

- ◆ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 7문항(30점)  
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시  
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 다음 수열이 등비수열일 때,  $x+y$ 의 값은? (단,  $x>0, y>0$ )

[3.6점]

$$\frac{1}{3}, x, 3, y, 27$$

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

$$c) \frac{1}{3}r^2 = 3$$

$$r = 3$$

$$d) x = \frac{1}{3} \cdot 3 = 1$$

$$y = 3 \cdot 3 = 9$$

$$\therefore x+y = 1+9 = 10$$

2.  $\sum_{k=1}^7 a_k = -10$ ,  $\sum_{k=1}^7 b_k = 20$ 일 때,  $\sum_{k=1}^7 (a_k + 2b_k + 3)$ 의 값은?

[3.7점]

- ① 13      ② 33      ③ 51      ④ 73      ⑤ 91

$$(34) = \sum_{k=1}^7 a_k + 2 \sum_{k=1}^7 b_k + \sum_{k=1}^7 3$$

$$= -10 + 2 \cdot 20 + 21$$

$$= 51$$

3. 삼각형  $ABC$ 에서  $a = 8$ ,  $b = 7$ ,  $c = 5$ 일 때,  $B$ 의 크기는?

[3.9점]

- ①  $45^\circ$       ②  $60^\circ$       ③  $120^\circ$       ④  $135^\circ$       ⑤  $150^\circ$

$$\cos B = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5}$$

$$= \frac{40}{80}$$

$$= \frac{1}{2} \quad \angle$$

$$\therefore B = 60^\circ \quad (\because 0^\circ < B < 90^\circ)$$



4.  $\cos \frac{3}{2}\pi - 2 \sin \frac{4}{3}\pi + \tan \left(-\frac{7}{4}\pi\right)$ 의 값은? [4.1점]

- ①  $1-\sqrt{3}$       ②  $-1$       ③  $1$   
 ④  $\sqrt{3}$       ⑤  $\frac{1}{2}$       ⑥  $1+\sqrt{3}$

$$(34) = 0 - 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 1$$

$$= 1 + \sqrt{3}$$

5. 다음 중 정의역에 속하는 임의의 실수  $x$ 에 대하여

$f(x+3) = f(x)$ 를 만족시키는 함수는? [4.2점]

- ①  $f(x) = \sin x$      $주기 = 3$     ②  $f(x) = \cos 3x$   
 ③  $f(x) = \sin(x+3)$     ④  $f(x) = \tan \frac{\pi}{3}x$   
 ⑤  $f(x) = \cos \pi x$

①  $주기 = 2\pi$

②  $주기 = \frac{2\pi}{3}$

③  $주기 = 2\pi$

④  $주기 = \frac{\pi}{|\frac{\pi}{3}|} = 3$

⑤  $주기 = \frac{2\pi}{\pi} = 2$

6. 두 수 23과 74 사이에 16개의 수를 넣어 만든 수열 23,  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{16}, 74$ 가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 이 수열의 공차는? [4.5점]

- ① 3    ②  $\frac{13}{4}$     ③  $\frac{10}{3}$     ④  $\frac{7}{2}$     ⑤ 4

$74 = 23 + 17d$

$51 = 17d$

$d = 3$

7. 함수  $y = \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ 의 점근선의 방정식으로 옳은 것은? (단,  $n$ 은 정수) [4.6점]

- ①  $x = n\pi + \frac{3}{4}\pi$     ②  $x = n\pi + \frac{\pi}{4}$   
 ③  $y = n\pi + \frac{3}{4}\pi$     ④  $y = n\pi + \frac{\pi}{2}$

