♦ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 5문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 삼각형 ABC에서 $a=7,\ b=8,\ \sin(A+B)=\frac{1}{4}$일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [3.7점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$\sin(A+B)=\sin(\pi-C)=\sin C$ ($\because \triangle ABC$)

$S=\frac{1}{2}\cdot 7\cdot 8\cdot\frac{1}{4}$

$=7$

2. 제3항이 8, 제7항이 20인 등차수열의 제10항은? [3.8점]

① 28 ② 29 ③ 30 ④ 31 ⑤ 32

$a+2d=8$

$a+6d=20$

$4d=12$

$d=3,\ a=2$

$\therefore a_{10}=2+9\cdot 3=29$

3. 첫째항이 a, 공비가 r인 등비수열의 제5항이 2, 제10항이 486일 때, ar의 값은? [3.9점]

① $\frac{2}{81}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ $\frac{2}{27}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{4}{27}$

$ar^4=2$

$ar^9=486$

$r^5=243$

$r=3$

$\therefore ar\times r^3=2$

$ar=\frac{2}{27}$

4. 함수 $f(x)=a\tan bx-2$의 주기가 $\frac{\pi}{2}$, $f\left(\frac{5}{8}\pi\right)=1$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b는 상수이고 $b>0$) [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

i) 주기$=\frac{\pi}{|b|}=\frac{\pi}{2}$ $b=2$ ($\because b>0$)

ii) $f\left(\frac{5}{8}\pi\right)=a\cdot\tan 2\cdot\frac{5}{8}\pi-2=1$

$a-2=1$

$a=3$

$\therefore a+b=3+2=5$

5. $\sum_{k=1}^{10}a_{2k}=20,\ \sum_{k=1}^{10}a_{2k-1}=40$일 때, $\sum_{n=1}^{20}(-1)^{n+1}a_n$의 값은? [4.1점]

① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

$a_1+a_3+\cdots+a_{19}=40$

$a_2+a_4+\cdots+a_{20}=20$

$\therefore a_1-a_2+\cdots+a_{19}-a_{20}$

$=40-20$

$=20$

6. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 하자. $S_5 = 20$, $S_9 = 126$일 때, a_7의 값은? [4.4점]

① 28 ② 24 ③ 20 ④ 16 ⑤ 12

$$S_5 = \frac{5(2a+4d)}{2} = 20$$

$$S_9 = \frac{9(2a+8d)}{2} = 126$$

$$2a+4d = 8$$
$$2a+8d = 28$$
$$4d = 20$$
$$d = 5, \quad a = -6$$

$$\therefore a_7 = -6 + 6 \cdot 5$$
$$= 24$$

7. 자연수 n에 대하여 $f(n) = \sqrt{2n+9} + \sqrt{2n+7}$일 때, $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{f(k)}$의 값은? [4.5점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

i) $\frac{1}{f(k)} = \frac{1}{\sqrt{2k+9} + \sqrt{2k+7}}$

$= \frac{\sqrt{2k+9} - \sqrt{2k+7}}{2}$

ii) $\sum_{k=1}^{20} \frac{1}{f(k)} = \frac{1}{2}\left[(\cancel{\sqrt{11}} - \sqrt{9}) + (\cancel{\sqrt{13}} - \cancel{\sqrt{11}})\right.$

$\left. + \cdots + (\sqrt{49} - \cancel{\sqrt{47}})\right]$

②

②

$= \frac{1}{2}(-3+7)$

$= 2$

[8~9]

등차수열 $\{a_n\}$에서 $a_4 = -7$, $a_{10} = 5$이다. 다음 물음에 각각 답하시오.

8. 첫째항부터 제n항까지의 합이 최소가 되는 n의 값은? [4.7점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$a + 3d = -7$$
$$a + 9d = 5$$
$$6d = 12$$
$$d = 2, \quad a = -13$$

$$a_n = -13 + (n-1)\cdot 2$$
$$= 2n - 15 > 0$$
$$n > 7.5$$

$$\boxed{\therefore a_7 < 0, \ a_8 > 0}$$

풀이과정 안에서
실수를 막을 장치를
꼭 해두세요

$$\therefore n = 7$$

9. $|a_1| + |a_2| + |a_3| + \cdots + |a_{15}|$의 값은? [4.8점]

① 49 ② 64 ③ 79 ④ 98 ⑤ 113

$$13 + 11 + \cdots + 1$$
$$+ 1 + 3 + \cdots + 13 + 15$$
$$= \frac{7(1+13)}{2} \times 2 + 15$$
$$= 113$$

