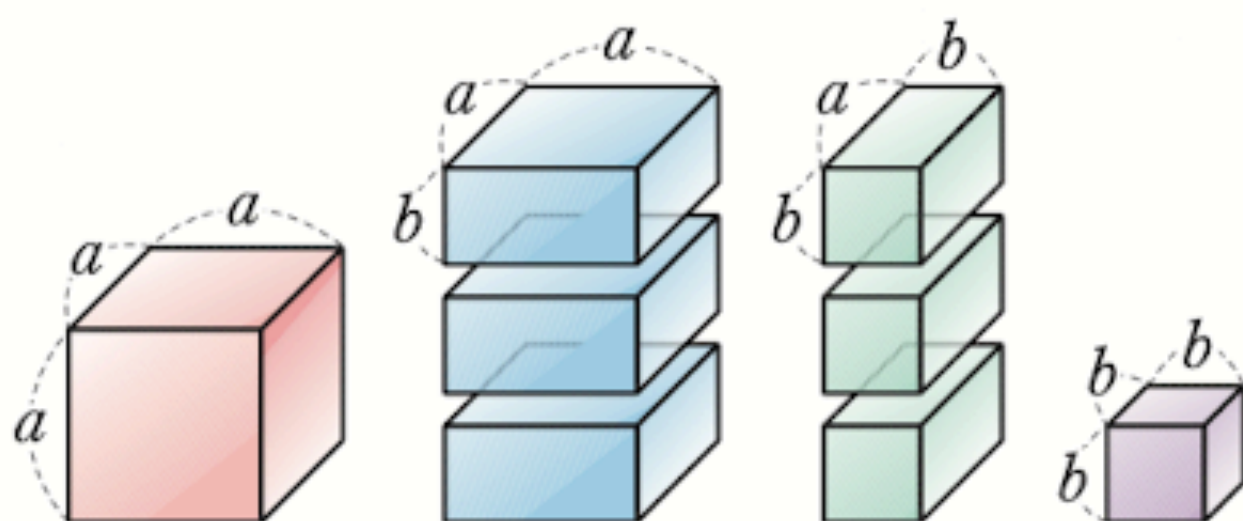


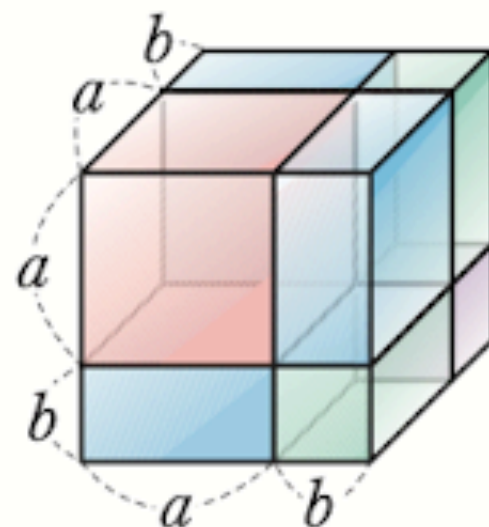
### 3. 인수분해

# 생각열기

다음 [그림1]의 정육면체 2개와 직육면체 6개를 붙여 [그림2]와 같은 정육면체 1개를 만들었다.



[그림1]



[그림2]

- ① [그림1]의 정육면체 2개와 직육면체 6개의 부피의 합을 식으로 나타내 보자.
- ② [그림2]의 정육면체의 부피를 식으로 나타내고, ①에서 구한 정육면체 2개와 직육면체 6개의 부피의 합과 비교해 보자.

# 인수분해

$$a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \begin{array}{c} \xrightarrow{\text{인수분해}} \\ \xleftarrow{\text{전개}} \end{array} (a+b)^3$$

공통인수

공식 적용

치환

조립제법

차수 정리

복소수의 범위라는 말이 없으면, 일반적으로는 정수 범위로 인수분해하면 된다.

