

## 4. 복소수와 그 연산

# 생각열기

다음 대화를 읽고, 제공하여  $-10$ 이 되는 실수  $x$ 의 값을 찾을 수 있는지 생각해 보자.



상우

제공해서 2가 되는 실수가 있을까?



상우

제공해서 2가 되는 실수는  $\sqrt{2}$ 와  $-\sqrt{2}$ 야.



연지

그럼, 제공해서  $-1$ 이 되는 실수도 있을까?

# 보기

제공하여  $-1$ 이 되는 새로운 수를  $i$ 라 하자.

$$i^2 = -1$$

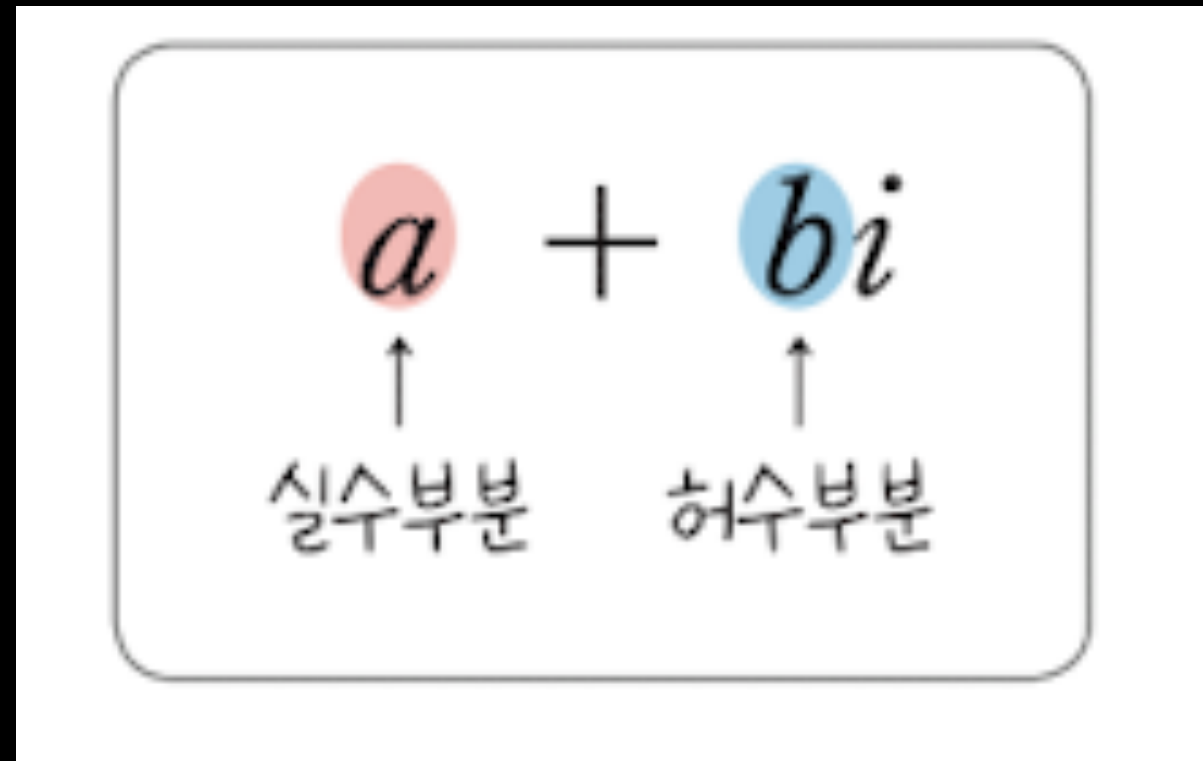
이 중 하나를  $i = \sqrt{-1}$ 로 정의하자.

제공해서  $-1$ 이 되는 수는  $i$  뿐이다. (거짓)


$$(-i)^2 = 1$$

# 복소수

두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + bi$   
의 꼴로 나타내어지는 수를 복소수라고 한다.



