

- ◆ 전제 : 선택형 15문항(70점), 서답형 5문항(30점)
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

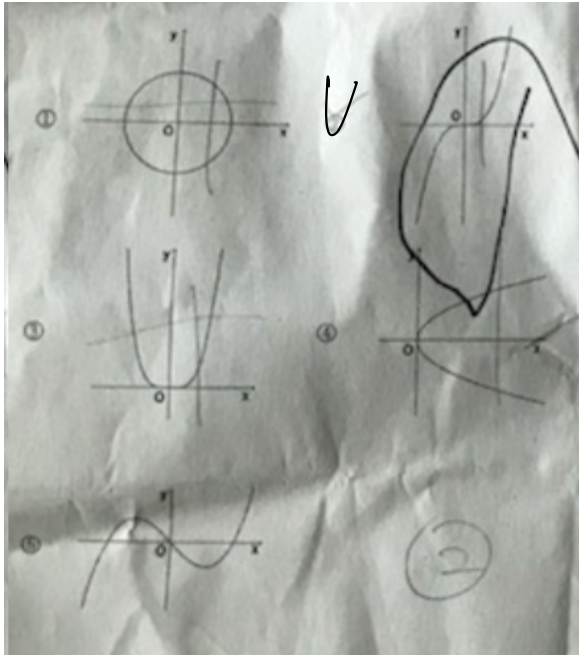
1. 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 4의 배수 또는 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수를 구하면?

[3.2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4, 5, 8, 10

2. 다음 중 일대일 함수의 그래프인 것을 고르면? [3.2점]



3. 다음 중 다항식이 아닌 유리식을 모두 고른 것은? [3.2점]

<보기>

㉠ $\frac{2x-1}{x^2x}$
㉡ $\frac{x^2x}{10}$

㉢ $2x^3+3x+\frac{1}{3}$

㉣ $\frac{10}{x^2}$

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

4. 720과 1080의 양의 공약수의 개수를 구하면? [3.6점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 32

720 $\begin{matrix} \swarrow 10 \searrow 5 \\ 12 \swarrow 4 \searrow 3 \\ 8 \swarrow 2 \searrow 2 \end{matrix}$

1080 $\begin{matrix} \swarrow 10 \searrow 5 \\ 108 \swarrow 4 \searrow 3 \\ 27 \swarrow 3 \searrow 3 \end{matrix}$
 $1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\therefore \gcd(720, 1080) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$
 $\therefore \text{답} : 4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

5. <보기>에서 두 실수 a, b 에 대하여 옳은 것만을 모두 고른 것은? [4.1점]

<보기>

㉠ $(a+b)^2 \geq 4ab$ ○

㉡ $|a+b| < |a|+|b|$ ✕

㉢ $|a|-|b| \leq |a-b|$ ○

㉣ $a, b > 0$ 일 때, $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ ○ * 조화평균

- ① ㉠, ㉢ ② ㉠, ㉣ ③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

㉠. $(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2 \geq 0$

㉡. (반례) $a=b=1$ 일 때 옳지 않음.

㉢. $|a-b|^2 - (|a|-|b|)^2 = a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2) = 2|ab| - 2ab \geq 0$

6. <보기>에서 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 X 에서 X 로
의 함수가 되는 것만을 2개 고른 것은? [4.1점]

<보기>

ㄱ. $f(x) = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$ ✕ $f(0) = \frac{1}{2} \notin X$

ㄴ. $g(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$ ○

ㄷ. $h(x) = -\frac{3}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$ ○

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ

④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

ㄷ. $h(1) = -\frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 1 = 0$

$h(-1) = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2} + 1 = -1$

$h(0) = 1$

7. $\{1, 2\} \subset X, Y$ 인 두 집합 X, Y 에 대해 함수 $f: X \rightarrow Y$
는 $f(1) = 1$ 이다. 이때, 항상 옳은 것을 고르면? [4.4점]

① f 가 항등함수이면 $f(2) = 1$ ✕

② f 가 상수함수이면 $f(2) = 2$ ✕

③ f 가 일대일 함수이면 $f(2) \neq 1$ ○

④ f 가 일대일 대응이면 $f(2) \neq 2$ ✕

⑤ f 가 상수함수이면 일대일 대응이다. ✕

8. 함수 $y = \frac{2x}{x-1}$ 의 점근선을 $x = a, y = b$ 라 할 때, $a+b$
의 값을 구하면? [4.3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$y = \frac{2(x-1)+2}{x-1}$

$= \frac{2}{x-1} + 2$

$\therefore a = 1 \quad b = 2$

$\therefore a+b = 1+2 = 3$

9. 함수 $y = 5x - 2$ 의 역함수를 구하면? [4.4점]

