♦ 교과서 문제 풀이입니다.
♦ 문제풀이 및 해설은 오른쪽 qr코드와 같습니다.
♦ 함께 열심히 해 봅시다.

개념 1.

사인법칙

삼각형 ABC에서 외접원의 반지름의 길이를 R라고 하면

$$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$$

예제 1. 삼각형 ABC에서 $A=60°$, $B=45°$, $b=6\sqrt{2}$일 때, 외접원의 반지름의 길이 R와 a의 값을 구하시오.

i) $\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}$

$\frac{a}{\sin 60°}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45°}$

$\frac{a}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}$

$a=6\sqrt{3}$

ii) $\frac{b}{\sin B}=2R$

$\frac{6\sqrt{2}}{\sin 45°}=2R$

$\frac{6\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=2R$

$R=6$

문제 1. 삼각형 ABC에서 $B=45°$, $C=30°$, $b=4$일 때, 외접원의 반지름의 길이 R와 c의 값을 구하시오.

$\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}=2R$

$\frac{4}{\sin 45°}=\frac{c}{\sin 30°}=2R$

$\frac{4}{\frac{1}{\sqrt{2}}}=\frac{c}{\frac{1}{2}}=2R$

$c=2\sqrt{2}$, $R=2\sqrt{2}$

예제 2. 등식 $a\sin A+b\sin B=c\sin C$를 만족시키는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

사인법칙에 의해

$a\cdot\frac{a}{2R}+b\cdot\frac{b}{2R}=c\cdot\frac{c}{2R}$

$a^2+b^2=c^2$

$\therefore$ $\angle C=90°$인 직각삼각형.

문제 2. 다음 식을 만족시키는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인지 말하시오.

(1) $a\sin A=b\sin b$

사인법칙에 의해

$a\cdot\frac{a}{2R}=b\cdot\frac{b}{2R}$

$a=b$ ($\because a, b>0$)

$\therefore$ $a=b$인 이등변삼각형

(2) $\sin A:\sin B:\sin C=3:4:5$

사인법칙에 의해

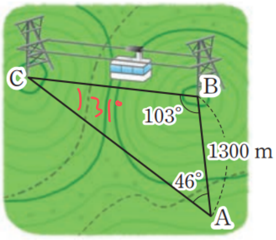
$\frac{a}{2R}:\frac{b}{2R}:\frac{c}{2R}=3:4:5$

$a:b:c=3:4:5$

$\therefore$ $a^2+b^2=c^2$

$\therefore$ $\angle C=90°$인 직각삼각형.

예제 3. 오른쪽 그림과 같이 지도 위의 세 지점 A, B, C에서 두 지점 A, B 사이의 거리는 1300 m 이고, $\angle ABC = 103°$, $\angle CAB = 46°$ 이다. 두 지점 B, C를 직선으로 잇는 케이블카를 설치하려고 할 때, 두 지점 B, C 사이의 거리는 몇 m 인지 구하시오. (단, $\sin 31° = 0.52$, $\sin 46° = 0.72$ 로 계산한다.)

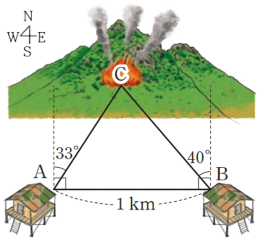


$$\frac{\overline{AB}}{\sin 31°} = \frac{\overline{BC}}{\sin 46°}$$

$$\frac{1300}{0.52} = \frac{\overline{BC}}{0.72}$$

$$\therefore \overline{BC} = 1800\text{ m}$$

문제 3. 오른쪽 그림과 같이 1 km 떨어진 두 산불 감시 초소 A, B가 있다. 산불이 난 지점 C는 초소 A의 정북에서 동쪽으로 33°, 초소 B의 정북에서 서쪽으로 40° 방향에 있다. 초소 B에서 지점 C까지 거리는 몇 m 인지 구하시오. (단, $\sin 57° = 0.84$, $\sin 73° = 0.96$으로 계산한다.)

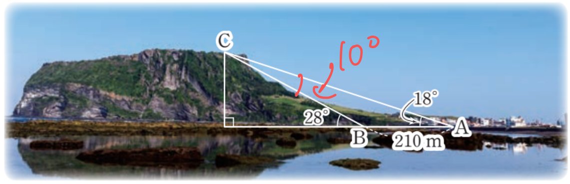


$$\frac{\overline{BC}}{\sin 57°} = \frac{1000}{\sin 73°}$$

$$\frac{\overline{BC}}{0.84} = \frac{1000}{0.96}$$

$$\therefore \overline{BC} = 875\text{ m}$$

문제 4. 다음 그림과 같이 두 지점 A, B에서 성산 일출봉의 한 지점 C를 올려본각의 크기는 각각 18°, 28°이다. 두 지점 A, B 사이의 거리가 210 m 일 때, 지점 C의 높이는 몇 m 인지 구하시오. (단, $\sin 10° = 0.17$, $\sin 18° = 0.31$, $\sin 28° = 0.47$로 계산한다.)



i) $\dfrac{210}{\sin 10°} = \dfrac{\overline{BC}}{\sin 18°}$

$\dfrac{210}{0.17} = \dfrac{\overline{BC}}{0.31}$

$\therefore \overline{BC} = 382.9\cdots$

$\fallingdotseq 383\text{ m}$

ii) 높이$_C = \overline{BC}\sin 28°$

$= 383 \cdot 0.47$

$= 180.01$

$\fallingdotseq 180\text{ m}$

개념 2.

