

14. 직선과 평면의 위치관계

2024 2학기 기하

이한희

오른쪽 그림과 같이 유리판의 받침대로 막대 또는 판자를 사용하여 탁자를 만들려고 한다. 다음 대화를 읽고 두 학생이 각각 필요한 막대 또는 판자의 최소 개수를 말하시오. 막대: 3, 판자: 2

(단, 막대와 판자의 두께는 무시한다.)



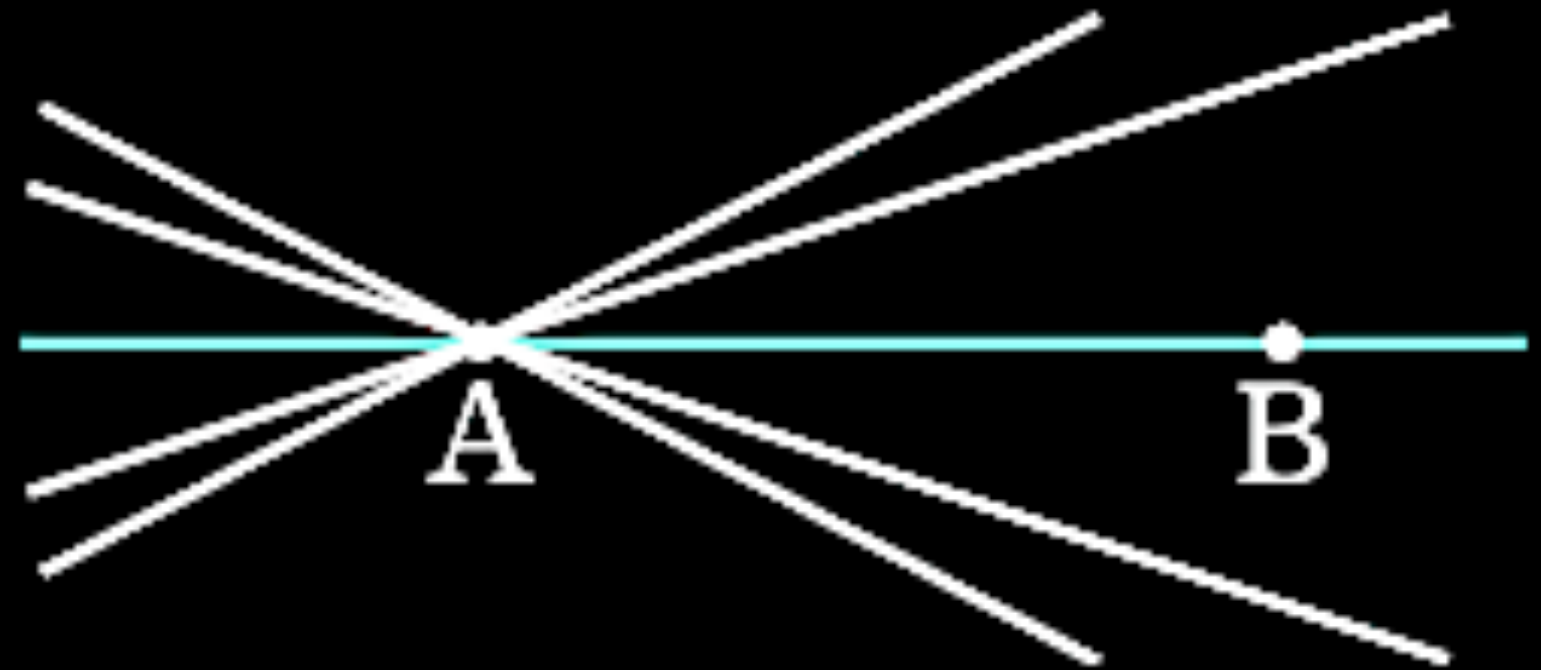
나는 막대만을
사용할 거야.

그럼 나는 판자만을
사용해서 만들어 볼까?



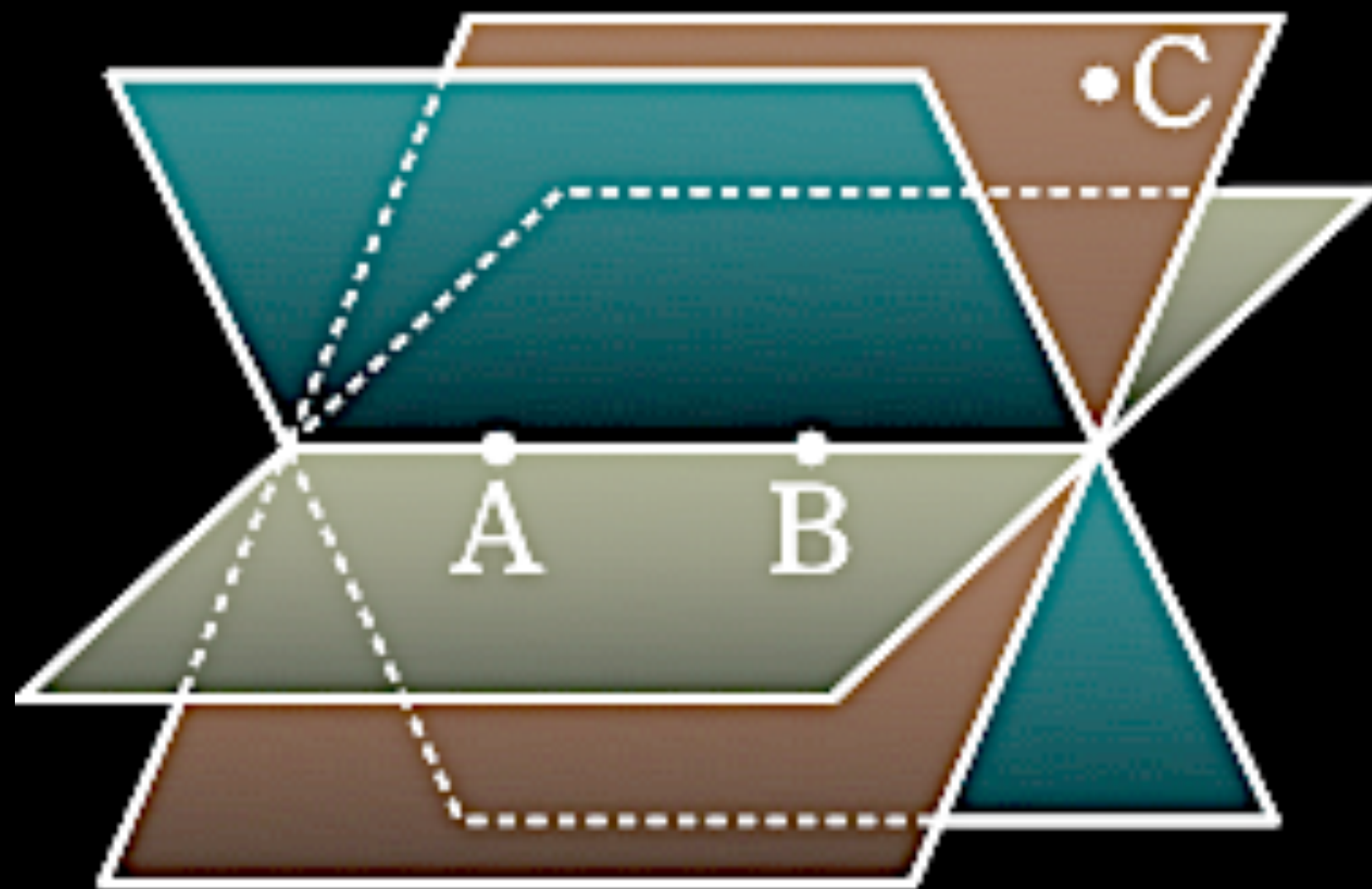
공간에서 한 점 A 를 지나는 직선은 무수히 많지만

서로 다른 두 점 A, B 를 지나는 직선은 하나뿐이다.