① $y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$

② $y = \frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$

③ $y = -\frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$

④ $y = -\frac{1}{5}x - \frac{1}{5}$

⑤ $y = -\frac{1}{5}x - \frac{2}{5}$

$y = 5x - 2$ ㉠

$x = \frac{y+2}{5}$

$y = \frac{1}{5}x + \frac{2}{5}$

10. $-2 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = \sqrt{12-2x} + k$ 의 최솟값이 5
일 때, 최댓값을 구하면? [5.2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$y = \sqrt{12-2(x-6)} + k$ \therefore 최댓값 $= \sqrt{16} + k$
감소함수이므로 $= 4 + 3$

최솟값 $= f(4)$ $= 7$
 $= \sqrt{4} + k = 5$
 $k = 3$

11. $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} \leq 4$ 을

만족시키는 자연수 n 의 최댓값을 구하면? [5.2점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}} = \frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n+1-n}$

(32) $= (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{3}-\sqrt{2})$
 $+ \dots + (\sqrt{n+1}-\sqrt{n})$

$= \sqrt{n+1} - 1 \leq 4$

$\sqrt{n+1} \leq 5$

$n \leq 24$

12. $y = f(x)$ 의 역함수를 $y = g(x)$ 라 할 때, $y = f(3x-5)$ 의 역함수를 $g(x)$ 에 대한 식으로 나타내면 $y = ag(x) + b$ 이다. 이때, $a-b$ 의 값을 구하면? [5.5점]

- ① 0 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{4}{3}$

i) let $d = f(c)$

$c = g(d)$

ii) let $c = 3x-5$

$d = f(c) = f(3x-5)$

$3x-5 = g(d)$

$3d-5 = g(a)$

$d = \frac{1}{3}g(a) + \frac{5}{3}$

13. 무리함수 $y = \sqrt{3x}$ 의 그래프 위의 두 점

$P(a, b)$, $Q(c, d)$ 에 대하여 $b+d=4$ 일 때, 직선 PQ 의 기울기를 구하면? [6.5점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$b = \sqrt{3a}$

$d = \sqrt{3c}$

$b+d = \sqrt{3a} + \sqrt{3c} = 4$

$d = 4-b$

$\sqrt{3c} = 4-b$

$c = (4-b)^2 \times \frac{1}{3}$

14. $x, y \geq 0$, $3x+2y=38$ 일 때, $\sqrt{27x} + \sqrt{y}$ 의 최댓값을 구하면? [6.5점]

- ① 19 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 33

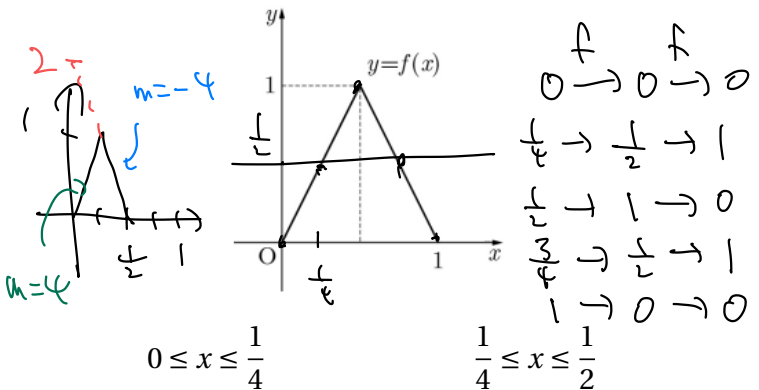
$$(a^2+b^2)(x^2+y^2) \geq (ax+by)^2$$

$$\left(3^2 + \frac{1}{2}\right)\left(3x + 2y\right) \geq \left(\sqrt{27x} + \sqrt{y}\right)^2$$

$$3\sqrt{3x} + \sqrt{2y} \leq \sqrt{19}$$

$$\therefore (\sqrt{27x} + \sqrt{y})_{\max} = \sqrt{\left(9 + \frac{1}{2}\right) \cdot 38} = 19$$

15. $0 \leq x \leq 1$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$, $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$ 에서 함수 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 모두 옳게 구한 것을 고르면? [6.6점]



- | | | |
|---|-----------------------------|---------------------------------------|
| | $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}$ |
| ① | $4x-2$ | $-4x+2$ |
| ② | $4x-2$ | $-4x+4$ |
| ③ | $4x$ | $-4x-2$ |
| ④ | $4x$ | $-4x+2$ |
| ⑤ | $4x$ | $-4x+4$ |

