공통자료

MATERIAL FOR INTERVIEW

재료역학 Summary Note

TD07030602T

본 Summary Note는 본 Summary Note는 EDUCE에서 대기업 지원자들을 위해서 동안의 각 대기업 기술, 실무 그리고 PT 면접을 분석한 내용을 토대로 면접에 앞서 반드시 필요한 전공/기술 내용을 정리한 기술 자료입니다.

01. 인장, 압축, 전단

1. 재료역학의 정의 [삼성중공업] 기술면접

재료역학은 여러 종류의 하중을 받고 있는 고체의 거동을 다루는 응용역학으로 “재료의 강도”또 변형체 역학이라 고도함.

2. 응력(Stress)과 변형률(Strain)

1) 응력(Stress)

(1) 응력(Stress) : 물체에 외력이 가해지면 변형하는 동시에 저항력이 생겨 외력과 평형을 이룬다. 이러한 저항력을 응력이라 하며 단위면적당 내부 저항력이다. 단위는 압력(Pressure)과 같은 단위인 (N/m2) 또는 (kgf/m2)을 사용한다. 그러나 압력과 응력의 차이점은 압력은 외부에서 작용하는 외부력인데 반해 응력은 내부에서 작용하는 내부력으로 실제 재료외부에서는 그 힘을 발견할 수 없다.

(2) 응력의 대표적 공식

$$\sigma = \frac{P(\text{외부작용력})}{A(\text{단면적})} = \frac{P}{A} \quad (N/m^2,\ kgf/m^2 = Pa),\ (lb/in^2 = Psi)$$

※ N = kgf × g(중력가속도)

※ 1000Pa = 1kPa, 10^6Pa = 1MPa, 10^9Pa = 1GPa, 1000Psi = 1Ksi

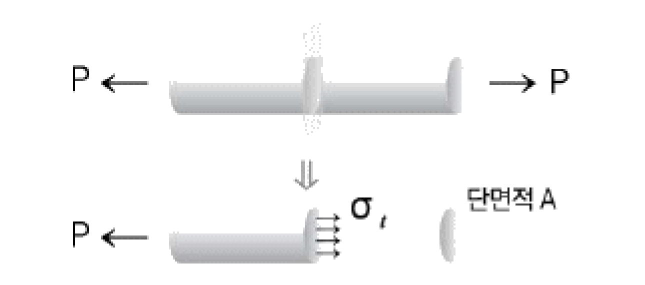
(3) 응력의 종류 [삼성전자, 메카트로닉스센터] 기술면접 / [STX 조선해양] 실무면접

응력에는 단면에 수직으로 작용하는 힘에 저항하는 수직응력과 단면에 평행하게 작용하는 힘에 저항하는 전단응력으로 크게 나눌 수 있으며, 수직응력은 다시 힘의 방향에 따라 인장응력과 압축응력으로 나뉜다.

TIP : 힘에 저항하는 성분의 성격으로 구분 지어 설명할 것.

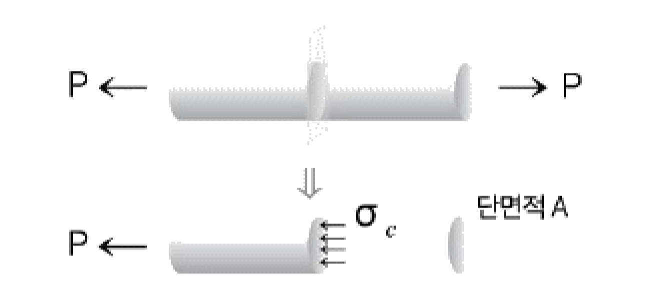
• 수직응력 (Normal Stress)

① 인장응력(Tensile Stress) – 잡아당기는 힘에 의해 부재의 단면에 발생되는 내부저항력



$$\sigma_t = \frac{P(\text{인장하중})}{A(\text{인장을 받는 부분의 단면적})}$$

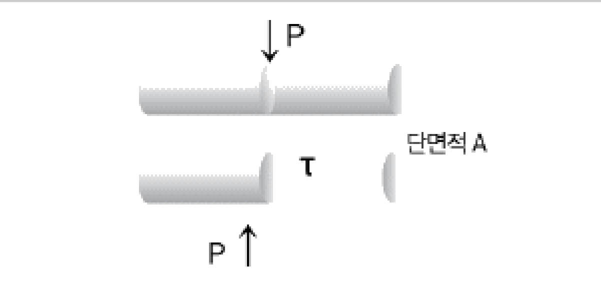
② 압축응력 (Compressive Stress)– 부재를 압축하는 힘에 의해 부재의 단면에 발생되는 내부저항력



$$\sigma_c = \frac{P(\text{압축하중})}{A(\text{인장을 받는 부분의 단면적})}$$

• 전단응력 (Shear Stress) [STX 조선해양] 실무면접

단면에 수평으로 작용하는 응력

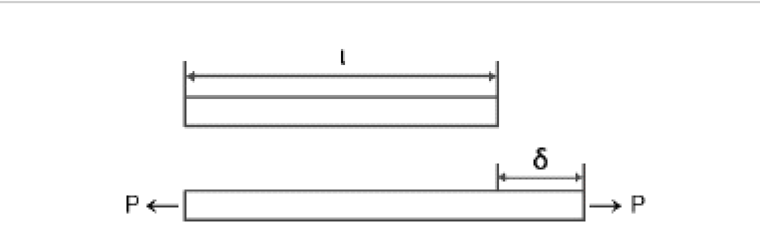


$$\tau = \frac{P(\text{전단하중})}{A(\text{인장을 받는 부분의 단면적})}$$

2) 변형률(Strain) [STX 조선해양] 실무면접

(1) 변형률(Strain)정의: 부재에 인장력이나 압축력이 작용할 때 단위당 늘어난 길이를 변형률이라 한다.

길이를 길이로 나누었으므로 단위는 무차원이다. (m/m → 무차원)



$$\varepsilon = \frac{\delta(\text{길이변화량})}{L(\text{최초길이})}$$

(2) 변형률 종류

① 인장 및 압축변형률 (Axial Strain) – 부재가 인장력 또는 압축력을 받고 있을 때 길이방향으로 발생하는 변형률을 인장변형률 또는 압축변형률이라 한다.

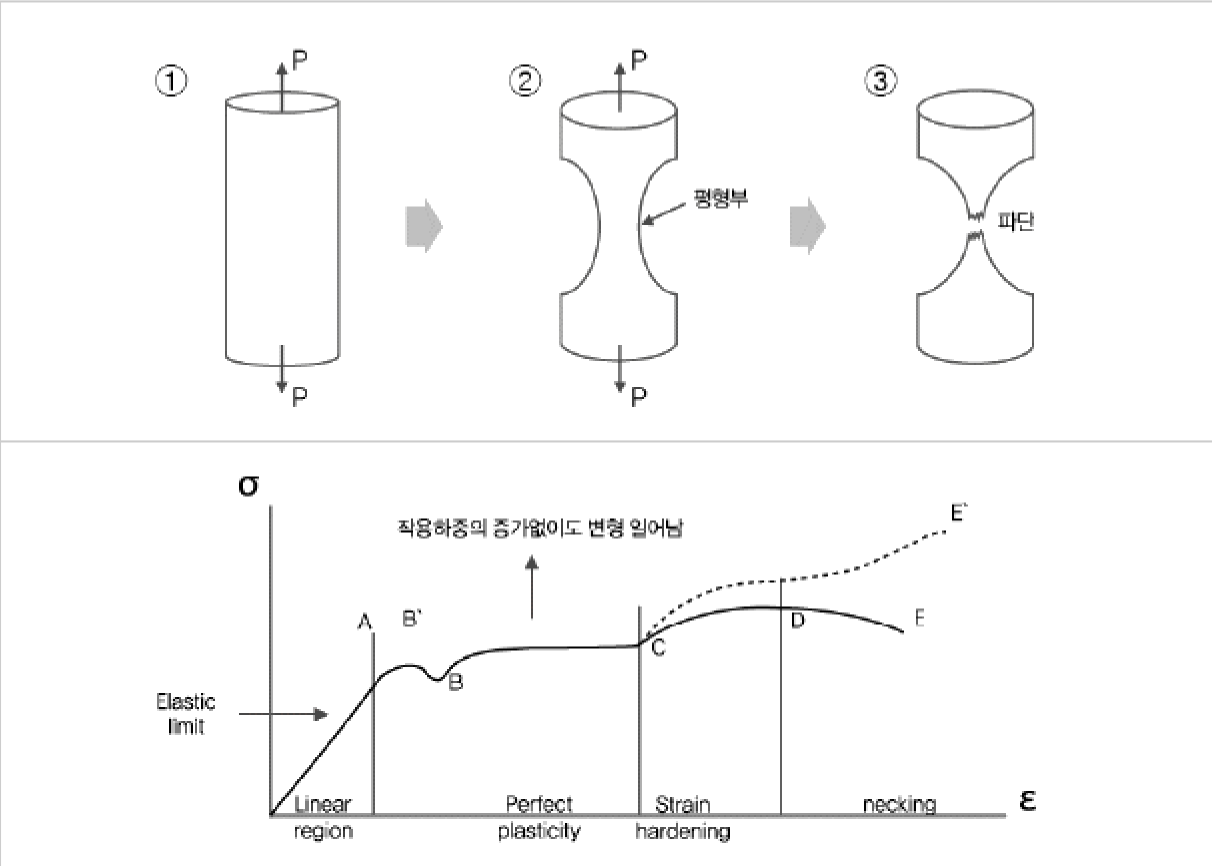
② 가로변형률 (Lateral Strain) – 부재가 인장력 또는 압축력을 받고 있을 때 직경방향 발생하는 변형률을 압축변형률이라 한다.

③ 체적변형률 (Bulk Strain) – 부재가 체적력(압력, 부력 등)을 받고 있을 때 발생하는 변형률을 체적 변형률이라 한다.

④ 전단변형률 (Shear Strain) – 부재가 비틀림(Torsion)을 받고 있을 때 발생하는 각 변형률을 전단 변형률이라 한다.

3) 응력과 변형률 선도(Stress-Stain Diagrams) [LG 전자, 삼성중공업] 기술면접

TIP : 재료의 기계적인 성질과 기초적인 자료를 얻을 목적으로 수행되는 공업시험 중에서 가장 기본적인 시험으로 여러 기술면접에서 자주 출제됨.



※ 탄성한도 (Elastic limit)

비례한도 전후에서 부과했던 하중을 제거했을 때 변형이 없어지고 완전히 원상회복되는 탄성변형의 최대응력. 정확한 탄성 한계를 결정하기 곤란하므로 실제 어떤 정도의 영구변형이 생기는 응력을 탄성 한계로 규정하고 있다. 영구변형의 변형률 값으로 0.01～0.03% 사이의 값을 채택하는 경우가 많다.

A : 비례한도 (proportional limit) – 응력에 대하여 변형률이 일차적인 비례관계를 보이는 최대응력.

B' : 상항복점 (upper yield point) – 응력이 탄성한계를 지나면 곡선으로 되면서 응력이 증가하다가 하중을 증가시키지 않아도 변형이 갑자기 커지는 지점이 발생하는데 이를 상 항복점이라고 한다.

B : 하항복점 (lower yield point) 이 때 금속 내부에 슬립으로 인하여 소성유동이 생겨 큰 내부 전위를 일으키면서 하항복점이 발생하는데, 하 항복점을 지나면 영구변형은 더욱 증가한다. 일반적으로 항복점은 하 항복점을 의미한다.

CE' : 진 응력 곡선 (true stress – strain curve) – 실제 하중이 작용하면 부재는 길이 변형뿐만 아니라 직경변형도 발생 한다. 따라서 변형이 증가할수록 부재의 단면적은 점차적으로 작아지는데 이에 따라 실제 응력은 커지게 된다.

