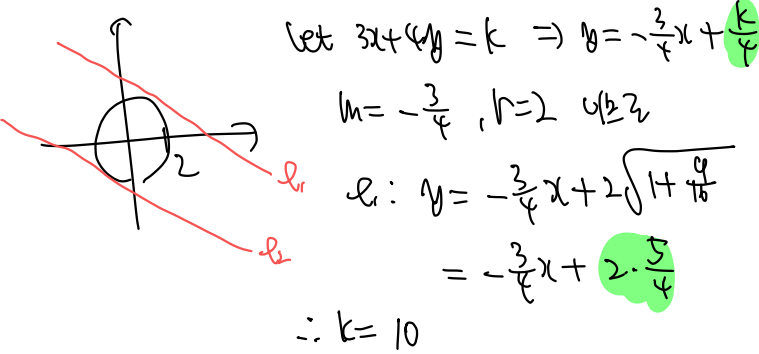


선택형

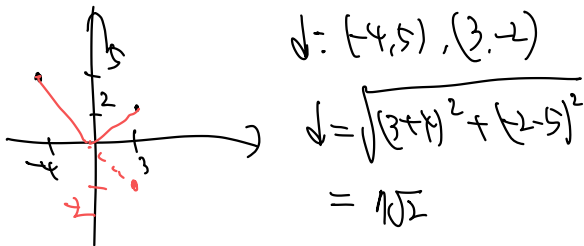
1. 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 4$ 이 성립할 때, $3x + 4y$ 의 최댓값을 구하면? [4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11



2. 두 점 $A(-4, 5)$, $B(3, 2)$ 과 x 축 위의 한 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하면? [4점]

- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$
 ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$



3. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{1, 2, 3, 6, 7\}$ 에 대하여 $A \cup C = B \cup C$ 를 만족시키는 U 의 부분집합 C 의 개수를 구하면? [4점]

- ① 4 ② 8 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

$2^4 = 16$

4. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 세 부분집합 P, Q, R 가 각각 세 조건 p, q, r 의 진리집합이라 하자.

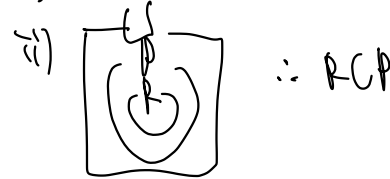
$P \cap Q = Q, R^c \cup P = U, Q^c \cap R = \emptyset$ 일 때, 다음 중 참인 명제만을 있는 대로 고르면? [4점]

<보기>

ㄱ. $p \rightarrow q$ ㄴ. $r \rightarrow q$ ㄷ. $\sim q \rightarrow \sim r$

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
 ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

ㄱ) $P \cap Q = Q \Rightarrow Q \subset P$ ㄴ) $R^c \cup P = U$



$\therefore R \subset Q \subset P$



5. 명제 "어떤 실수 x 에 대하여 $ax^2 - ax - 1 \geq 0$ 이다."가 거짓이 되도록 하는 정수 a 의 개수를 구하면? [5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$a < 0$ and $D < 0$ 이므로
 $b = a^2 + 4a < 0$
 $a(a+4) < 0$
 $-4 < a < 0$

$\therefore a = -3, -2, -1$ (3개)

6. 두 명제 $p \rightarrow \sim q$, $\sim p \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, 다음 <보기> 중 반드시 참인 명제의 개수를 구하면? [5점]

<보기>

- $\neg. r \rightarrow \sim p$ $\text{㉠. } q \rightarrow \sim p$
 $\text{㉡. } \sim r \rightarrow \sim q$ $\text{㉢. } \sim q \rightarrow p$
 $\text{㉣. } \sim q \rightarrow \sim r$ $\text{㉤. } r \rightarrow \sim q$

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

참예 $q \rightarrow \sim p$ $\sim r \rightarrow p$

상관논법 $q \rightarrow r$
 $\sim r \rightarrow \sim q$

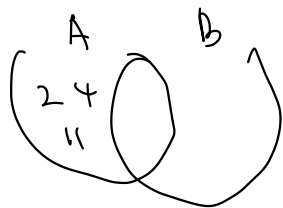
7. 집합 X 의 모든 원소의 합을 $S(X)$ 라 할 때, 실수 전체의 집합의 두 부분집합

$$A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{a+k, b+k, c+k, d+k, e+k\}$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 상수 k 의 값이 존재한다. 집합 $A \cap B$ 의 모든 원소의 곱을 구하면? [5점]

