생각열기

행렬

보기

(1) $\begin{pmatrix} 1 & 6 & 3 \\ 5 & -1 & 2 \end{pmatrix}$은 $\mathbf{2} \times \mathbf{3}$ 행렬이다.

(2) $\begin{pmatrix} 3 & -7 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$는 $\mathbf{2} \times \mathbf{2}$행렬, 즉 2차정사각행렬이다.

문제1. 다음은 각각 몇 행 몇 열인지 말하시오.

⑴ $\begin{pmatrix} 5 & 3 & -2 \end{pmatrix}$

⑵ $\begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix}$

(3) $$\begin{pmatrix} 3 & 2 & 7 \\ 2 & 9 & 1 \\ 8 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

(4) $$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 5 \\ -0 & 3 \end{pmatrix}$$

답

(1) 1행 3열

(2) 2행 1열

(3) 3행 3열, 3차 정사각행렬

(4) 3행 2열

행렬의 성분

그림

문제2. 행렬 $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -3 \\ 2 & -9 & 0 \end{pmatrix}$에 대하여 다음을 말하시오.

⑴ $(1, 2)$ 성분

⑵ $(2, 3)$ 성분

예제1. 2×3 행렬 A의 성분 a_{ij}가 $a_{ij} = i + 2j$일 때, 행렬 A를 구하시오.

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 4 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

문제3. 3×2 행렬 A의 성분 $a_{ij} = i(j+1)$일 때, 행렬 A를 구하시오.

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$$

행렬이 서로 같을 조건

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

일 때, $A = B$ 이면

$$a_{11} = b_{11}, a_{12} = b_{12}, a_{21} = b_{21}, a_{22} = b_{22}$$

역도 성립한다.

예제2. 다음 등식을 만족시키는 실수 a, b의 값을 구하시오.

$$\begin{pmatrix} 2 & 2a \\ b+1 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -6 \\ 2b & -5 \end{pmatrix}$$

$$2a = 6, b+1 = 2b$$

$$\therefore\ a = -3, b = 1$$

문제4. (직접 해보세요~) 다음 등식을 만족시키는 실수 a, b의 값을 구하시오.

(1) $$\begin{pmatrix} 2a+5 & 3 \\ 1 & b+5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3a & 3 \\ 1 & 3-b \end{pmatrix}$$

(2) $$\begin{pmatrix} 4 & 7a \\ 3b-7 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 6a-4 \\ 1-b & 3 \end{pmatrix}$$

답

(1) $a = 5, b = -1$

(2) $a = -9, b = 2$

행렬의 덧셈과 뺄셈

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

일 때,

$$A + B = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} a_{11} - b_{11} & a_{12} - b_{12} \\ a_{21} - b_{21} & a_{22} - b_{22} \end{pmatrix}$$

각각의 성분별로 더하고 뺀다.

보기

두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 8 \end{pmatrix}$에 대하여

$$A + B = \begin{pmatrix} 5+4 & 3+7 \\ 6+1 & 2+8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 10 \\ 7 & 10 \end{pmatrix}$$

$$A - B = \begin{pmatrix} 5-4 & 3-7 \\ 6-0 & 2-8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ 5 & -6 \end{pmatrix}$$

문제5. (한번 해보세요~)다음을 계산하시오.

(1) $\begin{pmatrix} 3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 & 3 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 6 & -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$

(4) $\begin{pmatrix} 5 & 0 & 8 \\ -2 & -3 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & -2 & 7 \\ -3 & 9 & -1 \end{pmatrix}$

답

(1) $\begin{pmatrix} 9 & 5 \end{pmatrix}$

(2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 9 \end{pmatrix}$

$$(3)\quad \begin{pmatrix} -1 & 7 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(4)\quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -12 & 3 \end{pmatrix}$$

문제6, 7 덧셈에 대한 교환법칙과 결합법칙이 성립한다.

영행렬

성분이 모두 0인 행렬

예를 들면

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

예제3. 두 행렬 $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -6 & 8 \end{pmatrix}$,

$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$에 대하여

$X + A = B$를 만족시키는 행렬 X를 구

$$X = B - A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -6 & 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ 6 & 0 \end{pmatrix}$$

문제8. (한 번 풀어보세요~)두 행렬

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$$에

대하여 $A + X = B$를 만족시키는 행렬

X를 구하시오.

$$X = B - A = \begin{pmatrix} 1 & 7 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$$