CE : 이론 응력 곡선 – 직경방향 변형과 단면적의 변화를 고려하지 않은 상태에서의 응력과 변형률 곡선
D : 인장강도 (tensile stress) or 극한강도 (ultimate stress) – 항복점을 지나면 재료는 경화 현상이 일어나면서 다시 하중을 증가시켜야 변형이 증가하고 어느 일정한 하중이 지나면 시편에 국부적 수축현상이 나타나며 하중은 감소하며 변형은 증가한다. 시편에 가하여진 최대 하중을 원 단면적으로 나눈 값을 인장강도라 한다.
E,E' :파단강도 (breaking stress) – 재료가 파손될 때 응력을 말한다.

3. 재료의 다양한 기계적 성질과 현상

1) 탄성 (Elasticity)
외력제거 시 원형으로 되돌아 가려는 성질

2) 소성 (Plasticity)
외력제거 후에 영구 변형되는 성질

3) 연성 (Ductility)
재료의 파괴가 일어날 때까지의 소성변형

4) 전성 (Malleability)
압축력에 대하여 물체가 파절없이 영구변형이 일어나는 성질

5) 취성 (Brittle)
물체에 탄성한계 이상의 힘을 가했을 때, 영구변형을 하지 않고 파괴되거나 또는 극히 일부만 영구변형을 일으키는 성질을

6) 가공경화 (Strain Hardening)
재료의 변형이 증가할수록 재료내부에 많은 전위가 발생하고 따라서 내부응력도 증가하여 재료의 강도가 증가하는 성질

7) 크리프 (Creep)
재료에 어떤 일정한 하중을 가하거나 특정한 온도에서 장시간 동안 유지하면 시간이 경과함에 따라 변형이 증가하는 현상

8) 피로 (Fatigue)
대체적으로 작은 응력의 주기적인 반복으로 나타나는 파손현상

9) 벌징현상 (Barreling)
대체적으로 연성인 재료(알루미늄, 구리 등)을 압축하면 금형과 소재간의 접촉면에서의 마찰력에 기인하여 마찰력이 접촉부위의 유동을 방해 하여 재료의 배가 불룩해지는 현상이 발생. 이러한 배부름을 방지하기 위해서는 윤활제, 초음파로 진동, 가열된 금형, 유리피복제를 사용하는 방법이 있다.

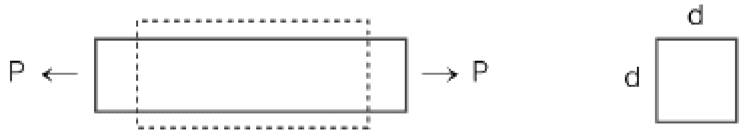
4. 훅스의 법칙 (Hook's Law)과 포아송 비 (Poisson's Ratio)

1) Hook's Law [현대기아차, 삼성SDI] 실무면접]

$\sigma = E \cdot \varepsilon$	E : 탄성계수, 세로 탄성계수
$\tau = G \cdot \gamma$	G : 전단 탄성계수, 가로 탄성계수
$G = \dfrac{E}{2(1+\nu)}$	ν : 포아송비(Poisson's Ratio)

응력 변형률 곡선에서 비례한도 내에서는 응력과 변형률을 서로 비례관계를 가지고 있다. 이것은 F = kX의 스프링 식과 같은 구조이며 단지 차원이 다르다는 것일 뿐이다. 따라서 탄성계수는 스프링 상수라고도 하며 Hook's law를 따르지 않는다는 것은 힘과 변형관계가 선형이 되지 않는다는 것입니다 그러나 변형이 커지면 거의 모든 재료는 비선형성을 보이며. 유리와 같이 아주 취성이 강한(brittle) 소재는 비례구간이 매우 짧다.

2) 프와송의 비 (Poisson's ratio,)



$$\upsilon = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = -\frac{laterialstrain(\text{가로수축방향변형율})}{axialstrain(\text{축방향변형율})}, \upsilon = -\frac{\varepsilon'}{\varepsilon} = -\frac{\frac{\Delta d}{d}}{\frac{\delta}{L}}$$

일반적인 재료는 인장력 또는 압축력을 받을 때 축방향으로의 변형과 동시에 가로(직경)방향으로의 변형을 수반한다.

포아송 비는 축방향의 변형과 가로방향의 변형이 서로 반대이기 때문에 항상 음의 값을 갖는다. 대표적인 포아송 비를 갖는 재료가 아래에 있다.

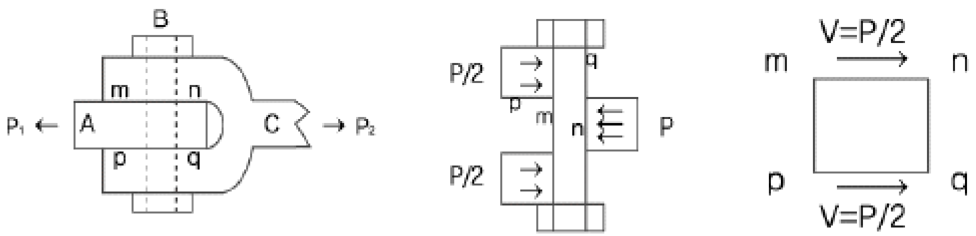
(1) 고무(-0.5) : 고무는 높은 포아송 비를 가지고 있다. 우리는 간호사가 고무줄로 팔을 묶을 때 잘 묶어 졌다가 풀 때는 다시 잡아당겨 푸는 것을 통해 확인할 수 있다.

(2) 금속재료(-0.25~0.35) : 대부분의 금속재료는 눈으로 직접 관찰하기가 힘들다.

(3) 콘크리트(-0.1~0.2) : 세라믹 재료는 대체로 포아송비가 상당히 낮다.

(4) 코르크(0) : 코르크의 독특한 포아송 비 때문에 병마개로 널리 사용된다.

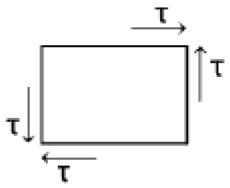
5. 전단응력과 전단 변형율(Shear Stress and Shear Strain)



- 볼트 전단면 위에 전단력 V가 작용
- 볼트 단면적의 평균 전단력 : 전체 전단력 V를 이 힘이 작용하는 단면 A로 나눈 값.

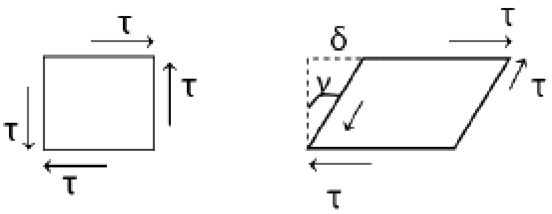
$$\tau_{aver} = \frac{V}{A}$$

1) 순수 전단(pure shear)



평행 유지 위해 크기가 같고 반대방향 전단 존재.

2) 전단 변형률(Shear Strain)



$$\gamma = \frac{\delta}{L}$$

$$\tau = G \cdot \gamma$$

6. 안전계수 (Factors of Safety)

구조물이 하중을 견디기 위해서는 하중을 견디는 최소한의 요구강도보다 더 커야 된다. 따라서 안전계수는 항상 1보다 커야 하며 상황에 따라서 1~10까지 사용된다. 그러나 구조물을 설계할 때에는 경제성도 함께 고려되어야 하므로 적절한 안전계수를 정하는 것이 합리적이다. 기호로는 'n' 을 사용한다.

$$n(\text{Factor of safety}) = \frac{\text{실제강도}}{\text{요구강도}}$$

강도(Strength) -하중을 견디는 구조물의 능력(힘의 단위)

7. 강도 (Strength)와 강성 (Stiffness) [삼성중공업, 현대기아차, STX조선해양] 실무면접

엔지니어라면 이 Strength/rigidity/Hardness 세 가지의 물리적 차이를 명쾌하게 설명 할 수 있어야 함.
앞에서 언급한 것처럼 저항 성분으로 설명해야 하는데 즉, Strength는 힘에 대한 저항력이고 rigidity는 변형에 대한 저항력이며 Hardness는 압흔에 대한 저항임.

1) 강도 (Strength)
재료에 부하가 걸린 경우, 재료가 파괴되기까지의 변형저항을 그 재료의 강도라고 한다. 인장 도, 압축강도, 굽힘강도, 비틀림강도 등이 있다.

2) 강성 (Stiffness)
재료에 변형을 가할 때 재료가 그 변형에 저항하는 정도를 나타낸 것.
탄성체에 외부의 힘이 가해졌을 때의 변형은 힘이나 모멘트의 크기 외에 탄성체의 형상, 지지방법, 재료의 탄성계수 등에 따라서 달라진다.

02. 축방향 하중 부재

1. 축 하중 부재의 변형

1) 스프링 (Spring)

우리가 스프링 식으로 잘 알고 있는 F = kX 라는 식을 탄성을 가지는 재료에 적용하여 P = kδ 로 적용할 수 있다.

(1) 강성(stiffness) – 기호로 'k' 로 쓰이며 1장에서 언급 했듯이 단위 변형을 일으키는데 요하는 힘을 나타낸다. 강성이 크다는 것은 변형을 일으키는데 많은 힘이 든다는 뜻이다.

$$k = \frac{P}{\delta}$$

(2) 유연성(flexibility) – 강성 k 의 역수이며 기호로는 'f' 를 쓴다. 단위 하중으로 인한 변형의 정도를 나타낸다. 유연성이 크다는 것은 적은 힘으로도 많은 변형을 일으킬 수 있다는 것을 뜻한다.

$$f = \frac{1}{k} = \frac{\delta}{P}$$

2) 균일 단면봉

균일 단면봉은 직선의 축방향을 가지며 부재의 단면이 축방향에 따라 일정하다. 균일 단면봉은 Hook's Law를 따르며 다음과 같은 식을 유도할 수 있다. Hook's Law에서,

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

$$\frac{P}{A} = E\frac{\delta}{L}, \quad \delta = \frac{PL}{EA}$$

이 식은 단면이 균일할 때에만 적용되고 의미하는 바는 부재의 길이, 탄성계수, 단면, 부재에 걸리는 하중과 변형량 중 3가지를 알고 있으면 나머지 하나는 구할 수 있다는 것이다.

$$\delta = \frac{PL}{EA}, \quad P = \frac{EA}{L}\delta$$

$$\therefore K = \frac{EA}{L}, \quad f = \frac{L}{EA}$$

위에서 언급한 강성과 유연성은 균일 단면봉에서는 윗식으로 표현됨을 알 수 있다.

강성을 크게 하거나 유연성을 작게 하고 싶으면 부재의 길이를 짧게 하거나 단면적이나 재료의 탄성계수를 크게 하면 된다.

2. 정정(statically determinate)구조와 부정정(statically indeterminate)구조

1) 정정구조

정정 구조란 구조물을 해석할 때 힘의 평형방정식의 수를 'N' 이라 하고 지지 반력의 수를 'M' 이라 할 때, N ≥ M 가 성립하면 정정구조라고 하며 방정식을 풀 수 있다.

2) 부정정 구조

N < M 일 때 부정정 구조라 하며 방정식이 반력(미지수)의 개수 보다 모자라기 때문에 방정식을 풀 수 없다. 그러나 외부조건 즉 부재의 기하학적인 조건에서 방정식을 얻어 풀 수 있는 부정정 구조도 있다.

여기서 반력의 개수에서 방정식의 개수를 뺀 M – N 수를 부정정량이고 한다.

