

선택형

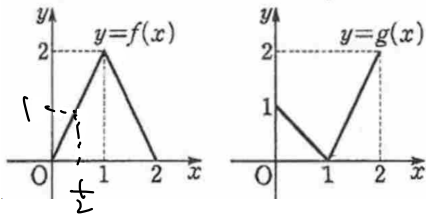
1. 집합  $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

[3.6점]

- ①  $n(A) = 5$       ②  $\{4\} \in A$       ③  $\{4\} \subset A$   
 ④  $\{2, 3\} \subset A$       ⑤  $\{3, \{4\}\} \subset A$

2. 집합  $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때,  $(g \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

[3.6점]



- ① 0      ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

$$g\left(f\left(\frac{1}{2}\right)\right) = g(1) = 0$$

$$* \frac{1}{2} \xrightarrow{f} 1 \xrightarrow{g} 0$$

3. 점  $(1, 0)$ 이 점  $(-2, 1)$ 로 옮겨지는 평행이동에 의하여 직선  $x - 4y - 2 = 0$ 이 옮겨지는 직선의  $x$ 절편은? [3.8점]

- ① -5      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

$$\begin{aligned} x - 4y - 2 = 0 & \xrightarrow{\substack{x \rightarrow x+3 \\ y \rightarrow y-1}} (x+3) - 4(y-1) - 2 = 0 \\ x - 4y + 5 = 0 & \quad \left. \begin{array}{l} y=0 \\ x_2+5=0 \end{array} \right\} \text{우변} \\ x_2 + 5 = 0 & \\ \therefore x_2 = -5 & \end{aligned}$$

4. 다음은 명제 " $a, b, c$ 가 자연수일 때,  $a^2 + b^2 = c^2$ 이면  $a, b, c$  중 적어도 하나는 짝수이다." 가 참임을 증명하는 과정이다.

<증명>

주어진 명제의 <sup>주어</sup>(가) <sup>가</sup>은(는) " $a, b, c$ 가 자연수일 때,  $a, b, c$ 가 <sup>홀수</sup>(나)이면  $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다." 이다.  
 (나) <sup>홀수</sup>이면  $a^2, b^2, c^2$ 은 <sup>홀수</sup>(다) 이고,  $a^2 + b^2$ 는 <sup>홀수</sup>(라) 이다. 이때  $c^2$ 은 <sup>홀수</sup>(마) 이므로  $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다.  
 따라서 주어진 명제의 <sup>주어</sup>(가) <sup>가</sup>이(가) 참이므로 주어진 명제도 참이다.

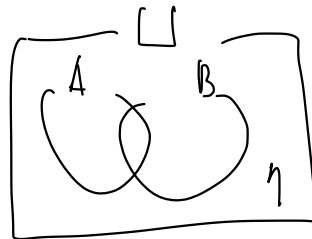
위의 과정에서 (가)~(마)에 알맞은 것을 바르게 연결한 것은?

[4.1점]

- ① (가) 역      ② (나)  $a, b, c$  중 적어도 하나가 홀수  
 ③ (다) 모두 홀수      ④ (라) 홀수      ⑤ (마) 짝수

5. 어느 동아리 40명의 학생 중에서 가수 A를 좋아하는 학생은 22명, 가수 B를 좋아하는 학생은 19명, 두 가수 A, B 중 누구도 좋아하지 않는 학생이 7명이 일 때, 한 명의 가수만을 좋아하는 학생 수는? [4.1점]

- ① 21      ② 22      ③ 23      ④ 24      ⑤ 25



$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$33 = 22 + 19 - n(A \cap B)$$

$$\therefore n(A \cap B) = 8$$

$$\therefore n((A \cup B) - (A \cap B)) = 33 - 8 = 25$$

6. 다음 ☐ 안에 알맞은 말을 차례대로 나열한 것은? [4.1점]

<보기>

(1)  $x, y$ 가 모두 실수일 때,  $x^2 + y^2 = 0$ 은  $x = 0$ 이고  $y = 0$ 이기 위한 필요충분 조건이다.