<보기>

- (가) $S(A) = 33$
 (나) $A - B = \{2, 4, 11\}$
 (다) $S(A \cup B) = 75$



- ① 39 ② 48 ③ 55 ④ 60 ⑤ 63

i) $a+b+c+d+e = 33$

ii) $(a+b+c+d+e) + 5k + 2+4+11 = 75$
 $5k = 25$
 $k = 5$

iii) $A \cap B$ 이 1, 9, 16 중 2개
 $2+4+11 + d+e = 33$
 $d+e = 16$
 $\therefore d, e = 1, 9 \therefore 1 \times 9 = 9$

8. 원 $x^2 + (y-1)^2 = 16$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 직선 $4x - 3y - 1 = 0$ 과 x 축에 접하였다. 이때 $4a + b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 양의 실수) [5점]

- ① 36 ② 37 ③ 38 ④ 39 ⑤ 40

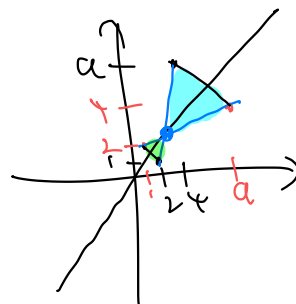
원점 중심 $(0, 1) \xrightarrow{x, a} (a, b+1)$

i) $d: (a, b+1)$ $4x-3y-1=0$
 $d = \frac{|4a-3(b+1)-1|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{|4a-3b-4|}{5} = 4 = r$

ii) $d: (a, b+1)$ $y=0$ iii) $|4a-3|=20$
 $d = \frac{|b+1|}{1} = 4 = r$ $4a-3=20 \text{ or } -20$
 $b+1=4 \text{ or } -4$ $4a=33 \text{ or } -37$
 $b=3 \text{ or } -5$ $(\because b>0) \therefore 4a+b = 33+3 = 36$

9. 좌표평면에서 두 점 $A(4, a)$, $B(2, 1)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 각각 A' , B' 이라 하고, 두 직선 AB , $A'B'$ 의 교점을 P 라 하자. 두 삼각형 APA' , BPB' 의 넓이의 비가 16:9일 때, a 의 값을 구하면? (단, $a > 4$) [5점]

- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6



i) $\triangle APA' \sim \triangle BPB'$
넓이 비 4:3

ii) $AA' = \sqrt{(a-4)^2 + (4-a)^2} = \sqrt{2} \times \frac{4}{3}$
 $BB' = \sqrt{(2-1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{2}$

$|a-4| = \frac{4}{3}$
 $a-4 = \frac{4}{3} \text{ or } -\frac{4}{3}$

$\therefore a = \left(\frac{16}{3}\right) \text{ or } \frac{8}{3} (\because a > 4)$

10. 그림과 같이 두 대각선 AC, BD 의 교점이 원점이고 네 변이 각각 x 축 또는 y 축에 평행한 직사각형 $ABCD$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