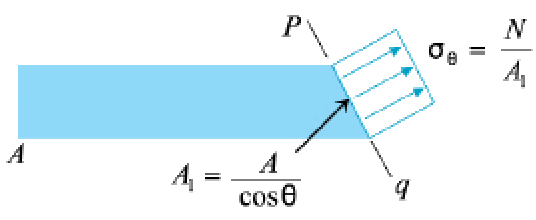
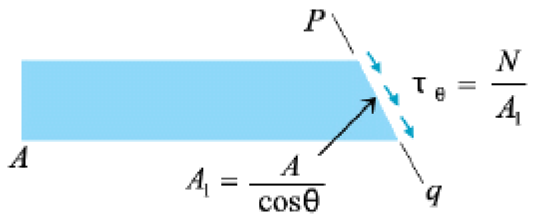
3. 열 효과 (Thermal Effects)

온도변화에 의해 구조용 재료가 팽창 또는 수축을 하여 열변형률과 열응력을 발생

$$\varepsilon_T = \alpha(\Delta T) \; , \; \delta_T = \varepsilon_T L = \alpha(\Delta T)L$$

ε_T : 열변형률 α : 열팽창계수 ΔT : 온도변화 L: 재료의 최초길이

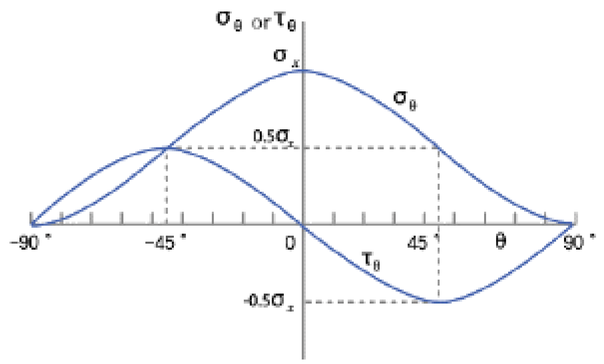
4. 기울어진 단면에서의 응력 (Stresses on inclined sections) [삼성중공업] 기술면접

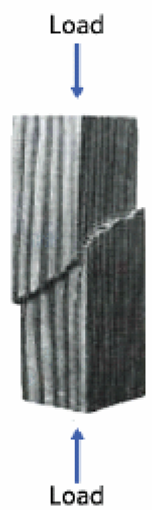
	

$$\sigma_\theta = \frac{N}{A_1} = \frac{P}{A}\cos^2\theta \quad , \quad \tau_\theta = -\frac{V}{A_1} = -\frac{P}{A}\sin\theta\cos\theta$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x}{2}(1+\cos 2\theta) \qquad \tau_\theta = -\frac{\sigma_x}{2}(\sin 2\theta)$$

θ를 X축으로 σθ or τθ를 Y축으로 하여 그래프 그림이 아래에 있다.

	1. $\theta = 0°$ 일 때 $\sigma_{max} = \sigma_x$ 이다. 2. $\theta = -45°$ 일 때 $\tau_{max} = \frac{\sigma_x}{2}$ 이다.

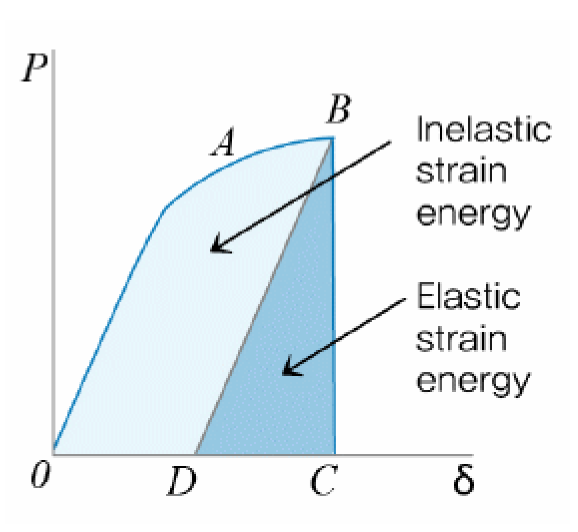
	위의 두 가지 사실을 통해 왼쪽 그림과 같이 재료가 인장 또는 압축을 받을 때 45° 로 전단될 수 있다는 사실을 말해 준다. 왜 냐하면 재료파단은 전단에서 더 쉽기 때문이다. 만약 재료의 허용축응력 및 허용전단응력을 위의 계산을 통해 얻은 데이터와 서로 비교하면 재료가 어떤 각도에서 파단 될지 예측할 수 있다.

5. 변형 에너지 (strain energy)

하중이 작용하는 동안에 부재에 흡수되는 에너지 (내부일)

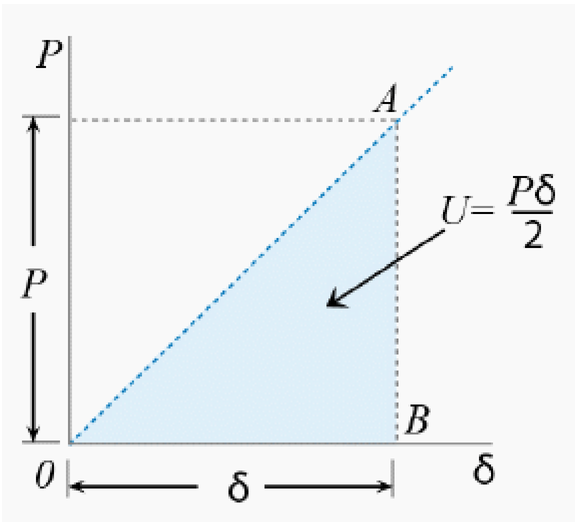
$$w = \int_0^{\delta} P_1 d\delta_1$$

1) 탄성변형에너지 (Elastic energy)와 비 탄성변형에너지 (Inelastic energy)



부재는 인장력을 받으면 길이가 늘어난다. 하중이 가해지고 있다면 하중에 의해 행해진 일은 그림에서 면적 OABCDO가 된다.
그러나 Point B가 탄성한계를 넘었다면 하중을 제거 하였을 때 변형된 길이는 C에서 D로 돌아 오게 되고 길이 OD만큼 소성변형이 된다.
따라서 하중을 제거하였을 때 회복된 변형에너지 즉 면적 BDC를 탄성변형에너지 또는 탄성회복에너지라 한다.
면적 OABD는 영원히 변형하는 과정 중에 부재의 손실된 에너지이므로 이 에너지를 비 탄성변형에너지라 한다.

2) 선형탄성변형에너지 (Linearly Elastic Energy)



재료가 Hook's Law 를 따르면 하중-변위그래프는 왼쪽과 같고 변형에너지는 다음과 같다.

$$U = W = \frac{P\delta}{2} \text{ or } \frac{P^2L}{2EA} \text{ or } \frac{EA\delta^2}{2L}$$

위와 같이 변형에너지는 하중 P 또는 변위의 함수로도 나타낼 수 있다.
우리가 일반적으로 알고 있는 일의 공식 W = FX (힘× 변위)와 다른 이유는 부재에 하중 을 가할 때 곧바로 하중 P만큼 줄 수 있는 것이 아니라 서서히 P하중만큼 도달하는 것이기 때문이다.

3) 변형에너지밀도 (Strain-Energy Density)

변형에너지밀도는 선형탄성재료인 경우의 변형에너지를 단위 체적당 표현한 것이다.

단위는 $\frac{J}{m^3}$

6. 피로 (Fatigue) [삼성전자 TN] 기술면접

동적인 변동 응력을 받는 구조물에서 나타나는 파손의 일종으로, 항복 강도나 인장 강도보다 매우 낮은 응력 상태에서 일어나는 파손이다. 모든 금속 파손의 약 90%가 피로에 의해 일어난다.

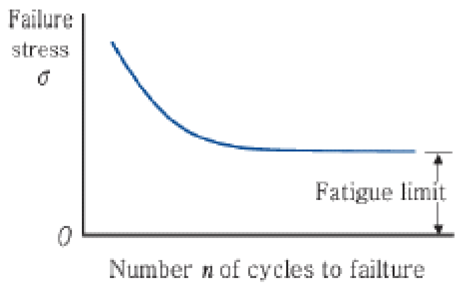
1) 피로강도 (Fatigue strength)

주어진 사이클수에서 재료가 피로 파손이 일어나지 않고 견딜 수 있는 최대 응력 크기.

2) 피로수명 (Fatigue life)

주어진 응력 폭에서 피로파손이 일어나기까지의 사이클 수

3) 피로한계 (Fatigue limit)



RG 2-58 Endurance curve, or S-N diagram, showing fatigue limit

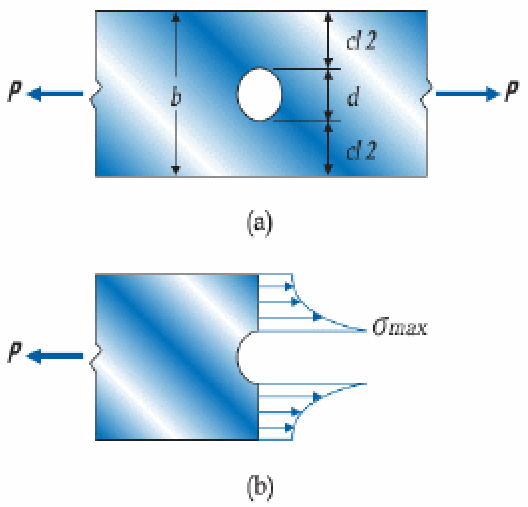
응력 사이클이 무한히 반복 되어도 피로 파손이 나타나지 않는 최대 응력 폭, 알루미늄, 구리, 마그네슘 등의 비철 금속 합금에서는 피로한계가 나타나지 않는다.

TIP : S-N 커브에 대한 것이 현대기아차 실무면접에서 출제됨.

7. 응력집중 (Stress Concentrations) [삼성전자 LCD] 기술면접

재료의 기하학적인 구조에 의해 불연속 부분에 응력의 분포가 불균일화 되는 현상을 뜻한다. 우리가 통상적으로 쓰는 응력식 $\sigma = \frac{P}{A}$, 응력의 분포가 균일 되어 있다는 가정하에 사용하는 것이기 때문에 실제 응력식에서는 응력 집중을 고려 하여야 한다.

1) 응력집중계수(K)



응력집중계수 식 $K = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}}$ 로 정의 한다.

보통 재료의 구멍이나 모서리 부분의 반지름 값이 작으면 응력집중계수는 커지며 따라서 구멍이 나 모서리 부분에 응력집중은 더욱 심해 진다.

그래서 재료의 허용응력보다 낮을 것으로 예상되는 하중을 부하 하더라도 허용응력을 넘어서는 경우가 발생하며 이 경우에는 재료의 파손이 발생한다. 이러한 재료의 응력집중현상을 방지 하기 위해서는 응력 집중 부분에 라운드(Round) 처리 또는 fillets 처리를 한다.

03. 비틀림(Torsion)

앞의 장에서는 재료를 인장 또는 압축 하였을 때 거동을 살펴 보았다면 이번 장에서는 인장.압축 과는 다른 힘의 형태인 비틀림에 대해서 알아본다.

1. 비틀림(Torsion) [현대기아차] 기술면접

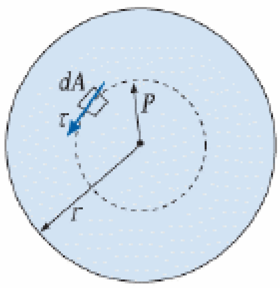
봉의 길이 방향 축에 대하여 회전을 일으키고자 하는 모멘트(또는 토크)의 작용을 받는 곧은 봉의 비틀리는 현상

2. 원형봉에서의 비틀림 변형

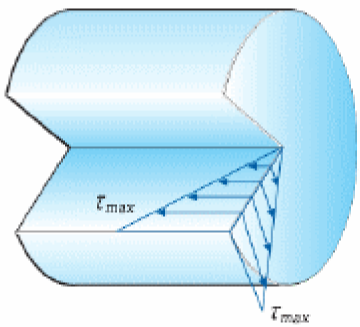
1) 순수전단 (Pure torsion)

봉의 모든 단면적이 같은 형태이고 모두 동일한 내부 전단력이 존재한다면 순수전단 상태에 있다고 말한다. (인장응력이나 압축응력이 존재해서는 안된다.) 또한 봉을 비틀었을 때 변형이 작다면 봉의 길이와 단면적의 형태는 그대로 유지된다.

