

Lógica de Programação

1. Algoritmo

Algoritmo pode ser definido como um método para a **solução** de um determinado problema. Em termos de programação, este método deve ser **estruturado**, **ordenado** e **formal**, de modo que não apresente ambiguidades, que defina com **clareza** as operações que devem ser realizadas e seja finito.

A **granularidade** das operações vai depender da linguagem de programação que se estiver usando. Linguagens de baixo nível, como assembly, possuem comandos muito elementares, como somar, comparar e desviar. Linguagens como o C e C++ podem ser vistas como linguagens de nível médio, pois combinam elementos de linguagens de alto nível com o assembly, que é de baixo nível. A linguagem de nível mais alto, se existisse, seria igual a linguagem natural. Pode-se dizer que o algoritmo é um passo intermediário entre o problema e o programa para solucioná-lo.

Como exemplo introdutório de um algoritmo, pode-se descrever as operações necessárias para tomar um copo de água na cozinha:

```
Se você não estiver na cozinha então
    vá até a cozinha
fim se
Pegue um copo
enchá de água
tome a água
```

Este algoritmo descreve ações complexas, que não podem ser compreendidas por um computador, que somente sabe realizar operações aritméticas e lógicas. Detalhando um pouco mais este exemplo, pode-se definir um novo algoritmo:

```
Se você não estiver na cozinha então
    enquanto não chegar a cozinha repita
        dê um passo em direção a cozinha, desviando de obstáculos
    fim enquanto
fim se
enquanto não encontrar um copo repita
    procure um copo
fim enquanto
mova a mão até o copo
pegue o copo
leve o copo embaixo da torneira
abra a torneira
enquanto o copo não estiver cheio repita
    espere 30 segundos
fim enquanto
feche a torneira
tome a água.
```

Este algoritmo **ainda não pode ser compreendido por um computador**. A tarefa de tomar água, para um computador, é muito complexa e exigiria milhares de linhas de código para ser executada. Geralmente, operações que para os humanos são triviais, para um computador são muito complexas senão impossíveis. Entretanto, cálculos complexos podem ser facilmente compreendidos por um computador.

Para que um algoritmo genérico seja traduzido para um algoritmo computacional, ele deve ser traduzido para **dados e comandos**. Um comando é uma primitiva que pode ser compreendida por um computador ou pela linguagem em que se deseja implementar o algoritmo. Dados são representações formais de alguma informação, como um número, um caractere, um texto ou combinação destes. Existem várias formas de representação formais de algoritmos: Pseudo-Linguagem (Português Estruturado), fluxograma e diagrama de Nassi-Shneiderman.

Nestas representações, já muito próxima de uma linguagem de programação, porém sem muito formalismo, deve-se definir as variáveis e usar um conjunto limitados de comandos (ler, escrever, comparar, atribuir, operações aritméticas, laços). Elas serão apresentadas ao longo do texto.

1.1 Erros comuns no uso de laços de repetição (por Flávio Borin)

O laço de repetição indica uma ação que deve ser executada várias vezes. Exemplos:

Repita Ação relacionada a condição de parada Enquanto condição de parada	Enquanto condição repita Ação relacionada a condição de parada Fim enquanto
---	---

O laço enquanto não pode ser visto como sinônimo de "ao mesmo tempo" e então receber uma ação como parâmetro.

Errado	Correto
Enquanto a água esquentar repita Busque o café Fim enquanto	Enquanto a água não estiver fervendo repita Espere 30 segundos Fim enquanto Busque o café

Laços enquanto precisam que sua condição de parada seja satisfeita em algum momento. Se a condição de parada não for interferida pelas ações dentro do enquanto, o laço jamais parará:

Errado	Correto
Enquanto a torneira estiver aberta repita Molhe a escova Fim enquanto	Enquanto a escova não estiver molhada repita Molhe a escova Fim enquanto

O comando Fim enquanto somente pode ocorrer após o comando enquanto (o mesmo vale para o Fim se). E o comando Fim enquanto não deve ser seguido de nada. Exemplos que **não fazem sentido**:

Va ao banheiro Fim enquanto	Enquanto a panela não aquece repita Espere 30 segundos Fim enquanto desligue o fogão
Ler ("Arrumar a cama") Enquanto (Hora>=6); então Escrever("Levantar"); Senão ("Continuar deitado")	Enquanto ("Não chegar no banheiro"); então Dê mais um passo para frente Repita até chegar

1.2 Exemplo detalhado: Robô despertador

Vamos considerar o algoritmo de um robô que tem a função de acordar o patrão de manhã e após arrumar a sua cama e se recarregar.

Algoritmo	Comentários
Ler hora de acordar	A pessoa precisa informar ao robô que horas ele deve acordá-la. O robô é quem executa o algoritmo
Enquanto não for hora de acordar repita	Verificação se está na hora de acordar
Espere 30 segundos	Se não for a hora de acordar (condição verdadeira), espere 30 segundos até verificar novamente ($\text{horaAtual} < \text{horaAcordar}$)
Fim enquanto	O laço termina quando for hora de acordar o patrão (condição falsa)
Acorde o patrão	Alguma ação que faça a pessoa acordar. Pode ser um grito, uma música, um pontapé, etc.
Enquanto o patrão não levantar repita	Esperar o patrão sair da cama
Espere 30 segundos	Espere 30 segundos e verifique novamente
Fim enquanto	O patrão levantou e liberou a cama
Arrume a cama	O robô deve arrumar a cama
Se a bateria estiver fraca então	Se a bateria do robô estiver fraca
Enquanto não chegar perto da tomada	Verificação se está perto da tomada
Ande em direção a tomada	Andar em direção a tomada
Fim enquanto	Chegou na tomada
Carregue a bateria	Carrega a bateria
Fim se	Bateria carregada

2. Etapas para Solução de Problemas

Para se elaborar um algoritmo, deve-se inicialmente realizar algumas etapas:

1. **Identificar a entrada:** ver como os dados vão ser fornecidos e de onde vão ser lidos. Podem ser lidos do teclado ou de um arquivo, por exemplo. A entrada pode ser uma sequência de números, texto, imagens, arquivos de música, etc. A entrada pode consistir de uma única informação (e.g. um número) ou de um grupo de informações. Existem programas também que não requerem entrada de dados.
2. **Identificar a saída:** quais informações devem ser fornecidas? E para quem? Devem ser impressas na tela do computador, devem ser gravadas em um arquivo ou devem ser enviadas pela internet?
3. **Identificar o que deve ser feito:** Deve-se entender bem o problema para elaborar uma solução apropriada.
4. **Encontrar a melhor estratégia de solução:** uma vez identificado o problema a ser resolvido, deve-se escolher a melhor forma de implementá-lo. Geralmente cada problema tem uma grande gama de soluções. Algumas são mais rápidas, outras exigem maior esforço de programação, outras são de fácil entendimento, outras requerem mais memória, e assim por diante.



Exemplos

1. Calcular a média de uma turma de alunos
Entrada: uma sequência de valores numéricos variando entre [0, 10]
Saída: um único valor numérico que representa a média dos n valores lidos
O que fazer: somar todas as notas e dividir pelo número de notas lidas
Estratégia: Pode-se ler todas as notas e guardar em um vetor para posterior processamento, ou pode-se, por exemplo, ler a nota, somar e a descartar.
2. Verificar se algum cartão da Mega Sena foi premiado
Entrada:
Saída:
O que fazer:
Estratégia:
3. Procurar uma palavra dentro de um texto
Entrada:
Saída:
O que fazer:
Estratégia:
4. Fazer uma consulta de cadastro de cliente em um banco de dados
Entrada:
Saída:
O que fazer:
Estratégia:
5. Fazer uma jogada no Jogo da Velha
Entrada:
Saída:
O que fazer:
Estratégia:
6. Criar um personagem autônomo (inimigo) em um jogo de tiro (*First person shooter*)
Entrada:
Saída:
O que fazer:
Estratégia:

Exercícios:

Descreva uma sequência de passos para as seguintes atividades. Procure fazer uma versão bem simplificada (poucos passos) e outra bem detalhada, fazendo uso de testes condicionais e laços de repetição.

1. tomar banho
2. atravessar a rua
3. fritar um ovo
4. medir o peso de um objeto com uma balança
5. trocar o pneu furado de um carro
6. trocar uma lâmpada

3. Variáveis

Todo o processamento lógico de um algoritmo é baseado em variáveis. As variáveis em algoritmos, semelhante às usadas em equações matemáticas, são usadas para guardar valores (dados). As variáveis podem conter números inteiros, reais, texto, dados mais complexos, etc.

Deve-se prestar atenção ao se dar nomes as variáveis. Primeiramente, todo nome de variável deve iniciar com uma letra, e segundo, deve-se dar nomes sugestivos, como mostrado no seguinte exemplo.

```
Var: contador, soma, nome, nota1, nota2, nota3, endereco
contador = 10
nota1 = 10
nome = ler( )
endereco = "Avenida Presidente Vargas"
soma = contador + 20
```

Para associar um valor a uma variável, deve-se fazer uma atribuição. Pode-se adotar várias sintaxes de atribuição de valores. Em ambos os casos, está sendo atribuído o valor 10 a variável contador.

```
contador = 10
contador ← 10
contador := 10
```

As variáveis podem receber valores de duas formas distintas: informadas pelo usuário, pelo comando `ler()`, ou atribuídas por meio de um operador de atribuição, como visto nos exemplos acima.

