♦ 전체 : 선택형 17문항(70점), 서답형 7문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 점 $(1,5)$에서 곡선 $f(x)$에 접하는 접선의 기울기는? [3.1점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. 함수 $f(x)$에 접하고 기울기가 -2인 접선의 방정식은? [3.2점]

① $y=-2x+4$ ② $y=-2x+6$

③ $y=-2x+8$ ④ $y=-2x+10$

⑤ $y=-2x+12$

3. $x=0$에서 연속인 함수는? [3.3점]

① $f(x)=\dfrac{1}{x}$ ② $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x+4}-2}$

③ $f(x)=\dfrac{x}{|x|}$ ④ $f(x)=\sqrt{x-1}$

⑤ $f(x)=x|x|$

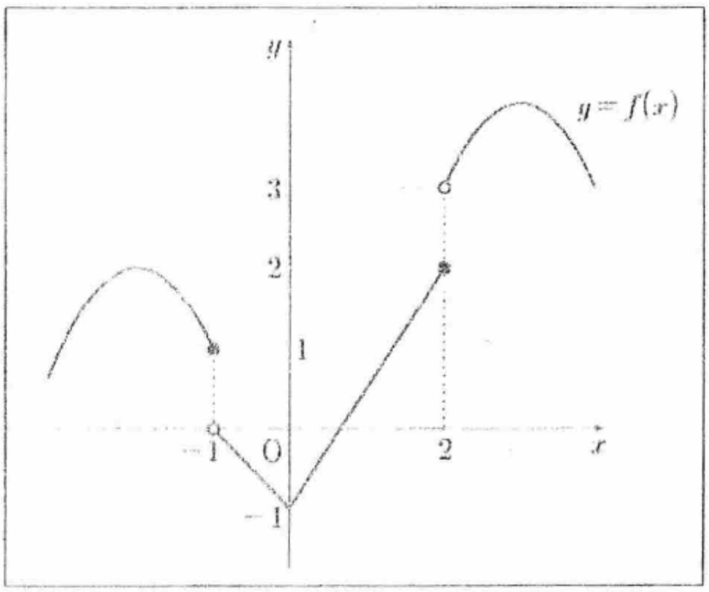
4. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여 함수 $h(x)$를 다음과 같이 정의하자.

$$h(x)=f(x)g(x)$$

$f(2)=1,\ f'(2)=-3,\ g(2)=4,\ g'(2)=5$일 때, $h'(2)$의 값은? [3.4점]

① -15 ② -7 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

5. 함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\lim\limits_{x\to0+}f(x)+f(2)+\lim\limits_{x\to-1-}f(x)$의 값은? [3.5점]



① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

6. <보기>를 만족하는 극한값 a, b에 대하여 $a+b$의 값은? [4점]

<보 기>

(가) $\lim_{x\to -1} \frac{x^3+1}{x+1} = a$

(나) $\lim_{x\to \infty} \frac{-2x+1}{\sqrt{x^2+3}+6} = b$

① -1　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

7. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^2 - bx & (x<1) \\ 3x-2 & (x \ge 1) \end{cases}$ 가 실수 전체에서 미분가능할 때, $a+b$의 값은? [4.1점]

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

8. 아래는 함수 $f(x) = x^3 - 6x^6 + 9x$의 그래프 개형을 그리는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것은? [3.9점]

<보 기>

$f(x) = x^3 - 6x^6 + 9x$라고 하면

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$이다.

따라서 $f(x)$의 증가와 감소를 표로 나타내면

x	$\cdots$	(가)	$\cdots$	(나)	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	(다) 극대	↘	(라) 극소	↗

	(가)	(나)	(다)	(라)
①	-3	-1	-108	-16
②	-3	-1	72	24
③	1	3	0	4
④	1	3	4	0
⑤	3	3	0	0

9. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $|f(x) - 2x| < 3$을 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty} \frac{\{f(x)\}^2}{x\{2x+f(x)\}}$의 값은? [4.2점]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

10. 두 함수 $f(x), g(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것의 개수는? [4.1점]

<보 기>

(가) $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}=0$이면 $\lim_{x\to a}f(x)$, $\lim_{x\to a}g(x)$의 값이 각각 존재한다.