2) 극 관성 모멘트



봉의 전단 분포도



① (극 관성 모멘트) $I_p = \int_A \rho^2 dA$: 비틀림에 대해 견디는 능력척도 를 나타낸다. 단위의 차원은 m4 이다.

② 봉의 단면이 원형이고 지름이 d 라면 극관성 모멘트 Ip 는

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32}$$

극 관성 모멘트는 직경이 늘어날 때 4승으로 늘어나는 것에 유의하자.

③ 봉의 최대 전단응력 공식은 $\tau_{max} = \frac{Tr}{I_p}$ 이며 (r:반지름) 단면이 원형이면 $\tau_{max} = \frac{16T}{\pi d^3}$ 이다. 최대 전단응력은 봉의 중심에서 가장 먼 외부표면에 발생한다는 사실에 주의하자. 따라서 재료의 전단 응력에 의한 파손도 표면 쪽에서 먼저 발생한다.

TIP : 현대기아차의 면접에서는 스트레인 게이지로 Torsion을 어떻게 측정 할 수 있는지를 질문하였음.

3) 비틀림 각

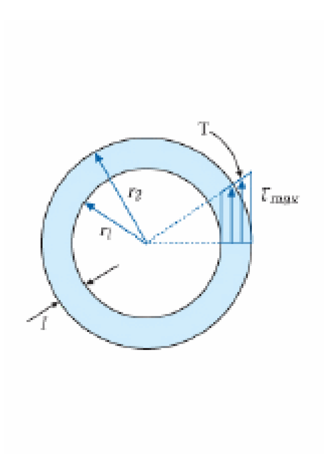
부재가 축방향의 하중을 받으면 축방향으로 변형이 생기듯이 비틀림을 받으면 부재가 비틀리게 되는데 그 정도를 각으로 측정한다. 이것을 비틀림 각(ϕ) 이라 한다.

$$\phi = \frac{TL}{GI_p}$$ (T : 비틀림, L : 부재의 길이, G: 전단탄성계수)

위 식은 부재가 축 방향 하중을 받을 때 변형량 $\delta = \frac{PL}{EA}$ 와 형태가 비슷하다는 것에 유의 하자. 위 식으로 우리는

비틀림의 정도는 비틀림 크기가 크거나 부재의 길이가 길며 또는 극 관성 모멘트가 작거나 재료의 종류에 따라 결정 되는 전단탄성계수의 크기가 작으면 크다는 것을 알 수 있다

4) 중공축 (Circular Tubes)

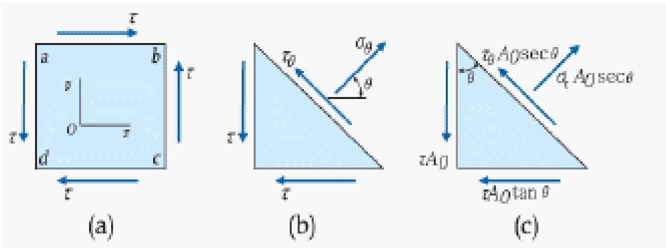


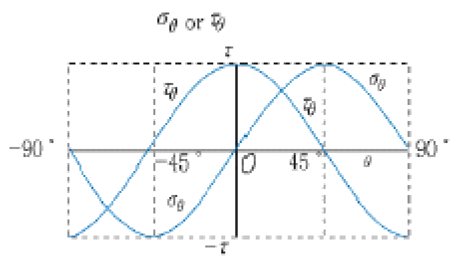
중공축의 극 관성 모멘트 Ip 는

$$I_p = \frac{\pi}{32}(d_2^4 - d_1^4) \qquad (d_2 : 바깥지름\ d_1 : 안지름)$$

비틀림을 받는 축을 설계할 때 종종 중실축 보다 중공축을 선택하는 경우가 있다. 그 이유는 만약 같은 지름을 가지는 두개의 중실축과 중공축이 있다면 극 관성 모멘트는 당연히 중실축이 크다. 그러나 중공축의 지름이 조금만 더 크다면 충분히 만회가 가능하고 (왜냐하면 극 관성 모멘트는 지름의 4승에 비례하기 때문이다.) 또한 중실축보다 무게 면에서 매우 가볍기 때문에 가벼운 소재를 분야에 많이 쓰인다. 단점으로는 중공축은 속을 비워야 해야 하기 때문에 가공이 어렵다. (비용이 많이 든다.)

3. 순수전단상태에서 경사면에서의 응력





$$\sigma_\theta = \tau \sin 2\theta \qquad \tau_\theta = \tau \cos 2\theta$$

경사면의 각도가 0일 때는 순수 전단 응력만 걸리지만 기울어진 입자 상에서는 축 응력이 발생함을 알 수 있 다. 그래프를 관찰하면 전단응력은 당연히 각도가 0으로 순수 전단 상태일 때 최대전단응력을 나타내며 축 응 력은 각도가 45도일 때 최대인장 및 압축응력을 나타낸다. 따라서 재료는 전단응력으로 파손되거나 인장응력에 의해 45각도로 파손되거나 둘 중에 하나 일 것이다.
이 것은 재료의 각각 허용응력에 따라 파손여부가 결정된다.

4. 탄성계수와 전단탄성계수와의 관계

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \qquad (\nu : 포아송비)$$

위 식에서 우리는 E,G,v 는 서로 독립적인 상태량이 아님을 알 수 있다.

5. 원형봉의 동력전달 - [현대기아차, STX조선해양] 기술면접

일반적으로 일정한 비틀림(Torque)을 받는 원형봉에서의 일(W)은

$$W = T\Psi \ (\Psi : 회전각)$$

① 동력은 시간당 일의 양이므로 $P = \frac{dW}{dt} = T\frac{d\psi}{dt}$ 이다. $\frac{d\Psi}{dt} = \omega$ (각속도) 이므로

$$P = T\omega$$

② 또는 ω = 2πƒ (ƒ : Hz) 이므로

P = 2πfT → 동력(P)를 주파수(ƒ)대한 식으로 표현하였다

③ RPM (n)은 n = 60ƒ 이므로

$$P = \frac{2\pi nT}{60}$$ → 동력(P)를 RPM(n)대한 식으로 표현하였다

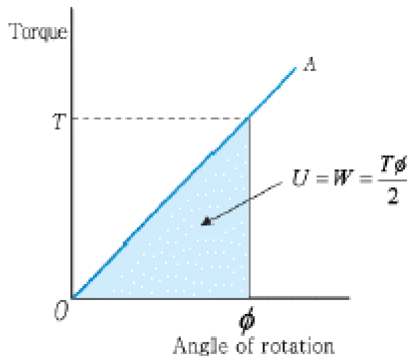
④ 마력 Hp (Horse power)은 1 Hp = 550(ft-lb/s) 이므로

$$H = \frac{2\pi nT}{60(550)} = \frac{2\pi nT}{33,000}$$ → 동력(H)를 RPM(n)대한 식으로 표현하였다.

마력은 동력의 단위로서 일을 시간으로 나눈 단위이다.

※ 동력(P , H)를 부재의 회전과 관련된 여러가지 단위들 (ω , f , n)을 이용해서 다양하게 표현할 수 있다. 보통 동력을 RPM (n) 으로 표현하는 것이 일반적이다.

6. 비틀림(Torsion)에서의 변형 에너지(Strain energy)



앞장에서 부재가 축하중을 받을 때 $U = W = \frac{P\delta}{2}$ 로 표현하였다. 비틀림을 받을 때에도 같은 형태로 표현할 수 있다

$$U = W = \frac{T\phi}{2} \text{ or } \frac{T^2 L}{2GI_p} \text{ or } \frac{GI_p\phi^2}{2L}$$

반드시 부재는 균일한 순수 비틀림을 받고 있어야 하며 선형탄성적이며 Hook's Law를 적용받는 가정이 따른다.

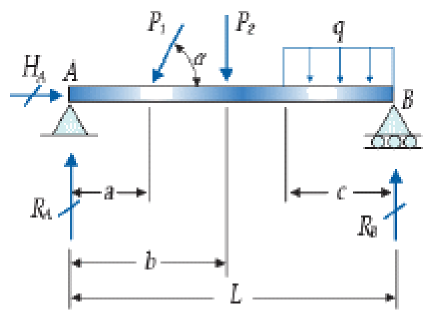
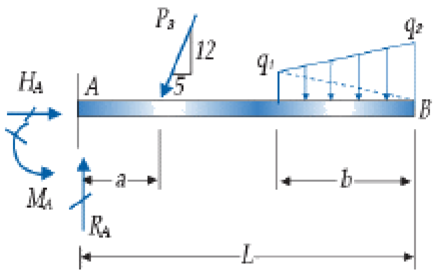
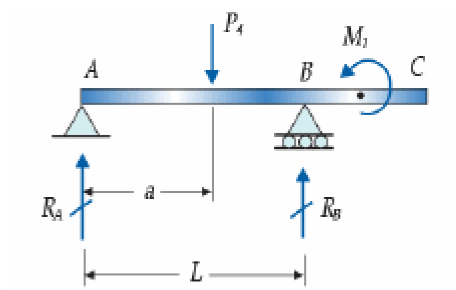
※ 비틀림을 가장 잘 견디는 단면 형상은 원형이다.

재료가 잘 견디다는 뜻은 파손이 잘 일어나지 않는다는 것이고 다시 말해서 재료내부에 작용하는 전단응력들이 재료의 허용전단응력에 미치지 못하고 있다는 뜻이 된다. 앞에서 설명했지만 최대전단응력 $\tau_{max} = \frac{Tr}{I_p}$ 이므로 재료의 외부표면에서 가장 큰 응력이 발생한다. 원형단면과 사각형 단면이 같은 비틀림을 받고 있다고 한다면 극 관성 모멘트에 따라 최대전단 응력의 크기가 결정된다. 원형단면과 사각형단면의 극 관성모멘트는 원형단면이 왼쪽 (c)그림처럼 빗금 친 부분만큼 더 많은 단면넓이를 가지고 있으므로 원형단면이 더 크다. 원형단면의 반지름과 다각형의 중심에서 대각선 길이가 같을 경우에는 항상 원형단면의 극 관성 모멘트가 크다. 따라서 원형단면의 외부 최대전단응력 크기가 다양한 단면 형상중에서 가장 작기 때문에 비틀림에 가장 잘 견디는 단면형상은 원형이다.

04. 전단력과 굽힘모멘트

1. 보(BEAMS), 하중 그리고 반력의 종류 [삼성중공업] 기술면접

1) 보(BEAMS)의 종류

 (a)	① 단순지지보(Simply supported beam) 단순 지지보는 보의 한쪽은 Pin으로 한쪽을 Roller로 지지되어 있다. Pin은 수평방향 수직방향 이동을 막고 Roller에서는 수평방향 이동을 구속한다. 그러나 둘 다 회전(Rotation)은 허용한다. 즉 수평방향 수직방향 반력은 존재하나 회전을 막아줄 모멘트는 존재하지 않는다.
 (b)	② 외팔보(Cantilever beam) 보의 한쪽은 완전 구속되어 있다. 수평방향, 수직방향, 회전을 막아주는 반력이 존재한다. 보의 다른 한쪽은 자유상태로 반력이 존재하지 않는 다.
 (c)	③ 내다지보 (Beam with an overhang) B에서 반력점이 보의 끝에서가 아니라 사이에서 존재한다. 외력은 수직반력과 외부모멘트인데 반력지지 형태가 롤러 이므로 수직성분 반력만 존재한다.

2) 하중의 종류

지금까지와 다르게 하중이 재료 길이방향의 수직방향으로 작용하는 경우를 고려한다. 수직으로 작용하는 하중의 종류는 아래와 같이 크게 2가지가 있다.

