



학습지 17

03. 이차방정식의 근과 계수의 관계



▶ 생각 열기

다음 표를 완성하고, 물음에 답해 보자.

이차방정식	두 근	두 근의 합	두 근의 곱
$x^2 - 3x + 2 = 0$	1, 2		
$x^2 - 2x + 1 = 0$	1, 1		
$x^2 - 4x + 5 = 0$	$2 - i, 2 + i$		

- 1 위의 각 이차방정식에서 두 근의 합과 일차항의 계수를 비교해 보자.
- 2 위의 각 이차방정식에서 두 근의 곱과 상수항을 비교해 보자.

이차방정식의 근과 계수의 관계

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근 α, β 를 $\alpha = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \beta = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 라고 하면

두 근의 합 $\alpha + \beta =$

두 근의 곱 $\alpha\beta =$

이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$\alpha + \beta = (\quad), \alpha\beta = (\quad)$

(예) 이차방정식 $6x^2 - 5x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면 $\alpha + \beta = (\quad), \alpha\beta = (\quad)$

▶ 문제 1

다음 이차방정식의 두 근의 합과 곱을 구하시오.

(1) $2x^2 - 7x + 3 = 0$

(2) $x^2 + 7x + 10 = 0$

○ 예제 1 - 이차방정식의 근과 계수의 관계 활용하기

이차방정식 $x^2 + 4x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $\alpha^2 + \beta^2$

(2) $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}$

▶ 문제 2

이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $(1 - \alpha)(1 - \beta)$

(2) $\frac{\beta}{\alpha} + \frac{\alpha}{\beta}$

(3) $(\alpha - \beta)^2$

(4) $\alpha^3 + \beta^3$

두 수를 근으로 하는 이차방정식은 어떻게 나타낼까?

두 수 α, β 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 ()이므로 좌변을 전개하여 정리하면

$$x^2 - ()x + = 0$$

$$x^2 - (\quad)x + \quad = 0$$

○ 예제 2 - 이차방정식의 근과 계수의 관계 활용하기

다음 두 수를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.

(1) 3, 4

(2) $5i, -5i$

▶ 문제 3

다음 두 수를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오.

(1) $1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$

(2) $3 - i, 3 + i$

▶ 생각 넓히기

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 이용하면 이차식 ax^2+bx+c 는 복소수의 범위에서 오른쪽과 같이 항상 두 일차식의 곱으로 인수분해된다. 다음 이차식을 복소수의 범위에서 인수분해해 보자.

1 x^2-2x-4

2 $3x^2-5x+3$

이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 두 근을 α, β 라고 하면

$$\begin{aligned} ax^2+bx+c &= a\left(x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}\right) \\ &= a\{x^2-(\alpha+\beta)x+\alpha\beta\} \\ &= a(x-\alpha)(x-\beta) \end{aligned}$$