title: "2025 청수 고11차고사 풀이"

use_math: true

3 5 3 4 5

3 5 5 2 3

1 2 1 4 1

4 2

문제1. 빈칸에 들어갈 알맞은 수를 고르면? [3.6점]

$$(x+1)^3 = x^3 + x^2 + 3x + 1$$

풀이

$$(x+1)^3 = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$$

답 3번

문제2. 다항식 $(2x^3+1)+(3x^3+x^2+1)$ 을 계산하면? [3.7점] 풀이

$$5x^3 + x^2 + 2$$

답 5번

문제3. 다항식 $(x-1)(x+1)(3x^2+x+1)$ 의

전개식에서 x^4 의 계수는? [3.8점] 풀이

$$(x^2-1)(3x^2+x+1)$$

$$=3x^4+\cdots$$

답 4번

문제4. 등식 ax+(b-1)=x+6이 x에 대한 항등식일 때, a+b의 값은? (단, a,b는 상수) [3.9점] 풀이

$$a = 1, b - 1 = 6, b = 7$$

$$\therefore a + b = 1 + 7 + 8$$
답 4번

문제5. 다음 설명 중에서 a,b,c,d,e를 짝지은 것으로

옳지 않은 것은? (단,
$$i=\sqrt{-1}$$
이다.) [4점]

$$-2 + 3i = a + bi$$

$$\sqrt{5i}$$
는 c 의 제곱근이다.

7+i의 허수부분은 d이다.

$$z=1-6i$$
의 켤레복소수를 z 라 하면, $z+z=e$

$$a = -2$$

$$b=3$$

$$c = -5$$

$$d = 1$$

$$e=2$$

답 5번

문제6. 이차방정식 $x^2-3x-2=0$ 의 두 근을 lpha,eta라고 할 때, lpha+eta,lphaeta의 값을 올바르게 짝지은 것은? [4.1점]

$$lpha+eta=3$$
, $lphaeta=-2$ 답 3번

품이

문제7. 다항식 $P(x) = x^3 - x^2 - 10x + a$ 가 두 다항식 (x-3)과 Q(x)의 곱으로 인수분해될 때, Q(-1)의 값은? [4.2점]품이

i) P(3) = 27 - 9 - 30 + a= a - 12 = 0

a = 12

ii)

조립제법 그림

$$Q(x) = x^2 + 2x - 4$$

$$Q(-1) = 1 - 2 - 4 = -5$$

답 5번

문제8. a=16, b=12, c=25일 때,

$$a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca$$
의 값은?

[4.3점]

$$(a+b-c)^2 = (16+12-25)^2 = 3^2 = 9$$

답 5번

문제9. <보기>에서 x축과 만나지 않는 이차함수의 개수는? [4.4점]

$$y=x^2$$

$$y = x^2 + 2x$$

$$y = 2x^2 + x + 1$$

$$y = -x^2 + 3x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 8$$

풀이

각각의 판별식을 $D_1, D_2, \cdots D_5$ 라 하면

 $D_1=0,\,D_2>0,\,D_3<0,\,D_4>0,$ $D_5<0$

이므로, x축과 만나지 않는 이차함수는

$$y=2x^2+x+1$$
, $y=-rac{1}{2}x^2+2x-8$ 2개

이다.

답 2번

문제10. 직선 y=2x+n과 이차함수

 $y=2x^2-5x+2$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 정수 n의 최솟값은? [4.5점] 풀이

$$2x^2 - 5x + 2 = 2x + n$$

$$2x^2 - 7x + 2 - n = 0$$

$$D = (-7)^2 - 4 \times 2 \times (2 - n)$$

$$=49-16+8n$$
 $=33+8n>0$

$$n > -\frac{33}{8} = -4.XX$$

$$n_{\dot{\Sigma}|\dot{\Delta}} = -4$$

답 3번

문제11. 이차방정식 $4x^2 - 3x + 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.6점]

 $7. \alpha$ 와 β 는 실수이다.

나.
$$\alpha+\beta=rac{3}{4}$$
이다.

$$= \alpha^3 + \beta^3 = -\frac{25}{64}$$

풀이

$$D = (-3)^2 - 4 \times 4 \times 2$$
$$= 9 - 32 < 0$$

7. 서로 다른 두 허근을 가지므로 거짓

나.
$$\alpha+eta=rac{3}{4}$$
이므로 참

$$= \alpha^3 + \beta^3 = (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$$

$$=rac{3}{4}igg\{igg(rac{3}{4}igg)^2-3 imesrac{2}{4}igg\}$$

$$= -\frac{45}{64}$$

답 1번

문제12. <조건>을 만족하는 실수 a,b,c에 대하여

$$abc$$
의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.) [4.7점]

$$x^{2} + ax + b = (x - 1 + 2i)(x - 1 + ci)$$

풀이

 $x^2+ax+b=(x-1+2i)(x-1-2i)$ (: a,b,c는 실수)