① 집중하중(Centrated load) – 위의 그림에서 P1, P2, P3, P4 와 같이 매우 좁은 면적이 작용하는 하중을 집중하중이라 한다.

② 분포하중(distributed load) – 보의 축에 따라 하중이 분산되어 있을 때 분포하중이라 한다.

보통 단위는 거리당 단위 힘(N/m 또는 lb/ft)을 쓴다.

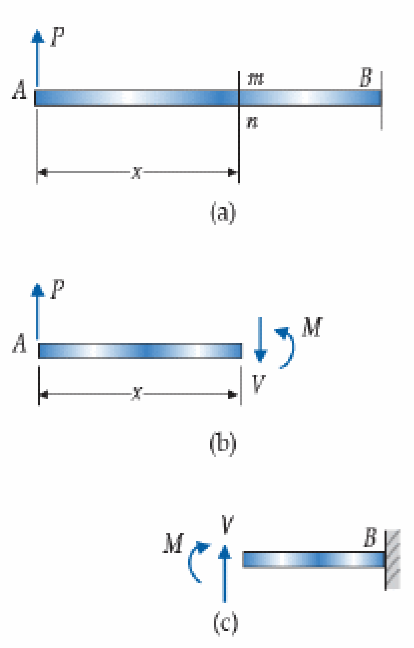
분포하중은 다시 균일분포하중과 선형적으로 변하는 분포하중으로 나뉜다. 위의 그림에서 a)에 있는 분포하중이 균일 분포하중 b)에 있는 분포하중이 선형적으로 변하는 분포하중이다. 이러한 분포하중은 하나의 집중하중으로 고려하여 생각한다.

3) 반력(Reactions)

반력은 수평방향 성분, 수직방향 성분, 모멘트 성분이 있다. 반력을 구하는 것이 보 해석의 첫째 단계로 반력을 구하면 보 내부에 작용하는 전단응력과 굽힘모멘트를 구할 수 있다. 2차원일 때 반력을 구하기 위해서는 수평방향 평형방정식, 수직방향 평형방정식, 모멘트 평형방정식 3개의 방정식으로 구할 수 있으며 3차원일(3축일) 경우 X

방향 평형방정식, Y방향 평형방정식, Z방향 평형방정식, 모멘트 평형방정식 3개(X-Y, X-Z, Y-Z) 총 6개 방정식으로 구할 수 있다.
반력을 구하는 이유는 보 내부의 응력 상태를 구하기 위함을 다시 강조한다.

2. 전단력(Shear Forces)과 굽힘모멘트(Bending Moment)



왼쪽 그림과 같이 외팔보를 고려해보자.
보에서 x길이에 있는 내부 응력상태를 알기 위해서 그 부분을 잘라서 자유물체도를 만든다. 물체는 평형상태이기 때문에 내부에 작용하는 힘들을 표시 할 수 있다. 수평방향 성분은 없으므로 수직방향과 모멘트를 나타낼 수 밖에 없다. 이때 발생하는 수직방향 힘은 보의 단면에 대해 수직 방향 성분이므로 전단력(Shear Forces)이며, 물체의 평형방정식을 만족하기 위해 생긴 보의 내부 에 발생하는 모멘트를 특별히 굽힘 모멘트(Bending Moment)라고 부른다. 외쪽과 같은 외팔보의 경우에는 굳이 반력을 구하지 않아 도 보의 내부 전단력과 굽힘모멘트를 구할 수 있음을 알 수 있다.(그러나 대부분 반력을 구해야 한다.)
왼쪽과 같이 전단력이 (b)에서 보의 단면 오른쪽에서 아래 방향으로 작용하면 + 방향, 굽힘모멘트가 반시계 방향이면 + 로 보통 약속한다. 즉 보의 전체 모습이 U 형태처럼 휘어 졌을 때 내부에 작용하는 응력은 모두 + 방향이다.

3. 하중(q)과 전단력(V), 굽힘모멘트(M)의 관계

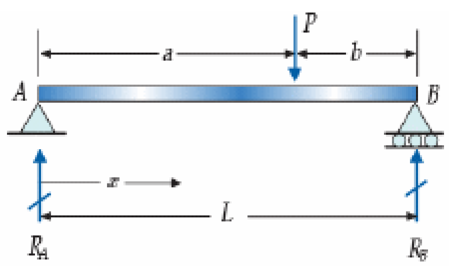
서로 미분, 적분의 관계가 있다는 것만 알아 두자.

$$\frac{dM}{dx} = V \qquad \frac{dV}{dx} = -q$$

모멘트의 단위가 힘 × 수직 거리 이므로 거리에 대해 미분을 하면 결과값은 힘의 단위이다. 여기서는 전단력이다. 또한 여기서 하중 q는 거리당 하중 (N/m, lb/ft) 이므로 힘을 거리로 나눈 단위 이므로 위와 같은 식의 단위차원이 성립함을 알 수 있다.

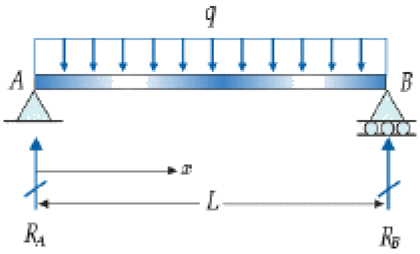
4. 단순지지보에서의 하중에 따른 최대 굽힘 모멘트

보에서 파손이 일어나는 가장 큰 원인은 굽힘모멘트에 의한 것이다. 따라서 집중하중이나 분포하중이 보에 작용할 때 보의 내부에 최대 굽힘모멘트의 크기와 위치를 아는 것은 중요하다. 대표적으로 다음과 같은 형태는 외우고 있는 것이 유용하다. 그러나 복잡한 형태는 직접 반력을 구하고 자유물체도를 사용하여 내부전단력 및 굽힘모멘트를 구하는 것이 좋다.



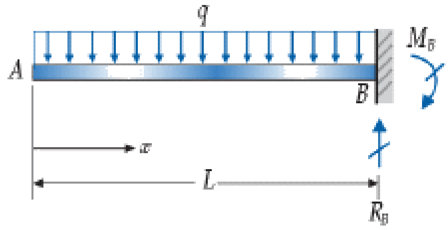
$$M_{max} = \frac{Pab}{L}$$

하중이 작용하는 위치에서 발생한다.



$$M_{max} = \frac{qL^2}{8}$$

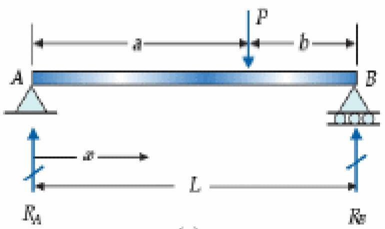
위치는 보의 가운데에서 발생한다.



$$M_{max} = -\frac{qL^2}{2}$$

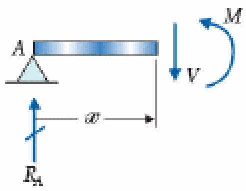
위치는 보가 구속되어 있는 보의 오른쪽에서 발생한다.

5. 전단력 및 굽힘모멘트 선도(SFD, BMD) 그리기



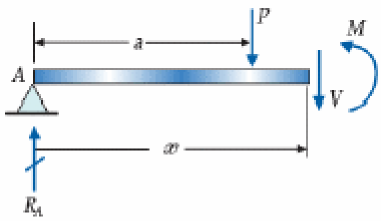
(a)

① 평형 방정식으로부터 반력을 구한다.



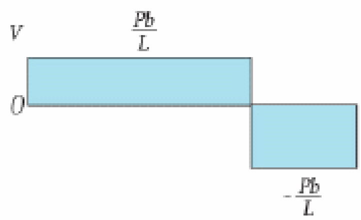
(b)

② 보의 왼쪽에서부터 힘(P)가 작용하기 전의 보의 내부를 잘라 내부에 작용하는 응력들을 구한다.



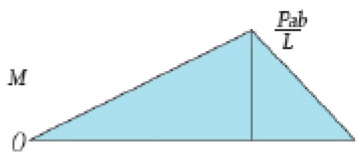
(c)

③ 힘(P)가 작용하고 난 후의 보의 내부를 잘라 작용하는 응력들을 구한다.



(d)

④ 전단력의 부호를 잘 생각하여 (d)와 같이 거리에 따른 전단 응력 선도를 그린다. 힘(P) 가 미치는 지점에서 전단력의 부호가 반대로 즉 위로 바뀌는 것을 알 수 있다. 이 때 중요한 것은 전단력 선도의 면적을 서로 합해서 0 이 되어야 한다는 것이다.



(e)

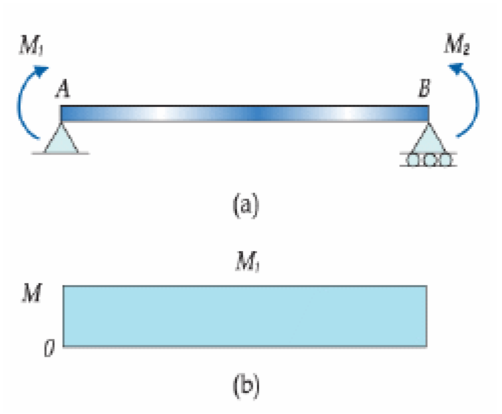
⑤ 전단력 선도를 바탕으로 굽힘모멘트 선도를 그린다. $\frac{dM}{dx} = V$ 에서 알 수 있듯이 굽힘모멘트에서 기울기는 전단력임을 알 수 있다. 즉 힘(P)가 미치는 지점까지 전단력은 양수 이므로 기울기가 양의 부호이다.

	P점에서 전단력이 음수로 바뀌므로 기울기가 음의 부호를 띄고 B점에서 모멘트 크기는 0이 됨을 알 수 있다.

05. 보(Beams)에서의 응력

보에 발생하는 하중으로 보는 휘어지게 되고 그로 인해 내부에는 응력들이 발생한다. 보의 휘어짐과 응력들의 관계와 내부전단력 및 굽힘모멘트와 응력과의 관계를 알아보자.

1. 순수굽힘모멘트 (Pure Bending)

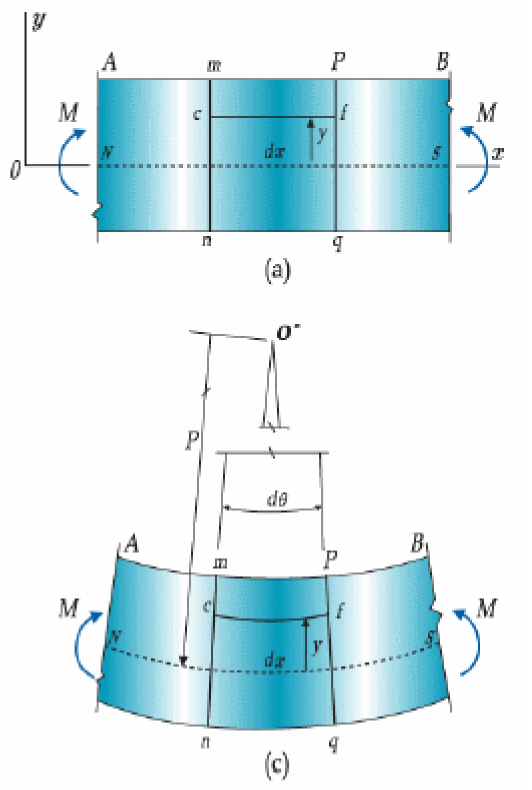
	왼쪽그림 처럼 보에 외부 모멘트외에 어떠한 하중이 작용하지 않는다면 보의 내부에는 순수 굽힘모멘트만 존재한다. 수직방향 하중이 없기 때문에 보의 내부에는 전단력이 존재하지 않게 된다. 따라서 굽힘모멘트 선도에서 기울기에 해당하는 전단력이 0이기 때문에 굽힘 모멘트의 크기증감이 없고 그 크기는 외부모멘트에 의해서만 발생한다. 만약 수직방향 하중이 가한다면 보의 내부에는 전단력이 발생하고 굽힘모멘트의 크기는 거리에 따라 변하게 될 것이다.