⑤  $y = n\pi + \frac{\pi}{4}$

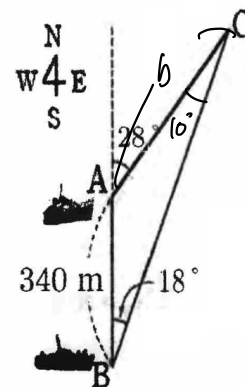
i)  $주기 = \pi$

ii) 점근선  $x = \frac{\pi}{2} + n\pi$  (단, 정수)  
 $\downarrow x, \frac{\pi}{4}$   $\frac{\pi}{4}$ 만큼 이동

$x + \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + n\pi$

$x = \frac{\pi}{4} + n\pi$

8. 아래 그림과 같이 배 A는 배 B에서 정북 방향으로 340 m 떨어져 있다. 두 배 A, B가 동시에 정북에서 동쪽으로 각각  $28^\circ$ ,  $18^\circ$  방향으로 이동하여 지점 C에서 조업했을 때, 배 A가 지점 C까지 이동한 거리는? (단,  $\sin 10^\circ = 0.17$ ,  $\sin 18^\circ = 0.31$ ,  $\sin 28^\circ = 0.47$ 로 계산한다.) [4.7점]



- ① 400 m    ② 510 m    ③ 620 m  
 ④ 730 m    ⑤ 840 m

$\frac{340}{\sin 10^\circ} = \frac{b}{\sin 18^\circ}$

$\frac{340}{0.17} = \frac{b}{0.31}$

$2000 \times 0.31 = b$

$b = 620$

9. 다음 식을 간단히 하면? [4.8점]

$$3 \times 4 + 4 \times 5 + 5 \times 6 + \dots + (n+2)(n+3)$$

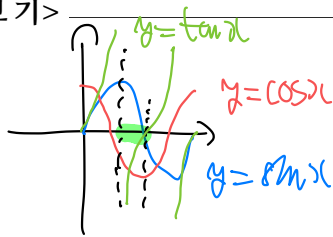
- ①  $\frac{1}{2}(n^2 + 11n + 12)$   
 ②  $\frac{n}{12}(3n^2 + 23n + 46)$   
 ③  $\frac{n}{3}(n^2 + 9n + 26)$   
 ④  $\frac{1}{4}n^2(n+5)(n+7)$   
 ⑤  $\frac{1}{3}(n^3 + 9n^2 + 8n + 18)$

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^n (k+2)(k+3) \\ &= \sum_{k=1}^n (k^2 + 5k + 6) \\ &= \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 5 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 6n \\ &= \frac{n}{6} (2n^2 + 3n + 1 + 15n + 15 + 36) \\ &= \frac{n}{6} (2n^2 + 18n + 52) \\ &= \frac{n}{3} (n^2 + 9n + 26) \end{aligned}$$

10.  $\frac{\pi}{2} < x < \pi$  이 모든  $x$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5점]

<보기>

- ㉠.  $\sin x > \cos x$   
 ㉡.  $\tan x > \cos x$   
 ㉢.  $\sin x > \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$



- ① ㉠  
 ② ㉡  
 ③ ㉠, ㉡  
 ④ ㉠, ㉢  
 ⑤ ㉡, ㉢

$$\begin{aligned} & \therefore \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x \\ & \sin x - \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \\ &= \sin x - (-\sin x) > 0 \\ & \therefore \sin x > \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) \end{aligned}$$

11.  $3 + 3^3 + 5 \cdot 3^3 + 7 \cdot 3^4 + 3^7 + 11 \cdot 3^6 + 13 \cdot 3^7$ 의 값은? [5.1점]