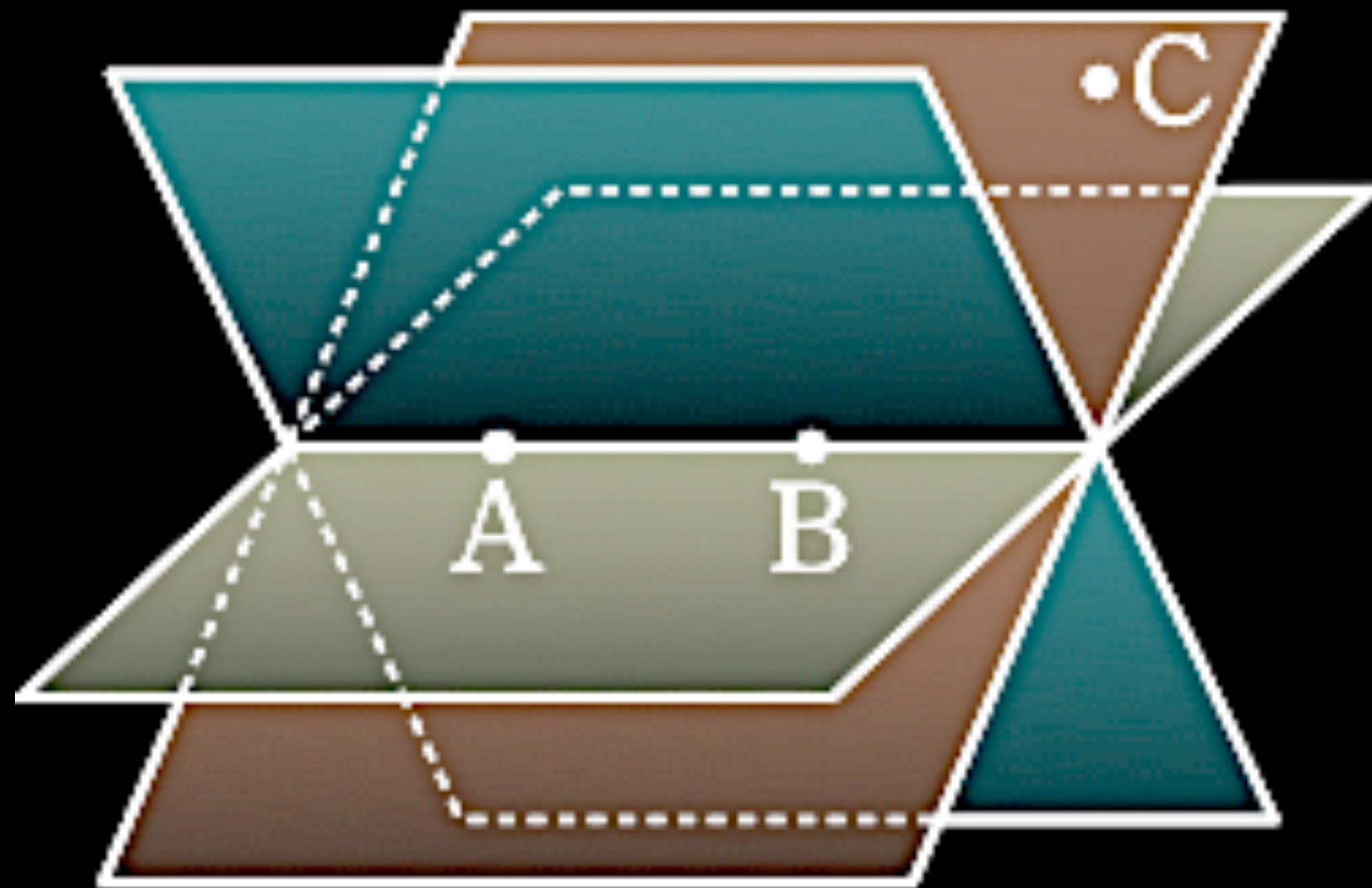


공간에서 서로 다른 두 점 A, B 를
지나는 평면은 무수히 많지만,
한 직선 위에 있지 않은 세 점
 A, B, C 를 지나는 평면은 하나뿐
이다.

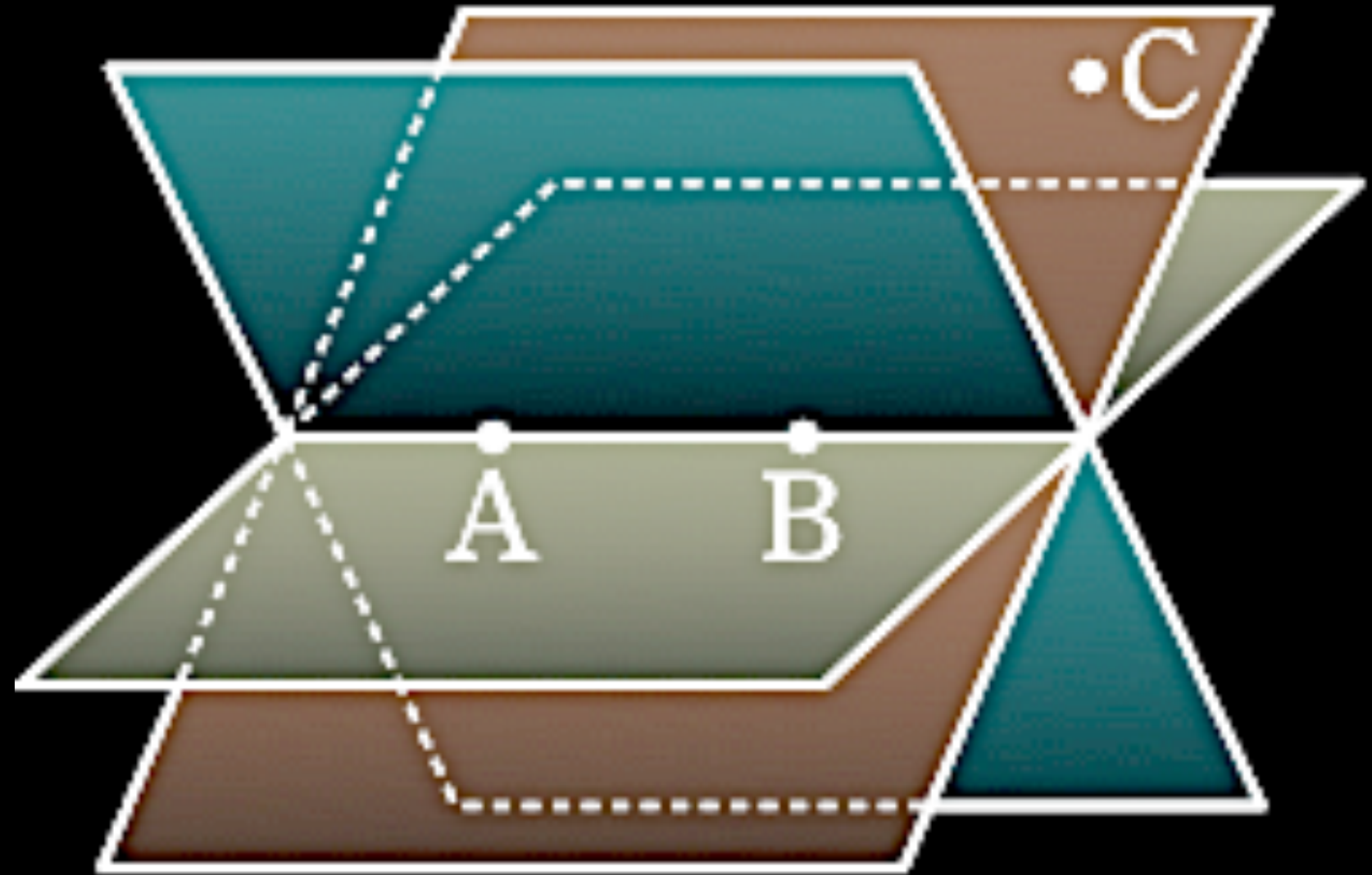
\therefore 한 직선 위에 있지 않은 서로 다
른 세 점은 단 하나의 평면을 결정
한다.



이때 두 점 A, B 는 한 직선을 결정하므로, 직선 AB 와 직선 AB 위에 있지 않은 한 점 C 는 한 평면을 결정한다.



또 공간에서 두 직선이 한 점에서 만나거나, 평행한 경우에도 이 두 직선은 한 평면을 결정한다.