(2) 실수  $x$ 에 대하여  $x \neq 2$ 는  $x^2 + 2x - 8 \neq 0$ 이기 위한 필요 조건이다.  
 $x = -4$  or  $2$

- ① 충분, 충분                      ② 충분, 필요충분  
 ③ 필요충분, 충분                ④ 필요충분, 필요  
 ⑤ 필요충분, 필요충분

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} (1-a)x + 2a & (x \geq 1) \\ (a+2)x - 1 & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이 일대일대응이 되도록 하는}$$

상수  $a$ 의 값의 범위는? [4.3점]

- ①  $a < -2$                       ②  $-2 < a < 1$                       ③  $a < 1$   
 ④  $a > 1$                       ⑤  $a < -2$  or  $a > 1$

i)  $x=1$  일때

$$1-a+2a = a+2-1 \quad \therefore \text{성립}$$

ii)  $1-a > 0$  and  $a+2 > 0$  ← 기역이가 존재  
 $1 > a$  and  $a > -2$   
 양수

$$\therefore -2 < a < 1$$

iii)  $1-a < 0$  and  $a+2 < 0$  ← 기역이가 존재  
 $1 < a$  and  $a < -2$  (모순)  
 음수

$$\therefore \text{답: } -2 < a < 1$$

8. 다음 명제가 참이 되도록 하는 실수  $a$ 의 값의 범위는? [4.9점]

<명제>

어떤 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 + 2ax + 2a + 3 < 0$ 이다.

- ①  $a < -1$  또는  $a > 3$                       ②  $-1 < a < 3$   
 ③  $a \leq -1$  또는  $a \geq 3$                       ④  $-1 \leq a \leq 3$   
 ⑤  $a \leq -3$  또는  $a \geq 1$

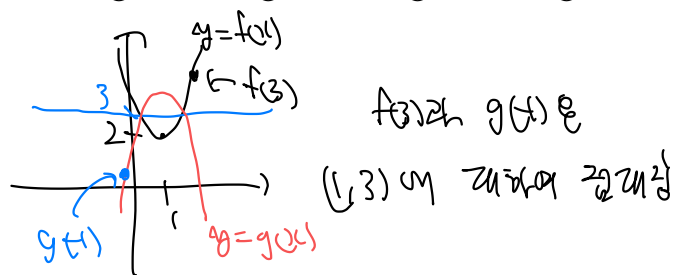
$b/c = a^2 - (2a+3) > 0$   
 $(a-3)(a+1) > 0$   
 $\therefore a < -1$  or  $a > 3$

\*  $b=0$  일때는 성립하지 않음.

9. 점 (1,2)를 꼭짓점으로 하는 이차함수  $y = f(x)$ 를 직선  $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 이차함수를  $y = g(x)$ 라 하자.

이때,  $f(3) + g(-1)$ 의 값은? [5.0점]

- ① 3                      ② 4                      ③ 5                      ④ 6                      ⑤ 7



$$\therefore f(3) + g(-1) = 3 \times 2 = 6$$

10. 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10\text{미만의 자연수}\}$ 에 대하여 세 조건 " $p: x$ 는 홀수이다.", " $q: x$ 는 소수이다.", " $r: x$ 는 4의 약수이다."의 진리집합을 각각  $P, Q, R$ 이라고 할 때, 조건 " $x$ 는 홀수이거나 소수이고  $x$ 는 4의 약수가 아니다."의 부정의 진리집합에 속하는 원소들의 합은? [5.1점]