Antes de se utilizar uma variável, deve-se declará-la, com o uso da palavra **Var:**. Ao se utilizar uma linguagem de programação, além da declaração, deve-se também definir um tipo, que pode ser inteiro, real, texto, etc. No caso da linguagem C++, os tipos primitivos são: `int`, `float`, `char`, `double` e `bool`.

Deve-se tomar o cuidado de atribuir um valor a variável antes de acessar seu conteúdo. No exemplo acima, se a variável **contador** não tivesse sido inicializada com o valor 10, a expressão **soma = contador + 20** seria inválida, visto que não se saberia o valor da expressão.

A variável **endereco** foi inicializada com o texto **"Avenida Presidente Vargas"** e a variável **nome** com uma informação fornecida pelo usuário, através do comando `ler()`. A variável **soma** foi inicializada com o valor de uma expressão. Neste exemplo, seria inválido fazer a atribuição **soma = endereco + contador**, visto que as variáveis **endereco** e **contador** armazenam valores de tipos diferentes.

4. Comandos

Comandos são usados para **expressar alguma ação** que deve ser desempenhada pelo algoritmo. Os comandos podem ser simples, como por exemplo `ler()`, que indica que um valor deve ser lido (provavelmente do teclado), para alimentar alguma variável. Da mesma forma, o comando `escrever()` ou `imprimir()`, coloca alguma informação na "tela".

Pode-se também escrever comandos complexos como `decidir()`, `desenhar()`, `calcular()`, que podem, por exemplo, descrever ações cuja implementação pode ser muito complexa. Deve-se lembrar que um algoritmo não pode ser executado por um computador. Ele deve ser transcrito em alguma linguagem de programação antes de ser executado pelo computador.

Desta forma, devem ser facilmente compreendidos pelo programador. Comandos como `ler()` e `escrever()` são facilmente mapeados para funções que as linguagens de programação disponibilizam. Por outro lado, um

simples comando `verificar_face()`, que verifica se a imagem de uma pessoa casa com a foto da sua carteira de identidade, pode requerer milhares de linhas de código para ser implementada, isso se for possível.

O seguinte exemplo, composto por 5 comandos em alto nível, representa um algoritmo de extrema complexidade de ser implementado, pois os comandos são muito genéricos e não se aproximam de instruções ou funções comumente oferecidas por linguagens de programação.

```
Se você não estiver na cozinha então  
    vá até a cozinha  
fim se  
Pegue um copo  
enchá de água  
tome a água
```

Por outro lado, o seguinte exemplo pode ser facilmente transcrito para uma linguagem de programação, pois os comandos são facilmente interpretados.

```
Var: Valor  
Valor = ler()  
Incrementar( Valor )  
Imprimir( Valor )
```

Existem várias formas de usar, por exemplo, o comando `ler()`, como visto no seguinte exemplo. As linguagens de programação oferecem alguns meios de realizar a leitura de dados. Em alguns exemplos foi utilizado um operador de atribuição.

```
Valor = ler()  
ler( Valor )  
ler (v1, v2, v3)  
v1, v2 = ler()  
v3 ← ler()
```

Com o comando `escrever()` pode-se exibir informações geradas pelo algoritmo. Pode-se escrever dados de variáveis, mensagens ou combinação de ambos, como mostrado nos seguintes exemplos. Deve-se cuidar para não confundir a impressão de mensagens (entre “”) com a impressão de valores.

```
Var: a, b  
a = 100  
b = “alo mundo”  
escrever ( a ) → isso imprime o valor 100  
escrever ( “a” ) → isso imprime a letra “a”  
escrever ( b ) → imprime a mensagem “alo mundo”  
escrever (“o valor de a vale” + a) → concatena a mensagem com o valor de a
```

Pode-se utilizar o comando `escrever` para dar instruções ao usuário do que deve ser feito.

```
Var: nota  
escrever ( “Digite o valor da nota” )  
ler( nota )  
escrever ( “A nota lida foi: ” + nota )
```

5. Seleção e Operadores

Quando se deseja realizar uma operação aritmética, pode-se fazer uso de operadores aritméticos. Os mais comuns são +, -, *, /, % (resto da divisão inteira), como ilustrado nos seguintes exemplos.

```
a = a + b
b ← a * a
b = a * 12.55 + 66
b = ler() + c * 22
e = a + b * c
```

Existem regras de precedência de operadores. No último exemplo apresentado, na expressão $a + b * c$, a multiplicação tem precedência sobre a soma, neste caso então será primeiro realizada a multiplicação de b com c para então ser realizada a soma. A forma mais legível e garantida para evitar erros de precedência é com o uso de parênteses, como mostrado no seguinte exemplo.

```
e = a + (b * c)
e = (a + (b * c)) * 4
e = (ler() * 55) + ler()
```

A linguagem C e derivadas oferecem outros operadores aritméticos como ++, --, +=, dentre outros, como nos seguintes exemplos.

```
x++
x--
--x
a = 10
a = a++; //a = 10 pois a eh incrementado após a avaliação. ☹️
a = ++a; //a = 11 pois a eh incrementado antes da avaliação. ☹️
x += 2
y = x++
a *= 33
```

Isso permite criar código bizarro, que deve ser evitado ao máximo

```
Se (a++ > --b ) então
    Escrever("verdadeiro")
Senão
```

Todo algoritmo ou programa é baseado em expressões condicionais. É por meio delas que se pode tomar decisões em desvios condicionais e laços de repetição. Uma expressão condicional ou é verdadeira ou falsa. Não existe valor intermediário.

```
Se já é uma hora da tarde então
    Vá para o trabalho
Senão
    Vá assistir televisão
Fim se
```

Expressões condicionais podem também ser compostas de vários argumentos, conectados por operadores lógicos E, OU e NÃO, com no seguinte exemplo.

```
Se (já é uma hora da tarde) E (o dia estiver ensolarado) então
    Vá para o trabalho
Fim se
```

Neste exemplo, a expressão somente será verdadeira se (hora > 13) e (dia ensolarado). Caso qualquer um dos argumentos for falso, toda expressão será falsa. As seguintes tabelas mostram o resultado da expressão para operadores (com sintaxe da linguagem C).

Tipo do Operador	Exemplo	Descrição
Aritméticos		
+, -, *, /,	f = a+b;	Operações aritméticas convencionais
% (módulo)	c = a%b;	c recebe o resto da divisão inteira de a por b Ex: 4%2 = 0, 3%2 = 1, -1%2 = -1, -4%2 = 0
Atribuição		
=	a = 10;	Inicializa a com 10
Incremento		
++	cont++;	Incrementa cont em 1
--	cont--;	Decrementa cont em 1
+=	cont+=5	Incrementa cont em 5
-=	cont-=3	Decrementa cont em 3. Equivale a cont = cont - 3
Relacionais		
=	a=b	Testa se a é igual a b
<, <=	a<=b	Testa se a é menor ou igual a b
>, >=	a>b	Testa se b é menor que a
!=	a!=b	Testa se a é diferente de b
Lógicos		
E	a==1 && b==1	E (and) lógico
OU	a==1 b==1	Ou (or) lógico
Não	a!=a	Negação (not)
xor		Ou exclusivo

Conjunção E

Condição 1	Condição 2	Resultado Lógico
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

Conjunção Ou

Condição 1	Condição 2	Resultado Lógico
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

Conjunção Não

Condição	Resultado Lógico
V	F
F	V

Conjunção Ou Exclusivo

Condição 1	Condição 2	Resultado Lógico
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	F

Geralmente os testes lógicos são aplicados sobre variáveis do algoritmo, como nos seguintes exemplos.

Início

```
Var: a, b, c
a = 10
escreva("digite um valor")
b = Ler( )
c = a + b
Se (a > b ) então
    Escrever("a > b")
Senão
    Escrever ( b )
Fim se
Se (b = 10 E b < c) então
    Escrever ("b vale", b)
Fim se
```

Fim.

O seguinte exemplo mostra um algoritmo para ler e calcular a área de um quadrado e dizer se esta área é maior ou menor que 30. Neste exemplo, base, altura e área são variáveis que armazenam valores numéricos. Deve-se observar a **identação** dos comandos no caso de desvios condicionais.

Início

```
Var: base, altura, area
Escrever("digite o valor da base e da altura")
Ler base, altura
area = base * altura
Se area < 30 Então
    Escrever ("a área é menor que 30 e vale ", area)
Senão
    Escrever ("a área é maior ou igual a 30")
Fim se
```

Fim.

No exemplo a seguir são apresentadas duas formas de fazer o mesmo algoritmo, porém a segunda forma é mais compacta e correta que a primeira, visto que evita a replicação de código.

<pre>Início Var: n, resp Ler n Se n < 10 Então resp = n * n Escrever resp Senão resp = n + n Escrever resp Fim se Fim.</pre>	<pre>Início Var: n, resp Ler n Se n < 10 Então resp = n * n Senão resp = n + n Fim se Escrever resp Fim.</pre>
---	---

Pode-se fazer encadeamentos grandes com a estrutura **se-senão**, como no seguinte exemplo. Observe que o último caso não possui teste condicional; este caso é considerado default. Caso nenhum teste seja verdadeiro, será executado este caso. Observe que será impressa uma **ÚNICA** mensagem:

```

Inicio
  Var: media
  Ler media
  Se media > 9 então
    Escreva "conceito A"
  Senão se media > 8 então
    Escreva "conceito B"
  Senão se media > 7 então
    Escreva "conceito C"
  Senão
    Escreva "conceito D - Reprovado"
  Fim se
Fim.