평면의 결정조건

평면의 결정조건

① 한 직선 위에 있지 않은 세 점



② 한 직선과 그 위에 있지 않은 한 점



③ 한 점에서 만나는 두 직선

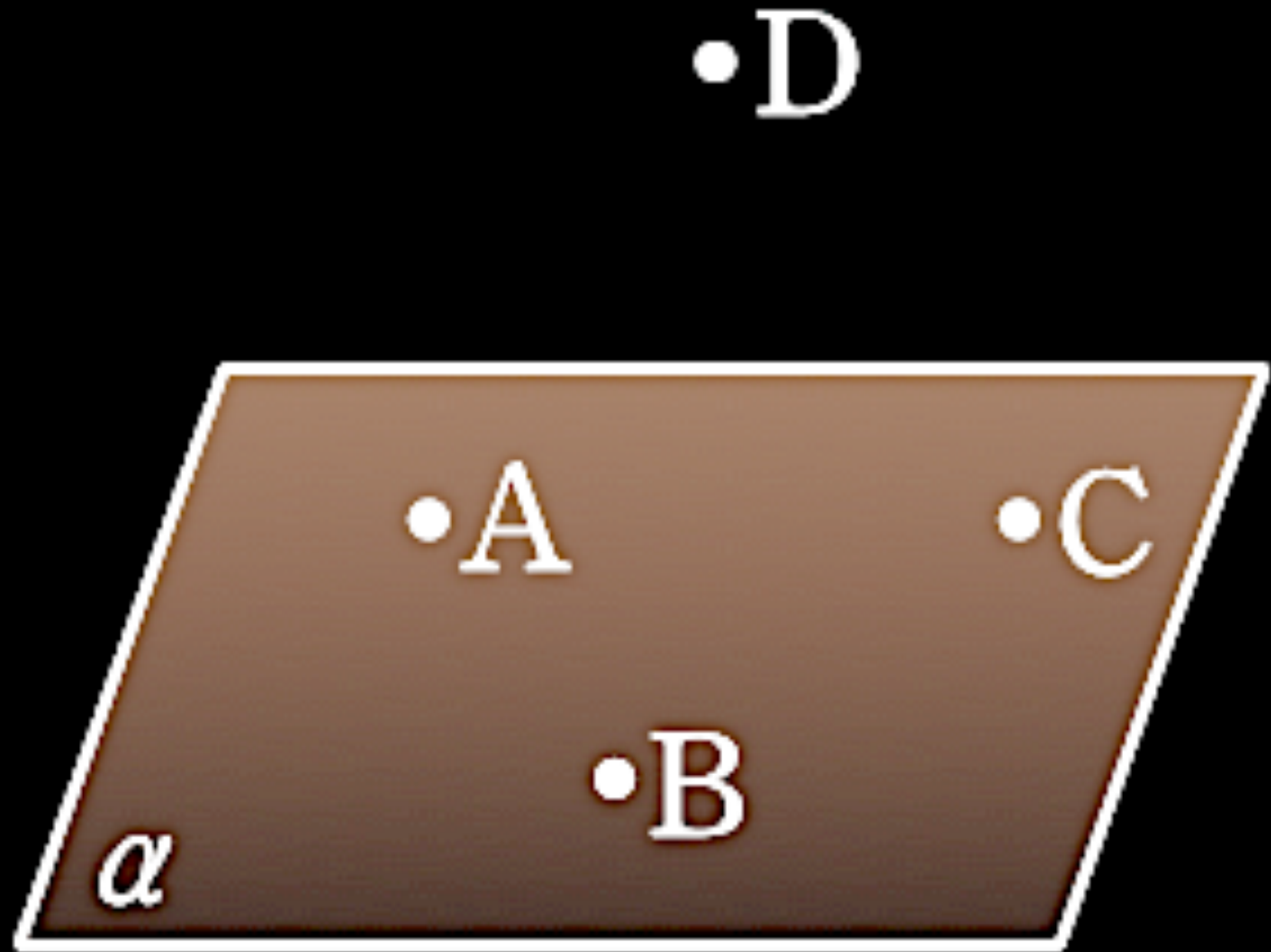


④ 평행한 두 직선



문제1

오른쪽 그림과 같이 평면 α 위의 점 A, B, C 와 평면 α 위에 있지 않은 점 D 가 있을 때, 네 점 A, B, C, D 중 세 점으로 만들 수 있는 평면의 개수를 구하시오.
(단, 세 점 A, B, C 는 한 직선 위에 있지 않다.) 4개

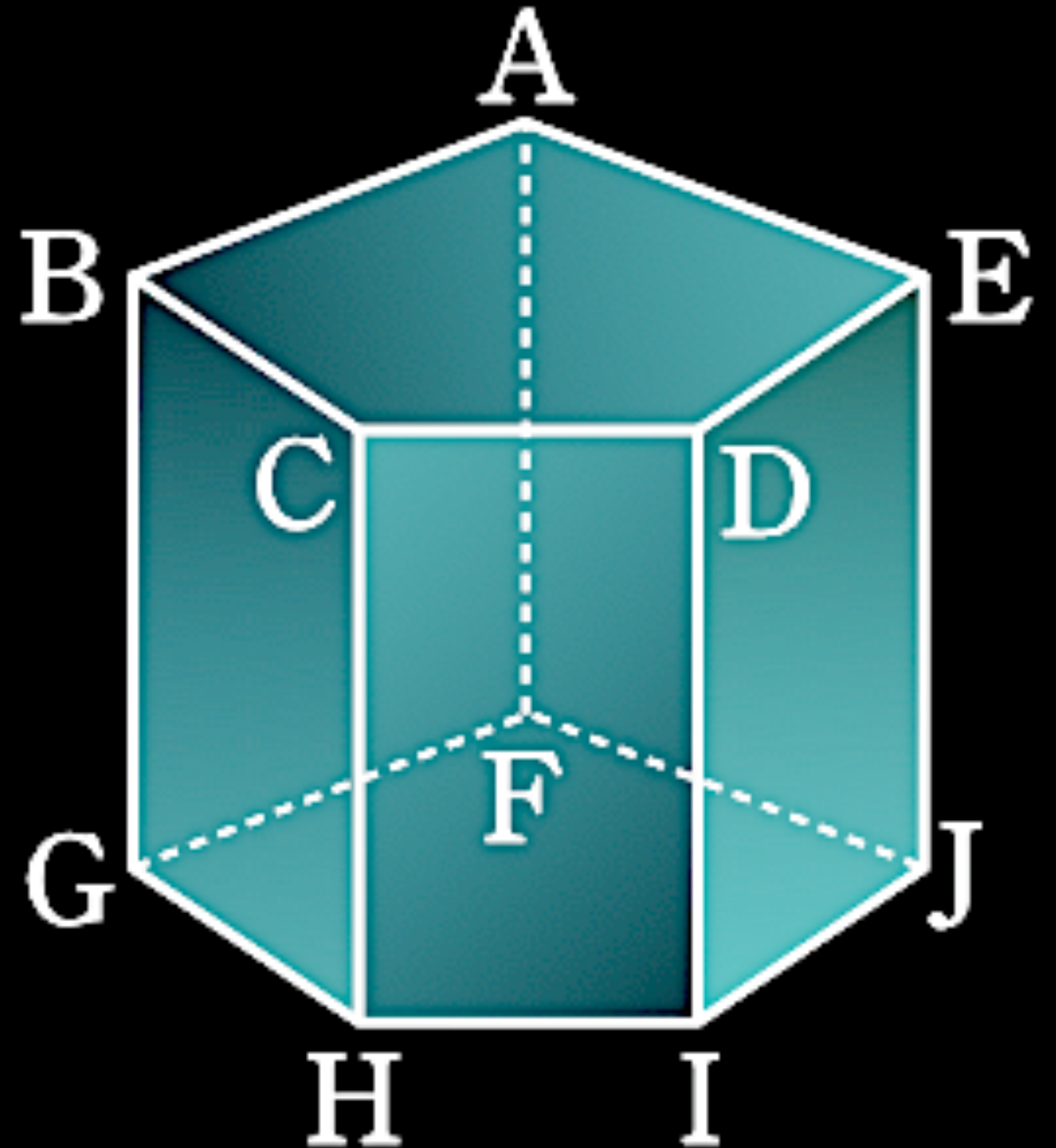


문제2

오른쪽 그림의 오각기둥의 꼭짓점 또는 모서리를 이용하여 다음과 같이 평면이 결정되는 경우를 두 가지 이상 찾으시오.



꼭짓점 A, 모서리 CH로 평면이 결정되네!



오른쪽 그림의 세 직선 l , m , n 에 대하여 다음 세 학생 중 한 평면 위에 있지 않은 두 직선을 고른 학생을 있는 대로 말하시오. 재연, 윤아

재연



l 과 m

민준



m 과 n

윤아



l 과 n



서로 다른 두 직선의 위치 관계

서로 다른 두 직선의 위치 관계

① 한 점에서 만난다.



② 평행하다.



한 평면 위에 있다.

③ 꼬인 위치에 있다.