- ①  $2(3^9 - 1)$   
 ②  $3(2 \times 3^8 + 1)$   
 ③  $21(5 \times 3^7 - 4)$   
 ④  $27(2 + 5 \times 3^5)$   
 ⑤  $63(3^7 - 1)$

$$S = \sum_{k=1}^n (2k-1) 3^k \quad \text{은 등비수}$$

$$\begin{aligned} S &= 1 \cdot 3 + 3 \cdot 3^2 + \dots + (2n-1) \cdot 3^n \\ -3S &= 1 \cdot 3^2 + \dots + (2n-3) \cdot 3^n + (2n-1) \cdot 3^{n+1} \\ -2S &= 3 + 2(3^2 + 3^3 + \dots + 3^n) - (2n-1) \cdot 3^{n+1} \\ &= 3 + 2 \cdot \frac{3^2(3^n - 1)}{3 - 1} - (2n-1) \cdot 3^{n+1} \\ &= -6 - (2n-1) \cdot 3^{n+1} \end{aligned}$$

$$\therefore S = 3 + 6 \cdot 3^n = 3(1 + 2 \cdot 3^n)$$

12. 등차수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합이  $S_n$ 이라 할 때,  $a_1 < 0$ 이고  $S_{10} = S_{20}$ 이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.3점]

<보기>

- ㉠.  $a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots + a_{20} = 0$   
 ㉡.  $|a_{13}| = |a_{18}|$   
 ㉢.  $n = 16$ 일 때,  $S_n$ 은 최솟값을 갖는다.

- ① ㉠  
 ② ㉠, ㉡  
 ③ ㉠, ㉢  
 ④ ㉡, ㉢  
 ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

$$\begin{aligned} \text{i) } S_{10} &= \frac{10(a_1 + a_{10})}{2} = S_{20} = \frac{20(a_1 + a_{20})}{2} \\ 2a_1 + 9d &= 4a_1 + 38d \quad \text{c) } a_{13} < 0, a_{18} > 0 \\ -2a_1 &= 29d & |a_{13}| = -a_1 - 12d \\ |a_{18}| &= a_1 + 17d \\ -2a_1 &= 29d \quad (\because \text{i}) \\ & \text{0.02E 0.02E} \end{aligned}$$

$$\text{㉠) } S_{20} - S_{10} = a_{11} + \dots + a_{20} = 0$$

$$\begin{aligned} \text{㉡) } a_n &= a_1 + (n-1)d \\ &= -\frac{29}{2}d + (n-1)d \\ &= nd - \frac{31}{2}d > 0 \\ n &> \frac{31}{2} \quad (\because d > 0) \end{aligned}$$

$$\therefore a_{15} < 0, a_{16} > 0 \quad \therefore n=15 \text{일 때 } S_n \text{ 최소}$$

### 좌표와 수열

13. 철수는 계단을 오를 때 한번에 한 계단, 두 계단, 세 계단 까지 오를 수 있다.  $n$ 번째 계단까지 올라갈 수 있는 경우의 수를  $a_n$ 이라고 할 때,  $a_3$ 의 값과  $a_{n+3}$ ,  $a_{n+2}$ ,  $a_{n+1}$ ,  $a_n$  사이의 관계식을 구하면? (단,  $n = 1, 2, 3, \dots$ ) [5.4점]

- ①  $a_3 = 5$ ,  $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$   
 ②  $a_3 = 4$ ,  $a_{n+3} = a_n + 2a_{n+1} + a_{n+2}$   
 ③  $a_3 = 3$ ,  $a_{n+3} = 4a_n + 2a_{n+1} + a_{n+2}$   
 ④  $a_3 = 5$ ,  $a_{n+3} = a_n + 2a_{n+1} + a_{n+2}$   
 ⑤  $a_3 = 4$ ,  $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$

$$a_1 = 1, a_2 = a_1 + 1 = 2$$

$$a_3 = a_2 + a_1 + 1 = 1 + 2 + 1 = 4$$

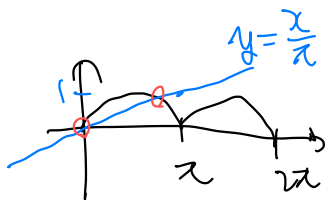
$\vdots$

$$a_{n+3} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2}$$

14. 방정식  $|\sin nx| = \frac{x}{n\pi}$ 의 서로 다른 실근의 개수를  $f(n)$ 이라 할 때,  $f(1) + f(2)$ 의 값은? (단,  $n$ 은 자연수) [5.5점]

