

8. 이차함수의 최대최소

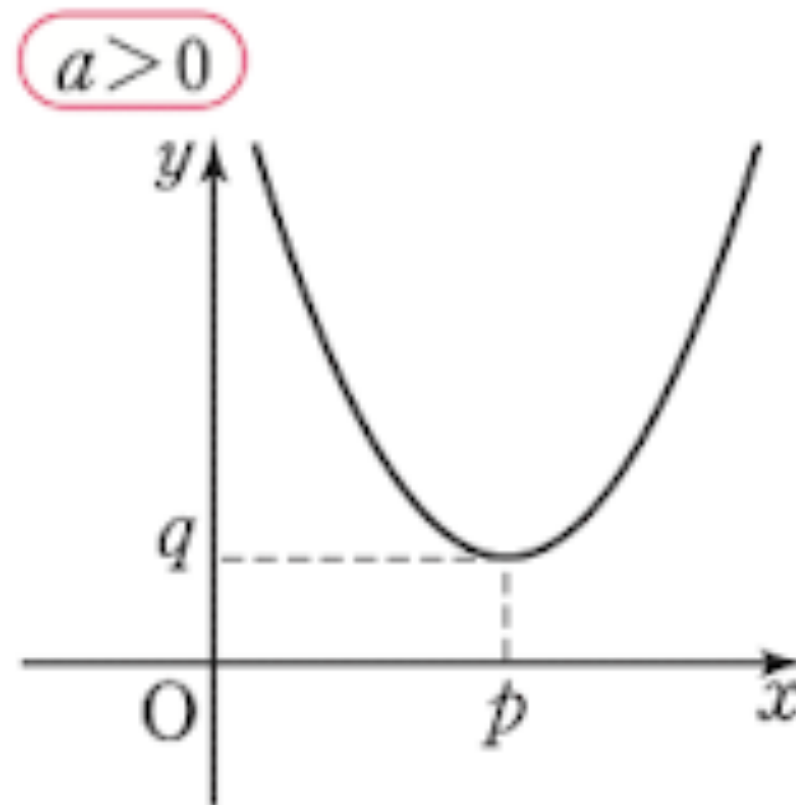
생각열기

공학도구 영상 추가

(중학)이차함수의 최대 최소

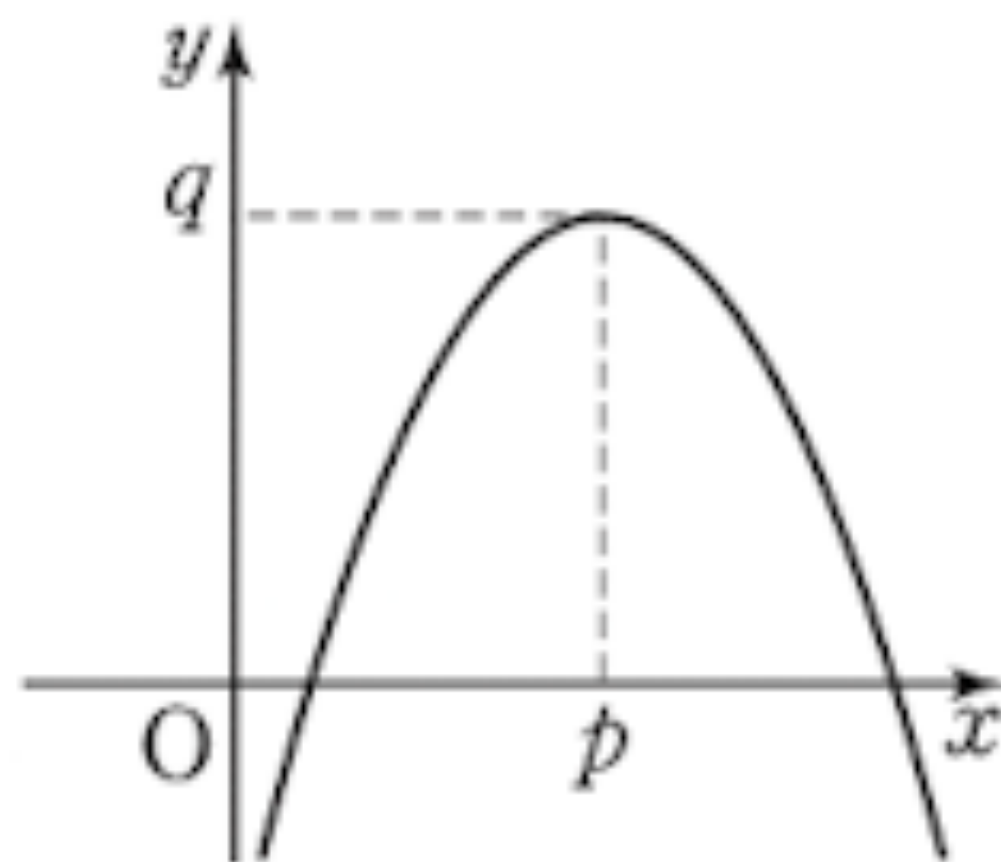
이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 는