- ① 4      ② 9      ③ 14      ④ 18      ⑤ 21

$$(P \cup Q) \cap R^c = (P \cup Q)^c \cup R \quad (\text{드 모르간})$$

$$i) P \cup Q = \{1, 2, 3, 5, 7, 9\}$$

$$(P \cup Q)^c = \{4, 6, 8\}$$

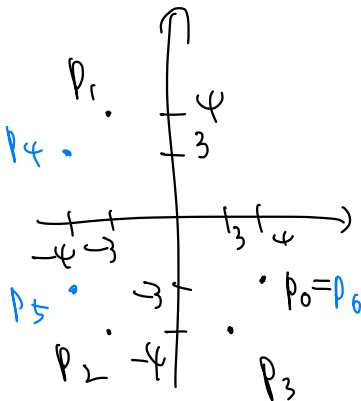
$$R = \{1, 2, 4\}$$

$$\therefore (P \cup Q)^c \cup R = \{1, 2, 4, 6, 8\}$$

$$\therefore \text{답: } 1+2+4+6+8=21$$

11. 점  $(4, -3)$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $P_1$ , 점  $P_1$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $P_2$ , 점  $P_2$ 를  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $P_3$ 라고 하자. 이와 같이 직선  $y = x$ ,  $x$ 축,  $y$ 축에 대하여 대칭이동을 계속하여 얻은  $n$ 번째 점을  $P_n$ 이라고 할 때, 점  $P_{100}$ 의 좌표는? [5.2점]

- ①  $(-4, -3)$       ②  $(-4, 3)$       ③  $(-3, 4)$   
④  $(3, -4)$       ⑤  $(4, -3)$



6번마다 반복  
 $\therefore P_{100} = P_4 = (-4, 3)$

$$6 \overline{) 100} \\ \underline{60} \phantom{0} \\ 40 \\ \underline{36} \\ 4$$

12. 전체집합  $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합  $X, Y$ 에 대하여 두 함수  $f, g$ 가 다음 조건을 만족한다.

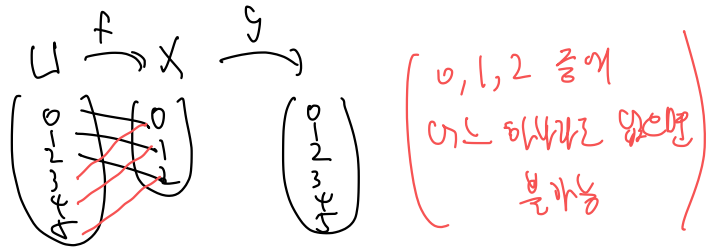
<조건>

(가)  $f: U \rightarrow X, g: Y \rightarrow U$

(나)  $f(x) = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$

$f$ 와  $g$ 의 합성함수  $g \circ f$ 가 정의될 수 있도록 하는 집합  $Y$ 의 개수는? [5.3점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16



$\therefore X$ 는 0, 1, 2를 포함하는 집합이 될 수 없다

$$\therefore 2^3 = 8$$

13.  $x > 0, y > 0, z > 0$ 일 때,  $(x + y + 2z) \times \frac{4x + y + 8z}{xy + 2yz}$ 의 최솟값은? [5.4점]

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 16      ⑤ 17

$$(x + y + 2z) \cdot \frac{y + 4(x + 2z)}{y(x + 2z)} \quad \text{let } x + 2z = t \quad (t > 0)$$

$$= (y + t) \cdot \frac{y + 4t}{yt}$$

$$= \frac{1}{yt} (y^2 + 5yt + 4t^2)$$

$$= 5 + \frac{y}{t} + 4 \cdot \frac{t}{y} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{y}{t} \cdot 4 \cdot \frac{t}{y}} \quad (\because AM \geq GM) \\ = 5 + 4 \\ = 9$$

14. 공집합이 아닌 집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = -x^2 + 4x + 2$ ,  $g(x) = 2x + a$ 에 대하여  $f = g$ 가 되도록 하는 집합  $X$ 의 개수가 세 개일 때, 정수  $a$ 의 최댓값은? [5.7점]