```

É muito comum também o uso de testes condicionais encadeados, como no seguinte exemplo:

```

Inicio
  Var: A, B, C, D
  A = 10
  Ler B, C, D
  Se A > B então
    Escreva "A é maior que B"
  Se B > C então
    Escreva B → Neste caso é impresso o valor de B
  Se B = D então
    Escreva "B é igual a D"
  Fim se
  Fim se
  Enquanto A > B repita
    A = A - 1
  Fim enquanto
  Escreva "Agora A é igual a B"
  Fim se
  Escreva "fim do programa"
Fim.

```

O seguinte algoritmo ilustra o cálculo para aprovação em disciplinas da UFSM. O cálculo é feito sobre duas notas (duas avaliações) e uma terceira nota, caso o aluno não seja aprovado por media (pegue exame).

```

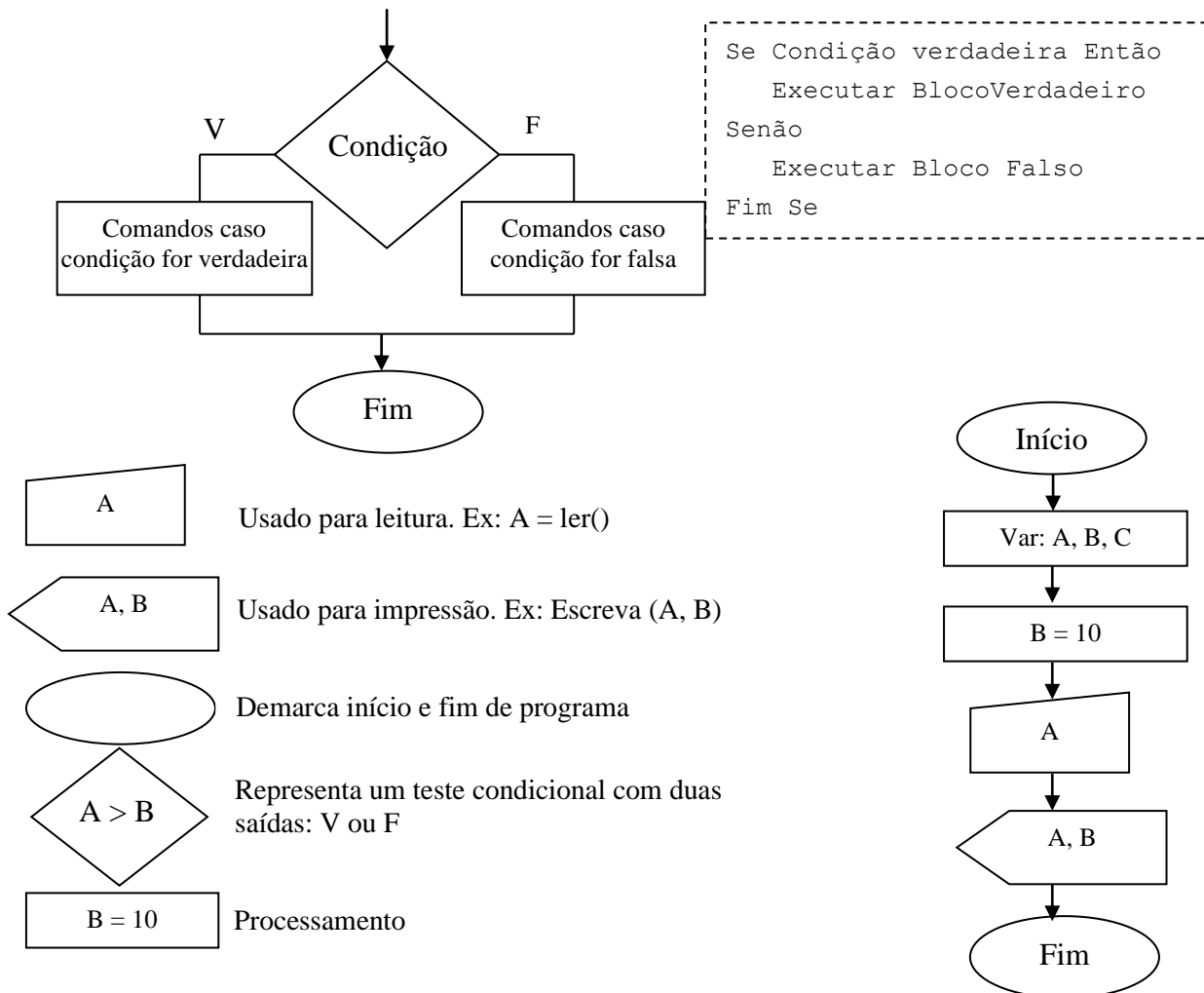
Inicio
  Var: n1, n2, media, exame
  Escrever("Digite as duas notas")
  Ler( n1, n2)
  media = (n1 + n2) / 2
  Se ( media >= 7 ) então
    Escrever("aprovado com nota " + media)
  Senão
    Escrever("Digite a nota do exame")
    Ler(exame)
    media = (media + exame) /2

    Se media >= 5 então
      Escrever ( "Aprovado com nota" + media )
    Senão
      Escrever ( "Reprovado com nota" + media )
    Fim se
  Fim se
Fim.

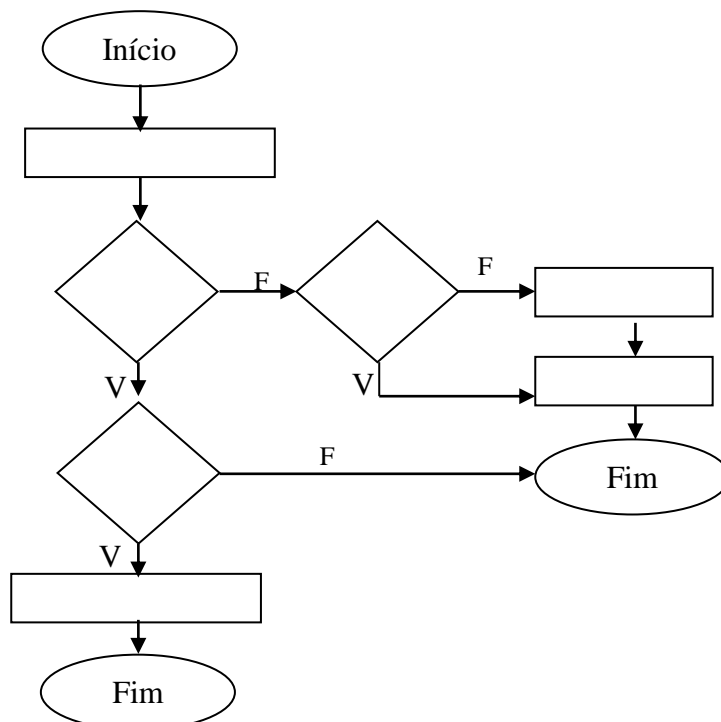
```

5.1 Outras notações gráficas para representação

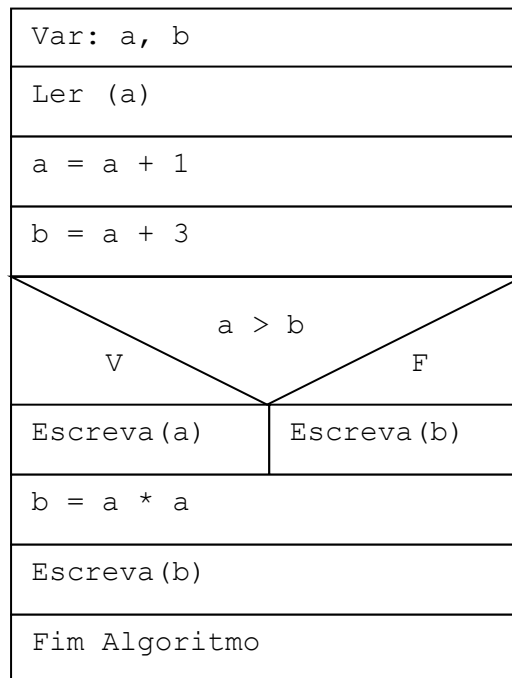
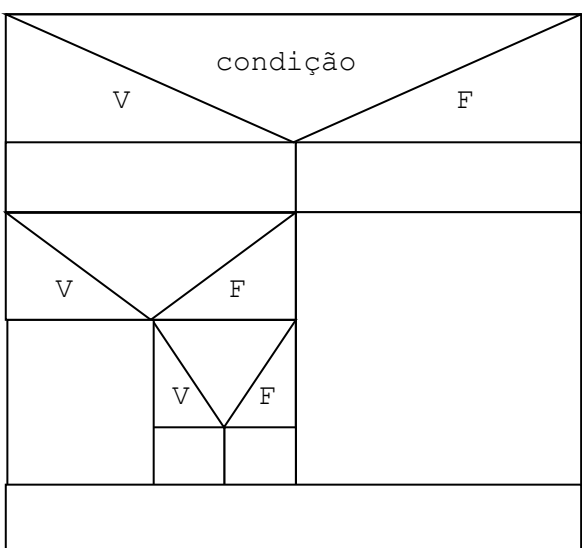
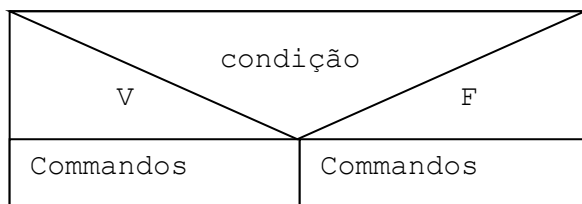
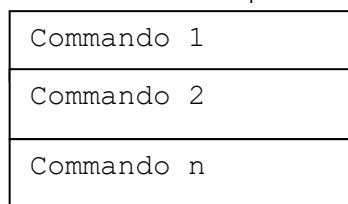
A notação gráfica faz uso de fluxogramas para descrever as ações do algoritmo. Setas indicam em qual direção a execução deve seguir. O caminho a ser seguido é definido por desvios condicionais. Nos seguintes exemplos são apresentadas formas de representação de tomada de decisões. Outros elementos desta representação podem ser encontrados em [1].