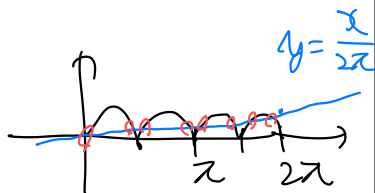
- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

i)  $n=1$  경우



$$f(1) = 2$$

ii)  $n=2$  경우



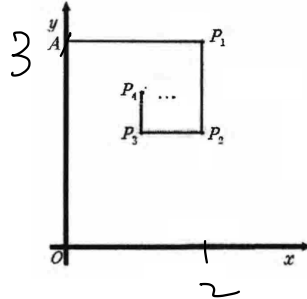
$$f(2) = 8$$

$$\therefore f(1) + f(2) = 2 + 8 = 10$$

15. 점  $A(0,3)$ 을 기준으로 점  $P_n(n=1,2,3,\dots)$ 이 아래와 같은 규칙을 따른다고 하자.

$$\overline{AP_1} = \frac{2}{3}\overline{OA}, \overline{P_1P_2} = \frac{2}{3}\overline{AP_1}, \overline{P_2P_3} = \frac{2}{3}\overline{P_1P_2}, \dots$$

점  $P_{11}$ 의 좌표를  $(a,b)$ 라고 할 때,  $a+b$ 의 값은? [5.6점]



- ①  $\frac{1}{13} \left\{ 8 - 3 \left( \frac{2}{3} \right)^{11} \right\}$       ②  $\frac{3}{13} \left\{ 7 - \left( \frac{2}{3} \right)^{10} \right\}$   
 ③  $\frac{4}{13} \left\{ 5 - 2 \left( \frac{2}{3} \right)^{11} \right\}$       ④  $\frac{5}{13} \left\{ 9 - 4 \left( \frac{2}{3} \right)^{10} \right\}$   
 ⑤  $\frac{7}{13} \left\{ 6 - 11 \left( \frac{2}{3} \right)^{10} \right\}$       let  $P_n(a_n, b_n)$

i)  $x \in \mathbb{Z}$

$$a_1 = 2, a_3 = 2 - 2 \times \frac{4}{9}$$

$$a_5 = 2 - 2 \times \frac{4}{9} + 2 \times \frac{4}{9} \times \frac{4}{9}$$

$$\therefore a_{11} = \frac{2 \left( 1 - \left( -\frac{4}{9} \right)^6 \right)}{1 - \left( -\frac{4}{9} \right)} = \frac{18}{13} \left( 1 - \left( \frac{2}{3} \right)^{12} \right)$$

ii)  $y \in \mathbb{Z}$

$$b_2 = 3 - 3 \times \frac{4}{9}$$

$$b_4 = 3 - 3 \times \frac{4}{9} + 3 \times \left( \frac{4}{9} \right)^2$$

$$\therefore b_{10} = \frac{3 \left( 1 - \left( -\frac{4}{9} \right)^6 \right)}{1 - \left( -\frac{4}{9} \right)} = \frac{27}{13} \left( 1 - \left( \frac{2}{3} \right)^{12} \right)$$

$$\therefore a+b = \frac{45}{13} \left( 1 - \left( \frac{2}{3} \right)^{12} \right)$$

서답형

단답형 1.  $a_1 = 3$ ,  $a_5 = 48$ 인 등비수열에서 공비를 구하시오.