보의 곡률(Curvature)
외팔보에 수직 하중을 가하면 보는 휘게 될 것이다. 보의 휘는 정도를 곡률로(κ) 표현하며 곡률 κ 는 다음과 같은 관계식을 가진다

$$\kappa = \frac{1}{\rho} \qquad \rho: \text{곡률의 반지름}$$

2. 보의 길이 변형률(Longitudinal strains in beams)

	단순 지지보를 외부에서 모멘트를 작용시키면 보는 왼쪽 그림과 같이 휘게 된다. 보가 휘게 되었을 때 보의 윗면은 수축하고 아랫면은 팽창하는 것을 직감적으로 알 수 있다. 따라서 보의 내부에 보가 휘기전이나 휜 후에 수축하지도 팽창하지도 않는 지점이 있을 것이다. 이점을 보의 길이 방향으로 연결한 선을 중립선이라고 하는데 왼쪽에서는 S-S선이 이에 해당한다. 따라서 중립선을 기준으로 위쪽은 압축응력이 아랫쪽은 인장응력이 발생할 것임을 알 수 있다. 보를 휨으로써 중립선을 기준으로 위 아래 발생하는 변형률을 εx 라고 한다면 다음과 같은 식이 성립한다. $\varepsilon_x = -\frac{y}{\rho} = -\kappa y$



여기서 y는 중립축에서 길이를 말한다. 즉 보를 휘게 하여 곡률κ 를 알고 중립축에서 떨어진 어떤 지점의 변형률을 알고 싶을때 유용하다. 변형률을 응력의 식으로 나타내면 다음과 같다

$$\sigma_x = E\varepsilon_x = -\frac{Ey}{\rho} = -E\kappa y$$

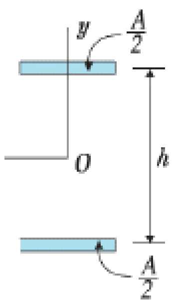
왼쪽과 같은 경우는 중립선 위쪽은 압축응력이 아래쪽은 인장응력이 발생한다.

3. 굽힘응력과 굽힘모멘트의 관계 공식 [현대기아차] 실무면접

보의 내부 굽힘모멘트에 의해 발생하는 굽힘응력은 서로 다음과 같은 관계를 가진다.

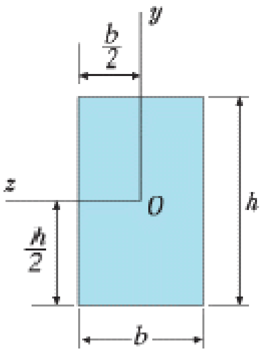
$$\sigma_x = -\frac{My}{I} \qquad I = \int_A y^2 dA$$

여기서 I 는 2차 관성모멘트로 3장 비틀림에서의 극관성 모멘트와 비슷한 개념으로 굽힘에 견디는 정도를 나타낸다. 응력 x σ 는 중립축에서 멀수록 보의 내부에 발생하는 굽힘모멘트가 클수록 그리고 2차 관성모멘트가 클수록 커진다. 결 국 보의 단면이 정해져 있다면 하중에 따라 보의 굽힘응력은 중립축에서 가장 먼 보의 위면 또는 아랫면에서 발생함을 알 수 있다. 따라서 재료의 파단도 위면이나 아랫면에서 발생하기 마련이다. 보에 작용하는 하중을 알고 그에 따른 내 부의 굽힘모멘트를 알고 있다면 재료의 파단을 막기 위해서는 2차 관성모멘트의 크기 I 를 크게 할 필요가 있다. $I = \int_A y^2 dA$ 에서 관성모멘트는 중립축에서의 거리 y가 크면 클수록 커지는 것을 알 수 있다. 따라서 굽힘응력의 크기 가 크게 작용하는 단면의 아래쪽 위쪽에 실제로 단면을 많이 할당한다면 그만큼 관성 모멘트의 크기가 커져 최대굽힘응 력의 크기가 작아지게 된다. 이런 단면의 가장 이상적인 형태는 아래와 같다.

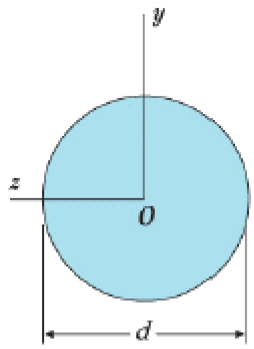


왼쪽 단면과 같은 형태가 가장 이상적인 단면모양이나 위쪽 단면과 아래쪽 단면을 이어주는 것이 없어 실현하기 어려운 형상이다. 그러나 실제로 굽힘응력을 많이 받는 비행기의 날개 같은 경우는 단면과 단면 사이에 스티로폼을 끼워 단면연결을 대신해 주고 있는 경우도 있다.
다음으로 이상적인 형태가 실생활에서도 폭 넓게 쓰고 있는 I 빔 또는 H 빔이다. I 빔과 H 빔은 모양이 같은 빔으로 단면과 단면 사이에 가는 Web(웹)으로 연결하여 최대굽힘응력을 최소화 하고 있다

4. 단면계수(Section Modulus) [삼성중공업] 기술면접



(a)



(b)

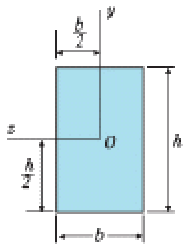
단면계수는 다음과 같이 정의 된다.

$$S = \frac{I}{C}$$

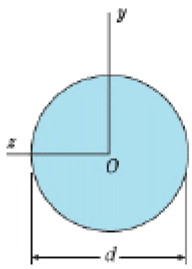
C는 위 그림에서 알 수 있듯이 중립축에서 위 또는 아랫면까지의 거리를 나타내고 있다. 단면계수를 따로 정의하는 이유는 우리가 관심있는 것은 최대굽힘응력이다. 그 이유는 최대굽힘응력에서 파손 및 파단이 발생하기 때문이다. 따라서 중립축에서의 길이 y를 정의하는 것보다 y의 ± 최대값을 C로 나타내어 최대굽힘응력을 보다나 타내기 쉽게하기 위해서이다. 단면계수를 이용한 최대굽힘응력은 다음과 같이 정의 된다.

$$\sigma_{max} = -\frac{MC}{I} = -\frac{M}{S} \quad \text{또는} \quad \sigma_{max} = \frac{M}{S}$$

5. 알아두어야 할 단면형상에 따른 관성모멘트 및 단면계수(Section Modulus)

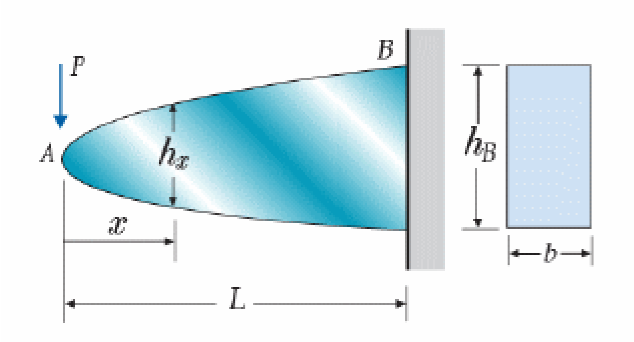


$$I = \frac{bh^3}{12} \quad , \quad S = \frac{bh^2}{6}$$



$$I = \frac{\pi d^4}{64} \quad , \quad S = \frac{\pi d^3}{32}$$

6. 집중하중에 의한 굽힘모멘트와 수직전단력

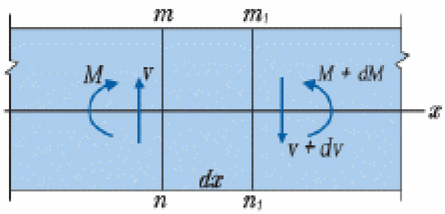


위와 같은 부재를 고려해보자. 왼쪽 부재는 벽에서 끝으로 갈수록 뾰족해진다. 즉 단면의 크기가 점점 작아지는 것을 알 수 있다. 만약 끝에서 집중하중을 가하면 부재 내에서는 어떠한 응력 분포가 발생할까? 최대굽힘응력은 당연히 길이가 L인 벽쪽에서 발생한다는 사실을 쉽게 알 수 있다. 그러나 부재에 집중하중을 가하면 부재는 굽힘응력뿐만 아니라 수직 전단력 또한 발생한다. 그 동안 부재의 대부분이 굽힘응력만을 고려했지만 단면의 크기가 작은 곳에서는 전단응력도 커지므로 같이 고려해주어야 한다. 왜냐하면 굽힘응력으로 부재가 벽에서 파손되는 것이 아니라 힘이 가해지는 끝에서 파손될 수 있기 때문이다. 이러한 현상은 연필심을 뾰족하게 깎아서 쓸 때 끝이 부러지는 현상에서 찾아볼 수 있다. 우리는 항상 부재에 굽힘응력 뿐만 아니라 전단응력도 발생한다는 사실을 기억해두자.

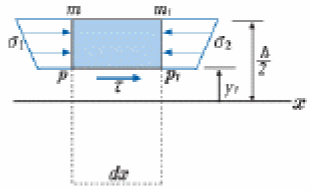
7. 집중하중에 의한 굽힘모멘트와 가로전단력

부재에 집중응력에 의한 굽힘이 발생하면 부재 내에는 굽힘응력뿐만 아니라 위에서 배운 수직전단응력 그리고 가로 전단응력이 발생한다. 다음 그림을 보자.

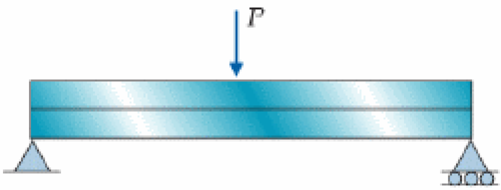
굽힘응력이 발생하고 있는 부재를 $\overline{nm}$ 과 $\overline{n_1m_1}$ 부분을 자유물체도로 표시하면 (b)그림과 같고 다시 $\overline{pp_1}$ 면을 살펴보면 (c) 그림처럼 굽힘응력 때문에 2 σ 가 1 σ 보다 크므로 평형이 되기 위해서는 그림처럼 전단응력 τ 가 발생함을 알 수 있다. 이 같은 사실은 그림 5-27에서 더욱 잘 알 수 있다. 두개의 보를 겹쳐 놓았을 때 집중 하중을 주면 보들은 독립적으로 휘어진다. 즉 중립선에서 가장 큰 가로 전단응력이 발생한다.(굽힘응력은 0이며 세로 전단응력은 어떤 값을 가진다.) 예를 들어 각목을 벽에 기대어 놓고 가운데를 발로 차서 두동강 내면 잘린 부분은 매끄럽지 못하고 울퉁불퉁하게 잘려 있는 것을 알 수 있다. 이것은 나무는 결 방향으로 약하기 때문에 각목을 굽혀서 파손할 때 가로 전단방향으로 전단력이 발생하여 가로 방향으로 찢겨져서 나타나는 현상이다.