(나) $\lim_{x\to a}\{f(x)+g(x)\}$와 $\lim_{x\to a}\{f(x)-g(x)\}$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to a}f(x), \lim_{x\to a}g(x)$의 값도 존재한다.

(다) $\lim_{x\to a}g(x)$와 $\lim_{x\to a}\dfrac{f(x)}{g(x)}$의 값이 존재하면 $\lim_{x\to a}f(x)$의 값도 존재한다.

(라) $\lim_{x\to a}f(x)$와 $\lim_{x\to a}f(x)g(x)$의 값이 각각 존재하면 $\lim_{x\to a}g(x)$의 값도 존재한다.

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

11. 미분가능한 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$가 아래의 조건을 만족한다고 하자.

$$h'(x)=f'(x)g'(x)$$

함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$의 증감표가 아래와 같을 때, 함수 $h(x)$의 대한 설명으로 옳은 것은? [4.4점]

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	+	0	−	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	1	↘

x	$\cdots$	−2	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$g'(x)$	+	0	−	0	−	0	+
$g(x)$	↗	3	↘	5	↘	2	↗

① 닫힌구간 $[1,3]$에서 감소한다.

② $h(1)=20$이다.

③ 3개의 극값을 갖는다.

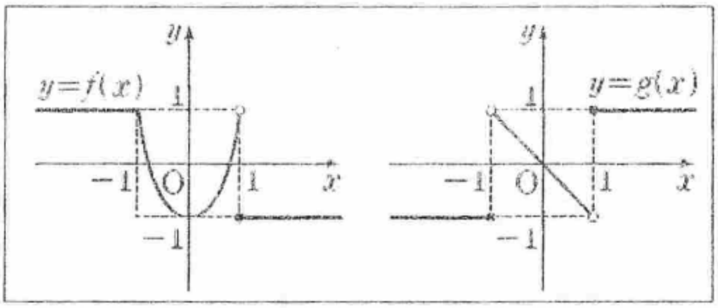
④ $h(-2)<h(3)$이다.

⑤ $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

12. 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가 $(x^2-3x+2)f(x) = x^3+ax+b$를 만족시킬 때, $f(1)=f(2)$의 값은? [4.2점]

① −6 ② −3 ③ 0 ④ 4 ⑤ 9

13. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4.4점]



<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 1}f(x)g(x)=-1$

ㄴ. 함수 $g(x+1)$은 $x=0$에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $f(x)g(x+1)$은 $x=-1$에서 연속이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$f(1)=4,\ f'(-1)=-1,\ f(2)=-2,\ f'(2)=3$일 때,

$\lim_{x\to1}\frac{f(x+1)+5x-3}{x^2-1}$의 값은? [4.5점]

① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

15. 실수 t에 대하여 직선 $y=t$가 곡선 $y=|x^2-4|$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(t)$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.1점]

<보 기>

ㄱ. $f(4)=3$

ㄴ. $\lim_{t\to0-}f(t)=4$

ㄷ. $\lim_{x\to0+}f(t)+\lim_{t\to4-}f(t)=5$

ㄹ. 열린구간 $(-2,6)$에서 함수 $f(t)$의 불연속점은 2개다.

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

16. 모든 실수에 대해 함수 $f(x)$의 도함수가 아래와 같다고 하자.

$$f'(x)=\begin{cases}-x^3+3 & (x\le1)\\ x^3-6x^2+11x-6 & (x>1)\end{cases}$$

<보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.2점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$는 극점을 4개 갖는다.

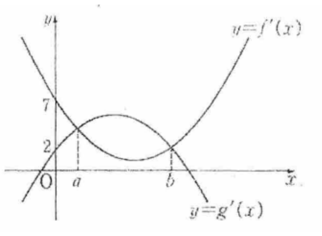
ㄴ. 닫힌구간 $[0,2]$에서 $y=f(x)$는 증가한다.

