2024학년도 2학기 1회 고사 실시일 : 2024년 10월 7일(월요일) 2교시				
과목	기하	대상	학년	제2학년
			반	선택반

선행문항 출제 여부 :			
계	부장	감	교장

□ 전체 : 선택형 19문항(100점)
▣ 총점 : 100점 만점
◈ 배점 : 문항 옆에 표시되어 있음
선택형 문항은 컴퓨터용 사인펜으로 마킹하여 주시기 바랍니다.

선택형

1. 포물선 $y^2=2x$와 직선 $y=-x+k$이 만나도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하면? [4점]

① $-\frac{1}{2}\geq k$ ② $-\frac{1}{2}=k$ ③ $-\frac{1}{2}\leq k$

④ $\frac{1}{2}>k$ ⑤ $\frac{1}{2}<k$

$(-x+k)^2=2x$

$x^2-2kx+k^2=2x$

$x^2-2(k+1)x+k^2=0$

$D/4=(k+1)^2-k^2$

$=2k+1\geq 0$ $\therefore k\geq -\frac{1}{2}$

2. 쌍곡선 $x^2-y^2=1$와 직선 $y=-2x+k$이 접하도록 하는 실수 k의 값을 구하면? [4점]

① $\pm\sqrt{3}$ ② $\pm\sqrt{5}$ ③ $\pm\sqrt{7}$ ④ $\pm\sqrt{11}$ ⑤ $\pm\sqrt{13}$

$x^2-(-2x+k)^2=1$

$x^2-(4x^2-4kx+k^2)=1$

$-3x^2+4kx-k^2-1=0$

$3x^2-4kx+k^2+1=0$

$D/4=(2k)^2-3(k^2+1)$

$=k^2-3=0$

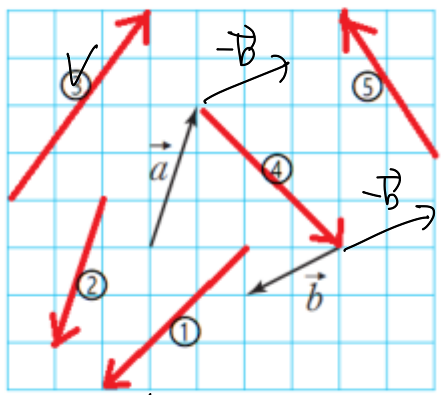
$\therefore k=\pm\sqrt{3}$

3. 동계 올림픽 종목 중 하나인 컬링은 두 팀이 빙판에서 스톤이라 부르는 둥글고 납작한 돌을 미끄러뜨려 표적 안에 넣어 승패를 겨루는 경기이다.

다음 중 스톤을 표적 안에 정확하게 넣기 위하여 고려해야 할 것을 모두 고르면?(답 2개) [4점]

① 운동복의 색
② 응원석의 함성소리 크기
③ 컬링의 올림픽 정식 종목 채택된 년도
④ 스톤을 미끄러뜨리는 방향
⑤ 스톤을 미끄러뜨리는 힘의 크기

4. 두 $\vec{a},\vec{b}$ 벡터가 다음과 같을 때, $\vec{a}-\vec{b}$를 그림으로 나타낸 것 중 옳은 것을 고르면? [4점]



① ② ③ ④ ⑤

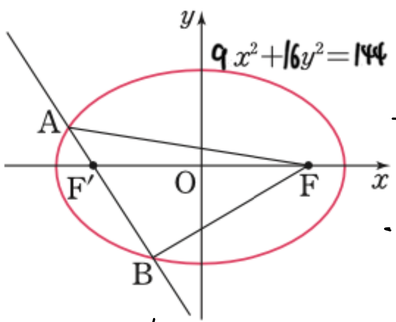
5. 포물선 $y^2 = x$ 위의 점 $(9, 3)$에서의 접선의 방정식을 구하면? [4점]

① $y = \frac{1}{6}x - \frac{3}{2}$ ② $y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$ ③ $y = \frac{1}{4}x + 1$

