

선택형

1. <보기> 중 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.2점]

<보기>

㉠. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{x-1} = \frac{6}{1} = 6$

㉡. $\lim_{x \rightarrow \infty} (-2x+3) = -\infty$

㉢. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{3}{x+1}\right) = 2$

㉣. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{|x-3|} = \infty$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉢, ㉣

2. 함수 $f(x) = \begin{cases} 3x+k & (x < 1) \\ x^2+2x+1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하도록 하는 상수 k 의 값은? [2.5점]

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x+k) = 3+k$

$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2+2x+1) = 4$

$\therefore 3+k=4$

$k=1$

4번 풀이

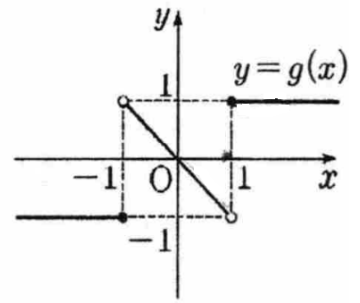
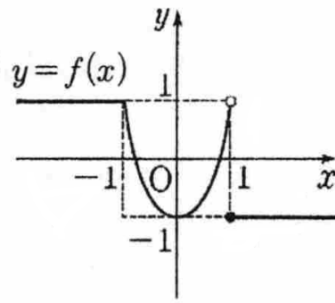
(i) $b = -\frac{3}{2} + \frac{1}{3} = -\frac{7}{6}$

$c = \frac{5}{6}$

$\therefore y(x) = -\frac{1}{6}x + \frac{5}{6}$

$g(x) = \frac{12}{6} = 2$

3. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.4점]



<보기>

㉠. $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) + \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 0$ (틀림)

㉡. 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 $x=1$ 에서 연속이다.

㉢. 함수 $f(x) + g(x)$ 는 $x=-1$ 에서 불연속이다.

㉣. $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)g(x) + \lim_{x \rightarrow -1^+} \{f(x) - g(x)\} = -2$
 $1 \cdot (-1) + (-1 - 0) = -2$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉡, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

㉡. $\frac{f(1)}{g(1)} = \frac{1}{-1} = -1$
 $\frac{f(4)}{g(4)} = \frac{1}{1} = 1$

㉢. $f(1) + g(1) = 1 - 1 = 0$
 $f(4) + g(4) = 1 + 1 = 2$

4. 일차함수 $g(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-1)$ 의 값은? [4.2점]

<조건>

(가) $\lim_{x \rightarrow \infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$

$f(3) = 18 + 3a + 3 = 0$

(나) $\lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-3)(n-4)$ (단, $n = 1, 2, 3$)

① -1

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 2

i) let $x = \frac{1}{t}$

$\lim_{t \rightarrow 0} f\left(\frac{1}{t}\right) = 3$

$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = 3$

$\therefore f(0) = 3$ (∵ f 는 2차)

let $f(x) = 2x^2 + ax + 3$

$\therefore f(0) = 2x^2 + ax + 3$

ii) $\frac{2-1}{b-c} = 2 \cdot (-3)$

$b-c = -\frac{1}{3}$

iii) $\frac{3-1}{2b-c} = 1 \cdot (-2)$

$2b-c = -\frac{3}{2}$

5. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 9 \leq f(x) \leq 2x^2 + 6x$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x+3}$ 의 값은? [3.5점]

- ① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - 9}{x+3} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 6x}{x+3} = -6$$

이런 조건 상에서 해

$$\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x+3} = -6$$

6. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 2a & (-1 \leq x < 1) \\ x^2 + ax + b & (1 \leq x \leq 2) \end{cases} \text{이고, 모든 실수 } x \text{에 대하여}$$

$f(x+3) = f(x)$ 를 만족시킬 때, $f(11)$ 의 값은? [3.6점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x - 2a) = 3 - 2a \quad \therefore 3 - 2a = 1 + a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + ax + b) = 1 + a + b \quad \therefore a + b = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + ax + b) = 1 + a + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (3x - 2a) = 3 - 2a \quad \therefore 3 - 2a = 1 + a + b$$

$$\therefore a = -9, b = 29 \quad \therefore f(11) = f(2)$$

7. 실수 k 에 대하여 집합

$$= \{x \mid kx^2 - 2(k-4)x - 3k + 12 = 0, x \text{는 실수}\}$$

의 원소의 개수를 $f(k)$ 라고 할 때, 함수 $f(k)$ 의 불연속인 점의 개수는? [4.1점]