(단, 공비는 양수이다.) [2점]

$$ar^4 = 48$$

$$3 \cdot r^4 = 48$$

$$r^4 = 16$$

$$r = \sqrt[4]{16} \text{ or } -\sqrt[4]{16} \quad (\because r > 0, r \in \mathbb{R})$$

단답형 2. 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열의 첫째항부터

제10항까지의 합을 구하시오. [3점]

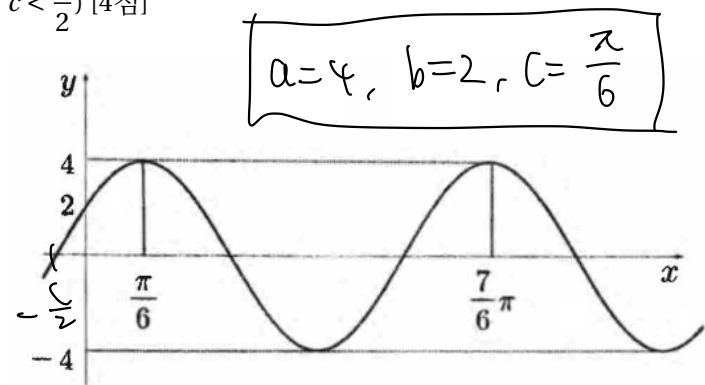
$$S_{10} = \frac{10(1 + 19 \cdot 2)}{2}$$

$$= 10 \cdot 10$$

$$= 100$$

단답형 3. 함수  $y = a \sin(bx + c)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을

때, 상수  $a, b, c$ 의 값을 순서대로 쓰시오. (단,  $a > 0$ ,  $b > 0$ ,  $0 < c < \frac{\pi}{2}$ ) [4점]



$$i) \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$b = 2 \quad (\because b > 0)$$

$$ii) \frac{2\pi}{|b|} = \frac{2\pi}{2} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$a = 4$$

$$iii) y = 4 \sin(2x + c) \quad \begin{cases} 4 = 4 \sin 2\left(\frac{\pi}{6} + \frac{c}{2}\right) \\ 1 = \sin 2\left(\frac{\pi}{6} + \frac{c}{2}\right) \end{cases}$$

$$= 4 \sin 2\left(x + \frac{c}{2}\right) \quad \therefore c = \frac{\pi}{6} \quad (\because 0 < c < \frac{\pi}{2})$$

서술형 1. 다음 식의 값을 <조건>을 참고하여 구하시오. (<조건>을 이용하지 않을 시 감점) [4점]

$$\frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7} + 3} + \frac{1}{3 + \sqrt{11}} + \frac{1}{\sqrt{11} + \sqrt{13}} + \frac{1}{\sqrt{13} + \sqrt{15}}$$

<조건>

합의 기호  $\sum$ 을 이용하여 위 식을 표현할 것

$$[3\text{점}] = \sum_{k=1}^5 \frac{1}{\sqrt{k+2} + \sqrt{k+4}}$$

$$= \sum_{k=1}^5 \frac{\sqrt{k+2} - \sqrt{k+4}}{(k+2) - (k+4)}$$

$$= -\frac{1}{2} \sum_{k=1}^5 (\sqrt{k+2} - \sqrt{k+4})$$

$$= -\frac{1}{2} [(\sqrt{3} - \sqrt{5}) + (\sqrt{5} - \sqrt{7}) + \dots + (\sqrt{13} - \sqrt{15})]$$

$$= -\frac{1}{2} (\sqrt{3} - \sqrt{15})$$

$$= \frac{\sqrt{15} - \sqrt{3}}{2}$$

서술형 2. 모든 실수  $x$ 에 대하여 부등식  $x^2 - 2x \tan \theta + 1 \geq 0$ 이

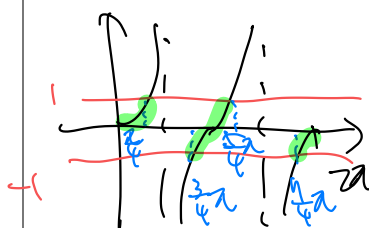
항상 성립하도록 하는  $\theta$ 의 범위를 구하시오. (단,  $0 \leq \theta < 2\pi$ )