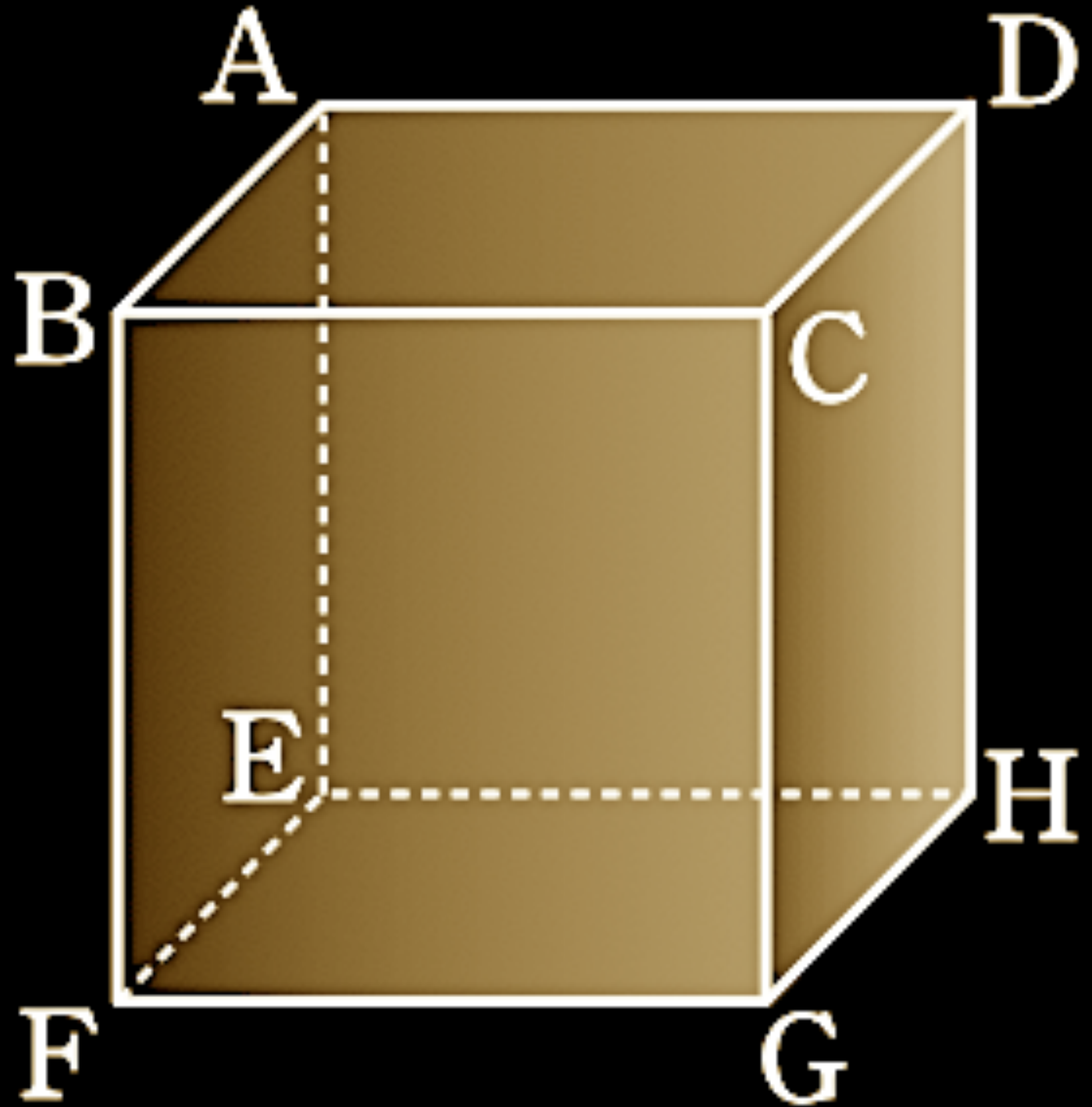


한 평면 위에 있지 않다.

문제3

오른쪽 그림의 직육면체에서 다음을 구하시오. (단, 직육면체의 각 모서리를 포함하는 직선만을 생각한다.)

- (1) 직선 AE 와 만나는 직선
- (2) 직선 CD 와 평행한 직선
- (3) 직선 BF 와 꼬인 위치에 있는 직선



공간에서 두 직선이 이루는 각에 대하여 알아보자.

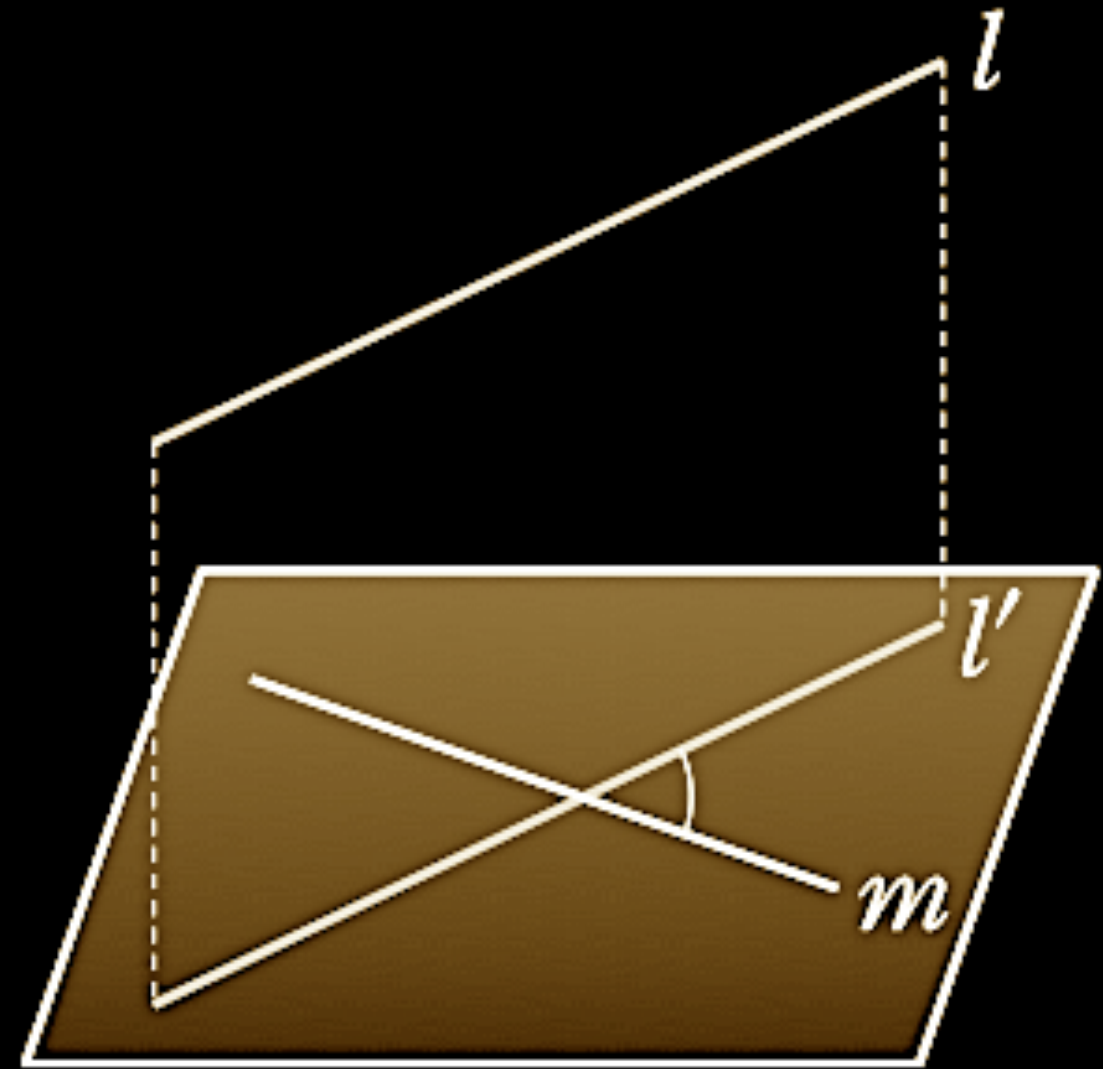
한 점에서 만나는 경우, 그
평면 위에서 두 직선이 이
루는 각을 구할 수 있다.



공간에서 두 직선이 이루는 각에 대하여 알아보자.

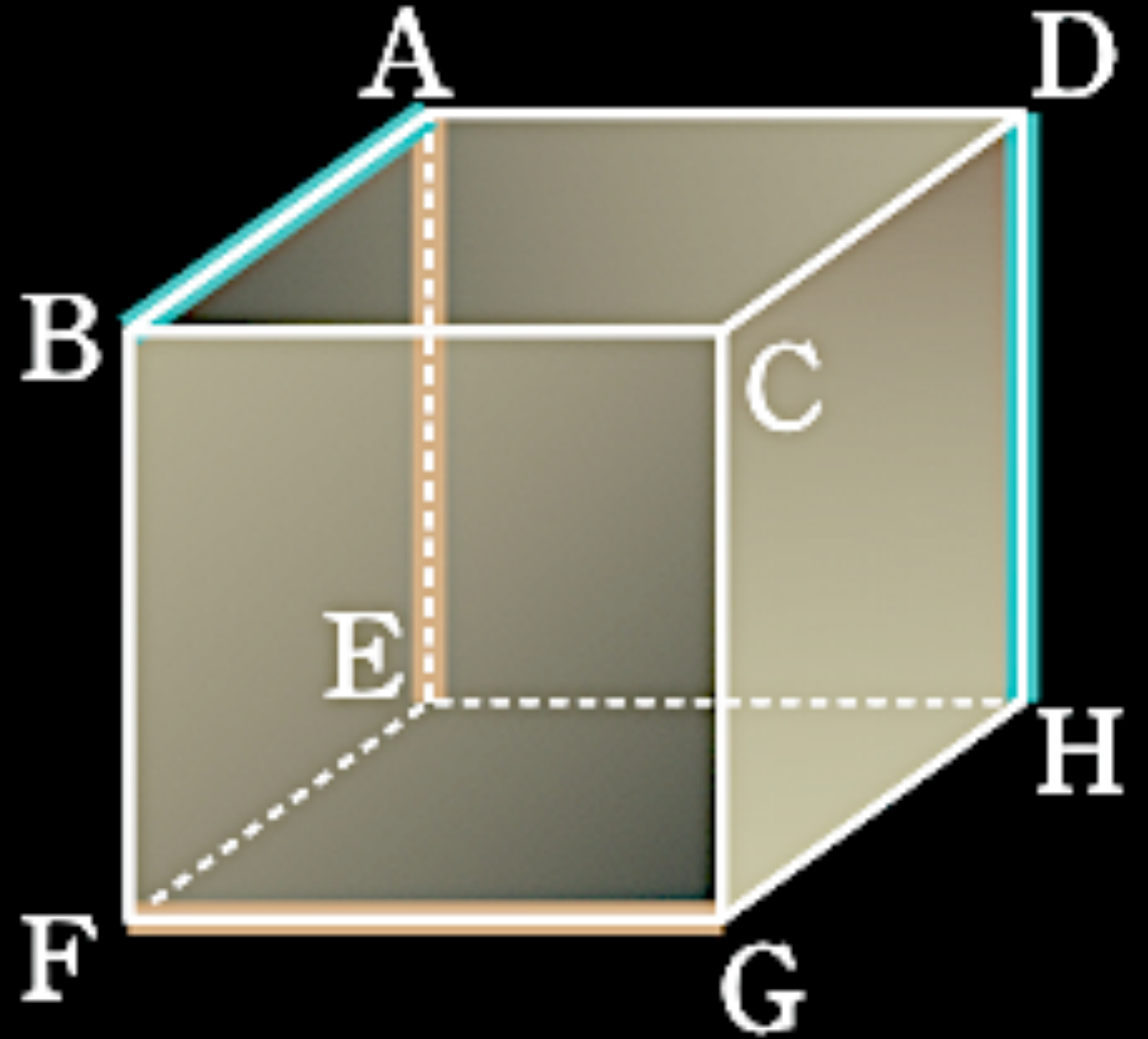
꼬인 위치에 있는 경우, 한 직선을 다른 직선과 만나도록 평행이동하여, 각을 구한다.

