

학습지 21

05. 이차함수의 최대, 최소



▶ 생각 열기

$-3 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 최댓값과 최솟값을 찾아보자.

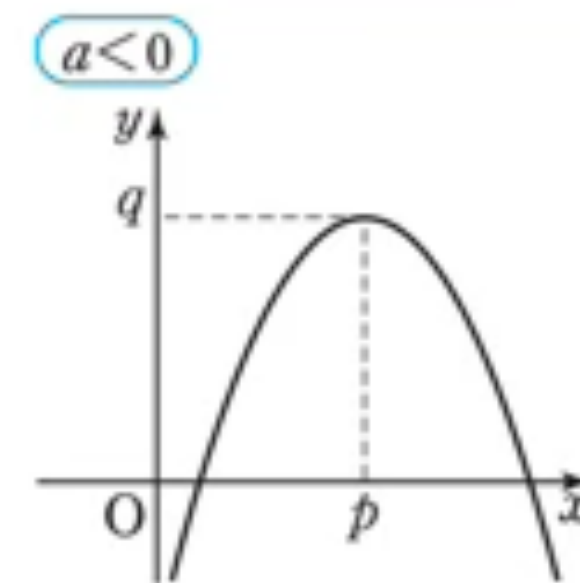
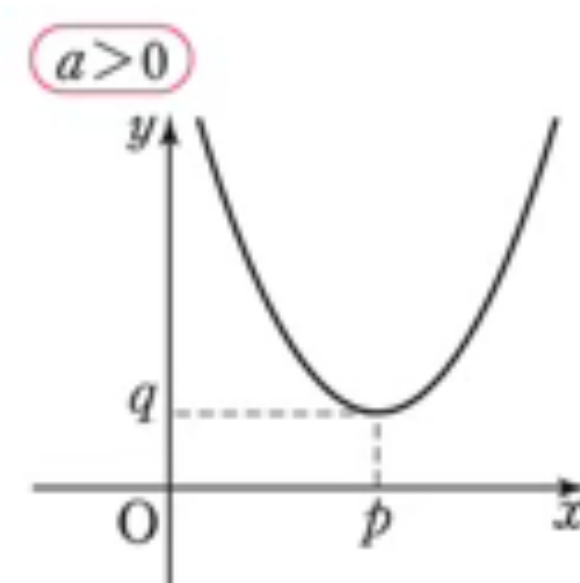


실수 전체 범위에서 이차함수의 최댓값과 최솟값

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 최댓값과 최솟값

① $a > 0$ 이면 $x = p$ 에서 () q 를 갖고, ()은 없다.

② $a < 0$ 이면 $x = p$ 에서 () q 를 갖고, ()은 없다.



제한된 범위에서 이차함수의 최댓값과 최솟값

x 의 값의 범위가 $\alpha \leq x \leq \beta$ 일 때, 이차함수 $f(x) = a(x - p)^2 + q$ ($a \neq 0$)의 최댓값과 최솟값

① 꼭짓점의 x 좌표 p 가 x 의 값의 범위에 속하면, 즉 $\alpha \leq p \leq \beta$ 이면

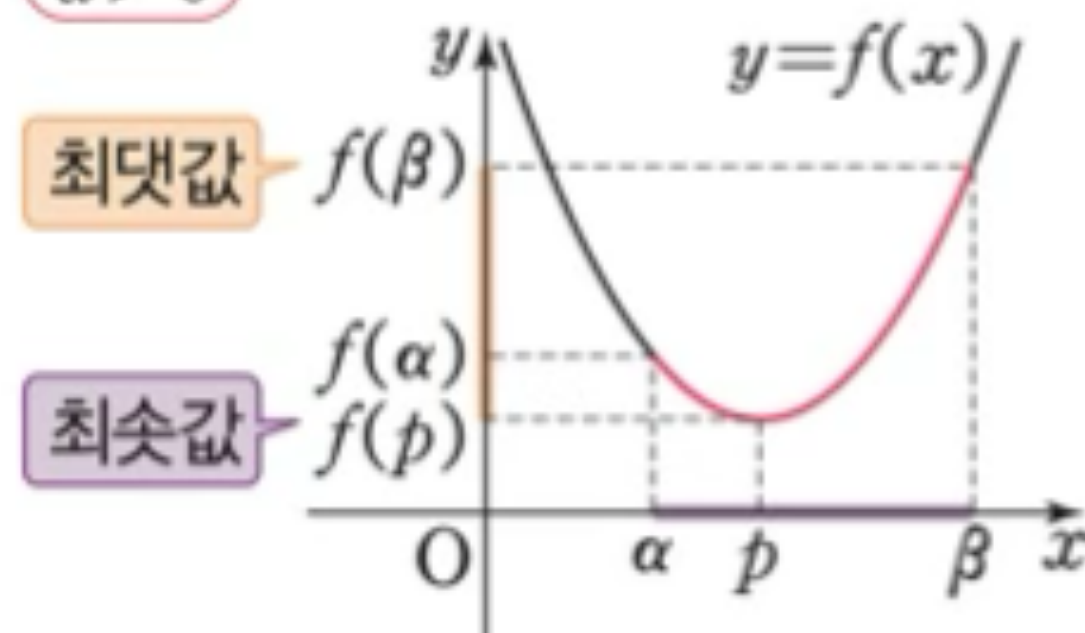
i)

ii)

