

- ◆ 전체 : 선택형 18문항(70점), 서답형 6문항(30점)
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. $125^{\frac{2}{3}}$ 의 값은?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

$$(5^3)^{\frac{2}{3}} = 5^2 = 25$$

2. $\log_3 54 - \log_3 18$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$$\log_3 \frac{54}{18} = \log_3 3 = 1$$

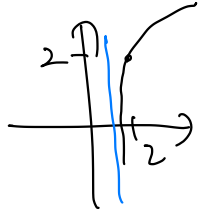
3. 함수 $y = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-2} + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 점 (0, 10)을 지난다. ○
 ② 치역은 $\{y \mid y > 1\}$ 이다. ○
 ③ 점근선은 직선 $x=2$ 이다. ✗ $y=1$
 ④ 정의역은 실수 전체의 집합이다. ○
 ⑤ x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다. ○



4. 함수 $y = \log_2(x-1) + 2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 점 (2, 2)를 지난다. ○
 ② 점근선은 $x=1$ 이다. ○
 ③ 정의역은 $\{x \mid x > 1\}$ 이다. ○
 ④ 치역은 양의 실수 전체의 집합이다. ✗
 ⑤ x 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다. ○



5. 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 이고 호의 길이가 4π 인 부채꼴의 반지름의 길이를 a , 넓이를 $b\pi$ 라고 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

ㄷ) $l = r\theta$

$$4\pi = r \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$r = 12 = a$$

ㄹ) $S = \frac{1}{2}r^2\theta$

$$= \frac{1}{2} \cdot (12)^2 \cdot \frac{\pi}{3}$$

$$= 24\pi = b\pi$$

$$\therefore a+b = 12+24 = 36$$

6. $\log_{(a-3)}(-a^2+6a+7)$ 이 정의되기 위한 정수 a 의 개수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

ㄷ) $a-3 \neq 1$

$$a \neq 4$$

$$\therefore a = 5, 6$$

ㄹ) $a-3 > 0, -a^2+6a+7 > 0$

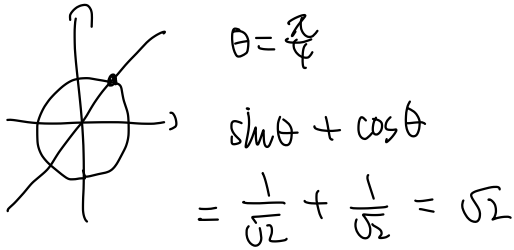
$$a > 3, \quad a^2 - 6a - 7 < 0$$

$$-1 < a < 7$$

$$\therefore 3 < a < 7 \text{ and } a \neq 4$$

7. 좌표평면에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 과 직선 $y = x$ 가 제 1사분면에
서 만나는 점을 P 라 하자. 동경 OP 가 나타내는 각의 크기를
 θ 라 할 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{3}$



8. 부등식 $81x^2 < \left(\frac{1}{9}\right)^{x-3}$ 을 만족하는 정수 x 의 합은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$$3^{4x^2} < 3^{6-2x}$$

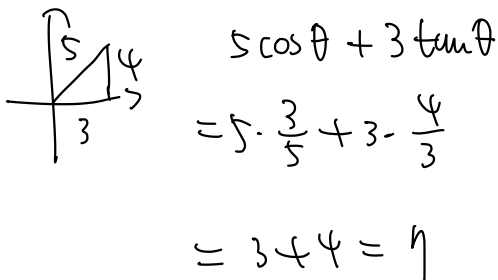
$$4x^2 < 6-2x \quad (\because \frac{1}{9} > 1)$$

$$4x^2 + 2x - 6 < 0$$

$$\frac{2}{2} \quad \frac{3}{-2} \quad \therefore -1 < x < 1$$

9. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ 이고 $\sin\theta = \frac{4}{5}$ 일 때, $5\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) - 3\tan(\pi - \theta)$ 의
값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9



10. 함수 $y = 2^x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y
축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면 함수 $y = 8 \times 2^{x-1} - 3$ 의
그래프와 일치할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$$y = 2^x - 2 \xrightarrow{x, a \rightarrow y-b} y-b = 2^{x-a} - 2$$

$$y = 2^{x-a} + b - 2$$

$$(\Rightarrow) y = 2^{x+2} - 3$$

$$\therefore a = -2, b = -1$$

$$\therefore a+b = -2-1 = -3$$

11. n 이 2이상의 자연수일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고
른 것은?

<보기>

㉠. n 이 짝수일 때, 음의 실수 a 의 n 제곱근 중에서
실수인 것은 $\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$ 이다. 옳다.