No seguinte exemplo tem-se encadeamentos de testes condicionais, e o fim do programa ilustrado em dois locais distintos.



Outra forma de representação é por meio de Diagramas de Nassi-Shneiderman. Esse diagrama permite uma visão estruturada e hierárquica do programa. Faz uso de um único retângulo, que pode ser subdividido em retângulos menores. Permite a representação de comandos, seleção e laços de repetição.



Exercícios:

Faça algoritmos para a lista de problemas que seguem, os quais estão ordenados em ordem crescente de complexidade. Para cada um deles, gerar uma entrada adequada e também uma saída, bem como variáveis que forem necessárias. Para cada um, utilize as seguintes notações: **Diagrama de Nassi-Shneiderman**, **fluxograma** e **português estruturado** (pseudocódigo). Após, teste as soluções em algum compilador, **usando linguagem C**.

Exemplo: Programa para calcular a soma dos N primeiros números inteiros

Início
 Var: N, contador, soma
 N = Ler()
 contador = 0
 soma = 0
Enquanto contador <= N **faça**
 soma = soma + contador
 contador = contador + 1
Fim enquanto
 Escrever soma
Fim.

Início
 Var: N, contador, soma
 Ler(N)
 soma = 0
para(contador = 0 ate N) **faça**
 soma = soma + contador
 contador = contador + 1
Fim para
 Escrever(soma)
Fim.

1. Calcular a área de um retângulo. Deve-se ler a largura e altura.
2. Calcular a área de um círculo. Deve-se ler o raio.
3. Calcular a média de duas notas. As notas devem ser lidas.

4. Calcular o perímetro de um retângulo. Deve-se ler a base e altura.
5. Calcular a área de um triângulo qualquer. Deve-se ler os lados.
6. Calcular a razão entre área e perímetro de um retângulo.
7. Calcular quanto % maior um número é em relação a outro.

Com testes condicionais

1. Dizer se a área do quadrado é maior que 10.
2. Dizer se um número lido é positivo ou negativo.
3. Dizer se a área do quadrado é maior, menor ou igual ao seu perímetro.
4. Ler dois números que representam um intervalo [a,b]. Ler outro número c e dizer se ele está dentro do intervalo [a,b].
5. Dado um número lido pelo usuário, informar se ele:
 - a. está no intervalo [a,b],
 - b. no intervalo [c, d], sendo o intervalo [c,d] dentro do intervalo [a,b], ou
 - c. fora dos dois intervalos.
6. Ler as 3 notas de um aluno e dizer se ele deve ser aprovado (media ≥ 7), se deve fazer a prova substitutiva (media ≥ 5) ou se está reprovado (média < 5).
7. Ler dois números. Se o primeiro número for maior que o segundo, deve-se ler um terceiro. Se o terceiro número for maior que o segundo, deve-se ler um quarto número, senão ler mais dois números. Imprimir a soma de todos os números lidos.

6. Laços de Repetição

Quando precisamos que alguma operação seja realizada várias vezes, devemos fazer uso de laços de repetição. Da mesma forma como um teste condicional, um laço de repetição está associado a um bloco de comandos que deve ser executado enquanto a condição for verdadeira, com no seguinte exemplo. As operações comprar e pagar são executadas sequencialmente enquanto a pessoa tiver dinheiro. Quando o dinheiro acabar, a pessoa deve ir para casa. O comando usado para laços de repetição é o enquanto.

```

Vá ao shopping
└─▶ Enquanto tiver dinheiro repita
    Compre
    Pague
  Fim enquanto
Vá para casa
  
```

A estrutura básica do laço enquanto é:

```

Inicialize variável
Enquanto variável for verdadeira repita
  Incremente variável
Fim enquanto
  
```

Agora vamos transformar o algoritmo de compras no shopping em uma pseudo-linguagem. Para isso, devemos transformar os dados utilizados em variáveis. De imediato, devemos ter a variável dinheiro, que armazena a quantidade de dinheiro que a pessoa possui. Esse valor deve ser lido de algum lugar (teclado, banco de dados, etc.), pois o programa não pode “adivinhar” quanto dinheiro uma pessoa qualquer possui. Uma primeira versão muito simplificada e incompleta do algoritmo pode ser a seguinte:

```

Início
|   Ler dinheiro
|   Enquanto dinheiro > 0 repita
|   |   Compre item (equivalente a gaste dinheiro)
|   |   Pague pelo item
|   Fim enquanto
Fim.

```

Neste exemplo, as operações comprar e pagar não podem ser compreendidas por um programa de computador. A operação pagar deve alterar a quantidade de dinheiro que a pessoa possui. A operação comprar somente pode ser realizada caso a pessoa tiver dinheiro suficiente para comprar o determinado item, senão pode ficar no negativo, o que não é permitido neste problema. Agora, uma versão um pouco mais correta. Observe neste exemplo a indentação entre os blocos **se** e **enquanto**.

```

Início
|   Var: dinheiro, Valor_item
|   Escrever "va ao shopping"
|   Ler dinheiro
|   └─▶ Enquanto dinheiro > 0 repita
|   |   Ler valor_item
|   |   Se dinheiro >= valor_item então
|   |   |   Escrever "compre o item"
|   |   |   dinheiro = dinheiro - valor_item
|   |   Fim se
|   Fim enquanto
|   Escrever "va para casa"
Fim.

```

Cada vez que algo for comprado, faz-se uma diminuição do valor da variável dinheiro igual ao valor do item a ser comprado, que também deve ser lido de algum lugar. Neste programa, o comando Ler abstrai esta leitura. Este algoritmo está quase correto, pois uma característica de um algoritmo é que ele sempre deve ser finito. O que aconteceria se o valor de todos os itens de uma loja fosse maior que o dinheiro que a pessoa possui, ou se não existisse nenhum item que custasse exatamente o dinheiro que a pessoa possui? Para estes casos, que são muito comuns de ocorrer, o algoritmo não terminaria nunca. Para isso, usa-se a expressão "Entrou em Loop".

Para solucionar este problema, uma estratégia simples seria finalizar o programa após um determinado número de tentativas de compra não realizadas. Eis uma versão desta estratégia, que após **10 tentativas inválidas**, finaliza a execução. Observe que a variável contador foi inicializada com valor zero. Outra variação seria a contagem de 10 tentativas sucessivas. Faça essa modificação.

```

Início
|   Var: dinheiro, valor_item, contador
|   Ler dinheiro
|   contador = 0
|   Enquanto (dinheiro > 0 E contador < 10) repita
|   |   Ler valor_item
|   |   Se dinheiro >= valor_item então
|   |   |   Escrever "compre o item"
|   |   |   dinheiro = dinheiro - valor_item
|   |   Senão
|   |   |   contador = contador + 1
|   |   Fim se
|   Fim enquanto
Fim.

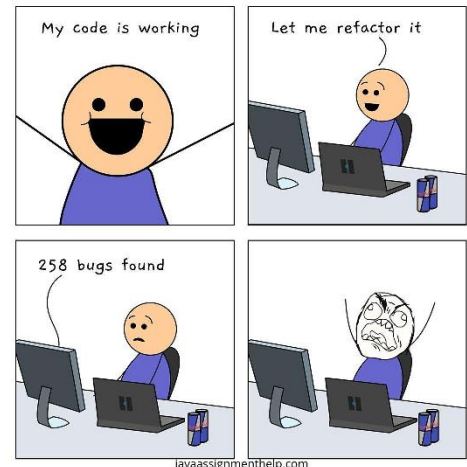
```

Neste exemplo, a variável contador é usada para armazenar o número de vezes que a compra não foi realizada. Quando chegar a 10 ou quando não tiver mais dinheiro, o programa finaliza a execução. Observe que no teste condicional do enquanto é utilizado o operador E. Analise o que aconteceria se fosse usado o operador OU. Como

exercício, altere este algoritmo para que ele somente pare após 10 tentativas inválidas consecutivas de compra de algum item, ou seja, entre as tentativas inválidas não pode haver nenhuma compra.