코사인법칙

삼각형 ABC에서

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

예제 4. 삼각형 ABC에서 다음을 구하시오.

(1) $b = 3$, $c = 4$, $A = 60°$일 때, a

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos C$

$= 3^2 + 4^2 - \cancel{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60°}$

$= 13$

$\therefore a = \sqrt{13}$ $(\because a > 0)$

(2) $a = 7$, $b = 8$, $c = 13$일 때, C

$\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

$= \dfrac{7^2 + 8^2 - 13^2}{2 \cdot 7 \cdot 8}$

$= -\dfrac{1}{2}$

$\therefore C = 120°$

문제 5. 삼각형 ABC에서 다음을 구하시오.

(1) $a=4,\ b=3\sqrt{2},\ C=45°$일 때, c

(2) $a=7,\ b=3,\ c=8$일 때, A

(1) $c^2 = a^2+b^2-2ab\cos C$

$= 4^2+(3\sqrt{2})^2-2\cdot4\cdot3\cancel{\sqrt{2}}\ \cancel{\cos 45°}$

$=10$

$\therefore\ c=\sqrt{10}\ (\because c>0)$

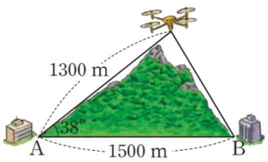
(2) $\cos A = \dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc} = \dfrac{3^2+8^2-7^2}{2\cdot3\cdot8} = \dfrac{24}{2\cdot24} = \dfrac{1}{2}$ $\therefore A=60°$ $(\because A<180°)$

문제 6. 코사인법칙을 이용하여 삼각형 ABC에 대한 다음 조건 중 같은 삼각형을 나타내는 것끼리 선으로 연결하고, 그 이유를 설명하시오.

① $C<90°$	㉠ $a^2+b^2<c^2$
② $C=90°$	㉡ $a^2+b^2=c^2$
③ $C>90°$	㉢ $a^2+b^2>c^2$

풀이 코사인법칙에서 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$
$C<90°$일 때, $\cos C>0$이므로 $a^2+b^2>c^2$이다.
$C=90°$일 때, $\cos C=0$이므로 $a^2+b^2=c^2$이다.
$C>90°$일 때, $\cos C<0$이므로 $a^2+b^2<c^2$이다.

예제 5. 오른쪽 그림과 같이 두 지점 A, B를 관측하기 위하여 무인기(드론)을 띄웠다. 지점 A에서 지점 B까지 거리는 1500 m 이고, 지점 A에서 무인기까지 거리는 1300 m 이다. 지점 A에서 무인기를 올려본각의 크기가 38°일 때, 지점 B에서 무인기까지 거리는 몇 m인지 구하시오. (단, $\cos 38° = 0.7880$으로 계산하고, 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한다.)



코사인 법칙에 의해

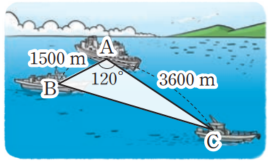
거리^2 $= 1300^2+1500^2-2\cdot1300\cdot1500\cos38°$

$=1690000+2250000-3073200$

거리 $=866800$

$\fallingdotseq 931$ m

문제 7. 오른쪽 그림과 같이 선박 A에서 두 선박 B, C까지 거리는 각각 1500 m, 3600 m 이고 $\angle CAB = 120°$일 때, 두 선박 B, C 사이의 거리는 몇 m 인지 구하시오.(단, 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림한다.)



코사인 법칙에 의해

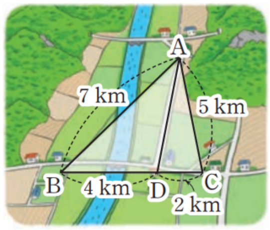
$\overline{BC}^2 = 1500^2+3600^2 \overset{+}{\cancel{-}} 2\cdot1500\cdot3600\cdot\cancel{\cos120°}$

$= 2250000+12960000+5400000$

$\overline{BC} = 4539.8\cdots$

$\fallingdotseq 4540$ m

문제 8. 오른쪽 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D 중 B, C, D가 한 직선 위에 있다. $\overline{AB}$ = 7km, $\overline{AC}$ = 5km, $\overline{BD}$ = 4km, $\overline{DC}$ = 2km 일 때, 다음 물음에 답하시오.



(1) $\cos B$의 값을 구하시오.

(2) 두 지점 A, D 사이의 거리는 몇 km 인지 구하시오.

(1) 코사인 법칙에 의해

$\cos B = \dfrac{6^2+7^2-5^2}{2\cdot6\cdot7} = \dfrac{5}{7}$

$\dfrac{5}{7}$

(2) 코사인 법칙에 의해

$\overline{AD}^2 = 7^2+4^2-2\cdot7\cdot4\cdot\cos B$

$=25$

$\therefore\ \overline{AD}=5$km $(\because \overline{AD}>0)$