

- ◆ 교과서 문제 풀이입니다.
- ◆ 문제풀이 및 해설은 오른쪽 qr코드와 같습니다.
- ◆ 함께 열심히 해 봅시다.



문제 1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ①  $(\sqrt[4]{4})^2 = 2$       ②  $\frac{\sqrt[3]{20}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{4}$   
 ③  $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[5]{2} = \sqrt[15]{2}$       ④  $\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[6]{2}$   
 ⑤  $\sqrt[4]{125} \times \sqrt{\sqrt{5}} = 5$

①  $4^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{1}{2}} = 2$

②  $\sqrt[3]{\frac{20}{5}} = \sqrt[3]{4}$

③  $2^{\frac{1}{3}} + \frac{1}{3} = 2^{\frac{8}{15}}$

④  $2^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{2}$

⑤  $5^{\frac{3}{4}} \times 5^{\frac{1}{4}} = 5^1 = 5$

문제 2. 세 실수  $x, y, z$ 가  $3^x = 4^y = \left(\frac{1}{12}\right)^z$ 을 만족시킬 때,  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 의 값을 구하시오. (단,  $xyz \neq 0$ )

let  $3^x = 4^y = \left(\frac{1}{12}\right)^z = t$

$x = \log_3 t$

$\frac{1}{x} = \log_t 3$

$y = \log_4 t$

$\Rightarrow \frac{1}{y} = \log_t 4$

$z = \log_{\frac{1}{12}} t$

$\frac{1}{z} = \log_t \frac{1}{12}$

$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \log_t 3 + \log_t 4 + \log_t \frac{1}{12}$   
 $= \log_t 3 \times 4 \times \frac{1}{12}$   
 $= \log_t 1 = 0$

문제 3.  $a > 0$ 이고  $a^{2x} = 3$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1)  $\frac{a^x - a^{-x}}{a^x + a^{-x}}$

(2)  $\frac{a^{3x} - a^{-3x}}{a^{3x} + a^{-3x}}$

(1)  $\frac{a^{2x} - 1}{a^{2x} + 1} = \frac{3 - 1}{3 + 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

(2)  $\frac{a^{6x} - 1}{a^{6x} + 1} = \frac{3^3 - 1}{3^3 + 1} = \frac{26}{28} = \frac{13}{14}$

vdh

문제 4. 두 실수  $a, b$ 가  $a^2 = 3, 5^b = 2$ 를 만족시킬 때, 다음을  $a, b$ 로 나타내시오.

(1)  $\log_5 3$

(2)  $\log_3 \frac{4}{25}$

$a = \log_2 3, b = \log_5 2 \Rightarrow \frac{1}{b} = \log_2 5$

(1)  $\log_5 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 5} = \frac{a}{\frac{1}{b}} = ab$

(2)  $\log_3 \frac{4}{25} = \frac{\log_2 \frac{4}{25}}{\log_2 3}$   
 $= \frac{\log_2 2^2 - \log_2 5^2}{a}$   
 $= \frac{2 - \frac{2}{b}}{a}$   
 $= \frac{2b - 2}{ab}$

v오타.

문제 5. 다음 식을 간단히 하시오.

(1)  $\log_2(4^{\frac{3}{4}} \times \sqrt{25})^{\frac{1}{2}}$

(2)  $-2\log\sqrt{10} + \log\sqrt[3]{100} - \log\sqrt{\frac{1}{1000}}$

(1)  $\log_2\left(2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{5}{2}}\right)^{\frac{1}{2}}$   
 $= \log_2 2^{4 \times \frac{1}{2}} = \log_2 2^2 = 2$

(2)  $-2\log 10^{\frac{1}{2}} + \log 10^{\frac{2}{3}} - \log 10^{-\frac{3}{2}}$   
 $= -1 + \frac{2}{3} + \frac{3}{2}$   
 $= -1 + \frac{13}{6} = \frac{1}{6}$

문제 6.  $10 < x < 100$ 이고  $\log\sqrt{x}$ 와  $\log x^2$ 의 차이가 정수일 때,  $\log x$ 의 값을 구하시오.

i)  $\log x^{\frac{1}{2}} - \log x^2 = \frac{1}{2}(\log x - 2\log x)$   
 $= -\frac{3}{2}\log x$

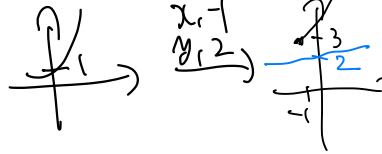
ii)  $10 < x < 100$   
 $\log 10 < \log x < \log 100$  (이항하기)  
 $1 < \log x < 2$   
 $-\frac{3}{2} > -\frac{3}{2}\log x > -3$   
 $\therefore -\frac{3}{2}\log x = -2$   
 $\log x = \frac{4}{3}$

문제 7. 함수  $y = 2^{|x+1|} + 2$ 의 그래프와 직선  $y = k$ 가 만나지 않을 때, 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하시오.

i)  $x \geq -1$  일 때

$y = 2^{x+1} + 2$

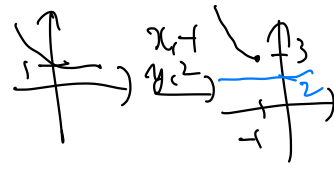
$y = 2^x$



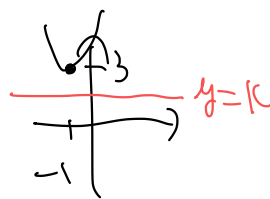
ii)  $x < -1$  일 때

$y = 2^{-(x+1)} + 2$

$y = 2^{-x}$



iii)  $y = 2^{|x+1|} + 2$



$\therefore k < 2$

문제 8. 다음 중 함수  $y = \log_3(-x+1) + 2$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

$y = \log_3(-(x-1)) + 2$

① 정의역은  $\{x | x > 1\}$ 이다.

