♦ 전체 : 선택형 14문항(70점), 서답형 5문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

## 선택형

**1.** 이차부등식 $x^2-3x-10<0$를 만족하는 정수 $x$의 개수는? [4점]

2
-5

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$-2<x<5$

$-1, 0, \cdots, 4$

$\therefore 4-(-1)+1=6$ 개

**2.** 원 $x^2+y^2-4x+6y-3=0$의 중심의 좌표를 $(a,b)$, 반지름을 $r$이라 할 때, $a+b+r$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(x-2)^2-4+(y+3)^2-9-3=0$

$(x-2)^2+(y+3)^2=4^2$

$\therefore a+b+r=2-3+4=3$

**3.** 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y=1 \\ 3x^2-y^2=3 \end{cases}$ 의 해를 $\alpha$, $\beta$라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하면? [4.5점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$y=2x-1$

$3x^2-(2x-1)^2=3$

$3x^2-(4x^2-4x+1)=3$

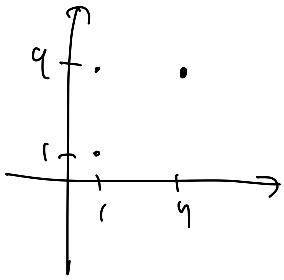
$-x^2+4x-4=0$

$x=2, \ y=3$

$\therefore \alpha\beta=2\cdot3=6$

**4.** 세 점 $(1,1)$, $(1,9)$, $(7,9)$를 지나는 원의 넓이는? [4.5점]

① $\pi$ ② $4\pi$ ③ $9\pi$ ④ $16\pi$ ⑤ $25\pi$




직각삼각형이므로
빗변이 지름(∵ 원주각이 직각)

$O:\left(\frac{1+7}{2}, \frac{1+9}{2}\right)$
$=(4,5)$

$r=\frac{1}{2}\sqrt{(7-1)^2+(9-1)^2}$
$=5$

[6:8:10]

$\therefore S=25\pi$

**5.** 점 $(1,-1)$을 지나고 직선 $3x-4y+4=0$와 수직인 직선을 $4x+ay+b=0$라 할 때, $a+b$의 값을 구하면? [4.5점]

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

$l:(1,-1)$ $m'=\frac{3}{4}$

$m=-\frac{4}{3}$

$y+1=-\frac{4}{3}(x-1)$

$-3y-3=4x-4$

$0=4x+3y-1$

$\therefore a+b=3-1=2$

**6.** 부등식 $|x-2a|<a^2$의 해가 $-3<x<15$일 때, 부등식 $|x-1|<a$을 만족시키는 정수 $x$의 개수는? (단, $a$는 상수이다.) [5점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

i) $-a^2<x-2a<a^2$

$-a^2+2a<x<a^2+2a$

ㄱ) $-a^2+2a=-3$ ㄴ) $a^2+2a=15$

$a^2-2a-3=0$ $a^2+2a-15=0$

$a=3$ or $-1$ $a=3$ or $-5$

$\therefore a=3$

ii) $|x-1|<3$

$-3<x-1<3$

$-2<x<4$

$\therefore x=-1,0,1,2,3$

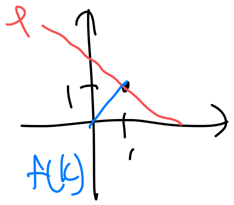
5개

**7.** 원점과 직선 $l: k(x-y)+x+y-2=0$ 사이의 거리를 $f(k)$라 할 때, $f(k)$의 최댓값은? (단, $k$는 실수) [5점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $2$ ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

$\begin{cases} x-y=0 \\ x+y=2 \end{cases}$

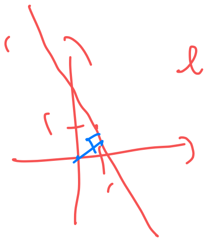
$x=1$, $y=1$




l은 k값에 상관없이 (1,1)을 지나므로

$\therefore f(k)_{최대}=\sqrt{(1-0)^2+(1-0)^2}$

$=\sqrt{2}$




$\because$ l의 기울기가 $-1$이 아니면 $d:(0,0)$, l 이 줄어든다.

