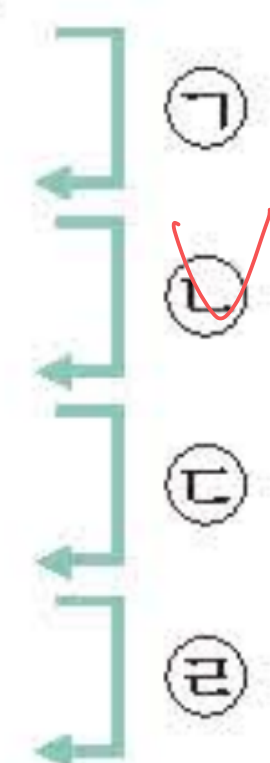


문제 1. 다음 계산 과정에서 처음으로 틀린 곳을 찾으시오.

$$\begin{aligned} & \sqrt{(-3)^2 \times (-3)^4} \\ &= \sqrt{(-3)^6} = 3 \times 2 \\ &= \{\sqrt{(-3)^3}\}^2 \\ &= (-3)^3 \\ &= -27 \end{aligned}$$


밑이 음수이면 지수법칙이 성립하지 않음.

문제 2. $a > 0, b > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하시오.

$$(1) (a^3 b)^{\frac{1}{2}} \times \sqrt{a^{-5} b} \div (ab)^{-2}$$

$$= a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}} \times a^{-\frac{5}{2}} b^{\frac{1}{2}} \div a^{-2} b^{-2} = a^{\frac{3}{2} - \frac{5}{2} - (-2)} \times b^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} - (-2)} \\ = a^2 b^2 = ab^3$$

$$(2) (a^6 b^{-\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}} \div \sqrt[4]{a^2 b^3} \times (a^{\sqrt{2}})^{\frac{1}{\sqrt{8}}}$$

$$= a^{\frac{6}{2}} b^{-\frac{1}{4}} \div a^{\frac{2}{4}} b^{\frac{3}{4}} \times a^{\frac{1}{2}} = a^{3 - \frac{2}{4} + \frac{1}{2}} b^{-\frac{1}{4} - \frac{3}{4}} = a^3 b^{-1} = \frac{a^3}{b}$$

$$(3) \sqrt[2]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{a}}} \times \sqrt{a \sqrt{a} \sqrt{a}}$$

$$= a^{\frac{1}{8}} \times a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{1}{4}} \times a^{\frac{1}{8}} = a^{\frac{1}{8} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}} = a^1 = a$$

$$(4) (\sqrt[4]{a} - \sqrt[4]{b})(\sqrt[4]{a} + \sqrt[4]{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b})$$

$$= (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b$$

문제 3. $a > 1$ 일 때, 다음을 만족시키는 실수 k 의 값을 구하시오.

$$\sqrt[3]{a \times \sqrt{a} \times \sqrt[4]{a^3}} \div \sqrt[6]{a \times \sqrt[3]{a^k}} = 1$$

$$a^{\frac{1}{3}} \times \cancel{a^{\frac{1}{2}}} \times a^{\frac{3}{4}} = \left(\cancel{a^{\frac{1}{6}}} \times a^{\frac{k}{6}} \right) = a^0$$

$$a^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{k}{6}} = a^0$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{k}{6} = 0$$

$$\frac{9}{6} = \frac{k}{6}$$

$$k = \frac{24}{2}$$

문제 4. $a > 0$ 이고 $a^k + a^{-k} = 5$ 일 때, 다음 식의 값을 구하시오. (단, k 는 실수)