# 보기

복소수  $a+bi$  ( $a, b$ 는 실수)   $b=0$ 이면 실수  
 $b \neq 0$ 이면 허수

**문제1. 다음 복소수의 실수부분과 허수부분을 말하시오.**

(1)  $1 - \sqrt{2}i$

(2)  $i + 3$

(3)  $\frac{1}{2}$

(4)  $\sqrt{3}i$

답

(1) 실수부분:  $1$ , 허수부분:  $-\sqrt{2}$

(2) 실수부분:  $3$ , 허수부분:  $1$

(3) 실수부분:  $\frac{1}{2}$ , 허수부분:  $0$

(4) 실수부분:  $0$ , 허수부분:  $\sqrt{3}$



## 복소수가 서로 같을 조건

$a, b, c, d$ 가 실수일 때, 두 복소수  $a + bi, c + di$ 에 대하여

1.  $a = c, b = d$ 이면  $a + bi = c + di$ 이다.

2.  $a + bi = c + di$ 이면  $a = c, b = d$ 이다.

문제2. 다음 등식을 만족시키는 실수  $a, b$ 의 값을 구하시오.

$$(1) a + 4i = -1 + bi$$

$$(2) a + bi = \sqrt{6}$$

$$(3) \quad (a + 2) + (b - 1)i = 5 + i$$

$$(4) \quad (a + 1) - 7i = 2 + (2b - 1)i$$

답

$$(1) \ a = -1, b = 4$$

$$(2) \ a = \sqrt{6}, b = 0$$

$$(3) \ a = 3, b = 2$$

$$(4) \ a = 1, b = -3$$

# 켈레복소수

$$\overline{a + bi} = a - bi$$

## 보기

$$\overline{1 + 2i} = 1 - 2i, \overline{3 - i} = 3 + i, \overline{2} = 2, \overline{i} = -i$$

**문제3. 다음 복소수의 켤레복소수를 구하시오.**

(1)  $1 + \sqrt{2}i$

(2)  $5i - 7$

(3)  $\frac{i}{4}$

(4)  $\sqrt{3}$

답

$$(1) 1 - \sqrt{2}i$$

$$(2) -7 - 5i$$

$$(3) -\frac{i}{4}$$

$$(4) \sqrt{3}$$

**(복소수의 합차) 문제4. 다음을 계산하시오.**

(1)  $(1 + i) + (3 + 2i)$

(2)  $(-2 + i) + (5 - 3i)$

(3)  $(9 - 7i) - (4 + i)$

(4)  $6i - (2 - i)$



답

(1)  $4 + 3i$

(2)  $3 - 2i$

(3)  $5 - 8i$

(4)  $-2 + 7i$

## 복소수의 곱셈

$$(1 + i)(2 + i) = 2 + i + 2i + i^2$$

$$= 2 + i + 2i + (-1)$$

$$= (2 - 1) + (1 + 2)i = 1 + 3i$$

$i$ 를 미지수  $x$ 처럼 계산한 후에

$i^2 = -1$ 을 적용한다.

**문제5. 다음을 계산하시오.**

(1)  $i(1 - 4i)$

(2)  $(-1 + 2i)(4 + 3i)$

(3)  $(2 + i)(2 - i)$

(4)  $(3 - i)^2$

답

(1)  $4 + i$

(2)  $-10 + 5i$

(3)  $5$

(4)  $(3 - i)^2$

## 예제1. 등식

$$(a + i)(2 - i) = -5 + bi \text{를 만족시}$$

키는 실수  $a, b$ 의 값을 구하시오.

좌변

$$(a + i)(2 - i) = 2a - ai + 2i - i^2$$

$$= 2a - ai + 2i - (-1)$$

$$= (2a + 1) + (-a + 2)i$$

$$(2a + 1) + (-a + 2)i = -5 + bi$$

$$\therefore 2a + 1 = -5, -a + 2 = b$$

연립하면

$$a = -3, b = 5$$



## 문제6. 등식

$$(5 + ai)(3 + i) = 11 + bi \text{를 만족}$$

시키는 실수  $a, b$ 의 값을 구하시오.