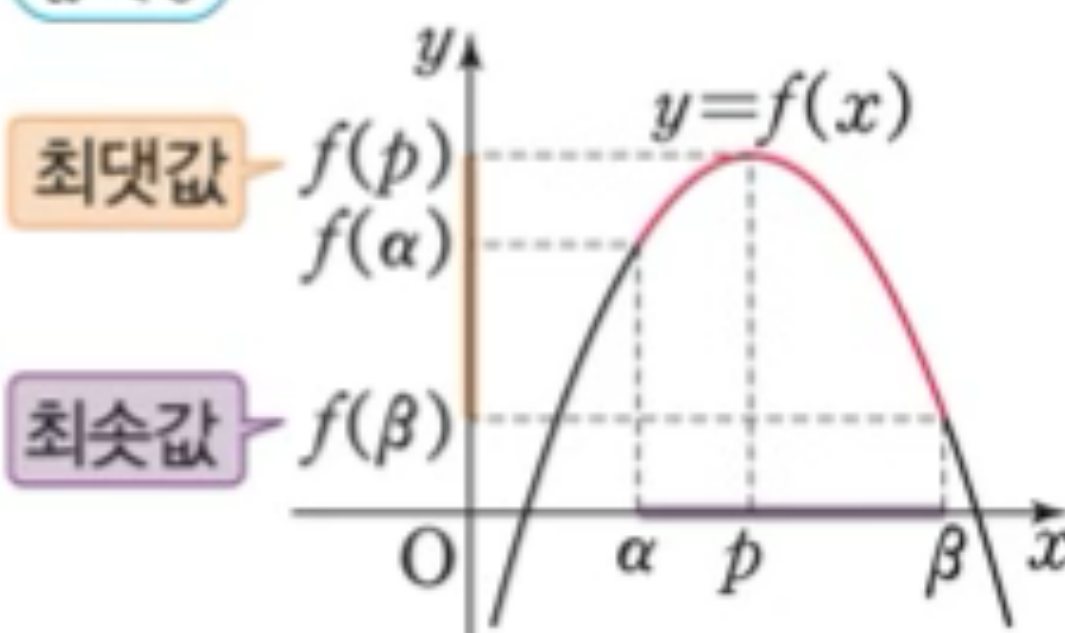
iii)

중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값

$a > 0$



$a < 0$



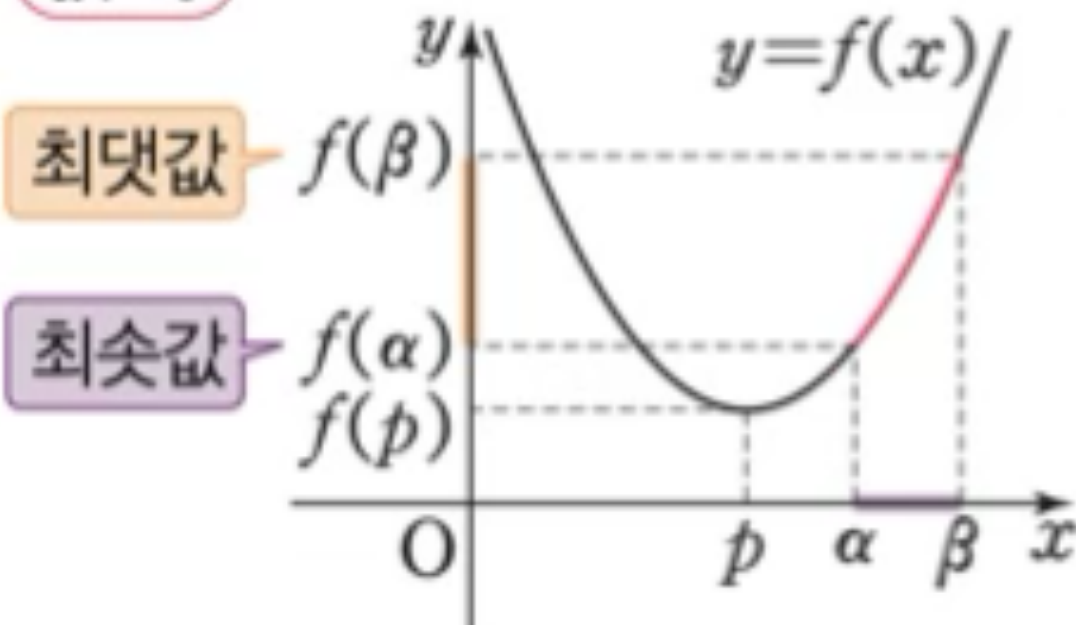
② 꼭짓점의 x 좌표 p 가 x 의 값의 범위에 속하지 않으면, 즉 $p < \alpha$ 또는 $p > \beta$ 이면

i)