(1) $a^{2k} + a^{-2k}$

(2) $a^{\frac{k}{2}} + a^{-\frac{k}{2}} = t$

(1) $a^k + a^{-k} = 5$

$$a^{2k} + 2 + a^{-2k} = 25$$

$$a^{2k} + a^{-2k} = \boxed{23}$$

$$\underline{(a^k)^2 = (a^2)^k = a^{2k}}$$

(2) $a^k + 2 + a^{-k} = t^2$

$$t^2 = 9$$

$$t = \boxed{\sqrt{9}} - \cancel{\sqrt{9}} \quad (\because t > 0)$$

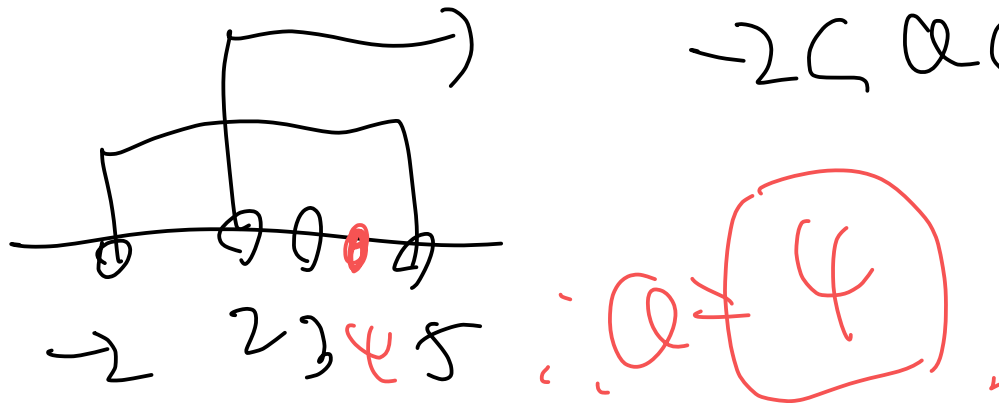
$$\therefore a^{\frac{k}{2}} + a^{-\frac{k}{2}} = \boxed{\sqrt{9}}$$

문제 5. $\log_{(a-2)}(-a^2 + 3a + 10)$ 이 정의되기 위한 정수 a 의 값을 구하시오.

i) $a_2 \neq 1 \Rightarrow a_f 3$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad a &\geq 20 \quad \text{und} \quad -a^2 + 3a + 10 > 0 \\ a &\geq 2 \quad \text{und} \quad a^2 - 3a - 10 < 0 \end{aligned}$$

-25005



문제 6. 다음 식을 간단히 하시오.

정기

(1) $5^{\log_5 3 \times \log_3 11}$

$$= (5^{\log_5 3})^{\log_3 11}$$

$$= (3^{\cancel{\log_5 3}})^{\log_3 11}$$

$$= 3^{\log_3 11} = 11^{\log_3 3} = 11$$

(2) $(\log_3 5 - \log_{\sqrt{3}} 25)(\log_5 3 + \log_{\frac{1}{5}} \sqrt[3]{3})$

$$= \left(\log_3 5 - \frac{\log_3 25}{\log_3 \sqrt{3}} \right) \left(\log_5 3 + \frac{\log_5 3^{\frac{1}{3}}}{\log_5 \frac{1}{5}} \right)$$

$$= \left(\log_3 5 - \frac{\cancel{2} \log_3 5}{\frac{\cancel{1}}{2}} \right) \left(\log_5 3 + \frac{\frac{1}{3} \log_5 3}{\frac{1}{4}} \right) = -2$$

i) $\log_a M + \log_a N = \log_a MN$

ii) $\log_a M^k = k \log_a M$

iii) $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$

iv) $a^{\log_a c} = c^{\log_a a}$

문제 7. 1보다 큰 세 실수 a, b, c 가 $\log_a c : \log_b c = 3 : 2$ 를 만족시킬 때,
 $\log_a b + \log_b a$ 의 값을 구하시오.

$$3 \log_b c = 2 \log_a c$$

$$\frac{3}{\log_c b} = \frac{2}{\log_c a}$$

$$\frac{\log_c a}{\log_c b} = \frac{2}{3}$$

$$\log_b a = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \log_a b + \log_b a$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{2}{3}$$

$$= \frac{9+4}{6}$$

$$= \frac{13}{6}$$

문제 8. 외부자극의 세기를 I , 감각의 세기를 S 라고 하면

$$S = k \log I \quad (k \text{는 상수})$$

$$\log 600 = 2.8$$

$$\begin{aligned} \log 60 &= \log 10 \times 6 \\ &= \log 10 + \log 6 \\ &= 1 + 0.8 = 1.8 \end{aligned}$$

인 관계가 성립한다고 한다. 어느 자극의 세기가 600일 때, 감각의 세기가 0.7이라고 하면 이 자극의 세기가 60일 때, 감각의 세기는 얼마인지 구하시오. (단, $\log 6 = 0.8$ 로 계산한다.)