두 직선 l, m 이 이루는 각이 수직인 경우, $l \perp m$ 으로 나타낸다.



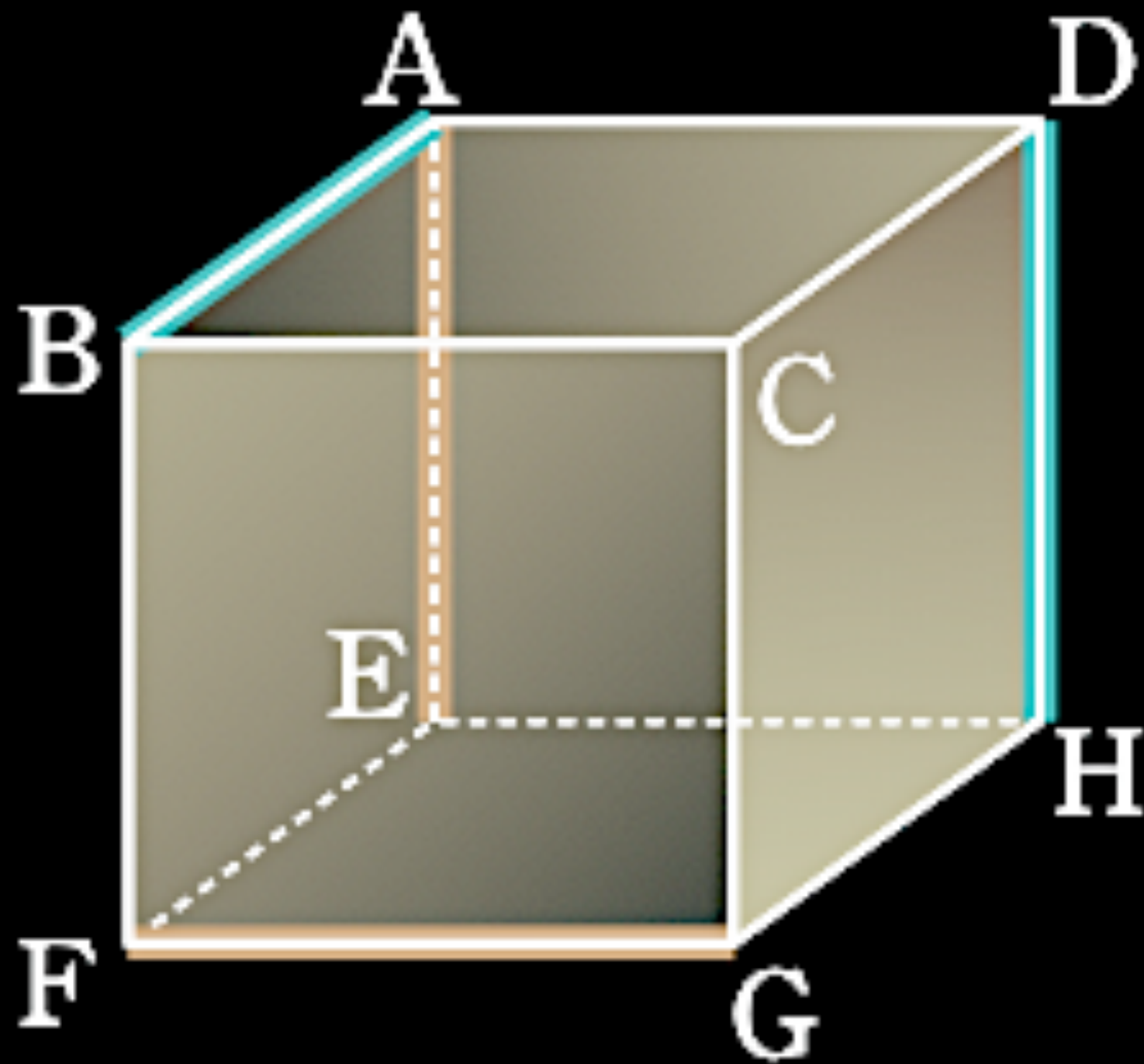
스스로 확인하기

오른쪽 그림의 정육면체에서
(1) 직선 AB 와 직선 DH 가 이루는 각의 크기는 $\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로 직선 DC 와 직선 DH 가 이루는 각의 크기와 같다. 따라서 90° 이다.



스스로 확인하기

(2) 직선 FG 와 직선 AE 가 이루는 각의 크기는 $\overline{FG} // \overline{EH}$ 이므로 직선 EH 와 직선 AE 가 이루는 각의 크기와 같다. 따라서 90° 이다.



문제4

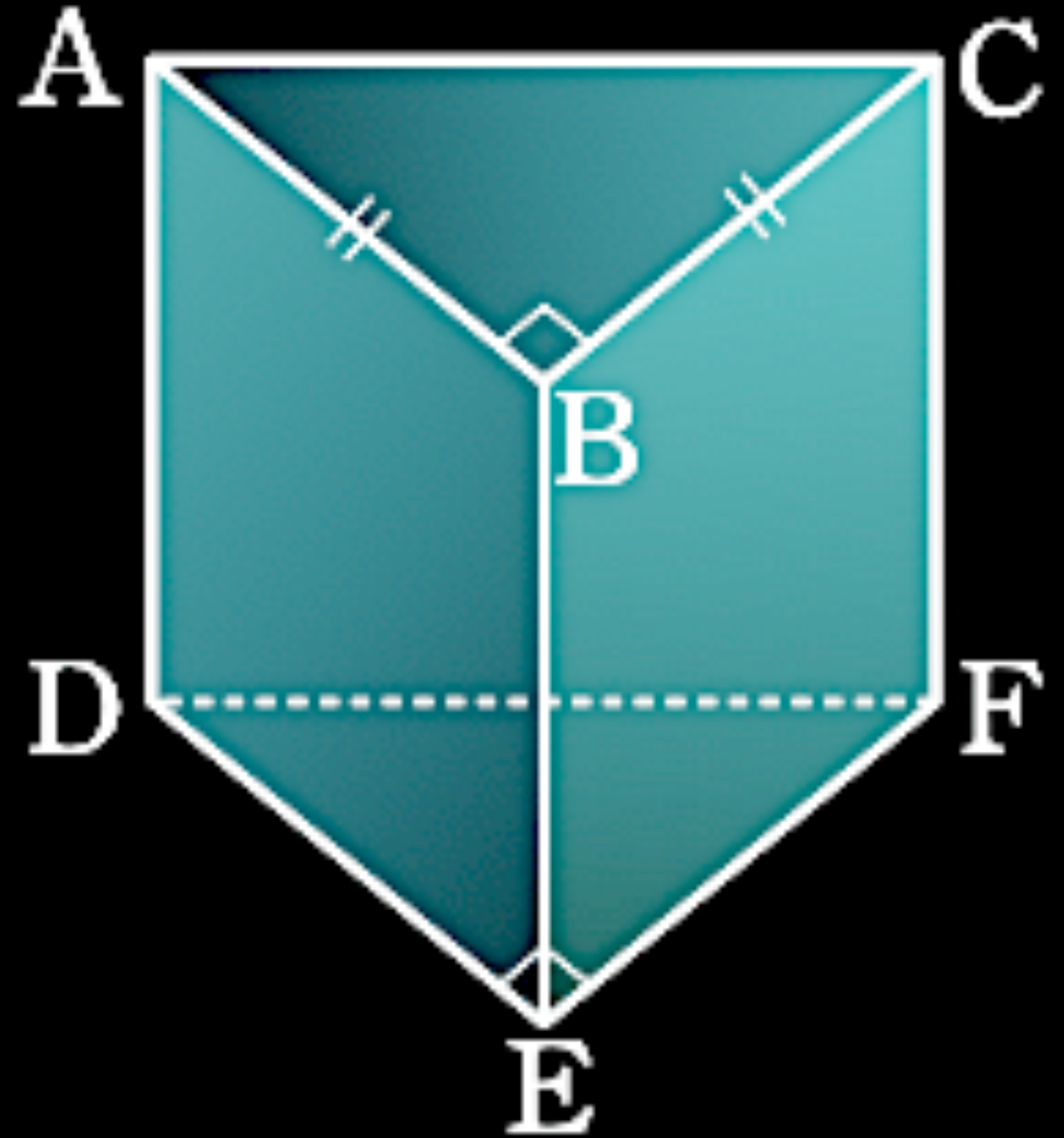
오른쪽 그림과 같이 밑면이 직각이
등변삼각형인 삼각기둥에서 다음
두 직선이 이루는 각의 크기를 구하
시오.

