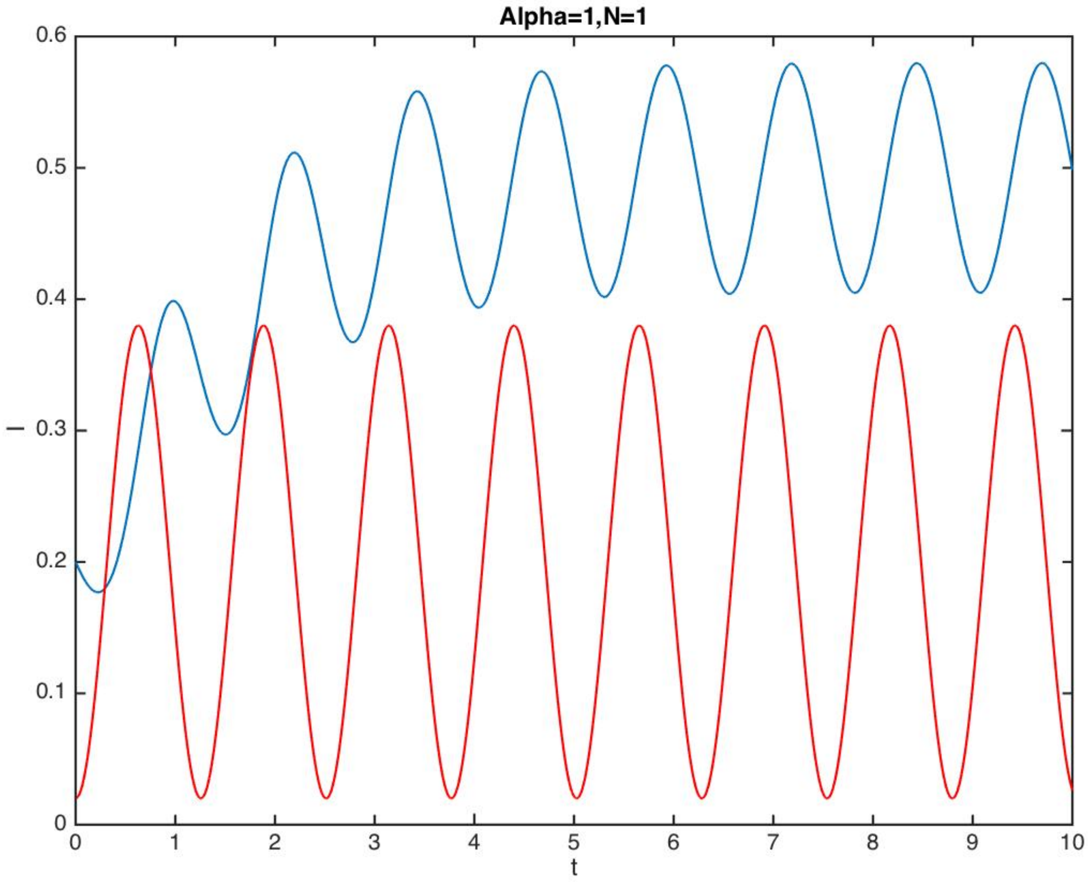
$$\begin{aligned}\frac{dI}{dt} &= \left(\beta(t)N - a\right)I - \beta(t)I^2 \\ \beta(t) &= 2 - 1.8\cos(5t)\end{aligned}$$