Um exemplo simples e prático da utilização de laços de repetição é apresentado no seguinte exemplo, que imprime os números inteiros de 0 a N, sendo N informado pelo usuário. Deve-se observar a identação dos comandos no caso de laços de repetição.

```
Inicio
  Var: N, cont, incremento, valor = 0
  N = Ler( )
  incremento = Ler()
  cont = 0
  Enquanto cont <= N repita
    Escrever( valor )
    cont = cont + 1
    valor = valor + incremento
  Fim enquanto
Fim.
```



O seguinte programa faz a soma dos N primeiros números inteiros, sendo N informado pelo usuário.

```
Inicio
  Var: N, cont, soma
  N = Ler( )
  cont = 1
  soma = 0
  Enquanto cont <= N repita
    soma = soma + cont
    cont = cont + 1
  Fim enquanto
  Escrever( soma )
Fim.
```

Pode-se também utilizar a estrutura de repetição “para” de forma similar. Deve-se utilizar este comando quando se sabe de antemão o número de interações que vão ser necessárias. **Por convenção**, neste texto, no comando **Para** a variável de controle não é incrementada automaticamente em 1. Desta forma deve-se dentro do laço fazer o incremento apropriado da variável.

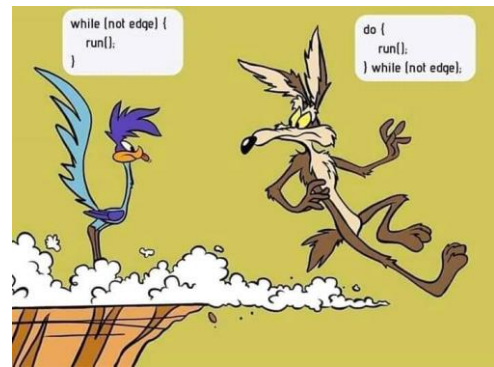
```
Inicio
  Var: N, cont, soma
  N = Ler( )
  soma = 0
  Para cont = 1 até N repita //enquanto cont <= N
    soma = soma + cont
    cont = cont + 1 → cont não é incrementado por default
  Fim para
  Escrever( soma )
Fim.
```

Outra forma para representar laços é por meio da estrutura repita-enquanto. Esta deve ser usada quando deve-se processar o laço antes de realizar qualquer teste, como mostrado no seguinte exemplo.

```

Início
  Var: senha, entrada
  senha = 12345
  Repita
    escrever( "digite a senha")
    ler (entrada)
  Enquanto (entrada != senha)
    Escrever( "acesso autorizado" )
Fim.

```



Pode-se também utilizar operadores lógicos dentro de testes condicionais. O seguinte exemplo ilustra um programa para tentar descobrir com 5 tentativas um valor predefinido. O símbolo # é usado para indicar comentários.

```

Início
  Var: valor, tentativa, Max_tentativas, Num_tentativas
  Max_tentativas = 5
  Num_tentativas = 0
  valor = 20  #valor que o usuário deveria tentar descobrir
  Ler tentativa
  Enquanto tentativa != valor E Num_tentativas < Max_tentativas repita
    Ler tentativa
    Num_tentativas = Num_tentativas + 1
  Fim enquanto
  Se tentativa == valor então
    Escrever ("você acertou o numero")
  Senão
    Escrever ("você não acertou o numero")
  Fim se
Fim.

```

Programas mais elaborados podem requerer laços de repetição aninhados, ou seja, um laço de repetição dentro de outro laço de repetição, como mostrado no seguinte exemplo (versão com **para** e versão idêntica com laço **enquanto**):

<pre> Início Var: a, b, N = 4 Para a = 1 até N repita Para b = a até N repita Escrever(b) b = b + 1 Fim para a = a + 1 Fim para Fim. </pre>	<pre> Início Var: a, b, N = 4 a = 1 enquanto a <= N repita b = a enquanto b <= N repita Escrever(b) b = b + 1 Fim para a = a + 1 Fim para Fim. </pre>
---	---

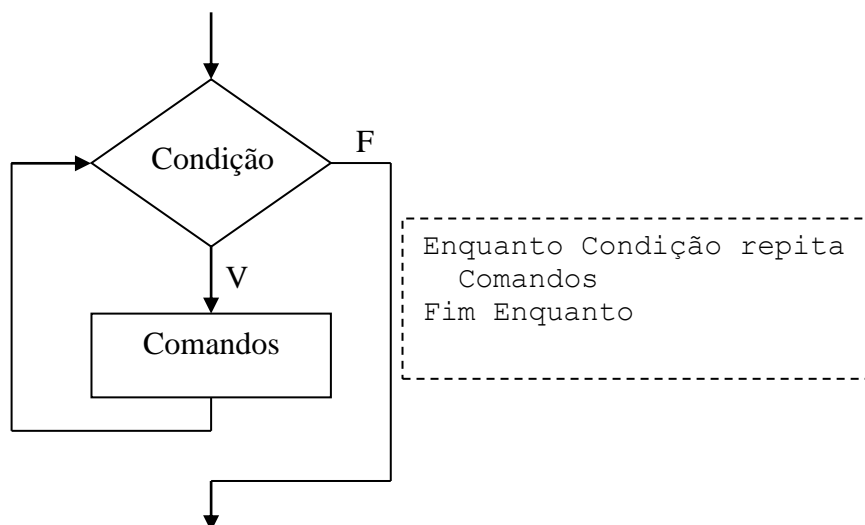
Para N = 4, esse programa imprime a sequência 1 2 3 4 2 3 4 3 4 4.

Deve-se observar com atenção a variação dos valores das variáveis **a** e **b** com o uso do comando **para**.

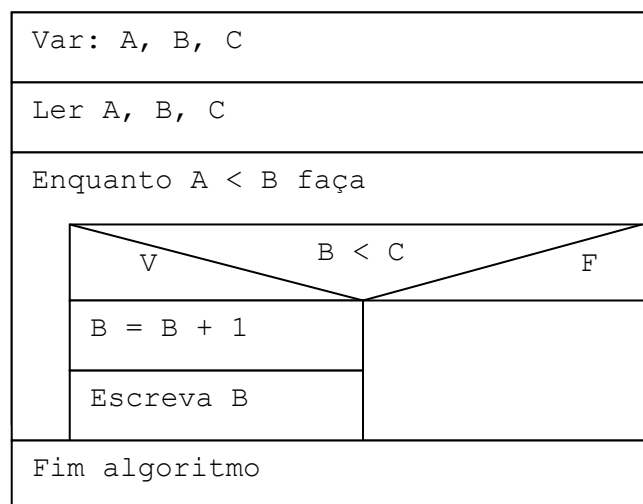
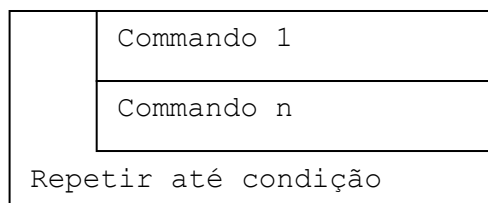
- A variável **a** é inicializada uma única vez, quando o laço mais externo é executado.
- A variável **b** é inicializada toda vez que o laço externo executa, mas não quando o laço interno executa.

6.1 Outras notações gráficas para representação

Na representação de fluxograma, setas indicam em qual direção a execução deve seguir. O caminho a ser seguido é definido por desvios condicionais. Nos seguintes exemplos são apresentadas formas de representação de laços de repetição.



Outra forma de representação é por meio de Diagramas de Nassi-Shneiderman. Esse diagrama permite uma visão estruturada e hierárquica do programa. Faz uso de um único retângulo, que pode ser subdividido em retângulos menores. Permite a representação de comandos, seleção e laços de repetição.



O seguinte exemplo apresenta uma forma detalhada de representar um laço de repetição utilizando-se fluxogramas.

Início

Var: cont, soma, N = 10

soma = 0

Para cont = 1 até N repita

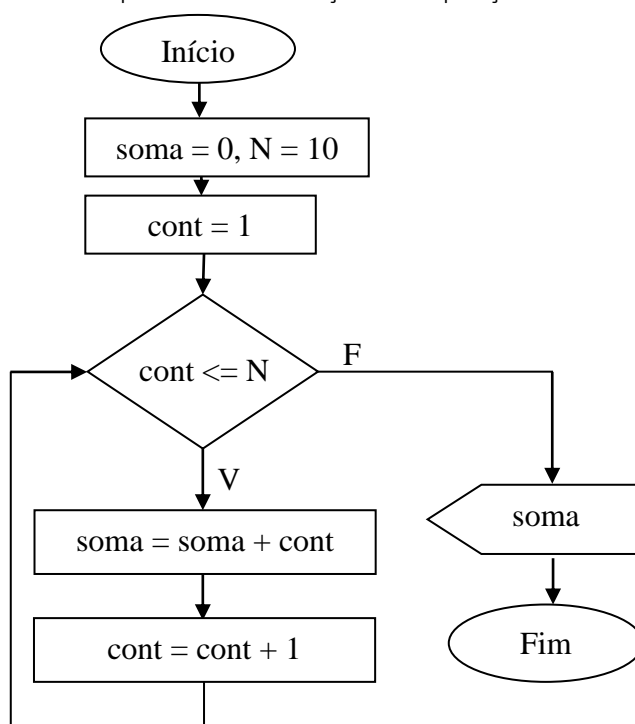
soma = soma + cont

cont = cont + 1

Fim enquanto

Escrever(soma)

Fim.