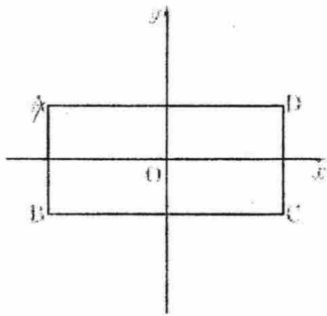
<보기>

(가) $\overline{AD} > \overline{AB} > 3$

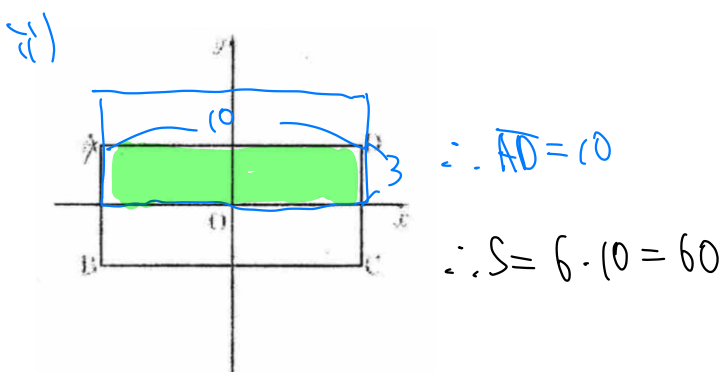
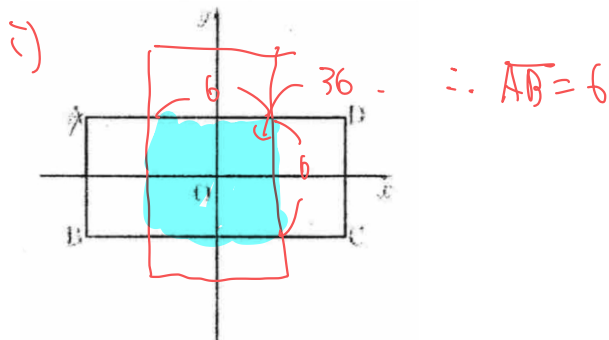
(나) 직사각형 $ABCD$ 를 y 축의 방향으로 3만큼 평행 이동한 직사각형의 내부와 직사각형 $ABCD$ 내부와의 공통부분의 넓이는 30이다.

(다) 직사각형 $ABCD$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭 이동한 직사각형의 내부와 직사각형 $ABCD$ 의 내부와의 공통부분의 넓이는 36이다.

직사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하면? (단, 점 A 는 제 2사분면 위의 점이다.) [5점]

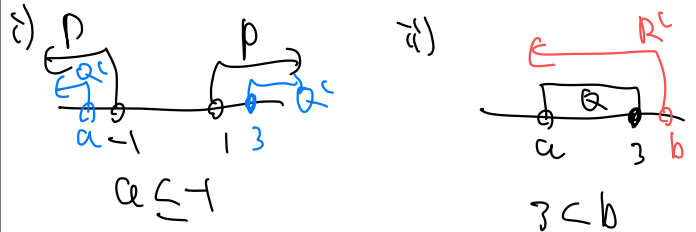


- ① 58 ② 60 ③ 62 ④ 64 ⑤ 66



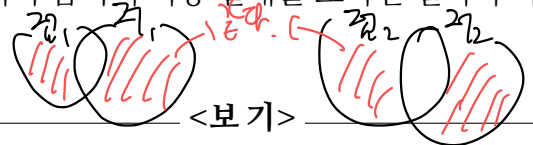
11. 실수 x 에 대하여 세 조건 p, q, r 가 $p: |x| > 1$, $q: a < x \leq 3$, $r: x \geq b$ 일 때, p 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건이고, q 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건이다. 이때, 정수 a, b 에 대하여 a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 곱을 구하면? [6점]

- ① -10 ② -8 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2



$$\therefore a_{\max} \times b_{\min} = -1 \cdot 4 = -4$$

12. 천안고등학교 급식 신청에서 점심 또는 저녁 급식을 신청한 1학년 210명과 2학년 200명의 학생을 대상으로 점심과 저녁 급식의 이용 실태를 조사한 결과가 다음과 같다. (4)



<보기>

(가) 점심 급식을 신청한 학생의 수와 저녁 급식을 신청한 학생의 수의 합은 460이다.

(나) 점심과 저녁 급식 중 한 끼만 이용하는 1학년 학생의 수와 점심과 저녁 급식 중 한 끼만 이용하는 2학년 학생의 수는 같다.

이 학생 중 점심과 저녁 급식을 모두 신청한 2학년 학생의 수를 구하면? [6점]

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

i)

$$n(\text{점심}) + n(\text{저녁}) = n(\text{점심} \cup \text{저녁}) - n(\text{점심} \cap \text{저녁})$$

$$460 = 410 - n(\text{점심} \cap \text{저녁})$$

$$\therefore n(\text{점심} \cap \text{저녁}) = 50$$

ii)