㉡. n 이 짝수일 때, 3의 n 제곱근 중에서
실수인 것들의 합은 0이다.

㉢. n 이 홀수일 때, 음의 실수 a 의 n 제곱근 중에서
실수인 것은 1개이다. $\sqrt[n]{a}, -\sqrt[n]{a}$ 이다.

㉣. n 이 홀수일 때 양의 실수 a 의 n 제곱근 중에서 실수인 것은

㉤. 복소수 범위에서 실수 a 의 n 제곱근은 n 개가 있다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢
 ③ ㉠, ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉢, ㉤
 ⑤ ㉢, ㉤, ㉥

12. $3^4 = a$, $8^2 = b$ 일 때, 12^{12} 을 a, b 로 나타낸 것은?

- ① a^3b^4 ② a^3b^5 ③ a^4b^3 ④ a^4b^4 ⑤ a^4b^5

$$3^4 = a, \quad 2^6 = b$$

$$12^{12} = 2^{24} \cdot 3^{12} \\ = b^4 \cdot a^3$$

13. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\frac{\cos \theta}{1 - \sin \theta} + \frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = 4$ 일 때, $\sin \theta + \tan \theta$ 의 값은?

- ① $-2\sqrt{3}$ ② $-\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

$$\frac{\cos \theta + \cos \theta}{1 - \sin^2 \theta} = \frac{2\cos \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{2}{\cos \theta} = 4$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \sin \theta &= -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \tan \theta &= -\frac{\sqrt{3}}{1} \\ \therefore \sin \theta + \tan \theta &= -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{1} = -\frac{3\sqrt{3}}{2} \end{aligned}$$

14. 함수 $y = \log_{\frac{1}{3}} k(x+3) - 2$ 의 그래프가 제 1사분면을 지나지 않을 때, 양수 k 의 최솟값은?

- ① $\frac{1}{32}$ ② $\frac{1}{27}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

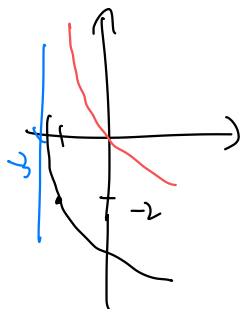
$$y = -\log_3(x+3) - \log_3 k - 2$$

$\downarrow (0,0) \text{ 만 }$

$$y = -\log_3 3 - \log_3 k - 2 \leq 0$$

$$-\log_3 k \leq 3$$

$$k \geq \frac{1}{27}$$



15. 함수 $y = -2\sin\left(\frac{1}{2}x - \pi\right) + 1$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은?

<보기>

㉠ 주기는 4π 이다. ㉡ $T = \frac{2\pi}{\frac{1}{2}} = 4\pi$

㉢ 최댓값은 -1 이다. $-2 \cdot (-1) + 1 = 3$

㉣ 그래프는 $(0, 1)$ 을 지난다.

㉤ 그래프는 함수 $y = -2\sin\frac{1}{2}x$ 의 그래프를 x 축으로 2π 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉣

③ ㉡, ㉤

④ ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

$$1. f(\theta) = -2\sin(-\pi) + 1 = 1$$

$$2. y = -2\sin\frac{1}{2}(x - 2\pi) + 1$$

16. $10 < x < 1000$ 일 때, $\log x^2 - \log \sqrt[3]{x}$ 가 가장 큰 정수가 되도록 하는 x 에 대하여 $\log x$ 의 값은?

- ① $\frac{11}{5}$ ② $\frac{12}{5}$ ③ $\frac{13}{5}$ ④ $\frac{14}{5}$ ⑤ 3

$$i) 2\log x - \frac{1}{3}\log x \quad ii) 1 < \log x < 3$$

$$\frac{5}{3}\log x$$

$$\frac{5}{3} < \frac{5}{3}\log x < 5$$

$$\therefore \frac{5}{3}\log x = 4$$

$$\log x = \frac{12}{5}$$

17. $0 < a < 1$ 일 때, 함수 $y = a^{-x^2-2x+1}$ 의 최솟값이 $\frac{1}{16}$ 이다.

이때 상수 a 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

$$\text{let } g(x) = -x^2 - 2x + 1$$

$$g(x) = -(x^2 + 2x + 1) + 1 + 1 \\ = -(x+1)^2 + 2$$

$$g(x)_{\min} = -(-1+1)^2 + 2 = 2$$

g는 감소함수이므로

$$g_{\min} = a^2 = \frac{1}{16}$$

$$\therefore a = \frac{1}{4} \quad (\because a > 0)$$

18. 어느 물통에 서식하는 박테리아를 제거하기 위하여 약품을 투여하려고 한다. 이 물통에 들어 있는 물 1 mL 당 처음 박테리아의 수를 C_0 , 약품을 투여하고 t 시간 후 박테리아의 수를 C 라고 하면 $\log \frac{C}{C_0} = -0.2t$ 라고 한다. 물 1 mL 당 처음 박테리아의 수가 2×10^5 일 때, 박테리아의 수가 66200이 되는 것은 약품을 투여하고 몇 시간 몇 분 후인가?