(1) 직선 AC , 직선 BE

90°

(2) 직선 AB , 직선 DF

45°



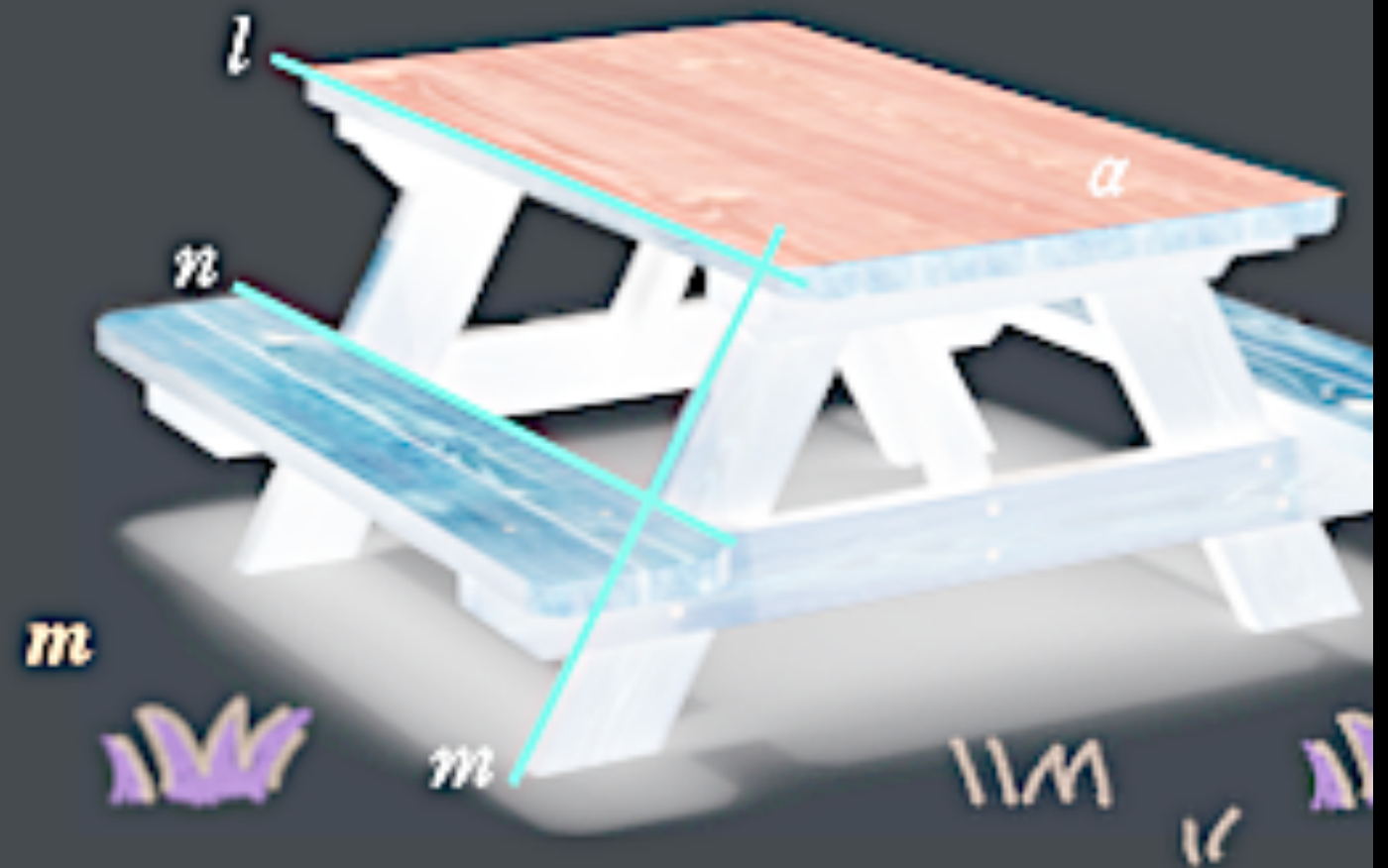
직선과 평면 사이에는 어떤 위치 관계가 있을까?

오른쪽 그림의 평면 α 와 세 직선 l , m , n 에 대하여 다음 물음에 답하시오.

1 평면 α 와 만나는 점이 무수히 많은 직선을 말하시오. l

2 평면 α 와 한 점에서 만나는 직선을 말하시오.

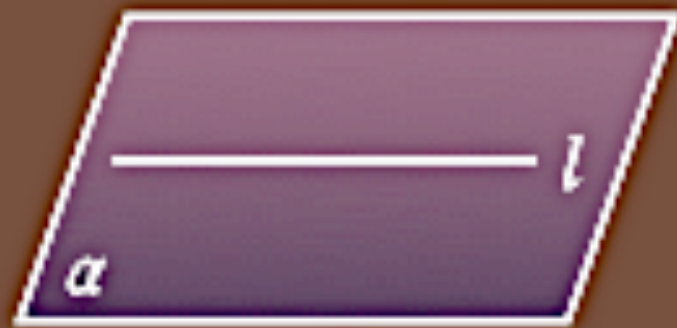
3 평면 α 와 만나지 않는 직선을 말하시오. n



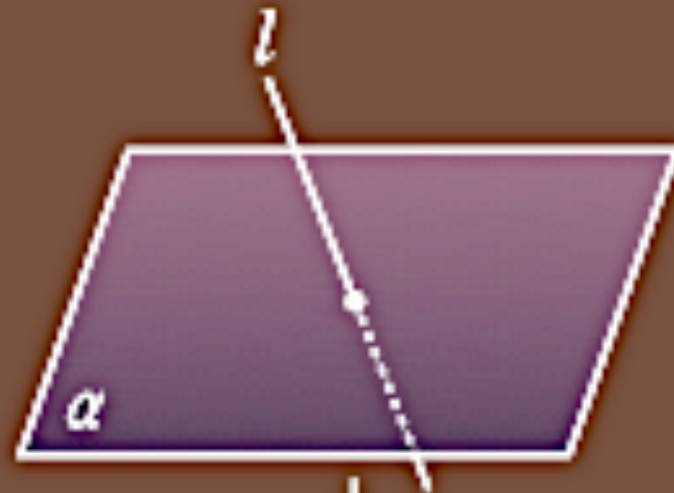
직선과 평면의 위치관계

직선과 평면의 위치 관계

① 포함된다.



② 한 점에서 만난다.



③ 평행하다.



만난다.

만나지 않는다.

문제5

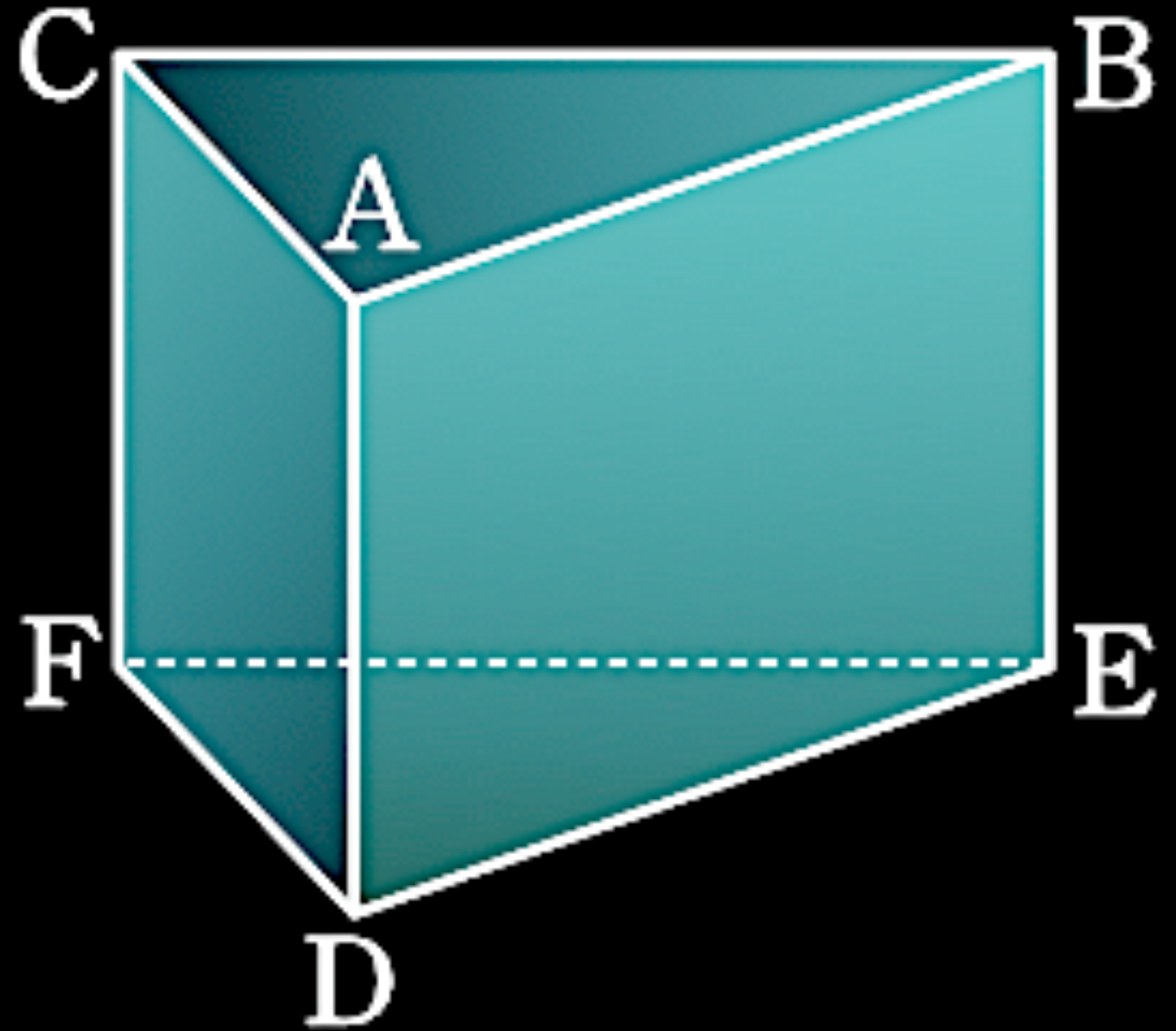
오른쪽 그림의 삼각기둥에서 다음을 구하시오. (단, 삼각기둥의 각면을 포함하는 평면만을 생각한다.)