ㄷ. 함수 $f(x)$는가 $x=1$에 대해 대칭이다.

ㄹ. $f'(1)=0$이므로 $\frac{f(b)-f(a)}{b-a}=0$을 만족하는 실수 a,b가 0과 2사이에 존재한다.

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

17. 삼차함수 $f(x), g(x)$의 도함수 그래프가 아래 그림과 같다고 하자.



$h(x) = f(x) - g(x),\ k(x) = f'(x) - g'(x)$라고 할 때, <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.4점]

<보 기>

ㄱ. 함수 $h(x)$는 $x = a$에서 극솟값을 갖는다.

ㄴ. $k'(c) = 0$이 되는 c가 a와 b 사이에 존재한다.

ㄷ. $h(a) > 0$이면 $y = h(x)$는 서로 다른 세 실근을 갖는다.

ㄹ. $0 < \alpha < \beta < a$를 만족하는 임의의 두 실수 α, β에 대해 $h(\alpha) - h(\beta) > 5(\alpha - \beta)$이다.

① ㄱ, ㄴ　② ㄱ, ㄷ　③ ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄹ　⑤ ㄷ, ㄹ

서답형

단답형 1. 두 함수 $f(x), g(x)$가 $\lim_{x\to1} f(x) = 2,\ \lim_{x\to1} g(x) = 5$를 만족시킬 때, 극한값 $\lim_{x\to1}\{4f(x) - 3g(x)\}$을 구하시오. [2점]

단답형 2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 7$에 대하여 x의 값이 0에서 1까지 변할 때, 평균변화율을 구하시오.

단답형 3. 다음은 $\lim_{x\to2} \frac{x^2 - ax + b}{x^2 - 3x + 2} = 5$을 만족하는 a, b의 값을 구하는 과정이다.

<보 기>

$\lim_{x\to2} \frac{x^2 - ax + b}{x^2 - 3x + 2}$이 수렴하고 $\lim_{x\to2}(x^2 - 2x + 3) = 0$이므로 $\lim_{x\to2}(x^2 - ax + b) = 0$이다. 따라서 $b = \boxed{\text{(가)}}$

$\lim_{x\to2} \frac{x^2 - ax + b}{x^2 - 3x + 2} = 5$에 대입한 후 인수분해하면

$$\lim_{x\to2} \frac{(x + \boxed{\text{(나)}})(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x\to2} \frac{x + \boxed{\text{(나)}}}{x-1}$$

이므로 $a = \boxed{\text{(다)}}$, $b = \boxed{\text{(라)}}$

(가)~(라)에 알맞은 식 또는 상수를 구하시오. [총4점, 각각 1점]

서술형 1. 점 $(1, -7)$에서 곡선 $f(x) = 2x^2 - 2x + 1$에 그은 접선의 방정식을 구하는 과정을 서술하시오. [5점]

서술형 2. $a < b < c < d$인 네 실수 a, b, c, d에 대하여 방정식

$$(x-a)(x-b)(x-c) + (x-a)(x-b)(x-d) + (x-a)(x-c)(x-d) + (x-b)(x-c)(x-d) = 0$$

이 서로 다른 시 실근을 가짐을 <조건>을 참고하여 서술하시오. [5점] (조건을 이용하지 않을 시 감점)

<조 건>

(가) 열린구간 (a, b), (b, c), (c, d)에서 각각 적어도 하나의 실근이 존재함을 보일 것

(나) 방정식 $f(x) = 0$이 서로 다른 세 실근을 가짐을 보일 것

서술형 3. 함수 $f(x)$에 대하여 $(x-a)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 모든 실수 a, b에 대하여 ab의 합을 구하는 과정을 서술하시오. [6점]

$$f(x)=\begin{cases} bx+a & (x<2) \\ b & (2\le x<3) \\ 2x-3 & (x\ge 3) \end{cases}$$

서술형 4. 겉넓이가 108π로 일정한 원기둥 중 부피가 최대인 원기둥의 부피를 구하는 과정을 서술하시오. [6점]