

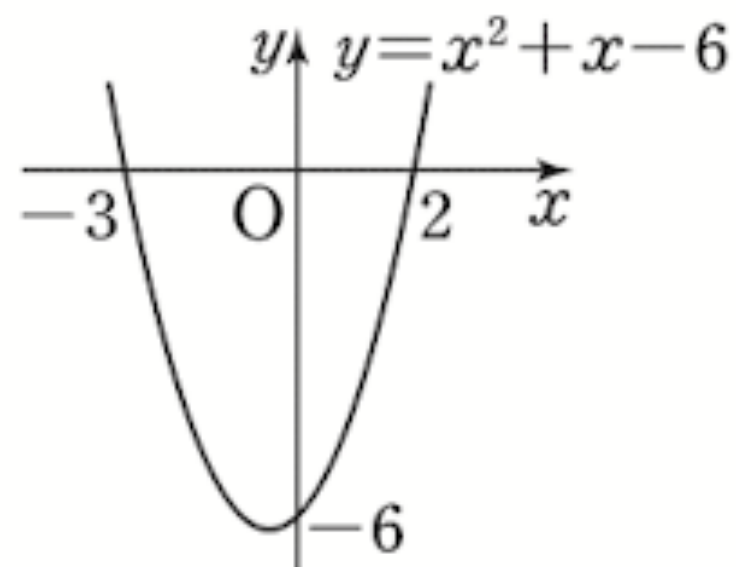
# 7. 이차방정식과 이차함수

# 생각열기

오른쪽 그림은 이차함수  $y = x^2 + x - 6$ 의 그래프이다.

❶ 이차함수  $y = x^2 + x - 6$ 의 그래프와  $x$ 축의 교점의  $x$ 좌표를 모두 말해 보자.

❷ 이차방정식  $x^2 + x - 6 = 0$ 의 근을 구하고, ❶의 결과와 비교해 보자.



이차함수  $y = x^2 + x - 6$ 의 그래프와  $x$ 축의 교점  
은

이차방정식  $x^2 + x - 6 = 0$ 의 두 실근과 같다.

# 이차함수의 그래프와 $x$ 축과의 위치 관계

$$D > 0$$

서로 다른 두 실  
근  
서로 다른 두 점  
에서 만난다

$$D = 0$$

중근  
한 점에서 만난다  
(접한다)

$$D < 0$$

서로 다른 두 허  
근  
만나지 않는다

판별식을 통해  
그래프를 그리거나, 방정식을 풀지 않아도  
위치 관계를 바로 알 수 있다.

# 보기

이차함수  $y = x^2 - 5x + 2$ 의 그래프와  $x$ 축과의  
위치 관계는

이차방정식  $x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 판별식  $D$ 에서

$$D = (-5)^2 - 4 \times 1 \times 2 = 17 > 0$$

$\therefore$  서로 다른 두 점에서 만난다.

**문제1. 다음 이차함수의 그래프와  $x$ 축의 위치 관계를 말하시오.**

(1)  $y = x^2 - 2x + 1$

(2)  $y = 2x^2 - 3x + 1$

(3)  $y = -x^2 - 4x - 5$

답

(1)  $D = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$  한 점에서 만난다. (접한다.)

(2)  $D = (-3)^2 - 4 \times 2 \times 1 = 1 > 0$  서로 다른 두 점에서 만난다.

(3)



이차함수  $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가  $x$ 축  
과 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 값을 구하  
시오.

$$D = (-3)^2 - 4 \times 1 \times k = 9 - 4k > 0$$

$$\therefore k < \frac{9}{4}$$

**문제2. 이차함수  $y = x^2 + 4x + k$ 의 그래프  
와  $x$ 축의 위치 관계가 다음과 같도록 하는 실수  $k$ 의 값 또는 범위를 구하시오.**

- (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
- (3) 만나지 않는다.