(i) $a > 0$ 이면 $x = p$ 에서 최솟값 q 를 갖고, 최댓값은 없다.



(ii) $a < 0$ 이면 $x = p$ 에서 최댓값 q 를 갖고, 최솟값은 없다.

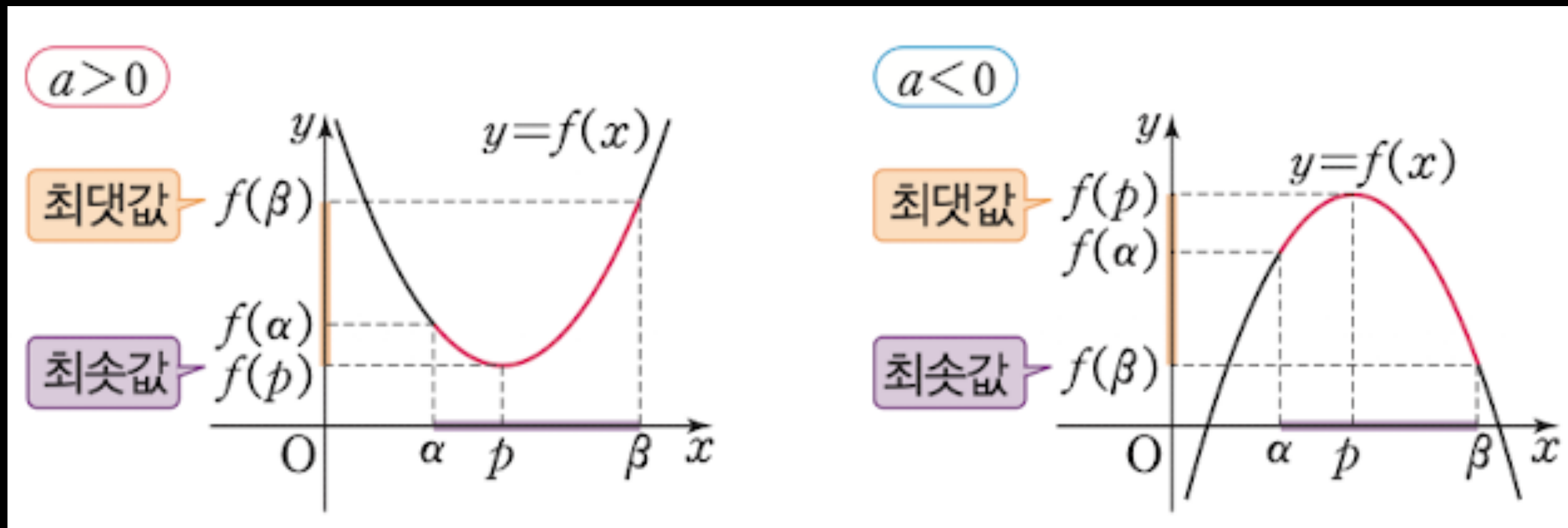
$$a < 0$$



제한된 범위에서 이차함수의 최대 최소

내용

(1) 꼭짓점의 x 좌표 p 가 주어진 범위에 속하면, 즉 $\alpha \leq p \leq \beta$ 이면 $f(p), f(\alpha), f(\beta)$ 중에서 가장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.