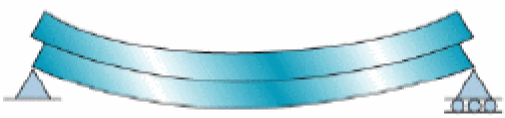
Side view of beam
(a)



Side view of subelement
(c)

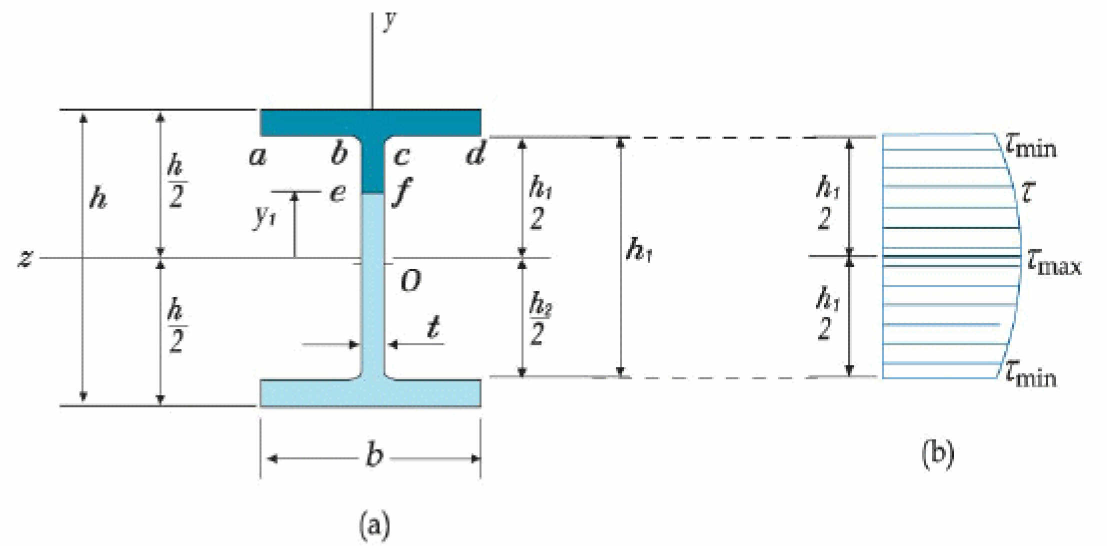


(a)



(b)

8. H빔의 웹(Web)에서의 가로 전단응력 분포



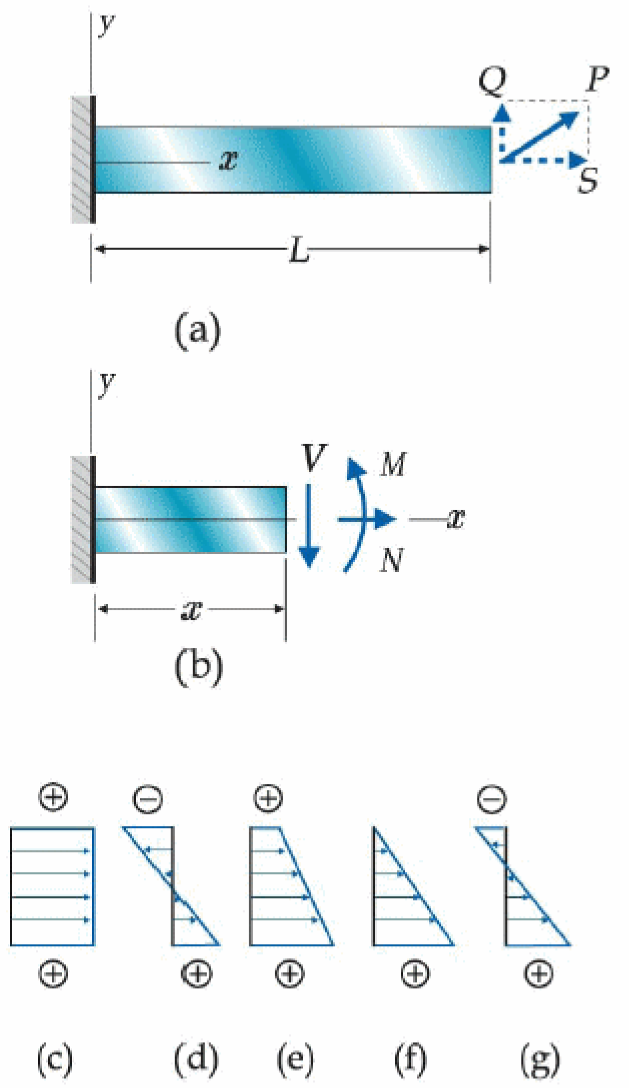
웹에서의 전단응력 분포는 왼쪽과 같다. 특징은 단면적이 작기 때문에 가로 전단응력의 크기가 크다는 것이다.
가로 전단응력 식은

$$\tau = \frac{VQ}{It}$$

(V : 전단력, Q : τ 를 구하고자 하는 위치로부터 상단에 위치한 단면 1차 모멘트, I : 단면 전체의 단면 2차 모멘트, t : τ 를 구하고자 하는 위치의 두께)

위의 식을 외우는 것이 중요한 것이 아니라 웹에서의 전단응력은 단면에 작용하는 전단력과 단면 1차 모멘트에 비례하고 전체 단면 2차 모멘트와 두께에는 반비례한다는 물리적인 의미가 중요하다.

9. 축방향 응력과 굽힘응력이 동시에 발생하는 보 [삼성전자 메카트로닉스센터] 기술면접



보에 왼쪽과 같은 하중이 발생할 경우가 있다. 이런 경우는 단면에 복합적인 응력이 발생한다. 먼저 P하중벡터를 Q와 S하중벡터로 나누면 S하중에 의해서 보에 축방향 응력이 발생할 것이고 Q에 의해서 굽힘응력과 전단응력이 발생함을 예측할 수 있다.

S하중에 의해서 발생하는 응력이 그림이 c) Q에 의해서 굽힘응력이 b) 라고 하면 e, f, g 는 굽힘응력의 크기에 따라서 축방향 응력이 결정 된다. 이것을 식으로 나타내면

$$\sigma = \frac{N}{A} - \frac{My}{I}$$

오른쪽 항에서 $\frac{N}{A}$ 는 S하중에 의해서 발생하는 응력 $\frac{My}{I}$는 굽힘응력에 의해서 발생하는 응력이다. 두 응력의 합에 의해서 축방향 응력은 결정되며 중립축의 위치도 변하게 된다. 그러나 수직 전단응력 및 가로 전단응력도 발생하고 있다는 사실을 잊어서는 안되겠다.

06. 모어 서클 (MOHR'S CIRCLE)

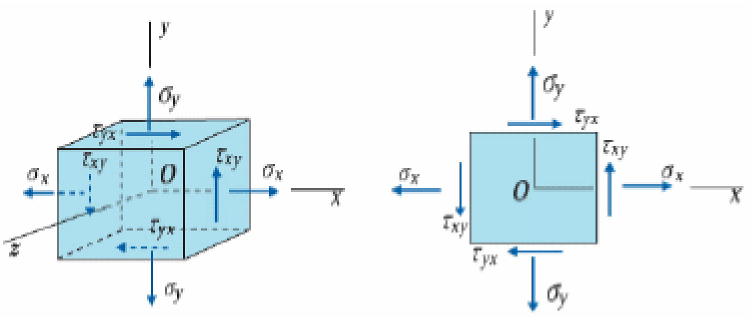
모어 서클은 응력을 받는 부재가 있다고 한다면 그 부재의 여러 각도에서의 단면응력 상태를 그래프로서 크기와 방향을 나타내는데 응력 상태를 시각적으로 표현 할 수 있기 때문에 매우 편리하다. [삼성중공업] 기술면접

1. 평면응력 (Plane Stress)

지금까지 배운 응력의 종류를 정리해보자.

① 축하중에 의한 수직응력 : $$\sigma = \frac{F}{A}$$	F : 축하중, A : 단면적
② 굽힘하중에 의한 수직 응력 : $$\sigma = \frac{My}{I}$$	M : 굽힘모멘트, y : 중립축에서 수직 거리, I : 단면 2차 모멘트
③ 단면에 평행한 힘에 의한 전단응력 : $$\tau = \frac{V}{A}$$	V : 전단력, A : 단면적
④ 굽힘하중에 의한 수직전단응력 : $$\tau = \frac{V}{A}$$	V : 전단력, A : 단면적
⑤ 비틀림에 의한 전단응력 : $$\tau_{max} = \frac{Tr}{I_p}$$	T : 비틀림, r : 단면 반지름 I_p : 극 관성 모멘트
⑥ 굽힘하중에 의한 가로 전단응력 : $$\tau = \frac{VQ}{It}$$	V : 전단력, Q : 단면 1차 모멘트 I : 단면 2차 모멘트, t : 두께

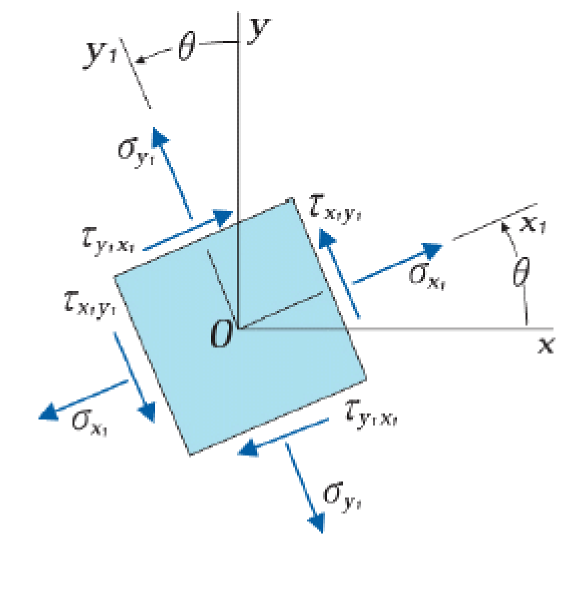
부재의 내부에 작용하는 응력들의 종류는 많지만 미소면적에 작용하는 응력은 수직응력과 전단응력 두 가지로 표현 가 능하다. 아래의 (b) 그림은 위의 응력들이 복합적으로 발생하였을 때 결과적으로 미소면적에 나타나는 두 가지 종류의 응력들의 성분으로 표현 가능함을 보여준다. 경사면에 대한 응력의 상태를 알고 싶다면 (c)그림처럼 미소면적을 일정한 각만큼 기울여서 응력의 상태를 표시 해주면 된다. 이런 수직응력과 전단응력은 서로 관계를 가지고 거동하는데 이번 장에서 배우는 개념은 경사면의 각에 따른 수직응력과 전단응력과의 관계와 그래프로 표현하는 방법을 배워 본다.



(a) (b)

2. 경사면에서의 응력 (Stresses on Inclined Sections)

	경사면에서 부재의 응력상태를 알기 위하여 왼쪽 그림처럼 나타내었다. 평형방정식을 만족하기 위해서 다음과 같은 식이 성립한다.



(c)

$$\sigma_{x1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}\cos 2\theta + \tau_{xy}\sin 2\theta$$

$$\sigma_{y1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\theta - \tau_{xy}\sin 2\theta$$

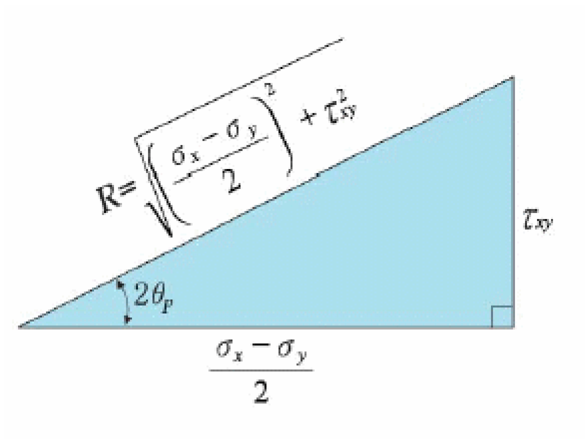
$$\tau_{x1y1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\theta + \tau_{xy}\cos 2\theta$$

사실 공식은 중요한 것이 아니라 위의 식이 그래프에서 시각적으로 어떻게 작용하는 것을 아는 것은 중요하다.

1) 주응력 (Principal Stresses)

경사면에서의 응력 최대 및 수직응력을 주응력이라고 한다. 먼저 최대, 최소 응력점을 알기 위해서는 경사면에서의 응력을 미분 하여 제로가 되는 지점을 찾으면 된다. 그러면 $\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$가 되는 주응력 θp 각값을 알 수가 있다.