(단, $\log 3.31 = 0.52$ 로 계산한다.)

- ① 2시간 12분 ② 2시간 18분
③ 2시간 24분 ④ 2시간 30분
⑤ 2시간 36분

$$\log \frac{33100}{2 \times 10^5} = -0.2t$$

$$\log \frac{3.31}{10} = -0.2t$$

$$0.52 - 1 = -0.2t$$

$$-0.48 = -0.2t$$

$$\therefore t = 2.4$$

$$= 2 + \frac{24}{60}$$

19. 어느 해외 공장에서 설비 투자 비용을 매년 전년도보다 4%씩 감소시키고 기술 투자 비용은 매년 전년도보다 5%씩 증가시켜 기술 투자 비용이 설비 투자 비용의 30% 이상이 될 때, 현지 연구소를 설립하기로 하였다. 현재 설비 투자 비용이 2000만 달러, 기술 투자 비용이 300만 달러일 때, 현지 연구소 설립은 몇 년 몇 개월 후인가? (단, $\log 1.05 = 0.02$, $\log 9.6 = 0.98$, $\log 2 = 0.30$ 으로 계산한다.)

- ① 7년 3개월 후 ② 7년 4개월 후
③ 7년 5개월 후 ④ 7년 6개월 후
⑤ 7년 7개월 후

$$\frac{0.3}{30} \cdot 2000 \times \left(\frac{96}{100}\right)^n \leq 300 \times \left(\frac{105}{100}\right)^n$$

$$\log 2 + n \log 0.96 \leq n \log 1.05$$

$$0.3 + n(0.98 - 1) \leq 0.02n$$

$$0.3 \leq 0.64n$$

$$n \geq \frac{0.3}{0.64}$$

$$\sqrt[0.3]{0.30}$$

20. $0 < \theta < 2\pi$ 이고 각 θ 와 7θ 를 나타내는 동경이 원점에 대하여 대칭이다. $\sin \theta > 0$, $\cos \theta < 0$ 을 만족하는 각 θ 에 대하여 $\sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right)$ 의 값은? $2A \frac{4}{3} \pi$

- ① -1 ② $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ 0

$$7\theta - \theta = (180^\circ + 360^\circ) \times n$$

$$\theta = 30^\circ + 60^\circ \times n$$

$$\theta = 150^\circ \quad (\because \theta: 2A \frac{4}{3} \pi)$$

$$\therefore \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) = \sin\left(\frac{5}{6}\pi + \frac{2}{3}\pi\right)$$

$$= -1$$

21. 생산 가능 인구수는 매년 1.2%씩 감소한다고 한다. 2022년 생산 가능 인구수가 25×10^6 명이라고 할 때, 2102년의 생산 가능 인구수는 $k \times 10^4$ 명이다. 아래의 표를 이용하여 실수 k 의 값을 구하면?

x	$\log x$
1.58	0.2
3.98	0.6
9.88	0.99

- ① 100 ② 136 ③ 158 ④ 268 ⑤ 395

$$A = 25 \times 10^6 \times \left(\frac{98.8}{100}\right)^{80} = k \times 10^4$$

$$10^2 \times \left(\frac{98.8}{100}\right)^{80} = \frac{k}{25}$$

$$2 + 80(\log 98.8 - 1) = \log \frac{k}{25}$$

$$1.2 = \log \frac{k}{25} \quad \therefore k = 25 \times 15.8$$

$$\log 15.8 = \log \frac{k}{25} = 3.95$$

서답형

단답형 1. 모든 실수 t 에 대하여 부등식

$t^2 + 2\sqrt{2}t \sin x - 3 \cos x \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 x 의 최댓값과 최솟값의 합을 호도법으로 쓰시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$)