② 치역은  $\{y | y > 2\}$ 이다.

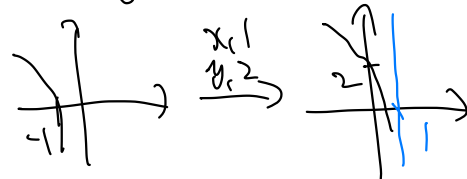
③ 그래프의 점근선은 직선  $x = 1$ 이다.

④ 그래프는 점 (0, 3)을 지난다.

⑤  $x$ 의 값이 증가하면  $y$ 의 값도 증가한다.

⑤  $x$ : 증가  $y$ : 증가  
 $x$ : 감소  $y$ : 감소

$y = \log_3(-x)$



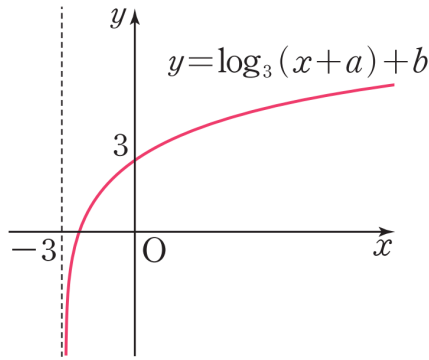
① 정의역  $\{x | x < 1\}$

② 치역  $\{y | y \text{는 실수}\}$  실수 전체

④  $f(0) = \log_3 1 + 2 = 2 \neq 3$

⑤  $x$ : 증가  $\rightarrow y$ : 감소.

문제 9. 함수  $y = \log_3(x+a)+b$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 직선  $x = -3$ 이 이 그래프의 점근선일 때, 상수  $a, b$ 의 값을 구하시오.



i)  $x = -a$  가 점근선이므로

$$-a = -3$$

$$a = 3$$

ii)  $y = \log_3(x+3)+b$   $\rightarrow (0, 3)$  점

$$3 = \log_3 3 + b$$

$$b = 2$$

문제 10. 다음 방정식과 부등식을 푸시오.

$$(1) \frac{3x^2+1}{3^{2(x-1)}} = 9$$

$$(2) 2\log_{\frac{1}{3}}(x-4) > \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

$$(1) \quad (2) \log_{\frac{1}{3}}(x-4)^2 > \log_{\frac{1}{3}}(x-2)$$

$$3^{x^2+1-2(x-1)} = 3^2 \quad \text{ii) } (x-4)^2 > 0, x-2 > 0$$

$$\therefore x > 2$$

$$x^2 - 2x - 1 = 2$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x-1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\text{ii) } (x-4)^2 < (x-2) \quad (\because \frac{1}{3} < 1)$$

$$x^2 - 8x + 16 < x - 2$$

$$x^2 - 9x + 18 < 0$$

$$\begin{matrix} -3 \\ -6 \end{matrix}$$

$$\therefore 3 < x < 6$$

문제 11.  $\left(\frac{1}{1024}\right)^{\frac{1}{n}}$ 이 자연수가 되도록 하는 정수  $n$ 의 값을 모두 구하시오.

문제 12. 이차방정식  $x^2 - 10x + 2 = 0$ 의 두 근이  $\log a, \log b$ 일 때,  $\log_a b + \log_b a$ 의 값을 구하시오.

**문제 13.** 함수  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} + 3$ 에 대한 다음 물음에 답하시오.

(1) 이 함수의 그래프를 그리시오.

(2) 정의역이  $\{x \mid -1 \leq x \leq 3\}$ 일 때, 이 함수의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

**문제 14.** 함수  $f(x) = \log_2 \left(1 + \frac{1}{x+3}\right)$ 에서

$$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(n) = 3$$

을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값을 구하시오.

**문제 15.** 함수  $y = \log_3(x-1) + \log_3(7-x)$ 의 최댓값을 구하시오.

**문제 16.** 별의 밝기는 지구에서 그 별을 볼 때 밝기인 겉보기 등급과 그 별이 지구에서 10파섹의 거리에 있다고 가정했을 때 밝기인 절대 등급으로 나타낸다. 지구까지 거리가  $x$ 파섹인 별의 겉보기 등급을  $m$ , 절대 등급을  $M$ 이라고 하면

$$m - M = 5 \log x - 5$$

인 관계가 성립한다고 한다. 겉보기 등급이 4, 절대 등급이 -5인 별의 지구까지 거리는 몇 파섹인지 구하시오.

(단,  $\log 6.31 = 0.8$ 로 계산한다.)