i)
$$c = -2$$

ii)
$$-a = (1+2i) + (1-2i) = 2$$

$$\therefore a = -2$$

iii)
$$b = (1+2i)(1-2i) = 1+4=5$$

:.
$$abc = (-2) \times (-2) \times 5 = 20$$

답 2번

문제13. 다항식

$$P(x) = 4x^4 + x^3 - 7x^2 + 7x + 4$$

$$\left(x-rac{3}{4}
ight)$$
으로 나누었을 때의 몫과

나머지를 각각 A(x),a라 하고, (4x-3)으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 각각 B(x),b라 할 때,

$$\dfrac{B(1) imes b}{A(1) imes a}$$
의 값은? (단, $A(1)
eq 0$) [4.8점]
풀이

$$P(x) = \left(x - rac{3}{4}
ight)A(x) + a$$

$$=\left(x-rac{3}{4}
ight) imes\left\{4 imesrac{1}{4}
ight\} imes A(x)+a$$

$$=\left\{\left(x-rac{3}{4}
ight) imes4
ight\} imes\left\{rac{1}{4}A(x)
ight\}+a$$

$$= (4x - 3)B(x) + b$$

:.
$$a = b$$
, $B(x) = \frac{1}{4}A(x)$

$$\therefore \; rac{B(1) imes b}{A(1) imes a} = rac{rac{1}{4}A(1)}{A(1)} = rac{1}{4}$$

답 1번

문제14. 이차함수 $y=x^2+13x+11$ 의 그래프와 직선 y=-2x-14이 두 점 A,B에서 만나고 A의 x좌표를 lpha, B점의 x좌표를 eta라고 할 때,

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2$$
의 값은? [4.9점]

풀이

$$x^2 + 13x + 11 = -2x - 14$$

$$x^2 + 15x + 25 = 0$$

$$(\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta})^2 = \alpha + \beta + 2\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta}$$

$$= \alpha + \beta - 2\sqrt{\alpha\beta}$$

$$(:: \alpha < 0, \beta < 0)$$

$$= -15 - 2 \times 5$$

$$= -25$$

답 4번

문제15. x에 대한 다항식 ax^n 을 (x-1)로 나누었을 때의 몫이 Q(x), 나머지가 2이다. 이차식 Q(x)에 대

하여
$$\frac{Q(-1)}{2}$$
의 값은? [5점]

a=2 (x=1대입)

ii) Q(x)가 이차식이므로

n = 3

iii)
$$2x^3 = (x-1)Q(x) + 2$$

$$2(x^3-1)=(x-1)Q(x)$$

$$2(x-1)(x^2+x+1)=(x-1)Q(x)$$

$$Q(x) = 2(x^2 + x + 1)$$

iv)
$$\frac{Q(-1)}{2} = \frac{2(1-1+1)}{2} = 1$$

답 1번

문제16. y = -x(x-8)의 그래프와 x축이 직선 x=t와 만나는 점을 각각 B, A라 하고, x=t+2가 만나는 교점을 각각 C와 D라 할 때. 사다리꼴 ABCD의 넓이의 최댓값은? (단. 1 < t < 5) [5.2점]

$$\overline{AB} = -t(t-8) = -t^2 + 8t$$

$$\overline{CD} = -(t+2)(t-6) = -t^2 + 4t + 12$$

$$S = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{CD})(t + 2 - t)$$

$$= -2t^{2} + 12t + 12$$

$$= -2(t^{2} - 6t + 9 - 9) + 12$$

$$= -2(t - 3)^{2} + 30 \ge 30$$

답 4번

문제17. 직선 y=2x+p가 이차함수

 $y=x^2-4$ 의 그래프와 점A,B에서 만나고, x축과 는 점 C에서 만난다. 점 A와 B에서 x축에 내린 수선 의 발을 각각 D, E라 하자. 삼각형 ACD의 넓이와 삼각형 BCE의 넓이의 합이 8이라 할 때, p의 값은?

(단, -4 이고 <math>A의 x좌표는 B의 x좌표보다 작다.) [5.3점]

i)
$$x^2 - 4 = 2x + p$$

$$x^2 - 2x - 4 - p = 0$$

$$\alpha+\beta=2$$
, $\alpha\beta=-4-p$

$$\mathrm{ii})~S=rac{1}{2}igg(lpha-\left(-rac{p}{2}
ight)igg)(2lpha+p)$$

$$+ \, rac{1}{2}igg(-rac{p}{2}-etaigg)igg(-(2eta+p)igg)$$

$$(::f(\beta)<0)$$

$$=rac{1}{2}igg\{\left(lpha+rac{p}{2}
ight)(2lpha+p)$$

$$+\left(eta+rac{p}{2}
ight)\left(2eta+p
ight)
brace$$

$$=rac{1}{2}\Big\{p^2+2(lpha+eta)p+2(lpha^2+eta^2)\Big\}$$

$$=\frac{1}{2}(p^2+8p+24)=8$$

$$p^2 + 8p + 8 = 0$$

$$p = -4 + 2\sqrt{2}$$
 (: -4 < p < 4)

답 2번

※넓이를 구하는 다른 식으로 아래 식을 이용해도 됨.

