

◆ 시험문제 앞장 맞추기 프로젝트

◆ 수업자료 홈페이지는 오른쪽 qr코드와 같습니다.

◆ 함께 열심히 해 봅시다.



## 선택형

1. 첫째항이 4, 공차가 2인 등차수열  $\{a_n\}$ 이

$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 1$ 를 만족시킬 때, 자연수  $n$ 의 값을 구하

면? [5.4점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

$$\left(\frac{3}{4}\right) = \sum_{k=1}^n \frac{\sqrt{a_k} - \sqrt{a_{k+1}}}{a_k - a_{k+1}} \quad a_n = 2n + 2$$

$$= -\frac{1}{2} \left[ (\sqrt{a_1} - \sqrt{a_2}) + (\sqrt{a_2} - \sqrt{a_3}) + \dots + (\sqrt{a_n} - \sqrt{a_{n+1}}) \right]$$

$$= -\frac{1}{2} (2 - \sqrt{2n+4}) = 1$$

$$2 - \sqrt{2n+4} = -2$$

$$\sqrt{2n+4} = 4$$

$$2n = 12 \quad (\because n > 0)$$

$$n = 6$$

2. 수열  $\{a_n\}$ 이  $a_8 - a_6 = 4$ 를 만족한다. 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라고 하자.  $S_n = pn^2 + n + 1$ 일 때,

$a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [5.5점]

- ① 16      ② 17      ③ 18      ④ 19      ⑤ 20

c)  $a_1 = S_1 = p + 1 = 3$  실수하기 쉬운건 먼저 해결

ii)  $a_n = S_n - S_{n-1} \quad \therefore a_1 + a_3 + a_5$

$$= pn^2 + n + 1 - (p(n-1)^2 + (n-1) + 1)$$

$$= 2pn - p + 1$$

iii)  $a_8 - a_6 = 16p - p + 1$

$$= 15p + 1 = 4 \quad \therefore p = 1 \quad \therefore a_n = 2n \quad (n \geq 2)$$

3. 다음 주문서대로 가능한 한 많은 상자에 굴을 담으려고 할 때, 필요한 상자의 개수는? [5.2점]

<주문서>

- 굴 2800개를 여러 개의 상자에 나누어 담는다.

- 모든 상자에는 적어도 굴 100개가 들어 있게 한다.

- 상자에 들어 있는 굴의 개수는 모두 다르게 한다.

- ① 22      ② 23      ③ 24      ④ 25      ⑤ 26

$$100 + 100 + 100 + \dots + 100 + 100 \quad (t > n-1)$$

$$= 100(n+1) + \sum_{k=1}^{n-1} k + t$$

$$= 100(n+1) + \frac{(n-1)n}{2} + t = 2800$$

ii)  $n=24$  일때  $23, 46$

i)  $n=22$  일때      ii)  $n=23$  일때

$$2300 + 21 \cdot 11$$

$$= 2431$$

$$2400 + 11 \cdot 23$$

$$= 2653$$

$$2800 + 23 \cdot 12$$

$$= 2916 \leq 2800 \text{ 이므로}$$

$$24 = t = n-1 = 23 \text{ 이므로}$$

$$\therefore n=24 \text{ 이므로 정답}$$

4. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이  $a_n = \sum_{k=1}^n k^3$  일 때, 다음 식의 값은?

[4.0점]

$$\frac{1 \times 2}{a_1} + \frac{2 \times 3}{a_2} + \frac{3 \times 4}{a_3} + \dots + \frac{10 \times 11}{a_{10}}$$

- ①  $\frac{9}{10}$       ②  $\frac{10}{11}$       ③  $\frac{11}{12}$       ④  $\frac{18}{5}$       ⑤  $\frac{40}{11}$

$$a_n = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

$$\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1 \cdot 2}{1^2 \cdot 2^2} \cdot 2^2 + \frac{2 \cdot 3}{2^2 \cdot 3^2} \cdot 2^2 + \dots + \frac{10 \cdot 11}{10^2 \cdot 11^2} \cdot 2^2$$

$$= 4 \left( \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{10 \cdot 11} \right)$$

$$= 4 \left[ \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \dots + \left( \frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) \right]$$