**8.** 두 점 $A(-1,-3)$와 $B(2,3)$에 대하여 $\overline{AP}:\overline{BP}=2:1$을 만족시키는 점 $P$가 그리는 도형의 방정식은? [5점]

① $(x+3)^2+(y-5)^2=20$ ② $(x-3)^2+(y-5)^2=20$
③ $(x+3)^2+(y+5)^2=20$ ④ $(x+3)^2+(y+5)^2=10$
⑤ $(x-2)^2+(y-5)^2=10$

아폴로니오스의 원에 의해

내분 $\left(\frac{2\cdot2+1\cdot(-1)}{2+1}, \frac{2\cdot3+1\cdot(-3)}{2+1}\right)=(1,1)$

외분 $\left(\frac{2\cdot2-1(-1)}{2-1}, \frac{2\cdot3-1(-3)}{2-1}\right)=(5,9)$

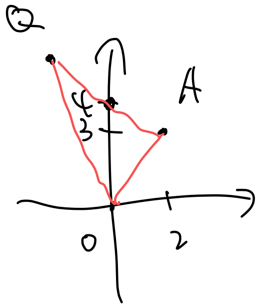
$O:\left(\frac{1+5}{2}, \frac{1+9}{2}\right)$ $r=\frac{1}{2}\sqrt{(5-1)^2+(9-1)^2}$

$=(3,5)$ $=\sqrt{20}$

$\therefore (x-3)^2+(y-5)^2=20$

**9.** 좌표평면 위의 원점 $O(0,0)$과 두 점 $A(2,3)$, $B(0,4)$에 대하여 선분 $AB$를 $m:n$ $(m>n>0)$으로 외분하는 점을 $Q$라 하자. 삼각형 $OAQ$의 넓이가 $\cancel{8}$ 20일 때, $\frac{n}{m}$의 값은? [5점]

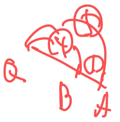
① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1




i) $l_{\overline{AB}}$ : $(0,4)$ $\quad m=\frac{4-3}{0-2}=-\frac{1}{2}$

$y=-\frac{1}{2}x+4$

ii) $d$ : $(0,0)$ $\quad x+2y-8=0$




$$d=\frac{|-8|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\frac{8}{\sqrt{5}}$$

iii) $S=\frac{1}{2}\cdot d\cdot \overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{\sqrt5}\cdot\sqrt5=4$

iv) $4:20=1:5$

$\overline{AB}:\overline{AQ}=1:5$

∴ Q는 $\overline{AB}$를 5:4로 외분

∴ $\frac{n}{m}=\frac{4}{5}$

**10.** 일차방정식 $(k+3)x+(k-2)y-(6+2k)=0$이 나타내는 직선이 실수 $k$에 관계없이 항상 원의 넓이를 이등분할 때, 원의 중심의 좌표를 구하면? [5.5점]

① $(0,0)$ ② $(1,0)$ ③ $(2,0)$ ④ $(3,0)$ ⑤ $(4,0)$

$k(x+y-2)+3x-2y-6=0$

$$\begin{cases} x+y=2 \\ 3x-2y=6 \end{cases}$$

$2x+2y=4$

$5x=10$

$x=2$, $y=0$.

∴ $(2,0)$

직선이 원의 중심을 항상 지나야 하므로
k값에 관계 없이 항상 지나는 점은 중심이다.

**11.** 삼차방정식 $2x^3-x^2+5x-18=0$의 세 근을 $\alpha,\beta,\gamma$라 할 때, $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$의 값은? [5.5점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

let $2=x$

$f(x)=(x-\alpha)(x-\beta)(x-\gamma)$

$=x^3-\frac{1}{2}x^2+\frac{5}{2}x-9$

∴ $(2-\alpha)(2-\beta)(2-\gamma)$

$=2^3-\frac{1}{2}\cdot2^2+\frac{5}{2}\cdot2-9$

$=8-2+5-9$

$=2$

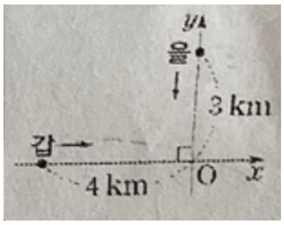
* 정석 풀이는
근과 계수의 관계
이용하여 풉니다

$8-4(\alpha+\beta+\gamma)+2(\alpha\beta+\beta\gamma+\gamma\alpha)-\alpha\beta\gamma$