Exercícios:

1. Explique quanto se deve usar um for e quando um while. Dê exemplos teóricos de cada.
2. Imprimir os números inteiros de 1 a 1000 usando enquanto e para.
3. Imprimir os números inteiros de 1 até um número fornecido pelo usuário.
4. Imprimir os números pares inteiros de 1 a N.
5. Imprimir a sequência 1, 100, 2, 99, 3, 98, 50, 51. Faça uma versão para N sendo ímpar.
6. Imprimir a sequência 1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1 (com 1 e com 2 laços de repetição).
7. Imprimir os números inteiros entre dois valores fornecidos pelo usuário. A sequência pode ser crescente ou decrescente, dependendo dos valores fornecidos.
8. Dados 4 dígitos numéricos fornecidos pelo usuário, gerar um único número decimal. Ex: (2,3,2,0) = 2320
9. Imprimir os primeiros N elementos da sequência de Fibonacci. 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13,
10. Imprimir a sequência: 1 1 2 2 1 3 3 2 1 4 4 3 2 1 5 5 4 3 2 1 6 ...

Tratamento de entrada do usuário:

11. Ler dois números A e B, sendo $A > 10$ e $B < 100$.
12. Ler uma senha numérica até que o usuário acerte a senha. Após imprimir mensagem de acesso autorizado.
13. Fazer uma entrada de dados que só aceita valores superiores aos que já foram fornecidos
14. Ler valores A e B até que $A < B$.
15. Escrever a sequência de números inteiros decrescentes entre M e N. Os limites devem ser fornecidos pelo usuário e devem satisfazer a condição.

Cálculos:

1. Calcular a soma dos N menores números inteiros positivos.
2. Calcular a potência N^M usando laços de repetição.
3. Calcular o fatorial de um número.
4. Informar se um número é primo.
5. Dividir um número real N por outro real K até que N seja maior que M.
6. Calcular a somatória $1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16$ para N termos, sendo N grande.
7. Calcular a somatória $1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5$ para N termos, sendo N grande.
8. Sendo $A=12345$ e $B=12$, e assumindo 3 e 7 os respectivos incrementos de A e B. Faça um algoritmo para encontrar os valores de A e B quando a diferença entre eles é mínima.
9. Dadas três notas (prova, trabalho, teste), gerar a nota final considerando que cada uma das notas tem peso P_N associado, sendo $P_1 + P_2 + P_3 = 1$.
10. Calcular o valor anual e total de um financiamento bancário de 20 anos, onde o valor da prestação inicial é 700,00, e com reajuste da prestação em 0.85% ao mês.

Exercício Resolvido: programa para imprimir a sequência 1, 10, 2, 9, 3, 8, 4, 7, 5, 6. As seguintes soluções tratam o caso de N ser par, em versões Novato, Expert e Guru.

Novato	Expert	Guru
<pre> Início Var: N = 10, cont Para cont = 1 ate N/2 repita Escreva(cont) Escreva(N - cont + 1) cont = cont + 1 Fim para Fim.</pre>	<pre> void main() { int N = 10; int resp = N + 1; int i; for(i = N; i >= 1; i--) { resp = resp + pow(-1, !(i & 1)) * i; printf("%d\n", resp); } }</pre>	<pre> Início Var: N = 10, a=1, b=N Enquanto a < b repita Escreva(a) Escreva(b) a++ b-- Fim enquanto Fim.</pre>



7. Funções

Para melhor estruturar o algoritmo e facilitar reutilização de código, uma boa prática é o uso de subalgoritmos (procedimentos ou funções). Uma função nada mais é que outro algoritmo que é chamado por um algoritmo para desempenhar uma tarefa específica.

Para funções que requerem um maior número de linhas de código a vantagem é mais visível ainda. Além da redução de código, outra característica é mais vantajosa ainda. Considere o caso de um trecho de código extenso, complexo e redefinido várias vezes em um mesmo programa. Se for detectado algum erro nesse código, deve-se fazer a atualização em todas as ocorrências do código, o que toma um tempo enorme e pode ser susceptível a erros ou esquecimentos, acarretando em erros que são extremamente difíceis de serem encontrados.

No seguinte exemplo, define-se a função média, que retorna a média de dois números. Esta função é chamada pela função principal(), que é obrigatória em qualquer programa. Para chamar uma função, deve-se escrever o seu nome. Funções podem receber parâmetros ou não. No seguinte exemplo, a função media() recebe como argumento dois valores que devem ser somados e divididos por dois. O comando retorne é usado para indicar que a função finalizou.

Existem dois tipos de funções: as que retornam e as que não retornam valores. No seguinte exemplo, a função está retornando o valor da variável M. Este valor é então atribuído as variáveis C e D, presentes na função principal, um para cada chamada da função media().

Função Media(n1, n2)

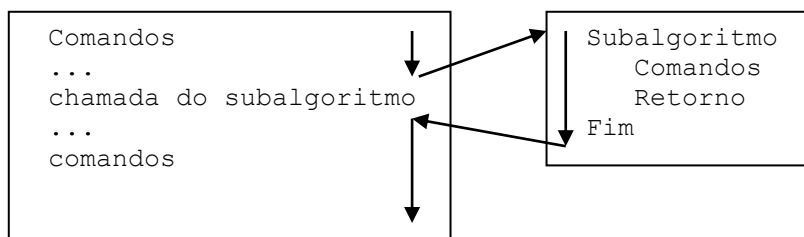
```
Var: M
M = (n1+n2)/2
Retorne M
```

Fim Função

Início

```
Var: A, B
Ler A, B
C = Media(A, B)
D = Media(30, 11)
Escrever (C, D)
```

Fim.



O comando Retorne é usado para parar a função. Nenhum comando localizado após o Retorne é executado, como no seguinte exemplo. Caso esse comando não seja executado, ao final da função sempre existe um retorno implícito, mesmo que o usuário não o coloque.

<pre>Função f1(valor) Se valor < 10 então Retorne Senão Imprime (valor*valor) Fim se Fim Função</pre>	<pre>Função f1(valor) Se valor < 10 então Retorne Senão Imprime (valor*valor) Fim se Retorne → comando implicito Fim Função</pre>
--	--

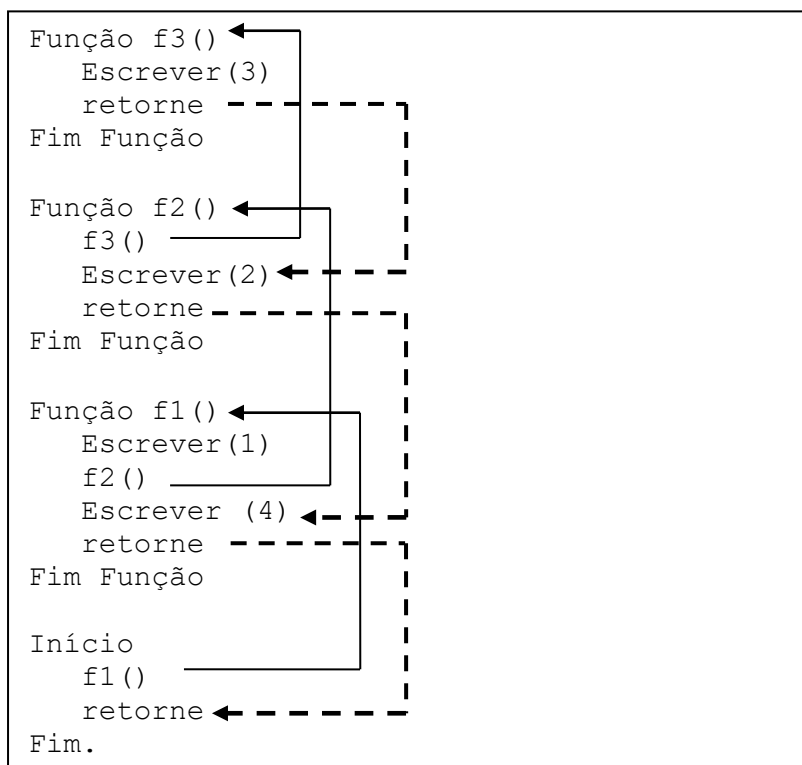
Existem dois tipos de funções: as que retornam valores e as que não retornam. No exemplo anterior, o comando Retorne é usado simplesmente para finalizar a função. No seguinte exemplo, a função deve obrigatoriamente retornar algum valor.

```

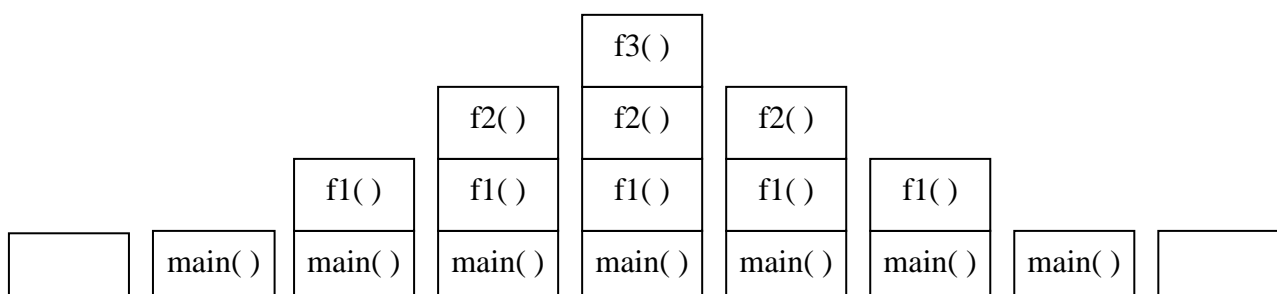
Função f2(valor)
  Se valor < 10 então
    Retorne valor
  Senão se valor < 20 então
    Retorne (valor*valor)
  Fim se
  Retorne 1
Fim Função

```

Uma função pode chamar outra função sem limite de chamadas, como no seguinte exemplo. Neste exemplo será impresso o resultado 1324, pois a função principal chama a função `f1()`, que imprime 1. Após, a função `f1()` chama a função `f2()`, que chama a função `f3()`. A função `f3()` imprime 3 e retorna para a função que a chamou, neste caso a função `f2()`. Após a chamada da função `f3()`, a função `f2()` imprime o valor 2 e retorna para a função `f1()`, que escreve o valor 4 e retorna para a função principal. Neste exemplo, as funções não tem valor de retorno. Quando todos os comandos de uma função são executados, a função retorna para o ponto onde foi chamada, mesmo que não exista um comando explícito `retorne`. Neste exemplo, por questões didáticas, foi adicionado o comando `retorne` ao final de cada função.