④ $y = \frac{1}{3}x + 1$ ⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}$

$3y = \frac{x+9}{2}$ $\therefore y = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2}$

6. 다음 그림과 같이 타원 $9x^2 + 16y^2 = 144$의 두 초점을 각각 F, F'이라 하고, 초점 F'을 지나며 초점 F는 지나지 않는 직선이 타원과 만나는 두 점을 각각 A, B라고 하자. 이때 삼각형 ABF의 둘레의 길이를 구하면? [4점]

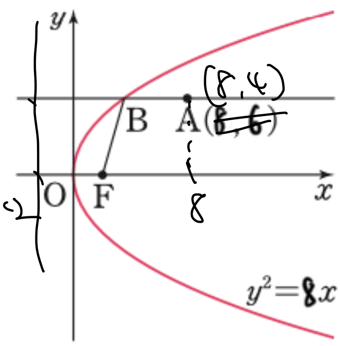


$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

$\therefore 4a = 16$

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

7. 아래 그림과 같이 점 $A(8, 4)$를 지나고 x축에 평행한 직선이 포물선 $y^2 = 8x$와 만나는 점을 B라고 하자. 이 포물선의 초점을 F라고 할 때, $\overline{AB} + \overline{BF}$의 값을 구하면? [5점]



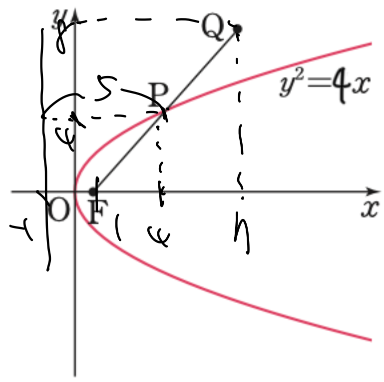
$4p = 8$

$p = 2$

$\therefore 2 + 8 = 10$

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

8. 다음 그림과 같이 포물선 $y^2 = 4x$의 초점을 F라고 하자. 제1사분면에 있는 포물선 위의 점 P에 대하여 $\overline{FP} = 5$이고, $\overline{FP}$의 연장선 위에 $\overline{FP} = \overline{PQ}$가 되도록 점 Q를 잡을 때, 점 Q의 좌표를 구하면? [5점]



$4p = 4$

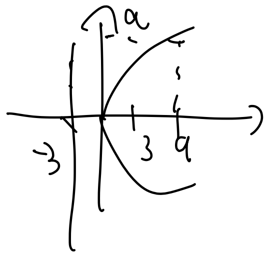
$p = 1$

① $(6, 7)$ ② $(6, 8)$ ③ $(7, 7)$ ④ $(8, 7)$ ⑤ $(7, 8)$

9. 꼭짓점이 원점이고 준선이 $x = -3$인 포물선이 점 $(9, a)$를 지날 때, 상수 a의 값을 모두 구하면? [5점]

① $\pm 3\sqrt{3}$ ② $\pm 4\sqrt{3}$ ③ $\pm 5\sqrt{3}$

④ $\pm 6\sqrt{3}$ ⑤ $\pm 7\sqrt{3}$



$y^2 = 12x$

$(9, a)$

$a^2 = 3 \cdot 6^2$

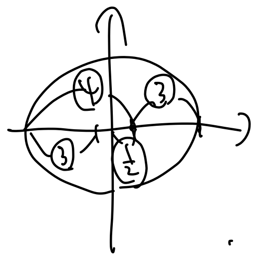
$a = \pm 6\sqrt{3}$

10. 다음은 케플러 법칙의 일부이다.

> 태양계의 모든 행성은 태양을 한 초점으로 하는 타원 궤도를 그리며 공전한다. 태양으로부터 행성까지의 거리를 r, 행성의 속력을 v라고 하면 타원 궤도의 장축과 타원 궤도가 만나는 두 지점에서 rv의 값은 서로 같다.