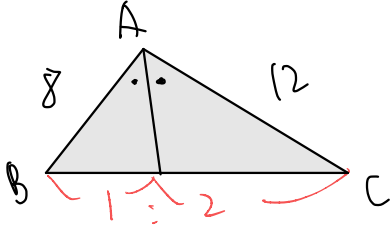
$$= 4 - \frac{4}{11}$$

$$= \frac{40}{11}$$

부분분수  
연쇄분수

서술형

단답형 1. 삼각형 ABC에서  $A = 120^\circ$ ,  $\overline{AB} = 8$ ,  $\overline{AC} = 16$  이고, 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 D라고 할 때, 선분 AD의 길이를 구하시오. [6점]



$AB:AC = 1:2$  이므로

각의 이등분선 정리에 의해

$$\angle BAD = \angle DAC = 60^\circ$$

let  $AD = x$

$$\frac{1}{2}x \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ \times 3 = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 16 \cdot \sin 60^\circ$$

$$x = \frac{16}{3}$$

서술형 1. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 a_2 = a_{10}$ ,  $a_1 + a_9 = 90$  일 때,

$(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9)(a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + a_9)$ 의 값을 구하시오.

[6점]

$$\therefore a \cdot ar = ar^9 \quad \therefore a + ar^8 = 90$$

$$a = r^8 \quad a^2 + a - 90 = 0$$

$$a = 9 \text{ or } -10 \quad (\because a > 0)$$

$$\therefore r^8 = 9, \quad r^4 = 3$$

$$\therefore (S_5) = \frac{a(1-r^{10})}{1-r^2} \cdot \frac{a(1+r^{10})}{1+r^2}$$

$$= a^2 \frac{1-r^{20}}{1-r^4}$$

$$= 81 \cdot \frac{1-3^5}{1-3}$$

$$= 9801$$

단답형 2. 모든 항이 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자. 수열  $\{a_n + a_{n+1}\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $T_n$ 이라 할 때,  $\frac{S_n}{T_n} = \frac{3}{4}$ 이고  $a_1 + a_2 = \frac{2}{3}$ 이다.  $a_4$ 를 구하면?

$$\therefore a_1 + a_2 = a(1+r)$$

$$a_2 + a_3 = ar(1+r)$$

$\vdots$

$$\text{첫째항} = a(1+r)$$

$$\text{공비} = r$$

$$\therefore T_n = \frac{a(1+r)(r^n-1)}{r-1}$$

$$\therefore \frac{S_n}{T_n} = \frac{\frac{a(r^n-1)}{r-1}}{\frac{a(1+r)(r^n-1)}{r-1}} = \frac{1}{1+r} = \frac{3}{4}$$

$$4 = 3 + 3r \quad \therefore r = \frac{1}{3}$$

서술형 2. 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 다음을 만족할 때, 물음에 답하시오. [7.0점]

<조건>

(가)  $a_2 = 8$

(나)  $|a_4| = |a_8|$

(다) 공차  $d \neq 0$

(1) 공차  $d$ 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

(2) 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 의 최댓값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [4.0점]

$$(1) \therefore a + d = 8$$

$$\therefore a + 3d = -(a + 7d) \quad (\because d \neq 0)$$

$$2a = -10d$$

$$a = -5d$$

$$\therefore -5d + d = 8$$

$$-4d = 8$$

$$d = -2$$

$$a = 10$$

$$(2) a_n = 10 + (n-1) \cdot (-2)$$

$$= -2n + 12 \geq 0$$

$$6 \geq n$$

$$\therefore a_5 > 0, a_6 = 0, a_n < 0 \text{ 일 때}$$

$$S_n \text{의 최댓값은 } n=5 \text{ or } 6 \text{ 일 때}$$

$$S_{n \text{ 최댓값}} = \frac{5(10+2)}{2} \text{ or } \frac{6(10+0)}{2}$$

$$= 30$$

둘 중 하나만

각종해도 됨