$=8-4\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{5}{2}-9$

$=2$

**12.** 오른쪽 그림과 같이 지점 $O$에서 수직으로 만나는 직선 도로가 있다. 서로 다른 도로 위에 있는 갑과 을이 지점 $O$에서 각각 4 km, 3km 떨어진 곳에서 1시간에 1 km, 2 km 의 일정한 속력으로 지점 $O$를 향해 직진하였다. 갑, 을 두 사람이 동시에 출발할 때, 두 사람 사이의 거리가 가장 가까워지는 것은 출발한 지 몇 시간 후인가? [5.5점]




① 2시간 ② 2시간 12분 ③ 2시간 24분
④ 2시간 36분 ⑤ 2시간 48분

갑$(4-t,0)$ 을$(0,3-2t)$

$d=\sqrt{(0-4+t)^2+(3-2t-0)^2}$

$=\sqrt{t^2-8t+16+4t^2-12t+9}$

$=\sqrt{5t^2-20t+25}$

$=\sqrt{5(t^2-4t+4)+5}$

$=\sqrt{5(t-2)^2+5}$

∴ $t=2$ 일 때 $d$ 최소.

$k(x-6)+y-8=0$

**13.** 두 직선 $l_1: x-ky=0$, $l_2: kx+y-6k-8=0$이 있다. 실수 $k$의 값에 관계없이 두 직선 $l_1, l_2$가 항상 지나는 점을 각각 $A, B$라 하고 두 직선 $l_1, l_2$의 교점을 $C$라 하자. 삼각형 $ABC$의 넓이의 최댓값은? [6점]

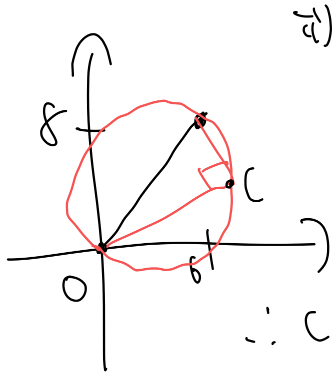
① 9 ② 16 ③ 25 ④ 36 ⑤ 49

i) $A(0,0)$ , $B(6,8)$

ii) $l_1: (0,0)$ $m=\frac{1}{k}$

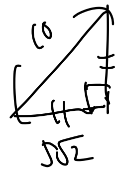
$l_2: (6,8)$ $m=-k$

$\therefore l_1 \perp l_2$




$\therefore$ C는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원 위의 점

iii)




$5\sqrt{2}$ 직각이등변 삼각형일 때 넓이 최대.

$\therefore S_{최대} = \frac{1}{2}\cdot 5\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2} = 25$

$0 \quad -\frac{1}{2}$

**14.** $|x|+|2x+1| \le p$와 $0 \le x-q \le 4$의 해가 서로 같다. 상수 $p, q$에 대하여 $-\frac{pq}{7}$의 값은? (단, $p>1$) [6점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

i) $x<-\frac{1}{2}$ 일 때

$-x-(2x+1) \le p$

$-3x \le p+1$

$x \ge \frac{p+1}{-3}$

ii) $-\frac{1}{2} \le x < 0$ 일 때

$-x+(2x+1) \le p$

$2x \le p-1$

$x \le \frac{p-1}{2}$

iii) $0 \le x$ 일 때

$x+2x+1 \le p$

$3x \le p-1$

$x \le \frac{p-1}{3}$

iv) $q \le x \le q+4$

ㄱ) $q=0$ 일 때

$\frac{p-1}{3}=4$ $\Rightarrow$ $-\frac{1}{2} \le x < 0$ 도 해가 됨.

$p=13$

모순

ㄴ) $q=-\frac{1}{2}$ 일 때

$\frac{p-1}{3} = 4-\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$

$p-1 = \frac{21}{2}$

$p = \frac{23}{2}$

$\frac{p+1}{-3} = -\frac{25}{6}$

$\Rightarrow -\frac{25}{6} \le x < \frac{1}{2}$ 도 해가 됨.

모순

ㄷ) $\frac{p+1}{-3} = q$ 일 때 $q+4 = \frac{p-1}{3}$

$\frac{-p-1}{3} = \frac{p-1}{3} - 4$ $\Rightarrow$ 모순 없음.