(2) 꼭짓점의 x 좌표 p 가 주어진 범위에 속하지 않으면,
즉 $p < \alpha$ 또는 $\beta < p$ 이면 $f(\alpha), f(\beta)$ 중에서 가
장 큰 값이 최댓값, 가장 작은 값이 최솟값이다.

(중학)이차함수의 그래프 그리기

hhh

**예제1. 주어진 x 의 값의 범위에서 다음 이차함수의 최댓값
과 최솟값을 구하시오.**

$$(1) \ y = x^2 - 6x + 4 \quad (1 \leq x \leq 4)$$

$$(2) \ y = -x^2 + 4x - 3 \quad (3 \leq x \leq 5)$$

그림으로 설명

**문제1. 주어진 x 의 값의 범위에서 다음 이차함수의 최댓값
과 최솟값을 구하시오.**

$$(1) y = x^2 - 2x + 2 \quad (-1 \leq x \leq 4)$$

$$(2) y = 2x^2 + 4x - 1 \quad (1 \leq x \leq 2)$$

$$(3) y = -x^2 + 8x - 5 \quad (0 \leq x \leq 5)$$

- (1) 최댓값: 10, 최솟값: 1
- (2) 최댓값: 15, 최솟값: 5
- (3) 최댓값: 11, 최솟값: -5

문제2. $0 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수

$y = 2x^2 - 12x + k$ 의 최댓값이 5일 때, 상수 k 의 값을 구하시오.

답: 5

**예제2. 공을 지면으로부터 1 m 높이에서 초속 40 m로 똑
바로 위로 쏘아올렸을 때, x 초 후의 지면으로부터의 공의
높이를 y m라고 하면**

**$y = -5x^2 + 40x + 1$ 인 관계가 성립한다
고 한다. 다음을 구하시오. (단, 공의 크기는 생각하지 않는다.)**

(1) 이 공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이

(2) 공을 쏘아 올린 후 2초 이상 5초 이하에서 이 공의
최소 높이

그림 그리기

(1)

$$y = -5x^2 + 40x + 1 = -5(x - 4)^2 + 81$$

$x = 4$ 일 때 최댓값 81

$\therefore 81$ m

(2)

$$\text{2초 후 높이 } y = -5 \times 2^2 + 40 \times 2 + 1 = 61 \text{ m}$$

$$\text{5초 후 높이 } y = -5 \times 5^2 + 40 \times 5 + 1 = 76 \text{ m}$$

$$\therefore 61 \text{ m}$$

문제3. 어느 극단에서 공연 수익금 전액을 기부하기로 하였다. 이 공연의 입장권 가격 x 만 원과 공연에서 얻어지는 수익금 y 만 원 사이에 $y = -20x^2 + 200x$ 인 관계가 성립한다고 한다. 입장권의 가격을 3만 원 이상 8만 원 이하로 했을 때, 이 공연에서 얻을 수 있는 수익금의 최댓값과 최솟값을 구하시오.

풀이

$$y = -20x^2 + 200x = -20(x - 5)^2 + 500$$

$$f(3) = 420, f(5) = 500, f(8) = 320$$

\therefore 최댓값: 500만 원, 최솟값: 320만 원

생각 넓히기

연간 구독료가 10만 원인 어떤 수학 잡지의 구독자의 수가 1만 명이라고 한다. 연간 구독료를 1만 원 낮출 때마다 구독자가 2천 명씩 증가하며, 구독료를 7만 원 이상 9만 원 이하가 되도록 조정하려고 한다. 이때 1년 매출이 최대가 되게 하려면 연간 구독료를 얼마로 정해야 하는지 구해 보자. 또, 이때의 매출액은 얼마인지 구해 보자.