$$D = 4^2 - 4 \times 1 \times k = 16 - 4k$$

$$(1) \ k < 4$$

$$(2) \ k = 4$$

$$(3) \ k > 4$$

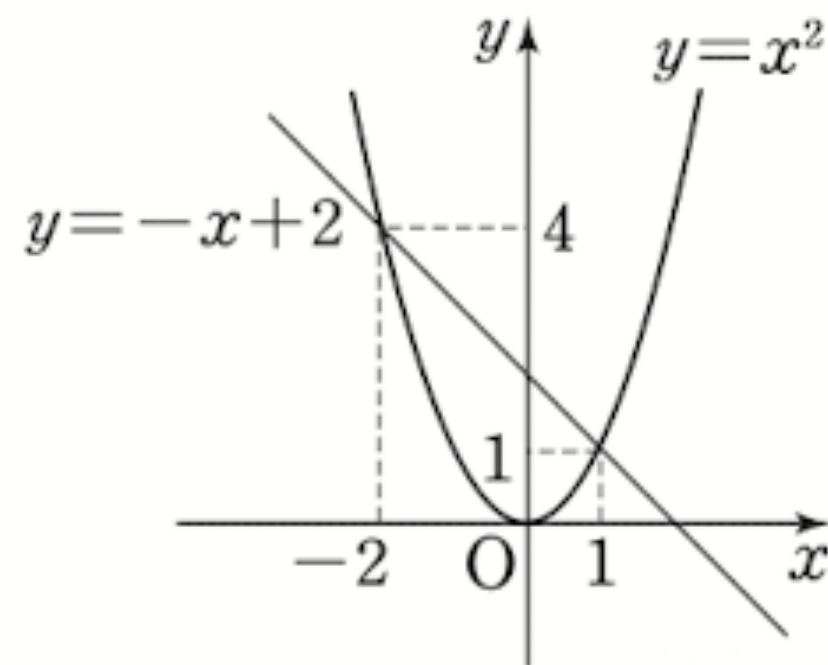
**이차함수의 그래프와 직선의**

**위치 관계**

# 생각 열기

오른쪽 그림은 이차함수  $y=x^2$ 의 그래프와 직선  $y=-x+2$ 이다.

- ① 이차함수  $y=x^2$ 의 그래프와 직선  $y=-x+2$ 의 교점의  $x$ 좌표를 모두 말해 보자.
- ② 이차방정식  $x^2=-x+2$ 의 근을 구하고, ①의 결과와 비교해 보자.



## 이차함수와 직선

이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  직선  $y = mx + n$   
연립하면

$$ax^2 + bx + c = mx + n$$

$$\therefore ax^2 + (b - m)x + c - n = 0$$

연립 → 판별식

# 이차함수의 그래프와 직선의 위치 관계

$$D > 0$$

서로 다른 두 점  
에서 만난다.

$$D = 0$$

한 점에서 만난다.  
(접한다.)

$$D < 0$$

만나지 않는다.



보기

이차함수  $y = x^2 - 2x$  직선  $y = 2x - 5$

$$x^2 - 2x = 2x - 5$$

$$x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5 = -4 < 0$$

$\therefore$  만나지 않는다.

**문제3. 이차함수  $y = x^2 - 3x + 2$ 의 그래프**

**와 다음 직선의 위치 관계를 말하시오.**

(1)  $y = x - 5$

(2)  $y = 2x + 4$

(3)  $y = -x + 1$

답

만나지 않는다.

서로 다른 두 점에서 만난다.

한 점에서 만난다. (접한다.)

예제2. 이차함수  $y = -2x^2 + 12x$ 의 그래프  
와 직선  $y = 2x + k$ 가 한 점에서 만나도록 하는  
실수  $k$ 의 값을 구하시오.

이차함수  $y = -2x^2 + 12x$  직선

$$y = 2x + k$$

$$-2x^2 + 12x = 1x + k$$

$$2x^2 - 10x + k = 0$$

$$D = (-10)^2 - 4 \times 2 \times k = 100 - 8k = 0$$

$$\therefore k = \frac{25}{2}$$

**문제4. 이차함수  $y = x^2 + 1$ 의 그래프와 직선  $y = -x + k$ 의 위치 관계가 다음과 같도록 하는 실수  $k$ 의 값 또는 범위를 구하시오.**

- (1) 서로 다른 두 점에서 만난다.
- (2) 한 점에서 만난다. (접한다.)
- (3) 만나지 않는다.

$$x^2 + 1 = -x + k$$

$$x^2 + x + 1 - k = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \times 1 \times (x - k) = 4k - 3$$

$$(1) \ k > \frac{3}{4}$$

$$(2) \ k = \frac{3}{4}$$



생각 넓히기

링크 추가