(1) 직선 AB 를 포함하는 평면

평면 ABC , 평면 $ADEB$

(2) 직선 AB 와 한 점에서 만나는 평면

평면 $ACFD$, 평면 $BCFE$

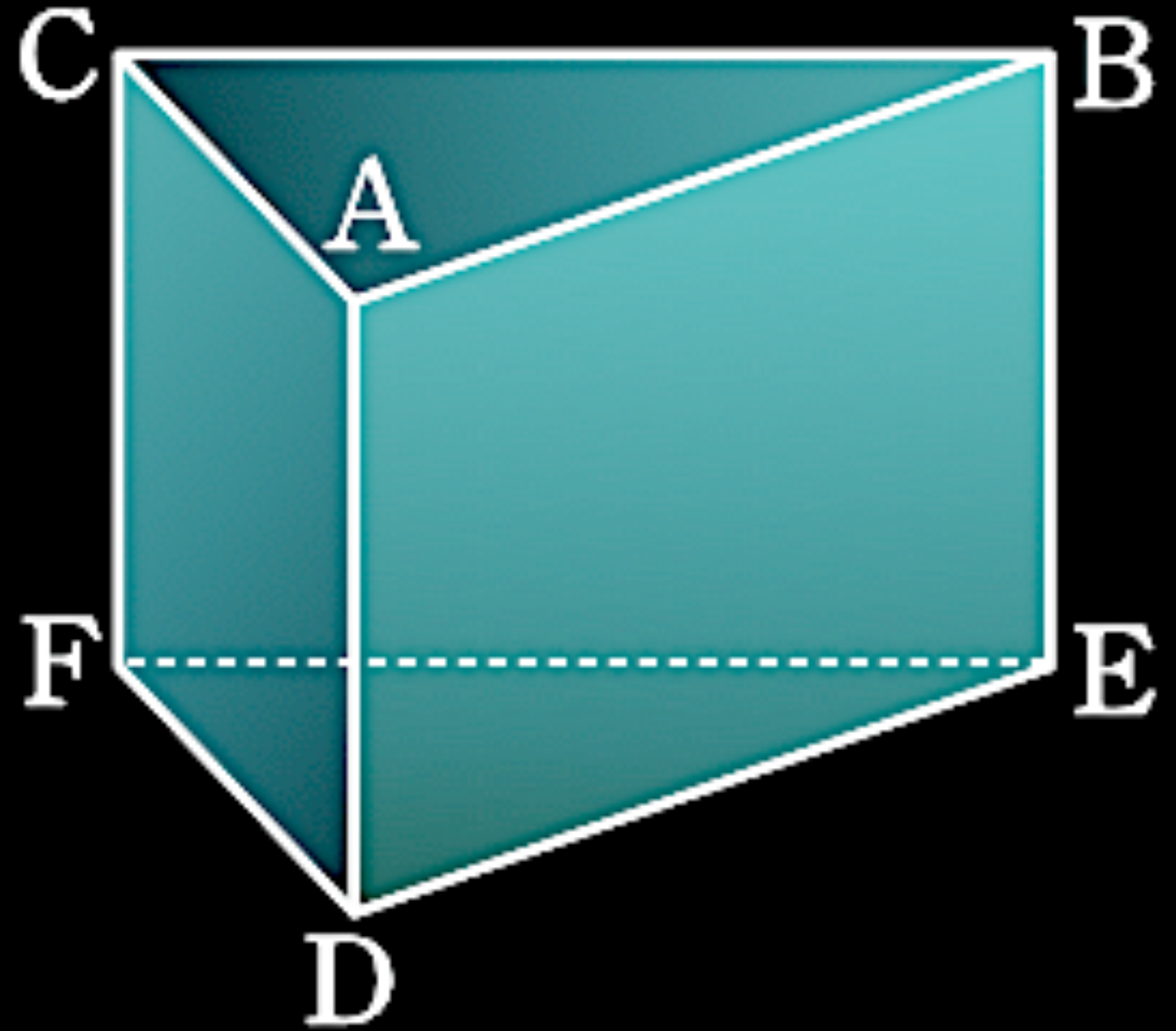


문제5

오른쪽 그림의 삼각기둥에서 다음을 구하시오. (단, 삼각기둥의 각면을 포함하는 평면만을 생각한다.)