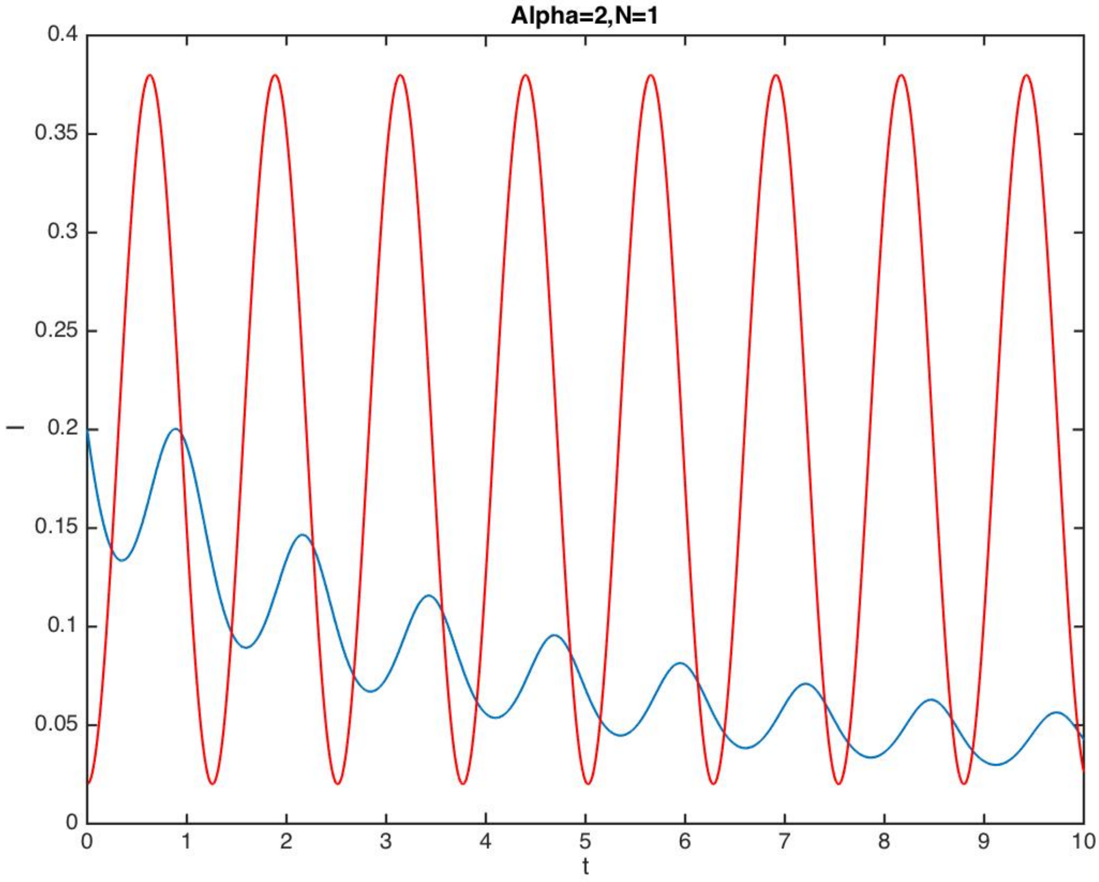
Στη συνέχεια παρατίθεται ο πίνακας που ορίζει ποιές παραμέτρους θα μεταβάλλουμε για να μελετήσουμε το μοντέλο αυτό :

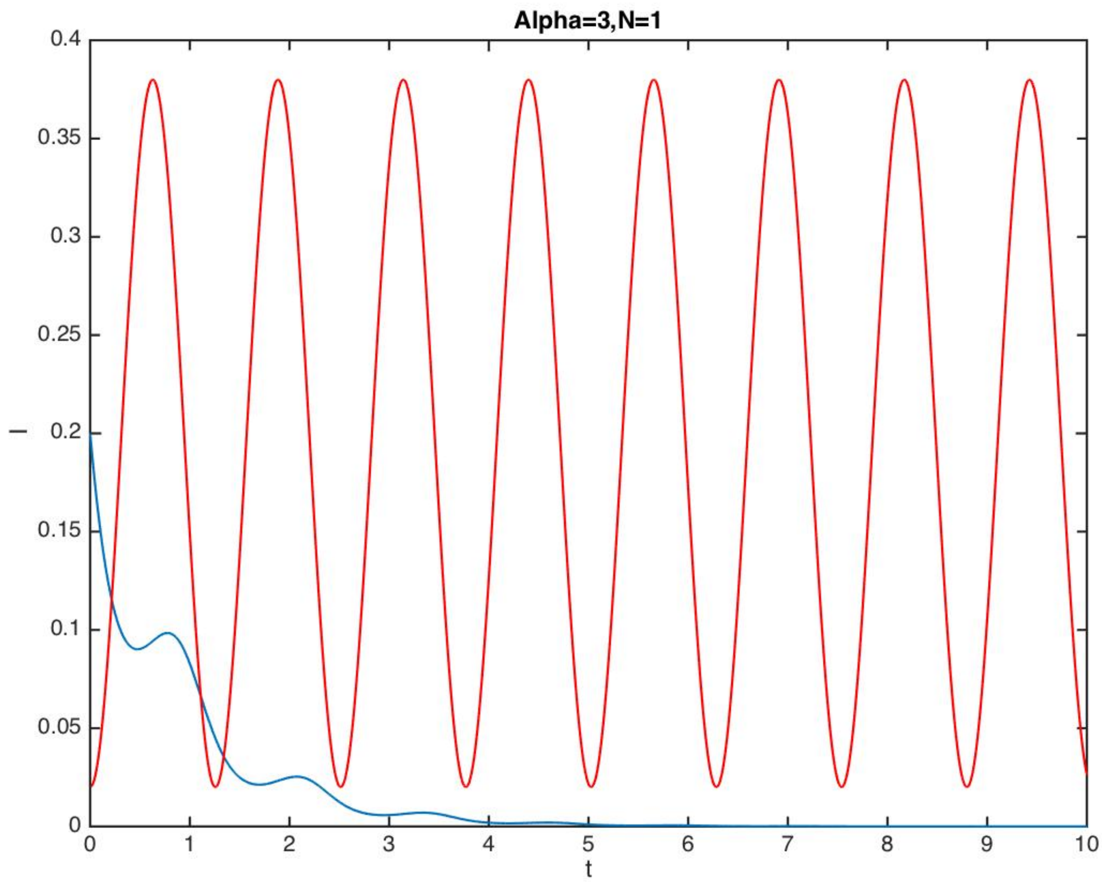
Πίνακας 4 - Παράμετροι μελέτης μοντέλου SIS