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

i)  $3 = 2^2 - 1 \therefore X$ 는 원소 1개 or 2개

ii)  $-x^2 + 4x + 2 = 2x + a$

$0 = x^2 - 2x + a - 2$

가) 중간값 문제

$a - 2 = 1$

$a = 3$

$\therefore 0 = (x-1)^2$

$x = 1 \quad n(X) = 1 \quad (2\text{개})$

나) 등차수열 문제

$0/4 = 1 - (a-1) > 0$

$3 > a$

$n(X) = 2 \quad (5\text{개})$

$\therefore a_{\max} = 2$

15. 자연수 전체의 집합  $N$ 에 대하여 함수  $f(k)$ 를 다음과 같이 정의하자.

<정의>

$n(A) \geq 2$ 이고  $A \subset N$ 인 집합  $A$ 에 대하여  $A$ 의 원소 중 최댓값과 최솟값의 합이  $k$ 인 집합들의 개수를  $f(k)$ 라 한다.

다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.8점]

㉠  $f(5) = 5$

㉡  $f(k) = 2$ 를 만족하는  $k$ 는 유일하게 하나 존재한다.

㉢  $f(k) = 170$ 이면  $f(k+1) = 340$ 이다.

㉣ ㉠

㉤ ㉡

㉥ ㉢, ㉤

㉦ ㉢, ㉤

㉧ ㉢, ㉤, ㉥

가.  $5 = 1 + 4 \rightarrow \{1, 2, 3, 4\}$  2개  
 $= 2 + 3 \rightarrow \{2, 3\}$  1개

$\therefore f(5) = 5$

4개 → 2개 고

나.  $k = k_{\min} + k_{\max}$

줄어드는 것은

안 될 것임.

$\rightarrow \{k_{\min}, x, k_{\max}\}$  2개

$= \{x-1, x, x+1\}$

$= \{2, 3, 4\}, \{3, 4, 5\}, \dots$

$\therefore k = 6 \text{ or } 8 \text{ or } \dots$

다.  $2^9 = 128$

옳음

$2^5 = 32$

$2^3 = 8$

$2^1 = 2$

$160$   
 $10$  } 170

$\therefore 2^8 + 2^6 + 2^4 + 2^2 + 2^0$

$= 256 + 64 + 16 + 4 + 1$

$= 341$

## 서답형

단답형 1. 원  $x^2 + (y-5)^2 = r^2$ 은 평행이동에 의하여 원  $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 과 겹칠 때, 양수  $r$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$(x+1)^2 + (y-1)^2 = 2^2$$

$$\therefore r = 2$$

단답형 2. 명제 " $x$ 가 무리수이면  $x^2$ 은 유리수이다."가 거짓임을 보일 수 있는 반례를 하나만 쓰시오. [3점]

$$\sqrt{2} - 1$$

\* 고2 수II에서 배웠지만  
정답도 가능함.

단답형 3. 두 함수  $f(x) = -x + 5$ ,  $g(x) = 3x + 2k$ 에 대하여  $f \circ g = g \circ f$ 가 항상 성립하도록 하는 상수  $k$ 의 값을 구하시오.

$$f(g(x)) = -(3x + 2k) + 5 = -3x - 2k + 5$$

$$g(f(x)) = 3(-x + 5) + 2k = -3x + 15 + 2k$$

$$\therefore -2k + 5 = 15 + 2k$$

$$-10 = 4k$$

$$\therefore k = -\frac{5}{2}$$

서술형 1. 두 집합  $A = \{-a, a, a+4\}$ ,  $B = \{1, 2, a^2 + 2a\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{1, 3\}$ 을 만족하는  $a$ 의 값과 집합  $A$ 를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단,  $a$ 는 실수) [6점]

$$i) a^2 + 2a = 3$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0$$

$$\quad \quad \quad -3$$

$$\therefore a = 1 \text{ or } -3$$

$$ii) a = 1 \text{ 경우}$$

$$A = \{-1, 1, 5\}$$

$$\text{2개}$$

$$iii) a = -3 \text{ 경우}$$

$$A = \{3, -3, 1\}$$

$$\text{3개}$$

$$\therefore A = \{-3, 1, 3\}$$

서술형 2. 두 조건

$$p: (x+k+7)(x-k+7) \leq 0$$

$$q: x^2 + 25x + 150 \geq 0$$

에 대하여  $p$ 는  $q$ 이기 위한 충분조건일 때, 상수  $k$ 의 값의 범위를 다음 순서로 구하시오. [7점]