# 인수분해 공식

(1)

$$a^2 + x^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca = (a + b + c)^2$$

(2)  $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)^3$

$$a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)^3$$

$$(3) \ a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

**예제1. 다항식**

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xy - 2yz + 2zx$$

**를 인수분해하시오.**

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2zx$$

$$= x^2 + (-y)^2 - z^2 + 2 \times x \times (-y) + 2 \times (-y) \times z + 2 \times z \times x$$

$$= (x - y + z)^2$$

**문제1. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

(1)  $a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab + 12bc + 6ca$

(2)  $a^2 + b^2 + 16 + 2ab - 8b - 8a$



답

$$(1) (a + 2b + 3c)^2$$

$$(2) (a + b - 4)^2$$

**예제2. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

(1)  $8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$

(2)  $a^3 - 27b^3$

**예제2. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

$$(1) \ 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1$$

$$= (2x)^3 + 3 \times (2x)^2 \times 1 + 3 \times 2x \times 1^2 + 1^3$$

$$= (2x + 1)^3$$

**예제2. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

$$(2) \ a^3 - 27b^3$$

$$= a^3 - (3b)^3$$

$$= (a - 3b) \left( a^2 + a \times 3b + (3b)^2 \right)$$

$$= (a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$$

**문제2. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

(1)  $a^3 - 9a^2b + 27ab^2 - 27b^3$

(2)  $x^3 + 1$

답

$$(1) (a - 3b)^3$$

$$(2) (x + 1)(x^2 - x + 1)$$

**예제3. (공통부분 치환) 다음 다항식을 인수분해하시오.**

(1)  $x^4 - 3x^2 - 4$

(2)  $(x + y)(x + y + 6) + 9$

**예제3. (공통부분 치환) 다음 다항식을 인수분해하시오.**

$$(1) \text{ Let } x^2 = X$$

$$x^4 - 3x^2 - 4 = X^2 - 3X - 4 = (X + 1)(X - 4)$$

$$= (x^2 + 1)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 2)(x - 2)$$



**예제3. (공통부분 치환) 다음 다항식을 인수분해하시오.**

$$(2) \text{ Let } x + y = X$$

$$(x + y)(x + y + 6) + 9 = X(X + 6) + 9$$

$$= (X + 3)^2$$

$$= (x + y + 3)^2$$

**문제3. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

(1)  $x^4 - 10x^2 + 9$

(2)  $(x^2 + x)^2 + 2(x^2 + x) - 8$

답

$$(1) (x+1)(x-1)(x+3)(x-3)$$

$$(2) (x+2)(x-1)(x^2+x+4)$$

**예제4. (조립제법) 다항식  $x^3 - 3x - 2$ 를 인수  
분해하시오.**

$$\text{Let } P(x) = x^3 - 3x - 2$$

$$P(-1) = 0$$

$$\therefore P(x) = (x + 1)(\cdots)$$

$$\begin{array}{c|cccc}
 -1 & 1 & 0 & -3 & -2 \\
 & & -1 & 1 & 2 \\
 \hline
 & 1 & -1 & -2 & 0
 \end{array}$$

$$x^3 - 3x - 2 = (x + 1)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x + 1)(x - 2)(x + 1)$$

$$= (x + 1)^2(x - 2)$$

**문제4. 다음 다항식을 인수분해하시오.**

(1)  $x^3 + 2x^2 + 4x + 3$

(2)  $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

답


$$(1) (x+1)(x^2+x+3)$$

$$(2) (x+2)(x-1)(x-3)$$



# 생각 넓히기

다음은 인수분해 공식을 이용하여  $101^3 - 3 \times 101^2 + 3 \times 101 - 1$ 의 값을 구한 것이다.



인수분해 공식을 이용하니까  
간단히 구할 수 있네!

$101^3 - 3 \times 101^2 + 3 \times 101 - 1$ 에서  
 $101 = X$ 로 놓으면  
$$\begin{aligned} X^3 - 3X^2 + 3X - 1 &= (X-1)^3 \\ &= (101-1)^3 \\ &= 100^3 = 1000000 \end{aligned}$$

위의 내용을 참고하여  $197^3 + 9 \times 197^2 + 27 \times 197 + 27$ 의 값을 구해 보자.