따라서 최대, 최소가 되는 주응력 σ1,2를 구할 수가 있다. 주응력 공식은 다음과 같다.



$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}}$$

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm R$$

2) 최대전단응력 (Maximum Shear Stresses)

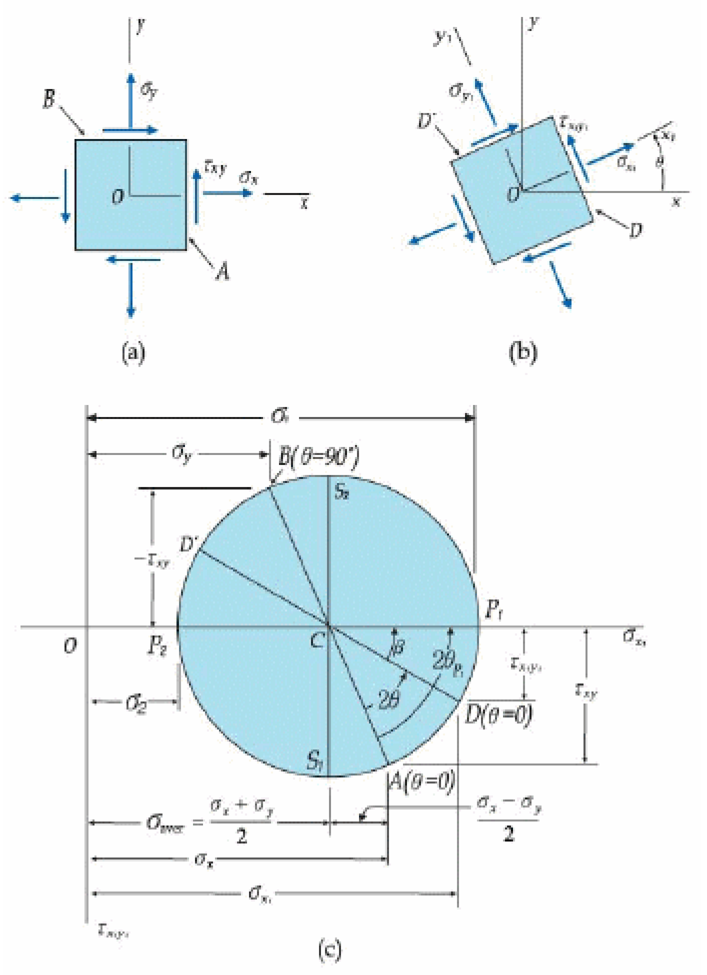
경사면에서 마찬가지로 최대전단응력도 존재 할 것이다. 최대점을 찾기 위해서 경사면에서의 전단 응력을 미분하여 제로가 되는 최대전단응력 각을 찾아보면 $\tan 2\theta_s = -\frac{\sigma_x - \sigma}{2\tau_{xy}}$이므로 최대전단응력 각을 알 수 있다. 최대전단응력은 주응력의 각에서 45도만큼 차이가 나므로 최대전단응력 공식은 다음과 같다.

$$\tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right) + \tau_{xy}^{\ 2}} \quad \text{or} \quad \tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$$ (주응력의 차의 절반 값과 같다.)

3. 모어 서클 그리기 (Form of Mohr’s Circle)

TIP : 모어 서클은 직접 그리면서 설명할 수 있을 정도로 익히고 있어야 함.

평면응력 및 경사면에서 구한 응력들의 공식관계로 모어 서클을 그려보자. 모어 서클은 수직응력 σx1 을 X축으로 전단 응력 τx1y1 을 Y축으로 잡고 경사면의 응력상태를 원에 표현한 것이다. 다음은 모어 서클을 그리는 순서이다.



① X 축 오른쪽 방향을 양의 σx1으로 Y 축 아래방향으로 양의 τx1y1 로 설정한다.

② 원의 중심점을 σx1 = σaver, τx1y1 = 0 으로 잡는다.

③ 점 A 를 그림 (a)에서 나타나는 응력들의 값으로 나타내는데 σx1 = σx , τx1y1 = τxy 로 잡는데 이때 θ = 0 이다.

④ θ = 90 일 때 응력상태를 점 B 로 나타낸다. 점 B 의 응력상태는 그림 (a) σx , τxy 를 90 만큼 회전시킨 응력상태 즉 σy 와 –τxy를 가리킨다.

⑤ 점 A 와 점 B 를 직선으로 연결하고 이 선을 지름으로 하는 원을 그린다. 이것이 모어서클이다. 모어 서클을 그리기 전에 경사각이 없을 때 응력 σx , σy 그리고 τxy는 알고 있는 정보이다.

모어서클을 그렸다면 모어서클을 통해 주응력과 경사면에서의 응력상태를 알아보자.

먼저 주응력을 구해보자.

주응력은 수직주응력과 전단주응력으로 크게 2종류 이고 수직주응력 σ1,2 은 최대수직응력과 최소수직응력 두가지이다.

마찬가지로 전단주응력 τmax 도 두가지 이지만 서로 크기는 같고 부호만 틀리므로 보통 최대값으로만 표시한다.

모어 서클에서 X축으로 가장 멀리 있는 점과 P1과 가장 가까이 있는 P2가 수직주응력 σ1,2 가 되겠다. P1점을 기하학적으로 살펴보면 중심점 C점에 반지름 R값을 더한 것이다. C점은 $\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$ 이고 R은 $\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}}$ 임을 삼각함 수공식으로 알 수 있다. P2점도 같은 방법으로 구해서 주응력식을 한번에 나타내면 다음과 같다.

$$\sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^{\ 2}}$$

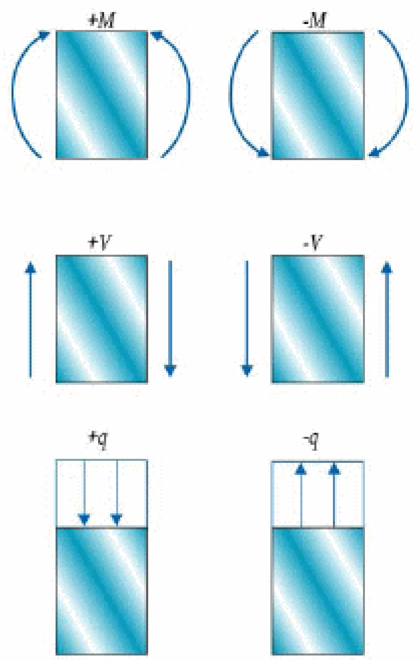
이식은 앞에서 유도한 주응력 식과 같음을 주의하라.

그리고 τx1y1 축으로 가장 큰 값이 S1과 S2 점 임을 알 수 있다. 이 점은 τmax 이며 원의 반지름 R 크기와 같다. 또한 그림(b) 와 같이 경사각 θ 만큼 기울였을 때 응력상태를 알아보기 위하여 모어 서클에 점 A를 기준으로 반시계 방향 (양의 방향)으로 2θ (좌표축에서 각은 항상 2배임을 유의 한다.) 만큼 옮긴 점이 그림 (b)의 응력 상태이다. 이 점의 σx1 값과 τx1y1 값을 모어 원의 기하학적인 관계인 삼각함수공식을 통해 알 수 있다.

07. 보의 처짐(Deflections of Beams)

이 장에서는 보가 다양한 하중을 받을 때 처짐 공식에 대해 알아본다. 대표적인 처짐 공식을 아는 것은 중요하다.

1. 굽힘모멘트(M)와 전단력(V)과 미소분포하중(q)의 관계



4장에서 배웠듯이 언급했듯이 모멘트와 전단력과 분포 하중의 관계는 서로 미분 적분 관계를 가진다.

$$\frac{dM}{dx} = V \ , \ \frac{dV}{dx} = -q$$

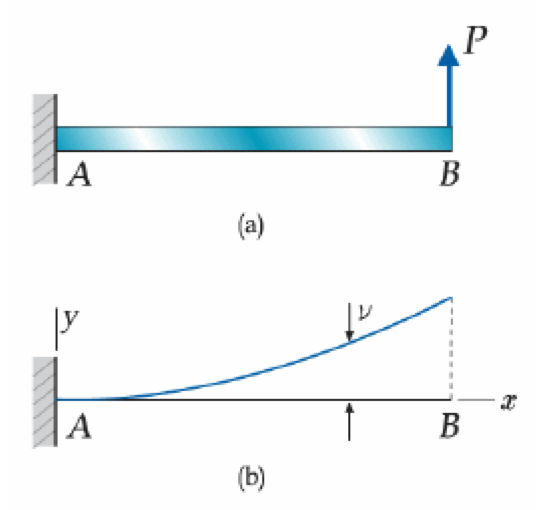
이 관계식은 보가 하중으로 인해 처짐이 발생하였을때 기하학적인 관계로 얻은 것 이다. 면접 시에는 매우 이론적인 부분은 요구를 하지 않기 때문에 유도하는 과정은 생략하겠다. 단지 서로 미적분 관계가 있다는 것은 기억해두자. 왼쪽 그림에서 나타나듯이 보통 보가 그릇 모양으로 휘어졌을 때 발생하는 굽힘모멘트를 + 방향, 그릇을 엎어놓았을 때 모양을 – 방향으로 하는 것이 일반적인 약속이다. 전단력과 분포하중의 방향도 왼쪽 그림을 참고하여 방향을 알아두자.

2. 처짐량 v 과 관련된 공식

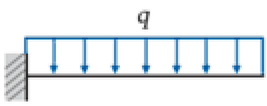
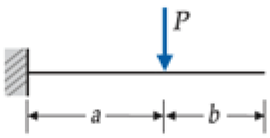
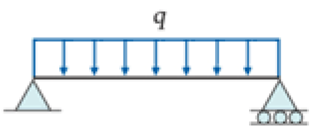
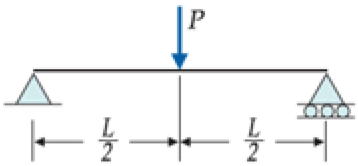
$$\kappa = \frac{d^2 v}{dx^2}$$

곡률 κ 는 처짐량 v 를 x 에 대해 2번 미분한 값이다.

$$EI\frac{d^2 v}{dx^2} = M \ , \ EI\frac{d^3 v}{dx^3} = V \ , \ EI\frac{d^4 v}{dx^4} = -q$$

	부재에 작용하는 굽힘 모멘트와 전단력 분포하중은 처짐량 v 의 미분 차수와 관계가 있음을 기억해두자. 즉 처짐량의 2차 미분은 굽힘모멘트, 3차는 전단력, 4차는 분포하중이다.

3. 다양한 형태의 하중에 의한 보의 최대 처짐과 처짐각 공식

	$\delta_{\max} = \dfrac{qL^4}{8EI}$, $\theta_{\max} = \dfrac{qL^3}{6EI}$
	$\delta_{\max} = \dfrac{PL^3}{3EI}$, $\theta_{\max} = \dfrac{PL^2}{2EI}$
	$\delta_{\max} = \dfrac{Pa^2}{6EI}(3L-a)$, $\theta_{\max} = \dfrac{Pa^3}{2EI}$
	$\delta_{\max} = \dfrac{M_oL^2}{2EI}$, $\theta_{\max} = \dfrac{M_oL}{EI}$
	$\delta_{\max} = \dfrac{5qL^4}{384EI}$, $\theta_{\max} = \dfrac{qL^3}{24EI}$
	$\delta_{\max} = \dfrac{PL^3}{48EI}$, $\theta_{\max} = \dfrac{PL^2}{16EI}$
	$\delta_{\max} = \dfrac{M_oL^2}{8EI}$, $\theta_{\max} = \dfrac{M_oL}{2EI}$

※ 대표적인 처짐 공식을 나열하였다. 실제 현장에서 많이 쓰는 공식이므로 기본적으로 알아두는 것이 좋다.