Chamadas de funções estão associadas a uma pilha (gerenciada pelo sistema operacional), que guarda as funções que foram chamadas para poder restaurar a configuração anterior quando a função retornar. Uma pilha tem a seguinte propriedade: somente pode ser removido o elemento que está no topo e todo novo elemento deve ser adicionado ao topo (LIFO – Last in, First out). Além de referências para as funções chamadas, também são armazenadas todas as variáveis locais às funções chamadas. Para o exemplo anterior, tem-se a seguinte evolução da pilha durante a execução do programa. A pilha inicia e finaliza na configuração vazia.



Quando o “computador” inicia, a pilha está vazia. Quando o programa começa a executar, é carregada na pilha a função principal (`main()`). Quando a função `f1()` é chamada, esta é empilhada na pilha, e assim sucessivamente. Quando uma função finaliza, esta é removida da pilha e toma-se a função logo abaixo como sendo a função em atual execução, com suas variáveis locais restauradas com o valor antes da chamada da função. Quando a pilha esvaziar, significa que o programa finalizou a execução.

As variáveis presentes nas funções são consideradas locais. Isso significa que duas funções podem ter variáveis com os mesmos nomes, porém serão consideradas variáveis distintas. Somente podem ser acessadas variáveis da função que estiver em execução.

Sabemos que uma função retorna para a função que a chamou, porém uma questão que deve ser bem observada é saber qual vai ser a próxima instrução executada após o seu retorno. No seguinte exemplo, é executado o próximo comando após a chamada, ou seja, o comando `escrever("fim")`.

Início <code>f()</code> <code>escrever("fim")</code> Fim.	Função <code>f()</code> <code>Escrever("função f")</code> Fim Função
--	--

No próximo exemplo, pelo fato da função retornar um valor, o próximo comando a ser executado será a atribuição do valor retornado a uma variável, neste caso o comando `a = 30`.

Início <code>Var: a</code> <code>a = f()</code> <code>escrever(a)</code> Fim.	Função <code>f()</code> <code>Retorne 30</code> Fim Função
---	--

Caso o retorno de uma função não for tratado, ele é ignorado. No seguinte exemplo, será impresso o valor 4, pois o retorno da função não foi atribuído a variável `x` local a função principal.

Início <code>Var: x</code> <code>x = 4</code> <code>duplica(x)</code> <code>escrever(x)</code> Fim.	Função <code>duplica(x)</code> <code>Retornar (x * 2)</code> Fim Função
--	---

No seguinte código, será impresso o valor 8, pois o retorno da função foi atribuído à variável `x`.

```

Início
    Var: x
    x = 4
    x = duplica(x)
    escrever(x)
Fim.

```

Funções podem ou não receber argumentos. Quando uma função não recebe argumentos, na declaração e na chamada basta apenas declarar a função.

Início <code>f()</code> Fim.	Função <code>f()</code> <code>Escrever ("função f")</code> Fim Função
------------------------------------	---

Quando uma função recebe argumentos, deve-se declarar uma variável para cada argumento passado. Cada variável declarada para receber argumento é considerada local a função. No seguinte exemplo, a função `f()`

recebe 3 argumentos. Na chamada da função deve-se passar também 3 argumentos. O primeiro argumento passado é associado à primeira variável declarada na função, o segundo associado a segunda e assim por diante. Para o exemplo, o valor de x é atribuído à variável a.

Início Var: x = 1, y = 2, z = 3 f(x, y, z) Fim.	Função f(a, b, c) Escrever (a, b, c) Fim Função
--	---

Não se pode acessar variáveis definidas dentro de uma função em outra função. Considerando-se o exemplo anterior, seria um erro usar, por exemplo, a variável a dentro da função principal como usar x dentro da função f().

Início Var: x = 1, y = 2, z = 3 a = 100 → <u>erro: a não definido</u> f(x, y, z) Fim.	Função f(a, b, c) Escrever (a, b, c) y = a + b → <u>erro: y não definido</u> Fim Função
---	--

Pode-se ter exemplos mais complexos com o uso de funções. A função soma() está sendo chamada 3 vezes. A primeira chamada é a soma(1,2). O retorno é usado como parâmetro para a chamada soma(3,3) e posteriormente a chamada para soma(6,4). O resultado desta última chamada é usado como argumento para a função escrever(10). A execução ocorre desta forma, pois uma função somente pode ser chamada quando se conhece seus argumentos.

Início escrever(soma(soma(soma(1,2), 3), 4)) Fim.	Função soma(a, b) Retorne (a + b) Fim Função
---	--

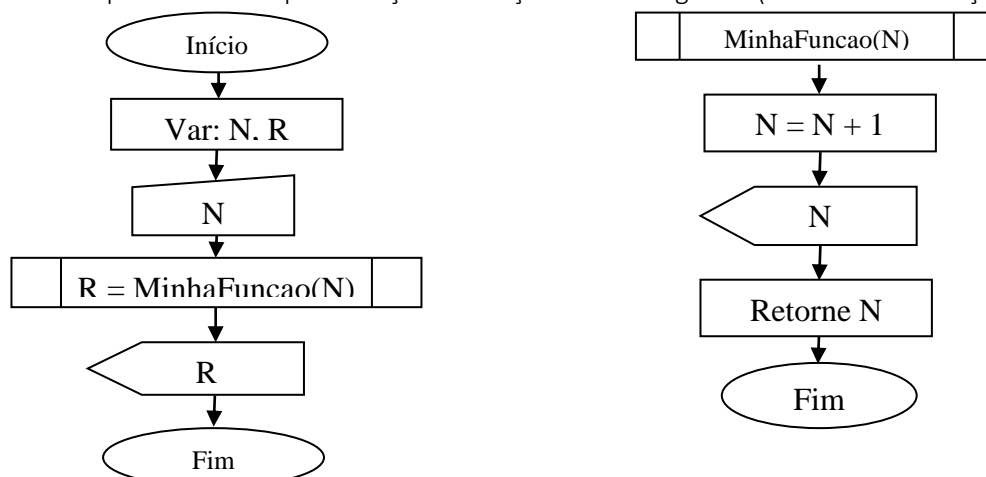
Passo a passo, esta chamada se resume a:

```
escrever( soma( soma( soma(1,2), 3), 4) )
escrever( soma( soma(3, 3), 4) )
escrever( soma(6, 4) )
escrever( 10 )
```

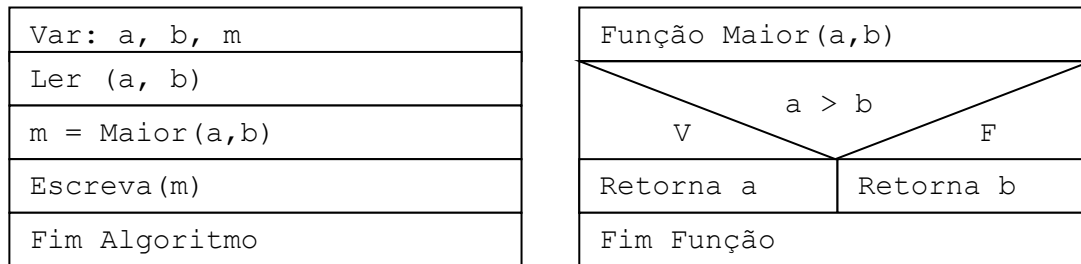
Este algoritmo pode também ser reescrito das seguintes formas. Qual delas é a melhor?

Início Var: a, b, c a = soma(1,2) b = soma(a,3) c = soma(b,4) escrever(c) Fim.	Início Var: a, b, c a = soma(1,2) b = soma(3,4) c = soma(a,b) escrever(c) Fim.
--	--

No seguinte exemplo tem-se a representação de funções em fluxograma (chamada e definição da função).



No seguinte exemplo tem-se a utilização de diagramas para representação de funções.



Exercício em Aula: Implemente uma função para ler dois inteiros i e f, sendo $i < f$, e uma indicação de impressão dos números impares ou pares. A função deve chamar a função `imprime()` que escreve na tela apenas os números pares ou impares da sequência, conforme escolha do usuário. A determinação se os números são pares ou impares deve estar dentro de outra função.

