

문제1. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A - 2B = x^3 + 2x^2 + 1$,

$A + B = 4x^3 - 4x^2 + 1$ 일 때, $A - B$ 를 간단히 하면?

연립하면

$$3B = 3x^3 - 6x^2, B = x^3 - 2x^2$$

$$A = (4x^3 - 4x^2 + 1) - B$$

$$= (4x^3 - 4x^2 + 1) - (x^3 - 2x^2) = 3x^3 - 2x^2 + 1$$

$$\therefore A - B = (3x^3 - 2x^2 + 1) - (x^3 - 2x^2) = 2x^3 + 1$$

문제2. 두 다항식 $A = (x + y)(x - y)$, $B = 2x^2 + xy$ 에 대하여 $X + A = 2X - B$ 를 만족시키는 다항식 X 를 구하시오.

$$X = A + B$$

$$= (x + y)(x - y) + (2x^2 + xy)$$

$$= x^2 - y^2 + 2x^2 + xy$$

$$= 3x^2 + xy - y^2$$

문제3. 다항식 $(x-1)(x+1)(x^2+2x+3)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수와 x^2 의 계수의 합은?

$$(x-1)(x+1)(x^2+2x+3) = (x^2-3)(x^2+2x+3)$$

$$= x^4 + 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$$

$$\therefore 2 + 2 = 4$$

문제4. 다항식 $2x^3 + 3x^2 + 4$ 를 $x^2 + 3$ 으로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$ 라고 할 때, $Q(2) + R(2)$ 의 값은?

다항식 나누기 필기

$$Q(x) = 2x + 3, R(x) = -6x - 5 \text{이므로}$$

$$Q(2) + R(2) = 7 + (-17) = -10$$

문제5. 등식 $x^2 - 2x + 5 = a(x + 1)(x + 2) + b(x + 1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때, abc 의 값을 구하시오.

$$x = -1 \text{ 대입하면 } 1 + 2 + 5 = c, \text{ 즉 } c = 8$$

$$x = -2 \text{ 대입하면 } 4 + 4 + 5 = -b + c, \text{ 즉 } b = c - 13$$

$$\text{대입하면 } b = -5$$

$$\text{양변의 } x^2 \text{의 계수를 비교하면 } a = 1$$

$$\therefore abc = 1 \times (-5) \times 8 = -40$$

문제6. 다항식 $P(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 2
일 때, 다항식 $(2x + 1)P(x)$ 를 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머
지는?

$$(2x + 1)P(x) = (x - 2)Q(x) + R$$

$x = 2$ 대입하면

$$R = 5P(2) = 5 \times 2 = 10$$

문제7. 다음은 조립지법을 이용하여 다항식

$x^3 + ax^2 - 4x + b$ 를 $x - 3$ 으로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구하는 과정이다. 상수 a, b, c, d, e 의 값으로 옳지 않은 것은?

조립제법 그림

문제8. 다항식 $P(x) = x^3 + ax^2 - 3x + b$ 는 $x - 2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -6 이고, $x + 1$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값은?

$$P(2) = 8 + 4a - 6 + b = -6$$

$$4a + b = -8$$

$$P(-1) = -1 + a + 3 + b = 0$$

$$a + b = -2$$

$$\text{연립하면 } a = -2, b = 0$$

$$\therefore a - b = -2 - 0 = -2$$

문제9. 실수 x 가 $x^2 + 3x + 1 = 0$ 을 만족시킬 때, 다음 식의 값을 구하시오.

(1) $x + \frac{1}{x}$

(2) $x^3 + \frac{1}{x^3}$

$x \neq 0$ 이므로 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, \quad \text{즉} \quad x + \frac{1}{x} = 3$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \times x \times \frac{1}{x} \times \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3 \times 3 = 18$$

문제10. 다항식 $4x^3 - x^2 + 1$ 을 $2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫
을 $A(x)$, 나머지를 B 라 하고, $x - \frac{1}{2}$ 로 나누었을 때의 몫
을 $C(x)$, 나머지를 D 라고 할 때, $\frac{C(1) \times D}{A(1) \times B}$ 의 값은?

$$4x^3 - x^2 + 1 = (2x - 1)A(x) + B$$

$$= \left(x - \frac{1}{2}\right) \times 2A(x) + B$$

$$\frac{C(1) \times D}{A(1) \times B} = \frac{2A(1) \times B}{A(1) \times B} = 2$$

문제11. 다항식 $P(x)$ 에 대하여

$P(x) = \frac{1}{30}(x^3 - 4x^2 + 7x - 6)$ 일 때, $P(12)$ 의 값은?

$$P(x) = \frac{1}{30}(x - 3)(x^2 - 2x + 3)$$

$$P(12) = \frac{1}{30}(12 - 3)(12^2 - 2 \times 12 + 3) = \frac{1}{30} \times 9 \times 123 = 41$$

문제12. 인수분해 공식을 이용하여 $\frac{499^3 - 1}{500 \times 499 + 1}$ 의 값을 구하시오.

$499 = X$ 로 놓으면

$$\frac{X^3 - 1}{(X + 1)X + 1} = \frac{(X - 1)(X^2 + X + 1)}{X^2 + X + 1}$$

$$= X - 1 = 499 - 1 = 498$$

문제13. 다음 그림과 같은 직육면체의 대각선 AB 의 길이가 $\sqrt{14}$ 이고 겹넓이가 22일 때, 이 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합을 구하시오.

그림

$$\overline{AB} = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = \sqrt{14}$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 14$$

$$\text{넓이} = 2ab + 2bc + 2ca = 22$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$$

$$= 14 + 22 = 36$$

$$\therefore a + b + c = 6 \quad (\because a + b + c > 0)$$

따라서 모든 모서리 길이의 합은

$$4(a + b + c) = 4 \times 6 = 24$$

문제14. 다항식 $(x^2 - x)(x^2 - x - 1) - 2$ 를 인수분해하면

$(x + 1)(x - a)(x^2 - x + b)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

(단, a, b 는 상수이다.)

$x^2 - x = X$ 로 놓으면

$$(x^2 - x)(x^2 - x - 1) - 2 = X(X - 1) - 2$$

$$(X - 2)(X + 1) = (x^2 - x - 2)(x^2 - x + 1)$$

$$= (x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 1)$$

문제15. 모든 실수 x 에 대하여 등식

$(7x^2 + 8x - 14)^2 = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ 가 성립할 때,

$a + c + e$ 의 값을 구하시오.

문제16. 다항식 $P(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 에 대하여
 $P(2x - 1)$ 은 $x - 1$ 로 나누어떨어지고, $P(x - 4)$ 는 $x - 2$ 로
나누어떨어질 때, 상수 a, b 의 값을 구하시오.

$$a = -1, b = -4$$