단, 삼차식이 들어가기 때문에 조금 더 복잡함.

ii)
$$S=rac{1}{2}igg(lpha-\left(-rac{p}{2}
ight)igg)(lpha^2-4)$$

$$+ \left.rac{1}{2}igg(-rac{p}{2}-etaigg)igg(-(eta^2-4)igg)$$

$$(::f(\beta)<0)$$

$$=\frac{1}{2}\left\{\left(\alpha+\frac{p}{2}\right)(\alpha^2-4)\right\}$$

$$+\left(eta+rac{p}{2}
ight)\left(eta^2-4
ight)
ight\}$$

주관식 5번과 6번은 서술형 문항으로 풀이과정과 함께 작성하여야 합니다. 서술형 문항의 부분 점수 요건을 모 두 만족했으나 풀이 과정에서 수식 또는 기호 사용의 오 류가 있을 경우 1점 감점입니다. 주1(단답형1). 다음 물음에 답하시오. [총 3점]

(1) 이차함수 $y=-x^2+2x+4$ 의 최댓값을 구하 시오. [1점]

 $(2)-1 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수

 $y = -x^2 + 2x + 4$ 는 x = a일 때, 최솟값 b를

갖는다. 상수 a, b를 각각 구하시오. [2점]

풀이

$$(1) \ y = -x^2 + 2x + 4$$

$$=-(x^2-2x+1-1)+4$$

$$=-(x-1)^2+5$$

: 최댓값 5

(2) x = -1일 때, 최솟값

$$f(-1) = -(-2)^2 + 5 = 1$$

a = -1, b = 1

- 주2(단답형2). 어느 가게에서 젤리 한 개의 가격이 100원일 때, 하루에 600개씩 팔린다고 한다. 이 젤리의 한 개의 가격을 x원 올리면 판매량은 2x개 줄어든다고 한다. [총 4점]
- (1) 가격 변화 후 젤리의 하루 총 판매 금액을 x에 대한 식으로 나타내시오. [2점]
- (2) 젤리의 하루 총 판매 금액이 최대가 되는 젤리 1개의 가격을 구하시오. [2점]

풀이

(1)
$$(100 + x)(600 - 2x)$$

- ※주의 = 0은 전부 오답
- ※전개하거나, 함수의 형태까지는 정답 인정

(2)
$$y = 2(100 + x)(300 - x)$$
에서 $x = 100$

일때, 판매금액최대

.. 판매금액= 100 + 100 = 200

주3(단답형3). -1의 제곱근 $\sqrt{-1}=i$ 라 한다. 다음 물음에 답하시오. [총 4점]

(1) i^4 의 값을 구하시오. [1점]

$$(2)$$
 $\left(rac{1+2i}{2-i}
ight)$ 를 $a+bi$ 의 형태로 풀이과정 없이

나타내시오. [1점]

(3) $\left(\frac{1+2i}{2-i}\right)^{99}$ 의 값을 풀이과정 없이 구하시오.

[2점]

풀이

 $(1)_{1}$

 $<math>\times 1 + 0i$ 도 인정

(2)
$$\frac{1+2i}{2-i} imes \frac{2+i}{2+i} = \frac{5i}{5} = i$$

$$(3) i^{99} = i^3 = -i$$

주4(단답형4). 다항식 P(x)가 다음을 만족하는 사차식이라고 한다.

$$P(x) = rac{1}{2025}(x^4 - 10x^3 + 22x^2 - 18x + 5)$$

P(16)의 값을 구하시오. [5점]

$$P(x) = \frac{1}{2025}(x-1)^2(x^2-8x+5)$$

$$P(16) = \frac{1}{5^2 \times 3^4} \times 3^2 \times 5^2 (16^2 + 8 \times 16 + 5)$$

$$=\frac{1}{9}(128+5)$$

$$=\frac{133}{9}$$

주5(서술형1). 이차방정식 $x^2 + 5x + 6 - k = 0$ 이 서로 다른 두 허근을 갖도록 하는 실수 k의 범위를 풀이과정과 함께 서술하시오. [4점]

$$D = 5^2 - 4 \times (6 - k)$$

= $1 + 4k < 0$

$$\therefore \ k < -\frac{1}{4}$$

주6(서술형2). 다항식 P(x)를 x^2 으로 나눈 나머지가6이고 (x-1)로 나눈 나머지가3이다. P(x)를 $x^2(x-1)$ 로 나눈 나머지를 R(x)라 할 때, R(3)

의 값을 풀이과정과 함께 서술하시오. [5점]

 $P(x) = x^2 Q'(x) + 6$ = (x - 1)Q''(x) + 3

$$P(x) = x^{2}(x - 1)Q(x) + ax^{2} + bx + c$$

$$(:x^2(x-1)$$
이 삼차식)

$$= x^2(x-1)Q(x) + ax^2 + 6$$

$$P(1) = a + 6 = 3$$

$$a = -3$$

ii)
$$R(x) = -3x^2 + 6$$
 $R(3) = -27 + 6 = -21$