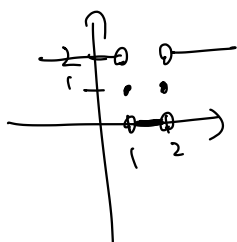
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

$$D/4 = (k-4)^2 - k(-3k+12)$$

$$= k^2 - 8k + 16 + 3k^2 - 12k$$

$$= 4k^2 - 20k + 16$$

$$= 4(k-1)(k-2)$$



$\therefore 2개$

8. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f(-3) = -2, f(-1) = 4, f(0) = 7,$$

$$f(1) = -5, f(3) = 6$$

일 때, 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-3, 3)$ 에서 적어도 n 개의 실근을 갖는다. 이때 자연수 n 의 값은? [3.7점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$f(-3) \cdot f(-1) < 0$$

$$f(0) \cdot f(1) < 0$$

$$f(1) \cdot f(3) < 0$$

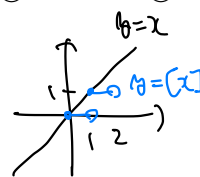
$\therefore 3개$

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수

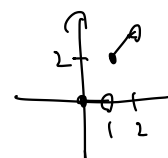
$$g(x) = x + [x] \text{에 대하여 함수 } f(x)g(x) \text{가 열린구간 } (1, 5)$$

에서 연속일 때, $f(5)$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4.0점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6



①



$f(x)$ 는 2, 3, 4에서 불연속.

$$\therefore g(2) = g(3) = g(4) = 0$$

$$\text{let } g(x) = (x-2)(x-3)(x-4)$$

$$g(5) = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$$

10. 곡선 $y = 4x^2 + 3x$ 위의 점 $P(-1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [2.0점]

- ① -8 ② -5 ③ 3 ④ 8 ⑤ 11

$$m = f'(x) = -8 + 3 = -5$$

$$(\because y' = 8x + 3)$$

11. <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.8점]

<보 기>

㉠ 함수 $f(x) = 2x^2 + 1$ 에서 x 의 값이 1에서 2까지 변할 때의 평균변화율은 6이다. $\frac{f(2)-f(1)}{2-1} = 9-3=6$

㉡ 함수 $f(x)$ 가 $x=a$ 에서 불연속이면 함수 $f(x)$ 는 $x=a$ 에서 미분가능하지 않다.

㉢ 함수 $f(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(2) = 4$

㉣ 함수 $f(x) = |x+1|$ 은 $x=-1$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.

㉤ $f(x) = |x|$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 롤의 정리가 성립한다. $[-1, 1]$ 에서 미분가능하지 않음. ($x=0$ 일 때)

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢, ㉣ ③ ㉡, ㉣, ㉤
 ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

12. $f(x) = \begin{cases} 3x^2+2ax & (x \geq -1) \\ bx+2 & (x < -1) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 미분가능할 때, $a-b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3.0점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

ㄱ) 연속

$$\begin{aligned} -1+a+1 &= -b+2 \\ a+b &= 2 \end{aligned}$$

$$\therefore a=1, b=1$$

ㄴ) 미분가능

$$\begin{aligned} 3-2a &= b \\ 2a+b &= 3 \end{aligned}$$

$$\therefore a-b = 1-1 = 0$$

13. 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여 닫힌구간 $[-3, 2k]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수의 값이 $\frac{k}{2}$ 일 때, k 의 값은? [4.4점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$$\frac{f(2k)-f(-3)}{2k-(-3)} = f'\left(\frac{k}{2}\right)$$

$$\frac{4k^2+8k+3}{2k+3} = k+4$$

$$4k^2+8k+3 = 2k^2+11k+12$$

$$2k^2-3k-9 = 0 \quad \therefore k = \frac{3}{2} \text{ or } -3 \quad (\because 2k)$$

14. 함수 $f(x) = -x^2 + 6x$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 6]$ 에서 롤의 정리를 만족시키는 상수 c 의 값은? [2.8점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$$f(0) = f(6) \text{ 이므로}$$

$$f'(c) = 0 \text{ 인 } c \in (0, 6) \text{ 존재}$$

$$\rightarrow 2c+6 = 0$$

$$c = 3$$

이 문제엔
단적으로 됨.

15. 점 $(-4, -2)$ 에서 곡선 $y = x^2 + 4x - 1$ 에 그은 접선 중에서 기울기가 가장 큰 접선이 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B 라고 할 때, \overline{AB} 의 길이는? [5.6점]

- ① $5\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{14}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{130}$ ⑤ $2\sqrt{33}$

$$\text{ㄱ) } c: (a, f(a)) \quad m = f'(a) = 2a+4$$

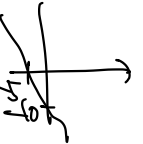
$$-2 - (a^2+4a-1) = (2a+4)(x-a) \quad \text{ㄴ) } (-4, -2) \text{ 일 때}$$

$$\rightarrow -2 - a^2 - 4a + 1 = -2a^2 - 12a - 16$$

$$a^2 + 8a + 15 = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ or } -5$$

$$y = -2x - 10$$



$$\text{ㄴ) } f'(-3) > f'(-5) \text{ 이므로}$$

$$c: (-3, -4) \quad m = -2$$

$$y+4 = -2(x+3)$$

$$\therefore \overline{AB} = \sqrt{5^2 + 10^2} = 5\sqrt{5}$$

16. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 1$, $f'(1) = 2$ 을 만족시키고 $g(x) = (x^3 + 2x + 1)f(x)$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3.9점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

$$g'(x) = (3x^2+2)f(x) + (x^3+2x+1)f'(x)$$

$$g'(1) = 5 \cdot f(1) + 4 \cdot f'(1)$$

$$= 5 \cdot 1 + 4 \cdot 2$$

$$= 13$$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x^3 + 1} = 1$ 일 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+3h) - f(-1-h)}{h}$ 의 값은? [4.6점]
- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$$c) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x)}{3x^2} = \frac{f'(-1)}{3} = 1 \quad \therefore f'(-1) = 3$$

$$d) \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+3h) - f(-1-h)}{h} = 4f'(-1) = 4 \cdot 3 = 12$$