10. 첫째항이 1250, 공비가 $\frac{1}{4}$인 등비수열 $\{a_n\}$에서 $f(n) = a_1a_2a_3 \cdots a_n$이라고 하자. 함수 $f(n)$의 값이 최대가 될 때, 자연수 n의 값은? [4.9점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

i) $f(n) = a \times ar \times \cdots \times ar^{n-1}$

$= a^n r^{\frac{(n-1)n}{2}}$

ii) $a_n = 1250 \times \left(\frac{1}{4}\right)^{n-1} > 1$

점점 커지는 조건을 구함
"등차수열 일반항 > 0"
과 같은 식

$5^4 \times 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2n-2} > 1$

$625 > 2^{2n-3}$

$a_6 > 1$, $a_7 < 1$

$\therefore n = 6$

11. 식 $\cos 1° + \cos 2° + \cos 3° + \cdots + \cos 179° + \cos 180°$의 값은? [5.1점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$\cos 179° = \cos(180° - 1°) = -\cos 1°$

$\therefore \cancel{\cos 1°} + \cancel{\cos 2°} + \cdots$

$- \cancel{\cos 1°} - \cancel{\cos 2°} + \cos 90° + \cos 180°$

$= 0 - 1 = -1$

12. $\sum_{m=1}^{n} \left\{ \sum_{k=1}^{m} \left(k - \frac{1}{2}m\right) \right\} = 68$을 만족시키는 자연수 n의 값은? [5.3점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

$\sum_{m=1}^{n} \left(\frac{m(m+1)}{2} - \frac{1}{2}m^2 \right)$

$= \sum_{m=1}^{n} \frac{m}{2}$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 68$

$n(n+1) = 16 \cdot 17$

$\therefore n = 16$

13. 등식 $\sin B = \cos A \sin C$를 만족시키는 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가? [5.5점]

① $a = b$인 이등변삼각형

② $b = c$인 이등변삼각형

③ $a = c$인 이등변삼각형

④ $B = 90°$인 직각삼각형

⑤ $C = 90°$인 직각삼각형

$\frac{b}{\cancel{2R}} = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot \cancel{c}} \cdot \frac{\cancel{c}}{\cancel{2R}}$

$b^2 + a^2 = c^2$

$\therefore \angle C = 90°$인 직각삼각형

14. 월 이율이 2%이고, 1개월마다 복리로 올해 1월 1일부터 매월 1일마다 2만원 씩 적립할 때, 올해 말의 원리합계는? (단, $1.02^{12} = 1.27$로 계산한다.) [5.6점]

① 275,300원 ② 275,400원 ③ 275,500원
④ 275,600원 ⑤ 275,700원

1초	2초	⋯	12초	12말
A	A(1+r)		A(1+r)^{11}	A(1+r)^{12}
			⋮	⋮
			A	A(1+r)

$S = \frac{A(1+r)((1+r)^{12}-1)}{1+r-1}$

$= \frac{2 \times 1.02 \times 0.27}{0.02}$

$= 27.54$

1.02
0.27
27.54

15. 방정식 $-3\cos^2 x + 2\sin x = k$가 실근을 갖도록 하는 정수 k의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라고 할 때, $M - m$의 값은? [5.7점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

let $\sin\theta = s$ $(-1 \le s \le 1)$

$k = -3(1-s^2) + 2s$

$= 3s^2 + 2s - 3$

$= 3(s^2 + \frac{2}{3}s + \frac{1}{9}) - \frac{1}{3} - 3$

$= 3(s + \frac{1}{3})^2 - \frac{10}{3}$

-1 $\quad -\frac{1}{3}$ $\quad 1$

$\therefore k_{최대} = 3 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 3 = 2$

$k_{최소} = 3(-\frac{1}{3}+\frac{1}{3})^2 - \frac{10}{3} = -\frac{10}{3} = -3.XX$

$\therefore M - m = 2 - (-3) = 5$

서답형

단답형 1. 수열 $\left\{\frac{n}{n+2}\right\}$의 제4항이 $\frac{b}{a}$일 때, $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 서로소인 자연수) [4점]

$\frac{4}{4+2} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} = \frac{b}{a}$

$\therefore a+b = 3+2 = 5$

단답형 2. 삼각형 ABC에서 $\frac{\sin A}{2} = \frac{\sin B}{5} = \frac{\sin C}{6}$일 때, $\sin B$의 값을 구하시오. [6점]