$$0.7 = k \log 600 \Rightarrow \frac{0.7}{\log 600} = k \quad \text{---} \quad (0.45) = \frac{45}{100}$$

$$\begin{aligned} S &= k \log 60 \Rightarrow S = \frac{0.7}{\log 600} \times \log 60 \\ &= \frac{0.7}{2.8} \times 1.8 = \frac{0.9}{2} = \frac{9}{20} \end{aligned}$$

도전문제

문제 9. 세 양수 a, b, c 에 대하여 $a^3 = 3$, $b^4 = 5$, $c^6 = 7$ 일 때, $(abc)^n$ 이 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

$$a = 3^{\frac{1}{3}} \quad b = 5^{\frac{1}{4}} \quad c = 7^{\frac{1}{6}}$$

$$(abc)^n = \left(3^{\frac{1}{3}} 5^{\frac{1}{4}} 7^{\frac{1}{6}} \right)^n$$

$$= 3^{\frac{n}{3}} 5^{\frac{n}{4}} 7^{\frac{n}{6}}$$

$$\text{lcm}(3, 4, 6)$$

$$\neq 12$$

$$12$$

문제 10. 두 실수 x, y 가 $2^x = 5^y = 10$ 을 만족시킬 때,

$(x-1)(y-1)$ 의 값을 구하시오.

$$2^x = 10 \quad 5^y = 10$$

$$x = \log_2 10 \quad y = \log_5 10$$

$$\begin{aligned} x-1 &= \log_2 10 - \log_2 2 & y-1 &= \log_5 10 - \log_5 5 \\ &= \log_2 5 & &= \log_5 2 \end{aligned}$$

$$\therefore (x-1)(y-1) = (\log_2 5)(\log_5 2) = 1$$

문제 11. $\log_3 2 = a$, $\log_5 3 = b$ 일 때, $\log_{90} 18$ 을 a, b 로 나타내시오.

$$b = \frac{1}{\log_3 5}$$

$$\frac{1}{b} = \log_3 5$$

$$90 = 2 \cdot 3^2 \cdot 5$$

$$90 \begin{matrix} \swarrow 2 & \searrow 3 & \searrow 3 \\ 45 & & \\ \swarrow 3 & \searrow 3 & \\ 15 & & \\ \swarrow 3 & \searrow 2 & \\ 5 & & \end{matrix}$$

$$18 = 2 \cdot 3^2$$

$$\log_{90} 18 = \frac{\log_3 18}{\log_3 90}$$

$$= \frac{\log_3 2 \cdot 3^2}{\log_3 2 \cdot 3^2 \cdot 5}$$

$$= \frac{\log_3 2 + 2}{\log_3 2 + 2 + \log_3 5}$$

$$\log_3 2 + 2 + \log_3 5$$

$$= \frac{a + 2}{a + 2 + \frac{1}{b}}$$

$$= \frac{ab + 2b}{ab + 2b + 1}$$

$$ab + 2b + 1$$

문제 12. 중력과 저항을 고려하지 않을 때,

로켓의 질량을 m_0 t, 연료를 제외한 로켓의 질량을 m_1 t, 로켓의 처음 속력을 v_0 km/s, 로켓의 최종 속력을 v_1 km/s, 로켓 추진체의 분사 속력을 v km/s 라고

하면

$$v_1 - v_0 = v \log_a \frac{m_0}{m_1} \quad (a \text{는 상수})$$

$$3 = v_B \log_a 10$$

$$9 = v_A \log_a 16$$

$$\Rightarrow \log_a 10 = \frac{3}{\log_a 16} = \frac{3}{1.2} = \frac{1}{0.4}$$

$$= \frac{3}{\log 1.6 + 1} = \frac{3}{0.2} = 15$$

인 관계가 성립한다고 한다. 두 로켓 A, B에서 로켓 A는

$\frac{m_0}{m_1} = 16$, $v_1 - v_0 = 9$ 이고 로켓 B는 $\frac{m_0}{m_1} = 10$, $v_1 - v_0 = 3$ 일 때, 로켓 A의 추진체의 분사 속력은 로켓 B의 추진체의 분사 속력의 몇 배인지 구하시오. (단,

$\log 1.6 = 0.2$ 로 계산한다.)

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{\log_a 16}{\log_a 10} = \frac{9}{3} \times \frac{\log_a 10}{\log_a 16} = 3 \times \frac{1}{15} = \frac{1}{5}$$