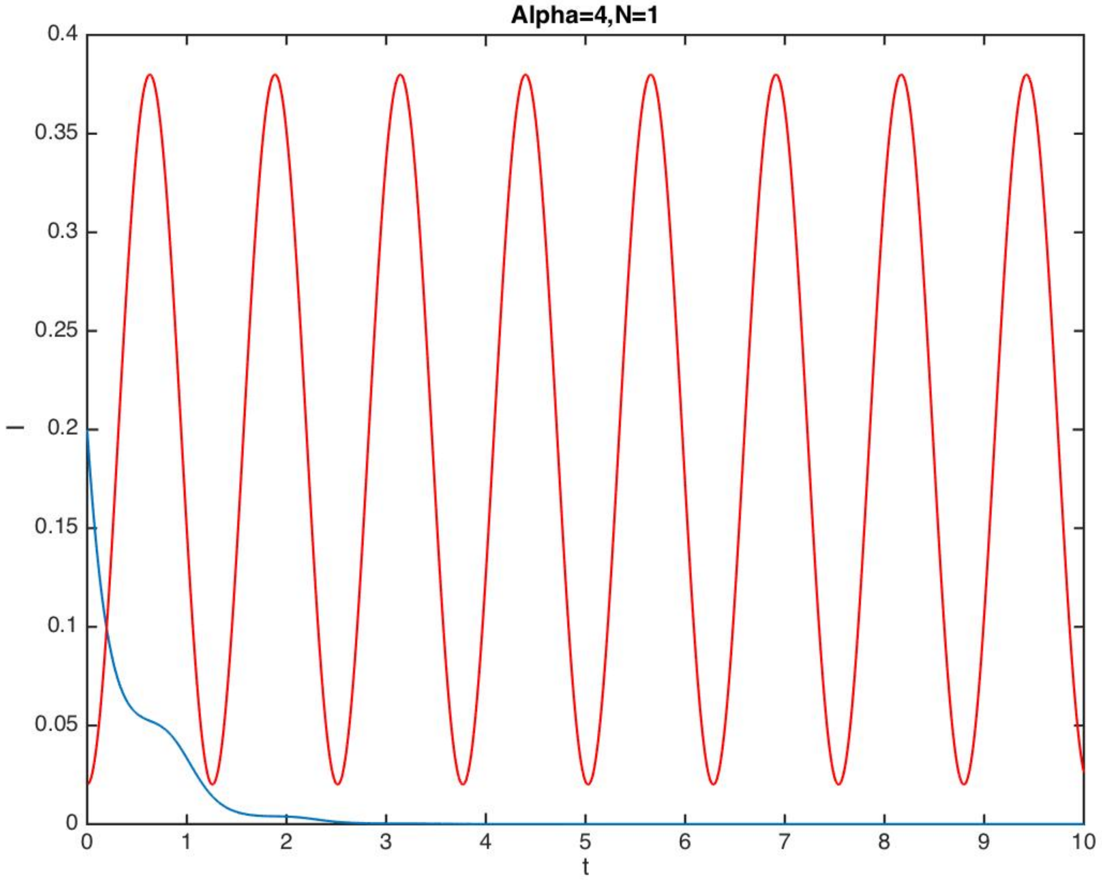
Παράμετροι	**Τιμές**					
a	6	5	4	3	2	1
N	**1**					