공역의 구간조각

$$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq -4\}$$

서답형

단답형 1. 함수 $y = \frac{2}{x^2-4} + \sqrt{x+4}$ 의 정의역을 조건제시법을 이용하여 구하시오. [3점]

$$i) x^2-4 \neq 0$$

$$x \neq 2 \text{ and } x \neq -2$$

$$ii) x+4 \geq 0$$

$$x \geq -4$$

$$\therefore \text{정의역} = \{x \mid -4 \leq x < -2$$

$$\text{or } -2 < x < 2$$

or

$$2 < x \}$$

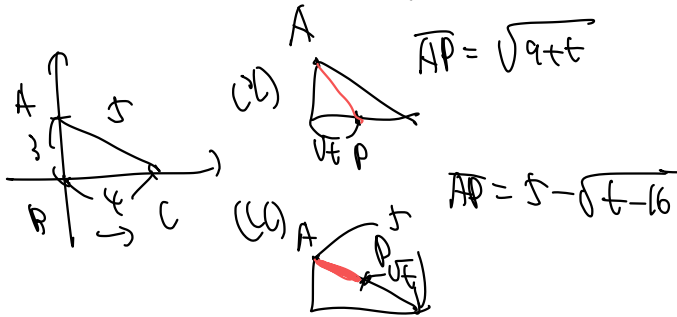
단답형 2. 점 P 가 <보기>의 규칙에 따라 이동할 때, 함수 $f(t)$ 를 '출발한 지 t 초 후 선분 AP 의 길이'로 정의한다. (단, $0 < t < 81$) 이때, $f(t)$ 를 (가), (나)의 구간에 따라 t 에 대한 식으로 표현하시오. [7점]

<보기>

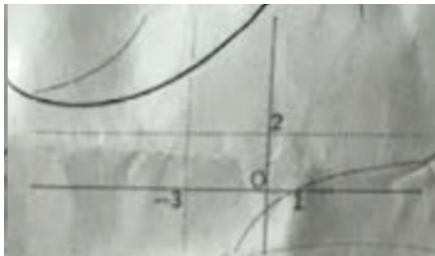
- 삼각형 ABC 의 변의 길이는 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=5$ 이다.
- 점 P 는 삼각형 ABC 의 각 변 위를 움직이는데, 점 B 를 출발하여 점 C 를 거친 후 A 에 도착한다.
- 점 P 가 직선거리를 이동한다고 가정했을 때, 출발한 후 t 초 동안 이동한 거리는 \sqrt{t} 이다.

(가) $0 \leq t \leq 16$ 일 때, $f(t) = \sqrt{9+t}$ [3점]

(나) $16 \leq t \leq 81$ 일 때, $f(t) = 5 - \sqrt{t-16}$ [4점]



서술형 1. 함수 $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ ($ad-bc \neq 0$, $c \neq 0$)의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a, b, c, d 에 대하여 $a+b+c+d$ 의 값을 구하시오. [5점]



$$y = \frac{k}{x+3} + 2 \quad \text{점 } (1, 0) \text{ 이용}$$

$$0 = \frac{k}{4} + 2 \quad \therefore a+b+c+d = 2-2+(+3) = 4$$

$$k = -8$$

$$\therefore y = \frac{-8}{x+3} + 2 = \frac{2(x+3)-8}{x+3} = \frac{2x-2}{x+3}$$

서술형 2. $a, b > 0$, $2ab+2a+2b=23$ 일 때, $2a+b$ 의 최솟값을 구하시오. [6점]

$$\begin{aligned} \text{가) } 25 &= 2ab+2a+2b+2 & \text{나) } 2a+b \\ 25 &= ab+(a+b+1) & &= 2a+2+b+1-3 \\ &= a(b+1)+b+1 & &= 2(a+1)+b+1-3 \\ &= (a+1)(b+1) & &\geq 2\sqrt{2(a+1)(b+1)}-3 \quad (\because a=b) \\ & & &= 2 \cdot 5 - 3 \\ & & &= 7 \end{aligned}$$

서술형 3. 집합 $X = \{0, 1, 2, 3, \dots, 9\}$ 를 정의역과 공역으로 하는 함수 $f: X \rightarrow X$ 가 일대일대응이 되도록 $x \in X$ 들의 함수값 $f(x)$ 를 정한다고 할 때, <보기>를 참조하여 다음 물음에 답하시오. [9점] (단, 자연수 n 과 함수 f 에 대하여 $f^1 = f$, $f^2 = f \circ f$, \dots , $f^{n+1} = f^n \circ f$ 라고 약속한다.)

<보기>

함수 $f: X \rightarrow X$ 와 그 정의역의 모든 원소 $x \in X$ 에 대하여, $f^n(x) = x$ 를 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 n_f 라고 정의한다. (즉, n_f 는 f 에 의해 정해지는 자연수 값)

(가) $f(x) = (x+1)$ 을 10으로 나누었을 때의 나머지라고 정의했을 때, $f(0) = 1$, $f(1) = 2, \dots, f(9) = 0$ 이다. 이때, n_f 를 구하시오. [2점] (10)

(나) n_f 가 최대가 되도록 정의역의 원소 $x \in X$ 에 대한 함수값 $f(x)$ 들을 정한다고 할 때, n_f 를 구하시오. [7점] (10)