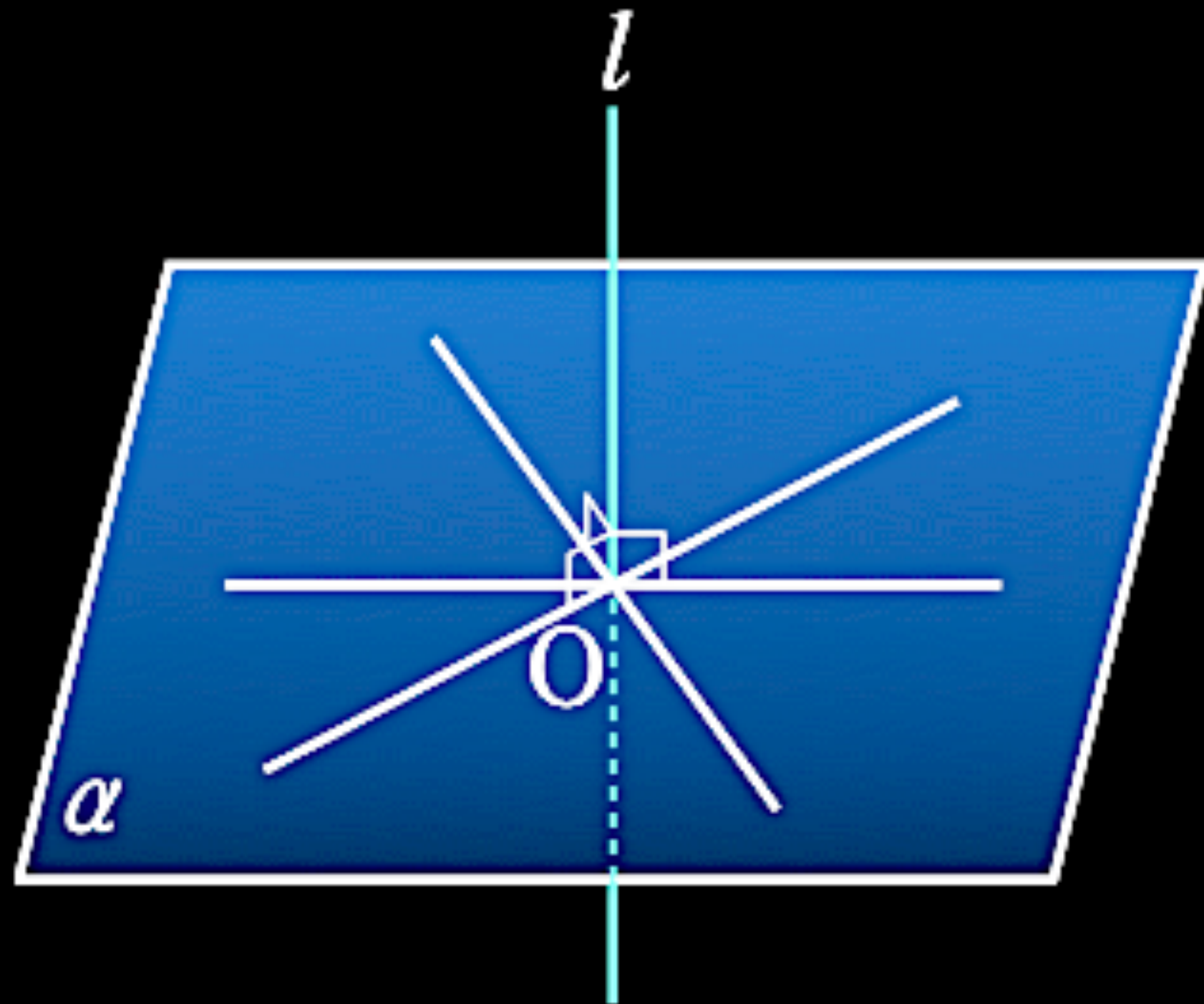
(3) 직선 AB 와 평행한 평면

평면 DEF



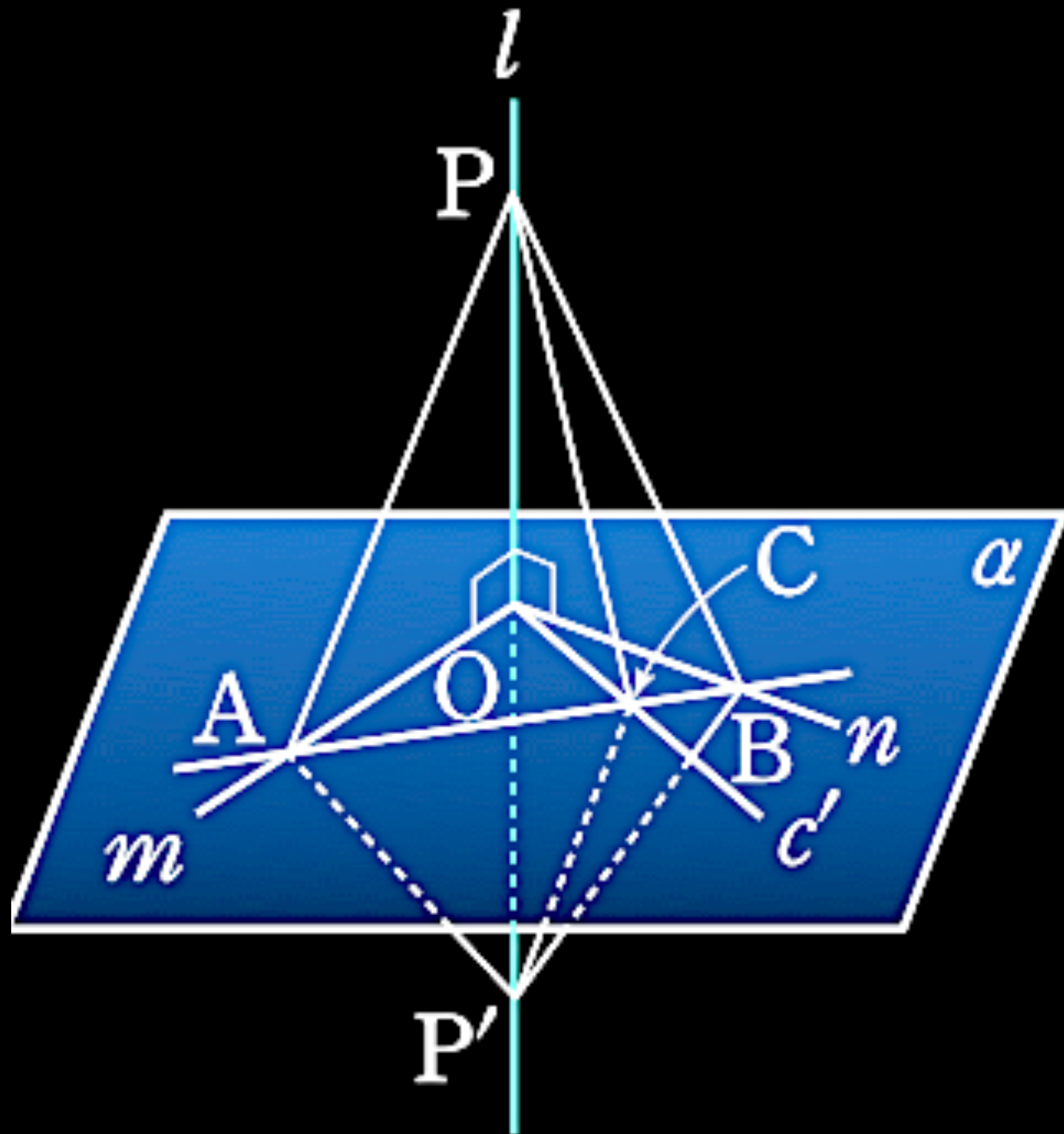
공간에서 직선 l 과 평면 α 위의 모든 직선이 수직일 때, 직선 l 은 평면 α 와 수직이라 하고, 기호로 $l \perp \alpha$

직선 l 을 평면 α 의 수선이라 하고, 직선 l 과 평면 α 가 만나는 점 O 를 수선의 발이라고 한다.



예제1

직선 l 이 평면 α 위의 서로 다른 두 직선 m, n 의 교점 O 를 지나고 m, n 과 각각 수직이면 $l \perp \alpha$ 임을 보이시오.



문제6

직선 l 이 평면 α 위에서 만나는 서로 다른 두 직선 m, n 과 각각 수직이면 $l \perp \alpha$ 임을 보이시오.

직선 l 과 평면 α 의 교점을 O 라 하자.

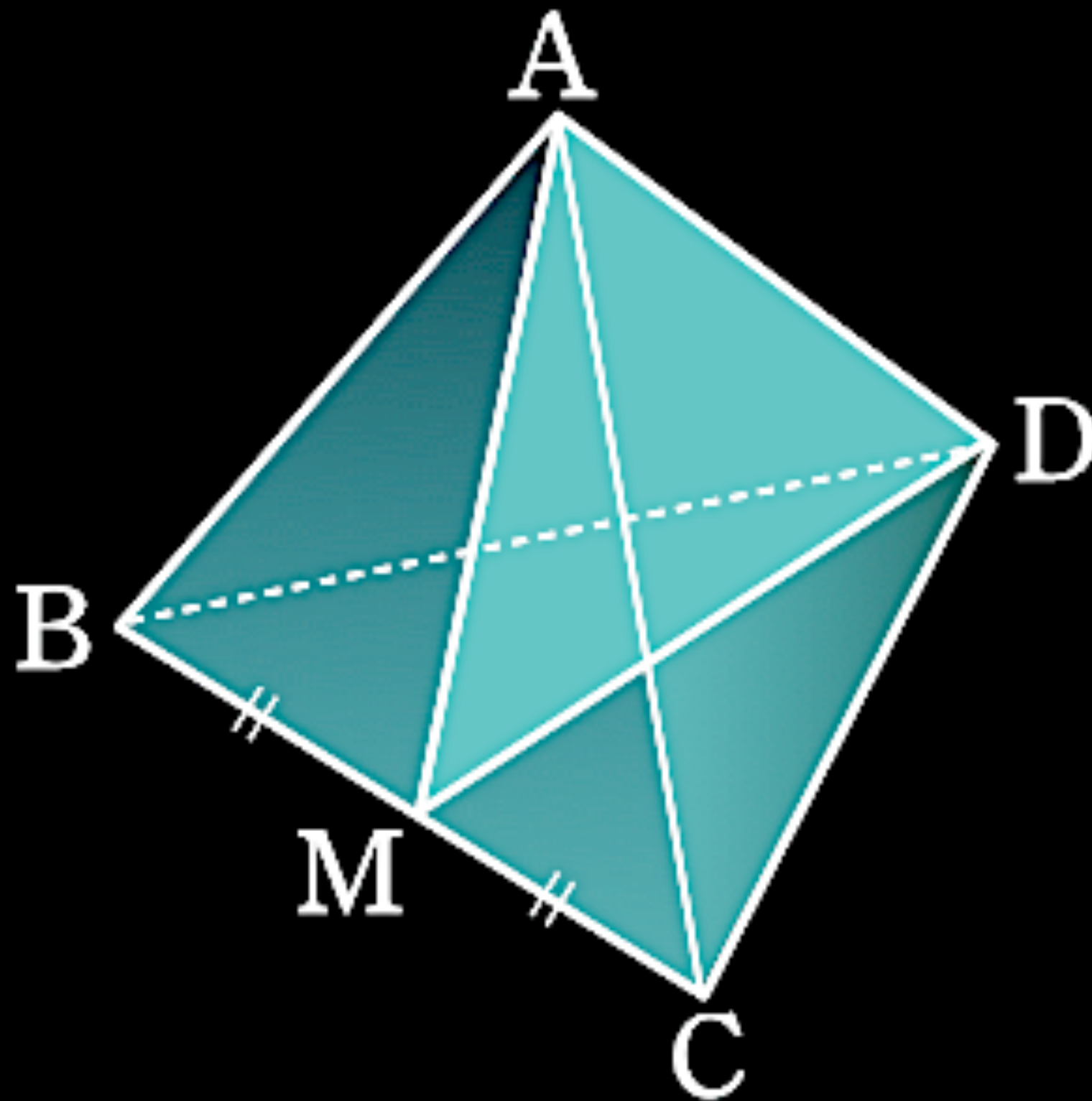
(1) 두 직선 m, n 의 교점이 O 인 경우

문제7

오른쪽 그림의 정사면체 $ABCD$ 에서 모서리 BC 의 중점을 M 이라고 할 때, 다음이 성립함을 보이시오.

(1) $\overline{BC} \perp (\text{평면 } AMD)$

(2) $\overline{BC} \perp \overline{AD}$



15. 이변각

2024 2학기 기하

이한희

두 평면 사이의 관계

이면각