[5점]

$$i) b/4 = \tan^2 \theta - 1 \leq 0$$

$$(\tan \theta + 1)(\tan \theta - 1) \leq 0$$

$$-1 \leq \tan \theta \leq 1 \quad (0 \leq \theta < 2\pi)$$



$$0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$$

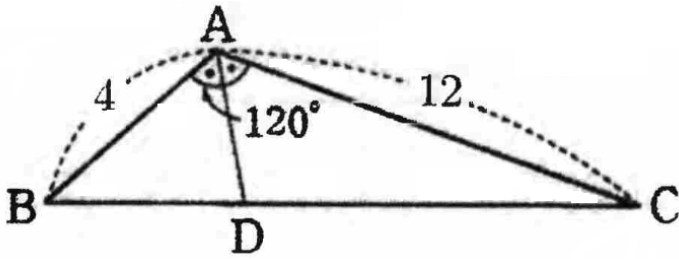
or

$$\frac{3\pi}{4} \leq x \leq \frac{5\pi}{4}$$

or

$$\frac{7\pi}{4} \leq x \leq 2\pi$$

서술형 3.  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{AC} = 12$ ,  $A = 120^\circ$ 인 삼각형  $ABC$ 에서  $\angle A$ 의 이등분선이 변  $BC$ 와 만나는 점을  $D$ 라고 할 때, 선분  $BD$ 의 길이를 <조건>을 참고하여 구하시오. (<조건>을 이용하지 않을 시 감점) [5점]



<조건>

- (가) 삼각형  $ABC$ 의 넓이를 구할 것
- (나) 삼각형  $ABC$ 의 넓이를 이용하여 선분  $AD$ 의 길이를 구할 것
- (다) 코사인법칙을 이용하여 선분  $BD$ 의 길이를 구할 것

$$\begin{aligned} \text{ㄱ) } S_{\triangle ABC} &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 \cdot \sin 120^\circ \\ &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 12\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ㄴ) } S_{\triangle ABC} &= S_{\triangle ABD} + S_{\triangle ADC} \quad \text{각 } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ 이므로} \\ 12\sqrt{3} &= \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD \cdot \sin 60^\circ + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot AD \cdot \sin 60^\circ \\ &= 4\sqrt{3} AD \\ \therefore AD &= 3 \end{aligned}$$

ㄷ) 코사인 법칙을 이용

$$\begin{aligned} BD^2 &= 3^2 + 4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \cos 60^\circ \\ &= 9 + 16 - 12 \\ &= 13 \\ \therefore BD &= \sqrt{13} \quad (\because BD > 0) \end{aligned}$$

순환적 귀납법

서술형 4. 모든 자연수  $n$ 에 대하여 아래 등식이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하시오.

(단,  $n! = n(n-1)(n-2)\cdots 3 \times 2 \times 1$ ) [7점]

$$(1^2 + 1) \cdot 1! + (2^2 + 1) \cdot 2! + \cdots + (n^2 + 1) \cdot n! = n \cdot (n+1)!$$

ㄱ)  $n=1$  일때

$$(1^2 + 1) \cdot 1! = 2$$

$$(1^2 + 1) \cdot 1! = 2 \quad \therefore \text{성립}$$

ㄴ)  $n=k$  일때 성립 가정

$$(1^2 + 1) \cdot 1! + (2^2 + 1) \cdot 2! + \cdots + (k^2 + 1) \cdot k! = k \cdot (k+1)!$$

$$n=k+1 \text{ 일때}$$

$$(1^2 + 1) \cdot 1! + \cdots + (k^2 + 1) \cdot k! + ((k+1)^2 + 1) \cdot (k+1)!$$

$$= k(k+1)! + ((k+1)^2 + 1) (k+1)! \quad (\because \text{ㄱ})$$

$$= (k^2 + 3k + 2) (k+1)!$$

$$= (k+2) \cdot (k+1) (k+1)!$$

$$= (k+1) (k+2)! = \text{성립}$$

이, ㄴ, ㄷ은 만족하므로 수학적 귀납법에 의해  
주어진 등식이 성립한다.