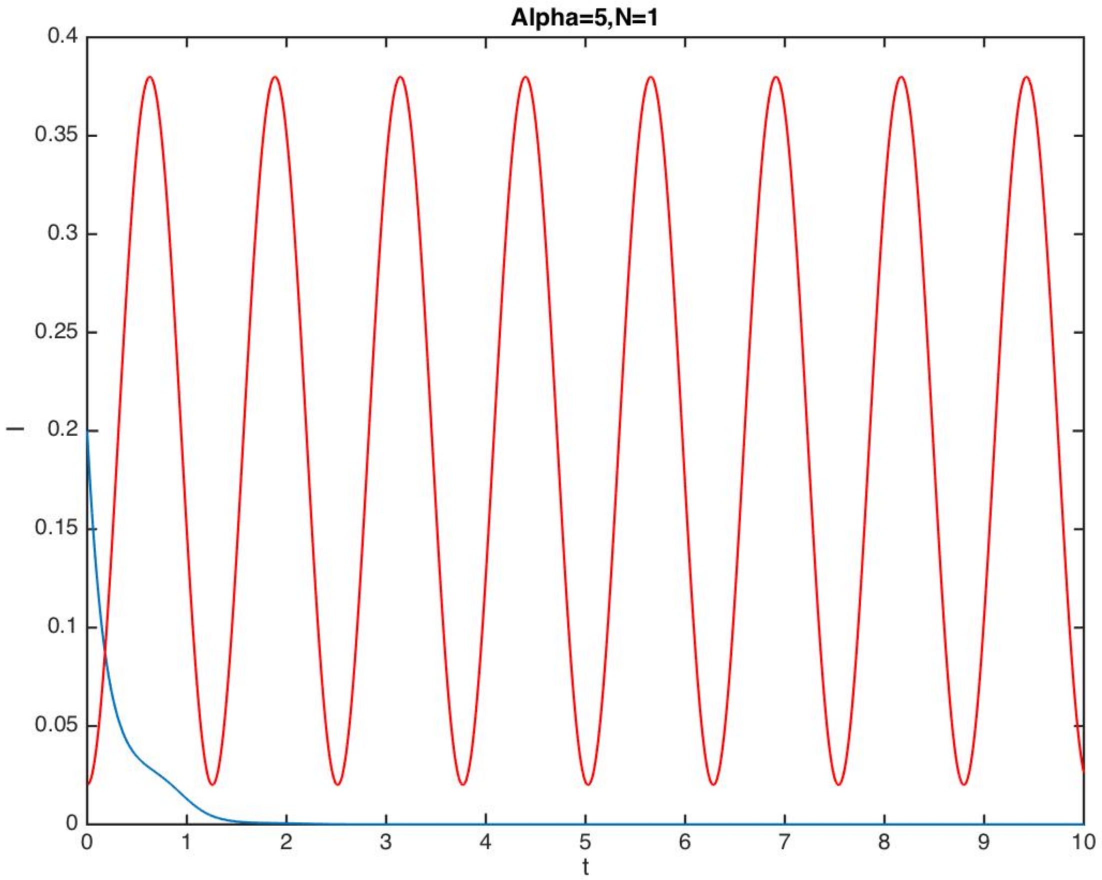
Έπειτα φαίνονται οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις :

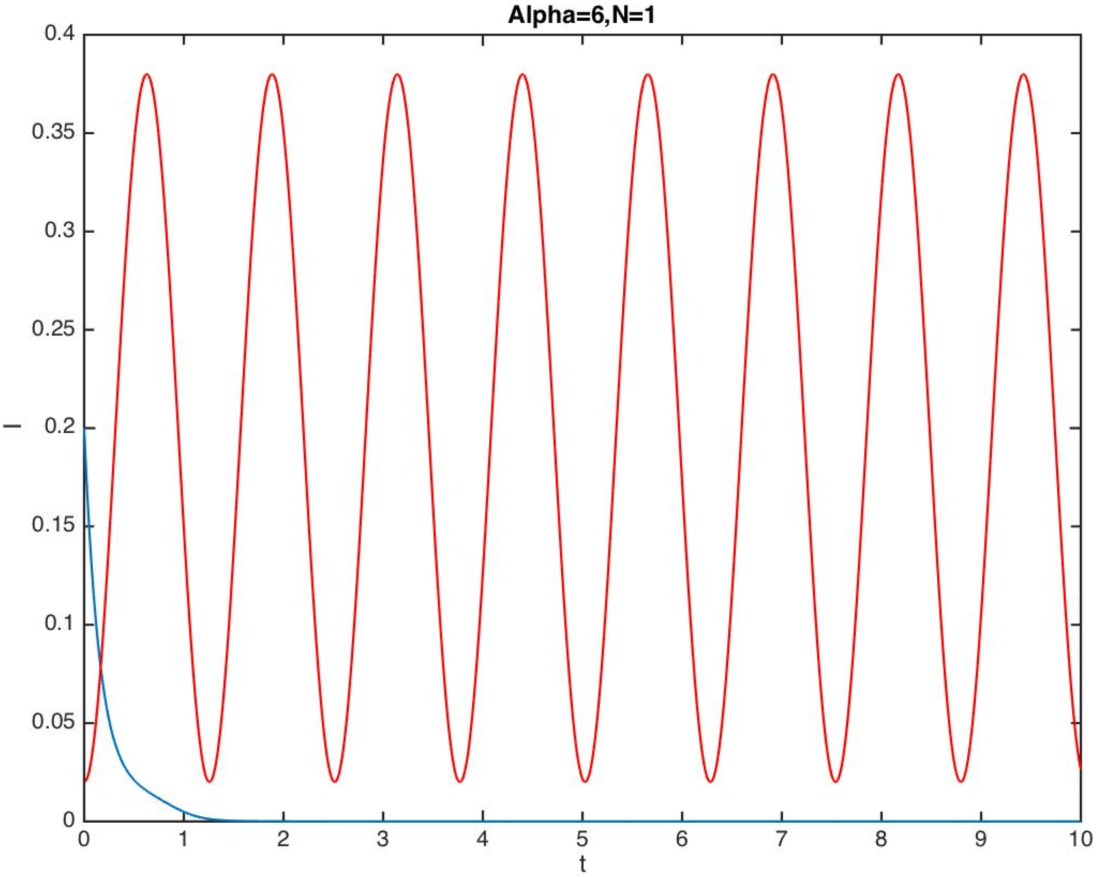



Alpha=2,N=1
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
I
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
t


Alpha=3,N=1
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
I
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
t


Alpha=4,N=1
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
I
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
t


Alpha=5,N=1
0.4
0.35
0.3
0.25
0.2
0.15
0.1
0.05
0
I
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
t



Σχολιασμός Αποτελεσμάτων : Με το SIS μοντελό μπορούμε να περιγράψουμε ιούς γρίπης στους οποίους υπάρχει συνεχής εναλλαγή καταστάσεων , δηλαδή περιοδικού ρυθμού επαφής κόμβων. Απο τα παραπάνω διαγράμματα έχουμε οτι όσο αυξάνεται η παράμετρος α τόσο ο αριθμός των μολύνσεων έχει μικρότερες διακυμάνσεις και μειώνεται σταδιακά. Άρα αυξάνοντας αρκετά το α μπορούμε να μηδενίσουμε τις διακυμάνσεις και τον αριθμό των μολύνσεων για σταθερή τιμή του Ν. Κάτι τέτοιο συμβαίνει διότι αυξάνοντας το α, μειώνεται η επίδραση του cos και για το λόγω αυτό σταδιακά μειώνεται ο κίνδυνος να προκύψει επιδημία. Τα συμπεράσματα αυτά συμφωνούν και με τα παραπάνω διαγράμματα.