$a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C = 2 : 5 : 6$

$\cos B = \frac{4k^2 + 36k^2 - 25k^2}{2 \cdot 2k \cdot 6k}$

$= \frac{5}{8}$

8 $\quad \sqrt{39}$ $\quad 5$

$\sin B = \frac{\sqrt{39}}{8}$

서술형 1. 두 수 2와 8 사이에 15개의 수를 넣어 만든 수열

$$2, a_1, a_2, \cdots, a_{15}, 8$$

이 공비가 r인 등비수열이다. $a_1a_2a_3\cdots a_{15} = 2^T$일 때, 상수 T의 값을 구하시오. [6점]

i) $a_1 = 2r,\ a_2 = 2r^2, \cdots, a_{15} = 2r^{15}$

$\therefore 8 = 2r^{16}$ +1

$r^{16} = 4 \Rightarrow r^8 = \pm 2$

ii) $a_1 a_2 \cdots a_{15}$

$= 2r \times 2r^2 \times \cdots \times 2r^{15}$ +1

$= 2^{15} \times r^{\frac{15\cdot 16}{2}} \cdots ①$ +2

ㄱ) $r^8 = 2$ 일때

$① = 2^{15} \times 2^{15}$

$= 2^{30}$ +1

$2^T > 0$ 이므로

$2^T = 2^{30}$

$T = 30$

ㄴ) $r^8 = -2$ 일때

$① = 2^{15} \times (-2)^{15}$

$= -2^{30}$

고등 과정에선 허수열을 하지 않기 때문에
위 과정을 고려하지 않아도 괜찮습니다.

서술형 2. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 고 하자. $S_n = 2n^2 + n + 1$일 때, 일반항 a_n과 $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값을 구하시오. [7점]

i) $a_1 = 2 + 1 + 1 = 4$

ii) a_n 은 공차가 4인 등차수열이므로 ($\because S_n = \frac{d}{2}n^2 + \cdots$)

$a_n = 4n - d$

$a_1' = 4 - d = 2 + 1$

$\therefore d = 1$ +2

$\boxed{\therefore a_n = 4n - 1 \quad (n \geq 2)}$ +3

없으면 −1

iii) $\sum_{n=1}^{10} a_n = a_1 + \sum_{n=2}^{10}(4n-1)$

$= \sum_{n=1}^{10}(4n-1) + 1$

$= 4 \cdot \frac{10\cdot 11}{2} - 10 + 1$

$= 211$ +1

내신 시험에서는
$a_n = S_n - S_{n-1}$
을 사용하는 편이 좋습니다.

ii') $a_n = S_n - S_{n-1}$ +1

$= 2n^2 + n + 1$

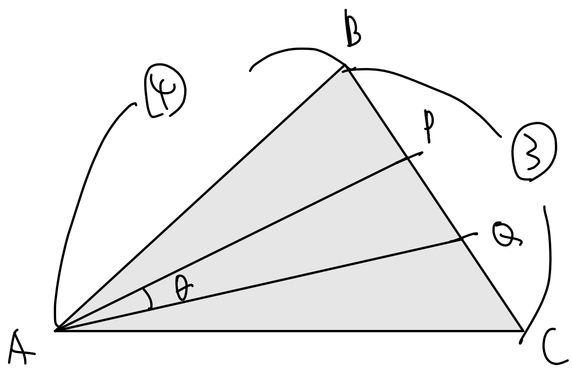
$- (2(n-1)^2 + (n-1) + 1)$

$\quad -4n+2 \qquad -1$

$= \underset{+2}{\underline{4n-1}} \quad \underset{+1}{\underline{(n \geq 2)}}$

최고차항을 제외한
나머지항 부호바꾸기

서술형 3. $3\overline{AB} = 4\overline{BC}$, $\cos B = \frac{5}{8}$인 삼각형 ABC에서 변 BC의 삼등분점을 각각 P, Q라 하고 $\angle PAQ = \theta$라고 할 때, $\cos\theta$의 값을 구하시오. [7점]



let $\overline{AB} = 4k$, $\overline{BC} = 3k$ +1

i) $\overline{AP}^2 = (4k)^2 + k^2 - \overset{5}{\cancel{2\cdot 4k\cdot k\cos B}}$

$= 12k^2$ +2

ii) $\overline{AQ}^2 = (4k)^2 + (2k)^2 - \overset{5}{\cancel{2\cdot 4k\cdot 2k\cos B}}$

$= 10k^2$ +2

$\therefore \cos\theta = \dfrac{12k^2 + 10k^2 - k^2}{2\cdot\sqrt{12}k\cdot\sqrt{10}k}$ +1

$= \dfrac{7\sqrt{30}}{40}$ +1

i, ii 에서 k를 이용하여 서술했다면

$\cos\theta = \dfrac{12+10-1}{2\sqrt{12}\sqrt{10}}$

와 같이 적어도 괜찮습니다

비례식이 아닌 4,3으로 길이를 정했다면 감점