답

$$a = 4, b = 17$$

(복소수의 나눗셈) 예제2. 다음을  $a + bi$ 의 꼴로 나타내  
시오. ( $a, b$ 는 실수)

$$\begin{aligned}\frac{2+i}{2-i} &= \frac{(2+i)^2}{(2-i)(2+i)} = \frac{(4-1)+4i}{4+1} \\ &= \frac{4+4i+i^2}{2^2-i^2} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\end{aligned}$$

문제7. 다음을 계산하여  $a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)의 꼴로 나타내시오.

(1)  $\frac{1}{i}$

(2)  $\frac{1}{4 + i}$

$$(3) \quad \frac{1 + \sqrt{2}i}{1 - \sqrt{2}i}$$

$$(4) \quad \frac{2 - i}{3 + i}$$

답

(1)  $-i$

(2)  $\frac{4}{17} - \frac{1}{17}i$

$$(3) \quad -\frac{1}{3} + \frac{2\sqrt{2}}{3}i$$

$$(4) \quad \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$$

## 음수의 제곱근

$$(\sqrt{2}i)^2 = -2$$

$$(-\sqrt{2}i)^2 = -2$$

$\therefore \sqrt{2}i$ 와  $-\sqrt{2}i$ 는  $-2$ 의 제곱근



# 음수의 제곱근

$a > 0$  일 때,

1.  $\sqrt{-a} = \sqrt{a}i$

2.  $-a$ 의 제곱근은  $\sqrt{a}i$ 와  $-\sqrt{a}i$ 이다.

# 보기

$$(1) \sqrt{-3} = \sqrt{3}i$$

$$(2) \sqrt{-4} = \sqrt{4}i = 2i$$

$$(3) -9\text{의 제곱근은 } \pm\sqrt{9}i = \pm 3i$$

**문제8. 다음 수의 제곱근을 허수단위  $i$ 를 사용하여 나타내시오.**

(1)  $-8$

(2)  $-100$

(3)  $-\frac{3}{4}$

답

$$(1) \pm 2\sqrt{2}i$$

$$(2) \pm 10i$$

$$(3) \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

문제9. 다음을 계산하여  $a + bi$  ( $a, b$ 는 실수)의 꼴로 나타내시오.

(1)  $\sqrt{-1} + \sqrt{-16}$

(2)  $\sqrt{3}\sqrt{-27}$

(3)  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{-3}}$

답

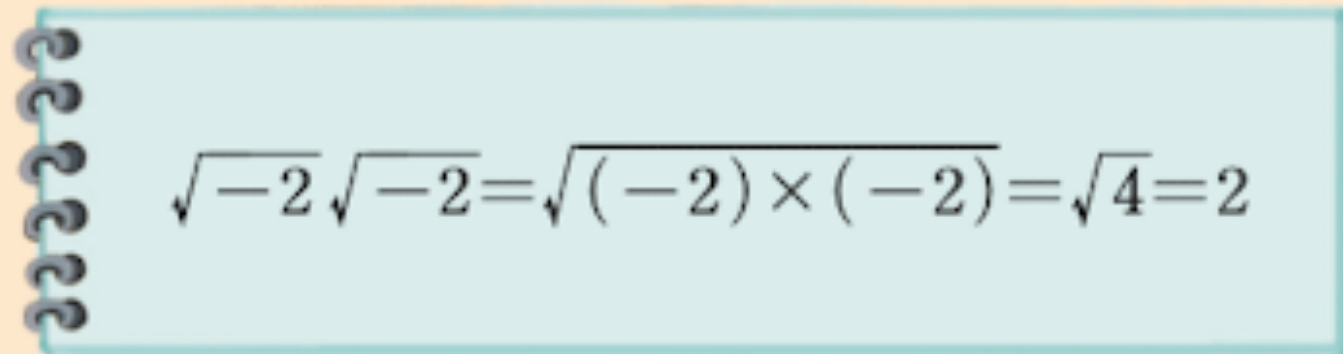
(1)  $5i$

(2)  $9i$

(3)  $-2i$

# 생각 넓히기

다음은 윤희가 제공근이 있는 식을 계산한 것이다. 계산 과정에서 처음으로 잘못된 부분을 찾고, 바르게 계산해 보자.


$$\sqrt{-2}\sqrt{-2}=\sqrt{(-2)\times(-2)}=\sqrt{4}=2$$