$$D/4 = (\sqrt{2} \sin x)^2 - (-3 \cos x) \leq 0$$

let $c = \cos x$
 $(-1 \leq c \leq 1)$
 $2(1 - c^2) + 3c \leq 0$

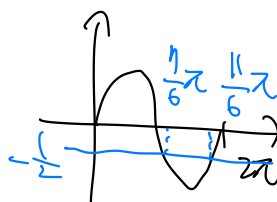
$$-2c^2 + 3c + 2 \leq 0$$

$$2c^2 - 3c - 2 \geq 0$$

$$\frac{2}{1} \quad \frac{-3}{-2}$$

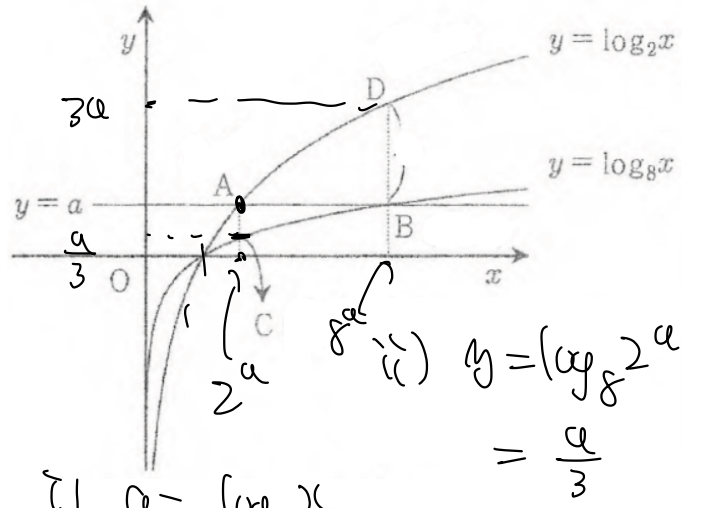
$$\therefore c \leq -\frac{1}{2} \text{ or } c \geq 2$$

$$\therefore c \leq -\frac{1}{2} \quad (\because c \leq 1)$$



$$\therefore \frac{1}{6}\pi + \frac{11}{6}\pi = 3\pi$$

서술형 1. 다음 그림과 같이 직선 $y = a$ 가 두 곡선 $y = \log_2 x$, $y = \log_8 x$ 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하고, 점 A 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_8 x$ 와 만나는 점을 C , 점 B 를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 점을 D 라고 하자. $\overline{BD} = k \times \overline{AC}$ 일 때, 실수 k 의 값을 구하시오.



$$\text{ii) } a = \log_2 x$$

$$x = 2^a$$

$$y = \log_8 2^a$$

$$= \frac{a}{3}$$

$$\therefore \overline{AC} = \frac{2}{3}a$$

$$\text{iii) } a = \log_8 x \quad \text{iv) } y = \log_2 8^a$$

$$8^a = x \quad = \log_2 2^{3a}$$

$$= 3a$$

$$\therefore \overline{DB} = 2a$$

$$\therefore \overline{AC} \times k = \overline{DB}$$

$$\frac{2}{3}ak = 2a$$

$$k = 3$$

서술형 2. $0 \leq x < 4\pi$ 일 때, 방정식

$-2\cos^2 x + \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 1 = 0$ 의 모든 해의 합을 구하시오.

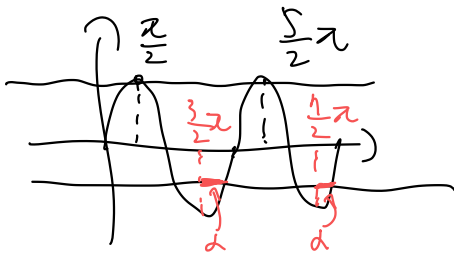
$$\text{let } \sin x = s \quad (-1 \leq s \leq 1)$$

$$-2(1-s^2) - s + 1 = 0$$

$$2s^2 - s - 1 = 0$$

$$\begin{matrix} 2 & & 1 \\ (& & -1 \end{matrix}$$

$$s = -\frac{1}{2} \text{ or } 1$$



$$\therefore \frac{\pi}{2} + \frac{5\pi}{2} + \left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) + \left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$+ \left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) + \left(\frac{7\pi}{2} - \alpha\right)$$

$$= 3\pi + 3\pi + 7\pi$$

$$= 13\pi$$

서술형 3. 두 수 $\sqrt{3n}$, $\sqrt[3]{2n^2}$ 이 모두 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오.

$$i) \quad n = 3k^2 \quad \text{중}$$

$$ii) \quad 2^{\frac{1}{3}} \cdot n^{\frac{2}{3}}$$

$$n = 2^{\frac{1}{3}} \cdot p^3 \quad \text{중}$$

$$3k^2 = 2^{\frac{1}{3}} \cdot p^3$$

$$2^{\frac{5}{9}} \cdot 3$$

$$\therefore n_{\text{최소}} = 2^{\frac{1}{3}} \cdot \left(2^{\frac{5}{9}} \cdot 3\right)^3$$

$$= 2^2 \cdot 3^3$$

$$= 108$$