

◆ 전체 : 선택형 14문항(70점), 서답형 5문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 함수 $f(x) = \cos 2x + 1$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $\left(\frac{\pi}{4}, f\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$ 에서의 접선이 점 $\left(\frac{1}{2}, \frac{a}{2}\right)$ 를 지날 때, a 의 값은? [4점]

- ① $-\pi$ ② $-\frac{\pi}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ π

2. 곡선 $y = \left(\ln \frac{1}{ax}\right)^2$ 의 변곡점이 $y = \frac{1}{2}x$ 위에 있을 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{e}{3}$ ② $\frac{e}{2}$ ③ e ④ $\frac{2}{e}$ ⑤ $\frac{3}{e}$

3. x 에 대한 방정식 $2x + ke^{-x} = 0$ 의 실근이 존재하도록 하는 실수 k 의 최댓값은? (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$) [4점]

- ① $-\frac{2}{e}$ ② $-\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{2}{e}$ ⑤ $\frac{4}{e}$

4. $\int_1^{e^2} \frac{(1 + \ln x)^3}{4x} dx$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

5. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여 $xf(x) = x + \int_1^x f(t)dt$ 를 만족시킨다. $f(e^4)$ 의 값은? [5점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

6. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = t(\ln x)^2$ 이 곡선 $y = kx^2$ 과 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 실수 k 의 값을 $f(t)$ 라 하자. $\frac{f'(2a)}{f(a)} = \frac{1}{3}$ 을 만족시키는 양수 a 의 값은?

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 56

7. $f(-1) = 0$ 인 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^1 e^x \{f(x) + f'(x)\} dx = 4e - 2$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [5점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

8. 함수 $f(x) = \frac{a}{x+2}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n f' \left(1 + \frac{3k}{n} \right) = \frac{1}{6}$ 일 때, 상수 a 의 값은? [5점]

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

9. 닫힌구간 $[0, 2\pi]$ 에서 정의된 함수 $f(x) = \frac{\cos x}{\sin x + 2}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [5점]

<보 기>

- (가) 함수 $f(x)$ 의 극댓값과 극솟값이 모두 존재한다.
 (나) 함수 $f(x)$ 의 변곡점은 2개이다.
 (다) 닫힌구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ 에서 $f''(x) > 0$ 이다.

- ① 가 ② 가,나 ③ 가,다
 ④ 나,다 ⑤ 가,나,다

10. 매개변수 t 로 나타낸 곡선 $x = 2\ln(t^2 - 1)$, $y = 2t$ 에 대하여 $2 \leq t \leq 7$ 에서 이 곡선의 길이는? [5점]

- ① $8 + 2\ln \frac{3}{2}$ ② $8 + 2\ln 2$ ③ $10 + 2\ln \frac{3}{2}$
 ④ $10 + 4\ln \frac{3}{2}$ ⑤ $8 + 4\ln \frac{3}{2}$

11. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t ($0 < t < \frac{\pi}{2}$)에서의 위치 (x, y) 가 $x = 3\sin x$, $y = \ln(\cos t)$ 이다.

$0 < t < \frac{\pi}{2}$ 에서 점 P 의 속력이 최소인 시각이 $t = \alpha$ 일 때, 시각 $t = \alpha$ 에서의 점 P 의 가속도의 크기는? [6점]

- ① 3 ② $2\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{15}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

12. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{n+1} = \int_0^p (\tan^n x + \tan^{n+2} x) dx \text{를 만족시킨다. } \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{30}$$

일 때, $\tan p$ 의 값은? (단, p 는 $-\frac{\pi}{4} < p < 0$ 인 상수) [6점]

- ① $-\frac{1}{6}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

13. 함수 $f(x) = \cos(2\pi x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \pi^2 \int_0^1 x^2(1-t)f(xt)dt$$

라 하고, 함수 $h(x)$ 를

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (x < a) \\ g(x-a) + g(a) & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $h(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 양수 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 수열을 $\{a_n\}$ 이라 할 때, $\sum_{k=1}^m a_k = 14$ 을 만족시키는 자연수 m 의 값은? [6점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

14. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = (ax+b)e^x$ 의 역함수가 존재하고, $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

<보 기>

$$(가) \frac{f'(1)}{f(1)} = \frac{4}{3}$$

$$(나) \int_1^{13} g'(f(x))e^x dx = \ln \sqrt{2}$$

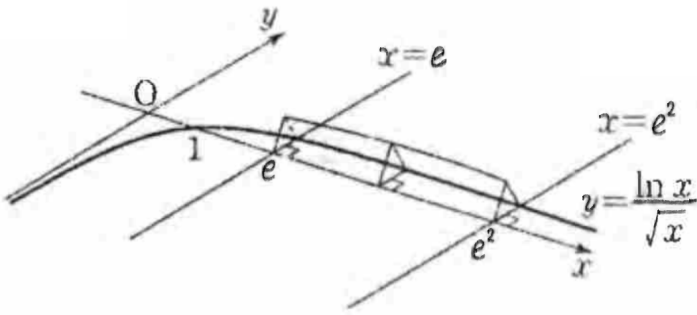
두 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은? (단, $a \neq 0$) [6점]

- ① 26 ② 28 ③ 30 ④ 32 ⑤ 34

서답형

단답형 1. 곡선 $y = \cos x$ 위를 움직이는 점 $P(t, \cos t)$ 를 중심으로 하고 직선 $y = x + \frac{\pi}{2}$ 에 접하는 원의 반지름의 길이를 $f(t)$ 라 하자. $f'(\frac{\pi}{2})$ 의 값을 구하시오. (단, $-\frac{\pi}{2} < t < \frac{\pi}{2}$) [5점]

단답형 2. 그림과 같이 곡선 $y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ 와 x 축 및 두 직선 $x = e$, $x = e^2$ 으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하고, x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형인 입체도형의 부피가 $\frac{q}{p}\sqrt{3}$ 이다. pq 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [5점]



서술형 1. 부정적분 $\int \sec x dx$ 을 구하는 풀이과정을 쓰시오. [8점]

서술형 2. 함수 $y = \frac{\ln}{x}$ 를 이용하여 e^π 와 π^e 의 크기를 비교하는 풀이과정을 쓰시오. [6점]

서술형 3. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x) = \ln(x^2 + x + n) + kx$ 의 극값이 존재하지 않도록 하는 양수 k 의 최솟값을 $g(n)$ 이라 하자. $\frac{1}{g(7)}$ 의 값을 구하는 풀이과정을 쓰시오. [6점]