두 초점 사이의 거리가 $2c$인 타원 궤도를 그리며 태양 주위를 공전하는 행성이 있다. 단축과 타원 궤도가 만나는 한 지점에서 태양까지의 거리가 a이고, 장축과 타원 궤도가 만나는 두 지점에서의 속력의 비가 $4:3$일 때, 케플러 법칙을 이용하여 $a:c$를 구하면? [6점]

① $6:1$ ② $7:1$ ③ $8:3$
④ $9:4$ ⑤ $10:7$



$c = \frac{1}{2}k$

$a = \frac{7}{2}k$

$\therefore a:c = 7:1$

11. 평면 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D 에 대하여 다음 보기 중 $\vec{0}$인 것을 있는 대로 고른 것은? [5점]

> ㄱ. $\overrightarrow{AD}$
> ㄴ. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BA}$
> ㄷ. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}$
> ㄹ. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DA}$

① ㄴ,ㄷ,ㄹ ② ㄱ,ㄴ,ㄷ ③ ㄱ,ㄴ,ㄹ
④ ㄱ,ㄴ ⑤ ㄷ.ㄹ

12. 타원 $x^2+4y^2-8x-16y+28=0$의 두 초점을 각각 F, F'이라고 할 때, 삼각형 OFF'의 넓이를 구하면? (단, O는 원점) [5점]

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ 4

$(x^2-8x+16)-16+4(y^2-4y+4)-16+28=0$

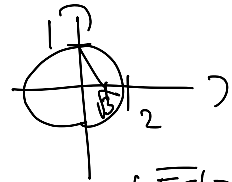
$(x-4)^2+4(y-2)^2=4$

$\frac{(x-4)^2}{4}+(y-2)^2=1$

평행이동 전

$\frac{x^2}{4}+y^2=1$

i)



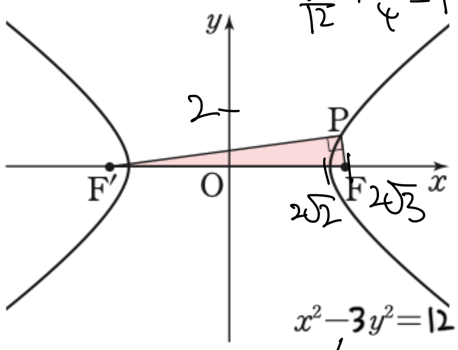
ii) $S=\frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{FF'}=2\sqrt{3}$

13. 다음 그림과 같이 쌍곡선 $x^2-3y^2=12$의 두 초점 F, F'과 제1사분면에 있는 쌍곡선 위의 점 P에 대하여 $\angle F'PF=90^\circ$일 때, 삼각형 $PF'F$의 넓이를 구하면? [6점]

$\frac{x^2}{12}-\frac{y^2}{4}=1$



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

let $\overline{PF}=s$, $\overline{PF'}=t$

i) $s-t=4\sqrt{2}$

ii) $s^2+t^2=(4\sqrt{3})^2=48$

$\therefore (s-t)^2=s^2-2st+t^2$

$32=48-2st$

$2st=16$

$st=8$

$\therefore S_\triangle=\frac{1}{2}\cdot st$

$=4$

14. 기울기가 2이고 타원 $\frac{x^2}{3}+\frac{y^2}{4}=1$ 에 접하는 두 직선 사이의 거리는? [6점]

① $\sqrt{5}$　② $\frac{6\sqrt{5}}{5}$　③ $\frac{7\sqrt{5}}{5}$　④ $\frac{8\sqrt{5}}{5}$　⑤ $\frac{9\sqrt{5}}{5}$

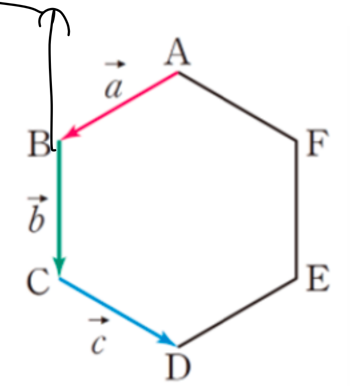
i) $y=2x\pm\sqrt{12+4}$

$=2x\pm4$

ii) d: $(0,4)$, $2x-y-4=0$

$d=\frac{|-4-4|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{8}{\sqrt{5}}=\frac{8}{5}\sqrt{5}$

15. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정육각형 ABCDEF에서 $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{BC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{CD}=\vec{c}$라고 할 때, 벡터 $\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$의 크기를 구하면? [6점]



① 2　② 4　③ 6　④ $2\sqrt{3}$　⑤ $3\sqrt{2}$

16. 서로 평행하지 않고 영벡터가 아닌 두 벡터 $\vec{a},\vec{b}$ 에 대하여

$$m(3\vec{a}+2\vec{b})+n(\vec{a}-\vec{b})=7\vec{a}+5\vec{b}$$

일 때, 두 실수 m,n의 값을 바르게 짝지은 것은? [5점]

① $m=\frac{12}{5},\ n=\frac{-1}{5}$　② $m=\frac{11}{5},\ n=\frac{2}{5}$

③ $m=\frac{13}{5},\ n=\frac{1}{5}$　④ $m=\frac{14}{5},\ n=\frac{3}{5}$

⑤ $m=\frac{10}{5},\ n=\frac{2}{5}$

$3m+n=7$

$2m-n=5$

$5m=12$

$m=\frac{12}{5}$, $n=-\frac{1}{5}$

17. 점 $(5,8)$에서 포물선 $y^2=4x$ 에 접선을 그었을 때, 접점의 y좌표의 합을 구하면? [8점]

① 4　② 8　③ 12　④ 16　⑤ 32

let 접점 : (x_1, y_1)

i) $y_1^2=4x_1$

ii) $y_1 y=4\cdot\frac{x+x_1}{2}$ $\therefore (5,8)$ 대입

$8y_1=2(5+x_1)$

$4y_1=5+x_1$

$\therefore 4y_1=5+\frac{y_1^2}{4}$

$0=y_1^2-16y_1+5$

$D/4=16-5>0$ 이므로

근과 계수의 관계에 의해

답: 16

18. 쌍곡선 $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$ 위의 점 (a,b)에서의 접선이 원 $(x-2)^2+y^2=4$의 넓이를 이등분할 때, a^2+b^2 의 값을 구하면? [7점]

① $\frac{97}{4}$ ② $\frac{99}{4}$ ③ $\frac{101}{4}$ ④ $\frac{103}{4}$ ⑤ $\frac{105}{4}$

let 접점 : (x_1, y_1)

i) $\frac{x_1^2}{9} - \frac{y_1^2}{4} = 1$

$\frac{9}{4} - \frac{y_1^2}{4} = 1$

$\frac{5}{4} = \frac{y_1^2}{4}$

ii) $\frac{x_1 x}{9} - \frac{y_1 y}{4} = 1$

$(2,0)$ 대입

$\frac{2}{9}x_1 = 1$

$\therefore x_1 = \frac{9}{2}$, $y_1 = \pm\sqrt{5}$

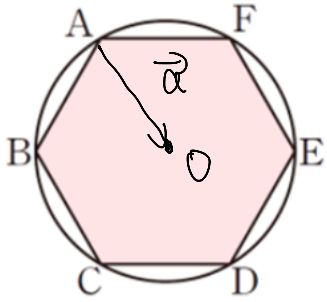
$\therefore a^2+b^2 = \left(\frac{9}{2}\right)^2 + (\sqrt{5})^2$

$= \frac{81}{4} + 5 = \frac{101}{4}$

19. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 정육각형 ABCDEF에서

$$|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AF}|=12$$

일 때, 정육각형 ABCDEF의 넓이를 구하면? [7점]



① $\sqrt{3}$ ② $6\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
④ $8\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

i) $|6\vec{a}| = 12$

$|\vec{a}| = 2$

ii) $S_{\triangle ABO} = \frac{\sqrt{3}}{4}\cdot 2^2 = \sqrt{3}$

$\therefore$ 넓이: $6\times\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

※ 확인사항
답안지의 해당란에 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.