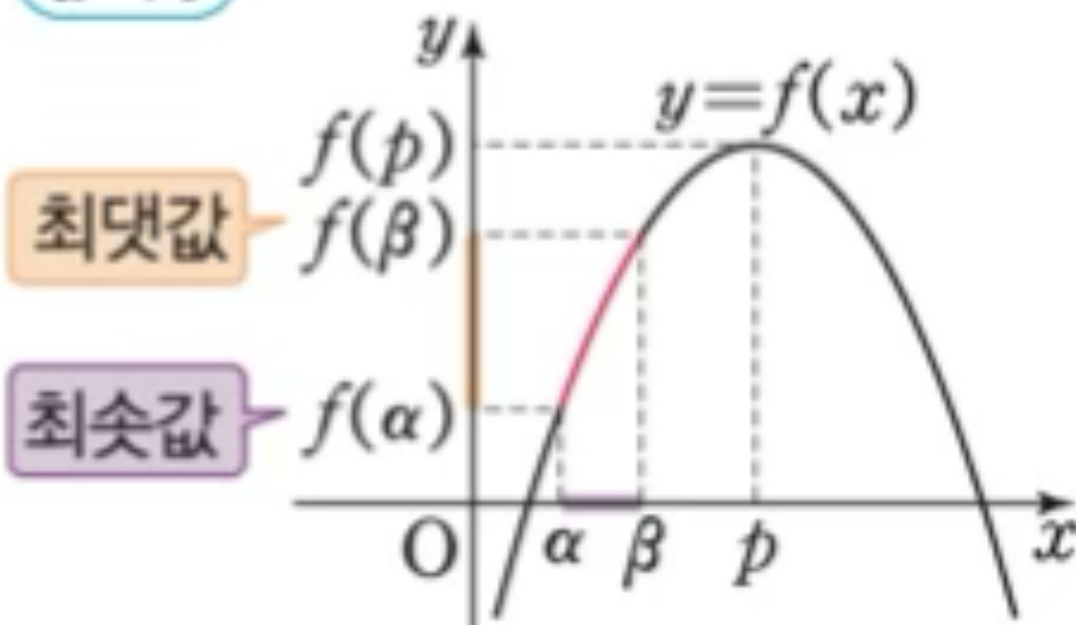
ii)

중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값

$a > 0$



$a < 0$



○ 예제 1 - 제한된 범위에서 이차함수의 최댓값과 최솟값 구하기

주어진 x 의 값의 범위에서 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(1) $y = x^2 - 6x + 4$ ($0 \leq x \leq 4$)

(2) $y = -x^2 + 4x - 3$ ($3 \leq x \leq 5$)

▶ 문제 1

주어진 x 의 값의 범위에서 다음 이차함수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

(1) $y = x^2 - 2x + 2$ ($-1 \leq x \leq 4$)

(2) $y = 2x^2 + 4x - 1$ ($1 \leq x \leq 2$)

(3) $y = -x^2 + 8x - 5$ ($0 \leq x \leq 5$)

▶ 문제 2

$0 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + k$ 의 최댓값이 5일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

○ 예제 2 - 이차함수의 최대, 최소를 활용하여 문제해결하기

공을 지면으로부터 1 m 높이에서 초속 40 m로 똑바로 위로 쏘아 올렸을 때, x 초 후의 지면으로부터의 공의 높이를 y m라고 하면

$$y = -5x^2 + 40x + 1$$

인 관계가 성립한다고 한다. 다음을 구하시오. (단, 공의 크기는 생각하지 않는다.)

- (1) 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이
- (2) 공을 쏘아 올린 후 2초 이상 5초 이하에서 이 공의 최소 높이

▶ 문제 3

어느 극단에서 공연 수익금 전액을 기부하기로 하였다. 이 공연의 입장권의 가격 x 만 원과 공연에서 얻어지는 수익금 y 만 원 사이에

$$y = -20x^2 + 200x$$

인 관계가 성립한다고 한다. 입장권의 가격을 3만 원 이상 8만 원 이하로 했을 때, 이 공연에서 얻을 수 있는 수익금의 최댓값과 최솟값을 구하시오.



▶ 생각 넓히기

연간 구독료가 10만 원인 어떤 수학 잡지의 구독자의 수가 1만 명이라고 한다. 연간 구독료를 1만 원 낮출 때마다 구독자가 2천 명씩 증가하며, 구독료를 7만 원 이상 9만 원 이하가 되도록 조정하려고 한다. 이때 1년 매출이 최대가 되게 하려면 연간 구독료를 얼마로 정해야 하는지 구해 보자. 또, 이때의 매출액은 얼마인지 구해 보자.