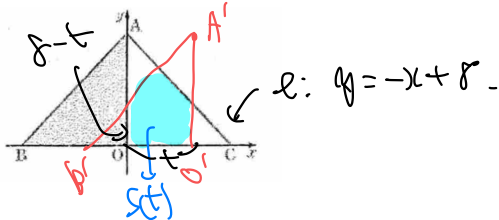
$$\text{Let } n(\text{점심} \cup \text{저녁}) - n(\text{점심} \cap \text{저녁}) = A$$

$$(210 - A) + (200 - A) = 50$$

$$\therefore A = 180$$

$$\therefore \text{답: } 200 - 180 = 20$$

13. 좌표평면 위에 세 점 $A(0,8)$, $B(-8,0)$, $C(8,0)$ 이 있다. 실수 t ($0 < t < 16$)에 대하여 세 점 O, A, B 를 x 축의 방향으로 t 만큼 평행이동한 점을 각각 O', A', B' 이라 하자. 삼각형 OCA 의 내부와 삼각형 $O'A'B'$ 의 내부의 공통 부분의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $S(t)$ 가 최댓값을 가질 때의 t 값을 구하면? (단, O 는 원점이다.) [6점]



- ① $\frac{14}{3}$ ② 5 ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{17}{3}$ ⑤ 6

$$S = \frac{1}{2} \cdot \left(8-t + \left(-\frac{t}{2} + 8\right) \right) \cdot \frac{t}{2} \times 2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(16 - \frac{3}{2}t \right) t$$

$$\therefore 16 - \frac{3}{2}t = 0$$

$$t = \frac{32}{3} \text{ or } 0 \text{ (excluded)}$$

$$\therefore \text{max when } t = \frac{32/3 + 0}{2} = \left(\frac{16}{3}\right)$$

14. 100이하의 자연수 k 에 대하여 두 집합 $A = \{x | x \text{는 } k \text{의 양의 약수}\}$, $B = \{7, 9, 10\}$ 이 있다. $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 집합 $A - B$ 의 모든 원소의 합이 홀수가 되는 모든 k 의 값의 합을 구하면? [6점]

- ① 70 ② 90 ③ 133 ④ 153 ⑤ 160

ㄱ) $A \cap B = \{1, 9\}$ 일때

$$A = \{1, 3, 9, 27, 81, 243\}$$

$$1+3+27+81 \text{ 은 홀수 } \therefore \text{불가능}$$

ㄴ) $A \cap B = \{1, 10\}$ 일때

$$A = \{1, 2, 5, 10, 25, 50, 125, 250\}$$

$$1+2+5+10+25+50 \text{ 은 홀수 } \therefore \text{가능}$$

ㄷ) $A \cap B = \{9, 10\}$ 일때

$$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$$

$$1+2+3+5+6+15+18+30+45+90 \text{ 은 홀수}$$

$$\therefore \text{가능}$$

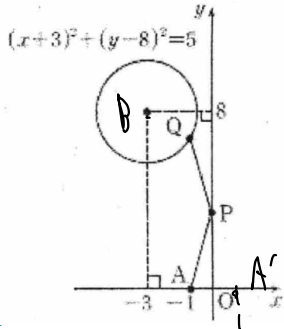
$$\therefore k = 10, 90$$

$$\therefore \text{답: } 10 + 90 = 100$$

서답형

단답형 1. 좌표평면 위에 점 $A(-1,0)$ 과

원 $C: (x+3)^2 + (y-8)^2 = 5$ 가 있다. y 축 위의 점 P 와 원 C 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ}$ 의 최솟값을 k 라 할 때, k^2 의 값을 구하시오 [5점]



$$A'B = \sqrt{(4)^2 + (8)^2} = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore k = A'B - r = 4\sqrt{5} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$$

$$\therefore k^2 = (45)$$

40의 약수: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40

단답형 2. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 20 \text{이하의 자연수}\}$

의 부분집합 $A_k = \{x | x(y-k) = 40, y \in U\}$,

$B = \left\{x \mid \frac{40-x}{4} \in U\right\}$ 에 대하여 $n(A_k \cap B^c) = 1$ 이 되도록 하는 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [5점]

i) B에 대하여

$$\frac{40-x}{4} = 1 \in U, \dots, \frac{40-20}{4} = 5 \in U$$

$$\therefore B = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$A_k \cap B^c = A_k - B \text{ 이 한 원소 집합}$$

ii) A에 대하여

$$x(y-1) = 40 \text{ 이면 } y-1 \text{ 이 40의 약수일 때,}$$

$$x = 20, 10, 8, 5, 4 \quad (\because y \leq 20)$$

$$A_k - B = \{5, 10\} \quad (2 \text{개})$$

서술형 1. 원 $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 9$ 을 직선 $x-y+1=0$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하시오.]