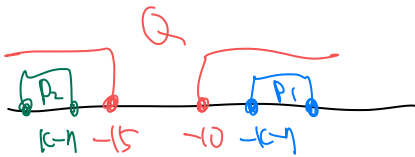
(1)  $k \geq 0$ 일 때, 상수  $k$ 의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(2)  $k < 0$ 일 때, 상수  $k$ 의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(3) 위의 결과를 이용하여 상수  $k$ 의 값의 범위를 구하시오.

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad x^2 + 25x + 150 &\geq 0 \\ &\quad \quad \quad \begin{matrix} 15 \\ 10 \end{matrix} \\ &\quad \quad \quad (x+15)(x+10) \geq 0 \\ \therefore x &\leq -15 \text{ or } x \geq -10 \end{aligned}$$

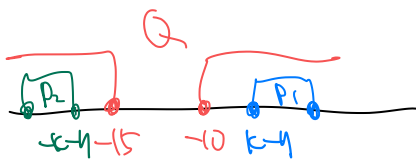
$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad k \geq 0 \text{ 일 때} \\ (x - (-k-7))(x - (k-7)) &\leq 0 \\ \therefore -k-7 &\leq x \leq k-7 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -k-7 &\leq -15 \text{ or } -10 \leq k-7 \\ k &\leq -3 \text{ or } k \leq 3 \\ \textcircled{2} &\quad \therefore 0 \leq k \leq 3 \end{aligned}$$

iv)  $k < 0$  일 때

$$\begin{aligned} (x - (-k-7))(x - (k-7)) &\leq 0 \\ \therefore -k-7 &\leq x \leq k-7 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} -k-7 &\leq -15 \text{ or } -10 \leq k-7 \\ 8 &\leq k \text{ or } -3 \leq k \\ \textcircled{2} &\quad \therefore -3 \leq k < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \textcircled{2} : -3 \leq k \leq 3$$

서술형 3. 직선  $3x - 2y + 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 후  $x$ 축의 방향으로 1만큼,  $y$ 축의 방향으로 -1만큼 평행이동한 직선이 원  $(x-3)^2 + (y-a)^2 = 13$ 에 접할 때, 상수  $a$ 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오. [7점]

<채점기준>

- (1) 원점에 대하여 대칭이동한 결과의 식 1점
- (2) 평행이동한 결과의 식 1점
- (3)  $a$ 의 값을 구하는 풀이 과정 3점
- (4)  $a$ 의 값 2점

$$(1) \quad 3x - 2y + 1 = 0 \xrightarrow{\text{원점에 대하여 대칭이동}} -3x + 2y + 1 = 0$$

$$\begin{aligned} (2) \quad -3x + 2y + 1 = 0 &\xrightarrow{\begin{matrix} x, 1 \\ y, -1 \end{matrix}} -3(x-1) + 2(y+1) + 1 = 0 \\ &\quad \quad \quad -3x + 2y + 6 = 0 \end{aligned}$$

$$(3) \quad d: (3, a) \quad -3x + 2y + 6 = 0$$

$$d = \frac{|-9 + 2a + 6|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \sqrt{13} = r$$

$$|2a - 3| = 13$$

$$2a - 3 = 13 \text{ or } -13$$

$$2a = 16 \text{ or } -10$$

(4)

$$\therefore a = 8 \text{ or } -5$$