18. 최고차항의 계수가 1이고 $f(-1) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \frac{1}{4}$$
을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [5.7점]

① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{5}{2}$

$$\text{let } f(x) = (x-2)(x+1)(x+a) \quad (\because f(-1)=0)$$

$$f'(x) = (x+1)(x+a) + (x-2)(x+a) + (x-2)(x+1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+1)(x+a)}{(x-2)[(x+1)(x+a) + (x-2)(x+a) + (x-2)(x+1)]^2}$$

$$= \frac{3(2+a)}{(3(2+a))^2} = \frac{1}{3(2+a)} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 6+3a=4$$

$$a = -\frac{2}{3}$$

$$\therefore f(1) = (1-2)(1+1)\left(1-\frac{2}{3}\right)$$

$$f(1) = -1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{3} = -\frac{2}{3}$$

서답형

단답형 1. 다음은 사잇값의 정리에 대한 설명이다. 빈칸 안에 들어갈 말을 각각 쓰시오. [총 4점, 각각 2점]

사잇값의 정리란

:함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 (가) 이고

$f(a) \neq f(b)$ 일 때, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 k 에 대하여

(나) ($a < c < b$)인 c 가 적어도 하나 존재한다.

$$\text{연속, } f(c) = k$$

단답형 2. 곡선 $y = 2x^2 - 2x - 1$ 에 접하고 기울기가 2인 직선의 방정식을 구하시오. [3.0점]

$$d: (a, f(a)) \quad m = f'(a) = 4a - 2 = 2$$

$$= (1, -1) \quad a = 1$$

$$y - (-1) = 2(x - 1)$$

$$y = x - 2$$

단답형 3. 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능하며, 열린구간 (a, b) 의 모든 x 에 대하여 $f'(x) = 0$ 이면 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 상수함수임을 보이는 과정을 서술하시오. [6.0점]

임의의 $c, d \in (a, b)$ 에 대하여

$$\frac{f(d) - f(c)}{d - c} = f'(c) = 0 \quad (\because \text{공통 경사})$$

$$\therefore f(c) = f(d) \quad \therefore f(x) \text{는 상수함수}$$

모든 함수값이 같음.

서술형 1. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{2|x-3|} & (x \neq 3) \\ \frac{1}{2} & (x = 3) \end{cases}$, $g(x) = 3x^2$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1^+} (f \circ g)(x) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ 의 값을 구하는 풀이과정을 서술하시오. [5.0점]

$$\begin{aligned} \text{i)} \lim_{x \rightarrow -1^+} f(g(x)) &= \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-3}{2|x-3|} \\ &= \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{x-3}{-2(x-3)} = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \lim_{x \rightarrow -1^+} f(g(x)) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \boxed{-1}$$

서술형 2. 민정이는 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x+1}$ 의 값을 다음과 같이 구하였다. 민정이의 계산과정에서 처음으로 잘못된 부분의 기호를 쓰고, 바르게 고쳐 풀이하는 과정과 답을 서술하시오. [4.0점]

민정이의 풀이 :

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x+1} &\stackrel{\text{㉠}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\sqrt{3x^2+1}}{x}}{\frac{x+1}{x}} \stackrel{\text{㉡}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{3x^2+1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} \\ &\stackrel{\text{㉢}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} \stackrel{\text{㉣}}{=} \sqrt{3} \end{aligned}$$

㉢) : $x < 0$ 이므로 부가부

let $x = -t$

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3t^2+1}}{-t+1} &= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3+\frac{1}{t^2}}}{-1+\frac{1}{t}} \\ &= \frac{3}{-1} = -3 \end{aligned}$$

서술형 3. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(3, g(3))$ 에서의 접선의 방정식을 구하는 풀이과정을 서술하시오. [8.0점]

$$(가) g(x) = x^2 f(x) + 8$$

$$(나) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x-3} = 2$$

$$\text{i)} f(3) = g(3)$$

$$f(3) = 9 \cdot f(3) + 8$$

$$\therefore f(3) = -1 = g(3)$$

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x) - g'(x)}{1} = 2$$

$$f'(3) = 2 + g'(3)$$

$$\text{iii)} g'(x) = 2x f(x) + x^2 f'(x)$$

$$g'(3) = 6 \cdot f(3) + 9 f'(3)$$

$$= -6 + 9(2 + g'(3))$$

$$g'(3) = 12 + 9g'(3)$$

$$\therefore g'(3) = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{iv)} \text{예: } (3, g(3)) \quad m = g'(3) = -\frac{3}{2}$$

$$= (3, -1)$$

$$y + 1 = -\frac{3}{2}(x - 3)$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2} - 1$$

$$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$$