$$\text{let } A'(a,b)$$

$$y = x+1$$

$$i) M_{\overline{AA'}} = \frac{b+4}{a-3} = -1$$

$$b+4 = -a+3$$

$$a+b = -1$$

$$ii) \overline{AA'} \text{ 중점} = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b-4}{2}\right)$$

$$x-y+1=0 \quad \text{중점}$$

$$\frac{a+3}{2} - \frac{b-4}{2} + 1 = 0$$

$$a+3 - b+4 + 2 = 0$$

$$\begin{cases} a-b = -9 \\ a+b = -1 \end{cases}$$

$$2a = -10$$

$$\therefore a = -5, b = 4$$

$$\therefore O : (-5, 4) \quad r = 3$$

$$(x+5)^2 + (y-4)^2 = 9$$

$$5 \cdot 8 = 40 \text{ 이므로}$$

$$10 \cdot 4 = 40 \text{ 이므로}$$

$$ii) A_{13} \text{에 대하여}$$

$$x(y-13) = 40 \text{ 일때}$$

$$y-13 < 8 \text{ 이므로}$$

$$x = 5 \text{ 가 될 수 없다}$$

$$\therefore A_k - B = \{10\}$$

$$(1 \text{개})$$

$$iii) A_{11} \text{에 대하여}$$

$$x(y-11) = 40 \text{ 일때}$$

$$y-11 < 4 \text{ 이므로}$$

$$x = 10 \text{ 가 될 수 없다}$$

$$\therefore A_k - B = \emptyset$$

$$(0 \text{개})$$

$$\therefore k = 13, 14, 15, 16$$

$$\therefore \text{총: } (58)$$

서술형 2. $x > 0$ 일 때, $\frac{x}{x^2-3x+9}$ 은 $x=a$ 에서 최댓값 b 를 갖는다. 이때 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. [6점]

$$\frac{x}{x^2-3x+9} = \frac{1}{x-3+\frac{9}{x}} \leq \frac{1}{-3+2\sqrt{x \cdot \frac{9}{x}}} \quad (\because \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab})$$

$$= \frac{1}{-3+2\sqrt{9}} \quad \therefore b = \frac{1}{3}$$

(단, $x = \frac{9}{x}$ 일 때 등호 성립)

$$x=3 \quad (\because x > 0)$$

$$\therefore a=3$$

$$\therefore ab = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

서술형 3. 두 실수 a, b 에 대하여 조건 p, q, r, s, t 는

$$p: |a|+|b|=0 \quad a=0, b=0 \quad (\because a, b: \text{실수})$$

$$q: a^2-2ab+b^2=0 \quad (a-b)^2=0 \quad \therefore a=b$$

$$r: |a+b|=|a-b|$$

$$s: a^2-b^2=0 \quad a+b=0 \text{ or } a-b=0$$

$$t: ab \geq 0$$

이다. 다음 빈칸 안에 충분, 필요, 필요충분 중에서 알맞은 것을 순서대로 쓰시오. [6점]

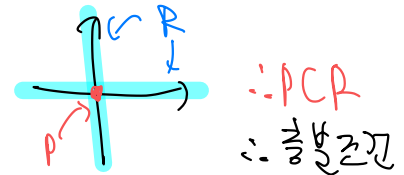
<보기>

ㄱ. p 는 r 이기 위한 충분 조건이다.

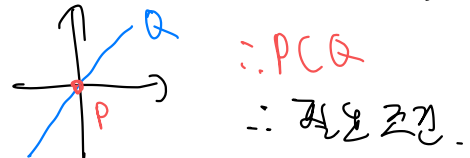
ㄴ. q 이고 s 는 p 이기 위한 필요 조건이다.

ㄷ. s 이고 t 는 p 이기 위한 필요 조건이다.

ㄱ) $r: a+b=a-b \text{ or } a+b=b-a$
 $2b=0 \text{ or } 2a=0$
 $b=0 \text{ or } a=0$



ㄴ) $Q \cap S = Q \quad (\because Q \subset S, \text{충분})$



ㄷ) $S \cap T = \{ (a,b) \mid b=a \}$