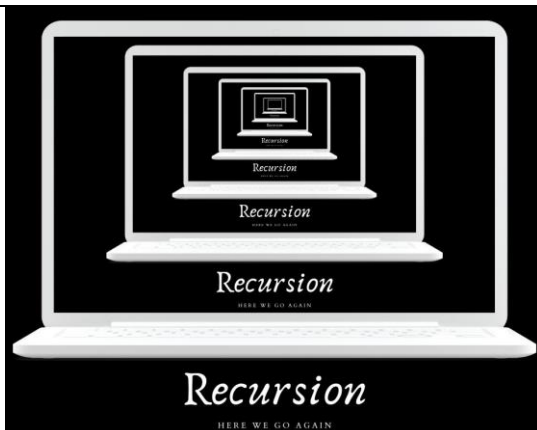
7.1 Funções Recursivas

Uma função é dita **recursiva** quando ela a chama de forma direta ou indireta. Soluções que fazem uso de laços de repetição podem ser implementadas de forma recursiva, como no seguinte exemplo, que imprime os números inteiros de 1 a 10.

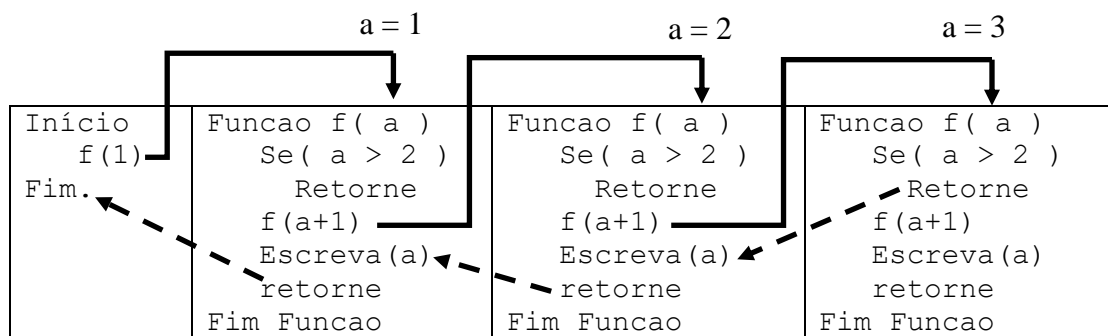
Início <code>imprimeRec(1)</code> Fim.	Função <code>imprimeRec(valor)</code> Se(<code>valor > 10</code>) entao Retorne Fim se <code>escrever (valor)</code> <code>imprimeRec(valor + 1)</code> Fim Função
--	--

Para imprimir os números em ordem decrescente, basta mudar a posição do comando escrever.

Início <code>imprimeRec(1)</code> Fim.	Função <code>imprimeRec(valor)</code> Se(<code>valor > 10</code>) entao Retorne Fim se <code>imprimeRec(valor + 1)</code> <code>escrever (valor)</code> Fim Função
--	--



O seguinte diagrama ilustra o funcionamento de uma função recursiva que imprime os números inteiros decrescentes de 2 a 1. As linhas sólidas representam chamadas e as linhas pontilhadas o retorno. Por questões didáticas, é feita uma cópia da função cada vez que ela é chamada. Como exercício, faça diagramas de execução semelhantes para os demais exemplos apresentados nesta seção. Sempre que uma função retorna, a execução volta para o próximo comando após a chamada da função. Para o exemplo, após a chamada recursiva da função, o próximo comando é `Escreva (a)`.



Toda função recursiva deve ter um **teste de parada**. No exemplo anterior o teste (`valor > 10`) faz com que a função retorne quando o argumento passado ultrapassar 10. Observe que a cada chamada o valor do argumento é aumentado em 1. A função retorna para o local onde foi feita a última chamada, que pode ser a própria função.

Pode-se também elaborar algoritmos complexos com o uso de funções recursivas, como no seguinte exemplo. Faça uma depuração e diga qual será a resposta impressa por este algoritmo.

<pre> Início imprime(1) Fim. </pre>	<pre> Função imprime(valor) Se valor = 5 então Retorne Fim se Escrever(valor) imprime(valor + 1) imprime(valor + 1) Fim Função </pre>
---	---

Como qualquer outra função, pode-se passar um número qualquer de argumentos para uma função, como no seguinte exemplo que imprime os números inteiros de 1 a N, sendo N lido.

<pre> Início Var: N Ler N rec(1, N) Fim. </pre>	<pre> Função rec(valor, limite) Se valor > limite então Retorne Fim se Escrever(valor) imprime(valor + 1, limite) Fim Função </pre>
---	--

Os casos mais complexos de recursão ocorrem quando a função deve retornar valores. No seguinte exemplo, calcula-se a soma dos números de 1 a 10 de forma recursiva. Deve-se sempre armazenar o valor retornado pela chamada recursiva. Neste exemplo, a variável `res` contém os seguintes valores em ordem cronológica: 10, 10+9, 10+9+8, etc. De forma semelhante, pode-se implementar uma função para calcular o fatorial de um número. Observe que com o uso de funções recursivas pode-se evitar o uso de laços de repetição. Porém, geralmente a solução que faz uso de laços é mais eficiente que a solução recursiva, visto que não necessita alterações na pilha do sistema. Funções recursivas são geralmente utilizadas em algoritmos para manipulação de árvores, como será visto na disciplina de Estruturas de Dados.

Versão recursiva	Não recursiva
<pre> Função Soma(valor) Var: res = 0 Se valor = 10 então Retorne 10 Fim se res = res + Soma(valor + 1) Retorne res Fim Função </pre>	<pre> Função Soma(valor) Var: res, cont res = 0 Para cont = 1 até 10 repita res = res + cont cont = cont + 1 Fim Para Retorne res Fim Função </pre>


```

Início
  Escrever( Soma(1) )
Fim.

```

Funções recursivas que retornam valores devem retornar alguma coisa em todos os casos. O seguinte exemplo hipotético ilustra um erro (destacado em negrito).

```

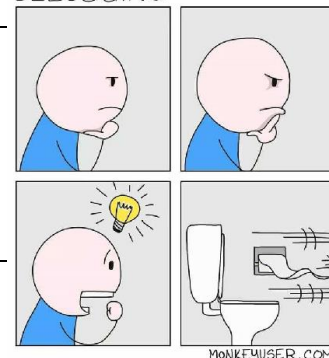
Função F(valor)
  Se (valor == 10 ) entao
    Retorna 10
  Fim se
  Se (valor > 0 ) entao
    Retorna F( valor + 1 )
  Fim se
  Retorna
Fim Função

```

Pode-se também fazer uma solução que incrementa a media que a recursão é chamada. Assim que a recursão parar, o resultado é impresso. Observe que essa função não tem retorno.

<pre> Início Soma(1, 2)) Fim. </pre>	<pre> Função Soma(valor, cont) Var: resp = valor + cont Se cont = 10 então Imprime(resp) Fim se Soma(resp, cont + 1) Fim Função </pre>
---	---

DEBUGGING



Exercícios sobre funções recursivas (em ordem crescente de complexidade)

1. Imprimir os números inteiros de 1 a 20
2. Imprimir os números pares de 2 a 10
3. Imprimir os números pares de 10 a 2
4. Imprimir a sequência 1, 2, 3, 4, 5, 6, 5, 4, 3, 2, 1
5. Imprimir a sequência 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 8, 6, 4, 2
6. Função para calcular a somatória de N termos. $S = 1 + 2 + 3 + \dots + N$
 - a. Com dois argumentos na função
 - b. Com 1 argumento na função
7. Função para o cálculo do fatorial de um número, em várias versões:
 - a. $F = 5*4*3*2*1$ (multiplicação após retorno da função)
 - b. $F = 1*2*3*4*5$
 - c. A impressão (ou retorno) do valor deve ocorrer no momento da parada da recursão.
8. Função fatorial modificada para N termos: $F=1*2*3*4*5*5$ (o último número repete)
9. Função para calcular:
 - a. $S = 5*1 + 4*2 + 3*3$ (para N ímpar)
 - b. $S = 6*1 + 5*2 + 4*3$ (para N par)
 - c. Solução para qualquer valor de N
10. Função $F = 1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 8 + 6 + 4 + 2$ (somados nesta ordem)
11. Função $F = (1*2*3*4*5*6*7*8*...*N) - N - (N-2) - \dots - 6 - 4 - 2$
12. Função fatorial modificada para N termos. Não podem ser criadas funções auxiliares. Elabore soluções com 1 e 2 chamadas recursivas. Neste exemplo $N=5$.
 - a. $F = 1 * 2*2 * 3*3*3 * 4*4*4*4 * 5*5*5*5*5$.
 - b. $F = 5*5*5*5*5 * 4*4*4*4 * 3*3*3 * 2*2 * 1$.

8 – Referências Bibliográficas

- [1] Celes, W., Cerqueira, R., Rangel, J. Introdução a Estruturas de Dados. Ed. Campus, 2004.
- [2] Mokarzel, F., Soma, N. Introdução a Ciência da Computação. Editora Campus. 2008, 429p.
- [3] Guimarães, A. M., Lages, N. A. C. Algoritmos e estrutura de dados. Livros Técnicos e científicos. RJ. 216p. 1985.
- [4] Veloso, P., et al. Estruturas de Dados. Editora Campus, 1983, 228p.