$4 = \frac{p-1+p+1}{3}$

$2p = 12$

$p=6$ , $q=-\frac{7}{3}$

$\therefore -\frac{pq}{7} = -\frac{1}{7}\cdot 6\cdot\left(-\frac{7}{3}\right)$

$= 2$

## 서답형

**단답형 1.** 이차부등식 $x^2-(k-2)x+(k-2)\geq 0$이 실수 $x$의 값에 관계없이 항상 성립하기 위한 실수 $k$의 값의 범위를 구하시오. [5점]

$$D = (k-2)^2 - 4(k-2)$$

$$= (k-2)(k-6) \leq 0$$

$$\boxed{2 \leq k \leq 6}$$

**단답형 2.** 삼차방정식 $x^3-(a+4)x^2+5ax-a^2=0$이 서로 다른 세 실근을 갖기 위한 자연수 $a$의 개수를 구하시오. [5점]

$f(a)=0$

$$\begin{array}{c|cccc} a & 1 & -(a+4) & 5a & -a^2 \\ & & a & -4a & a^2 \\ \hline & 1 & -4 & a & 0 \end{array}$$

$(x-a)(x^2-4x+a)=0$.

i) $a^2-4a+a \neq 0$

$a \neq 0$ and $a \neq 5$

ii) $D/4 = 2^2 - a > 0$

$4 > a$

$\therefore a = 1, 2, 3$

$\therefore$ 3개

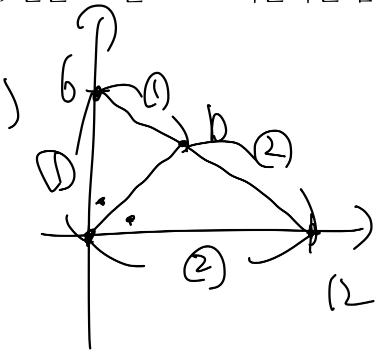
**서술형 1.** 세 점 $A(0,6)$, $B(0,0)$, $C(12,0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 $ABC$에서 $\angle B$의 이등분선이 변 $AC$와 만나는 점을 $D$라 하고 삼각형 $ABC$의 무게중심의 좌표를 $G$라 할 때, 다음 물음에 답하시오. [6점]

(1) 점 $D$의 좌표를 구하시오.

(2) 점 $G$의 좌표를 구하시오.

(3) 선분 $DG$를 $3:1$로 외분하는 점 $E$의 좌표를 구하시오.

(1)




각의 이등분선의 성질에 의해

$$D\left(\frac{1\cdot 12+2\cdot 0}{1+2}, \frac{1\cdot 0+2\cdot 6}{1+2}\right)$$

$$\boxed{= D(4,4)}$$

(2) $$G\left(\frac{0+0+12}{3}, \frac{6+0+0}{3}\right)$$

$$\boxed{= G(4,2)}$$

(3) $$E\left(\frac{3\cdot 4-1\cdot 4}{3-1}, \frac{3\cdot 2-1\cdot 4}{3-1}\right)$$

$$\boxed{= E(4,1)}$$

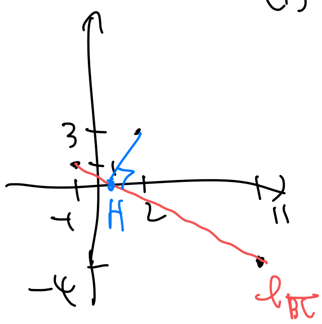
**서술형 2.** 점 $A(2,3)$, $B(-1,1)$, $C(11,-4)$와 점 $A$에서 직선 $BC$에 수선을 그어 만나는 점을 $H$라 하자. 다음 물음에 답하시오. [6점]

(1) 직선 $AH$의 방정식을 구하시오.

(2) 점 $H$의 좌표를 구하시오.

(3) 선분 $AH$의 길이를 구하시오.

(4) 삼각형 $ABC$의 넓이를 구하시오.




(1) $l_{AH}$ : $(2,3)$ $m' = \frac{-4-1}{11+1}$

$= -\frac{1}{3}$

$m = 3$

$y-3 = 3(x-2)$

$y = 3x-3$

(2) i) $l_{BC}$ : $(-1,-1)$ $m = -\frac{1}{3}$

$y+1 = -\frac{1}{3}(x+1)$

$-3y-3 = x+1$

$x+3y = -4$

ii) $\begin{cases} 3x-y=3 \\ x+3y=-4 \end{cases}$

$9x-3y=9$

$10x = 5$

$x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$

$\therefore H\left(\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}\right)$

(3) $\overline{AH} = \sqrt{\left(2-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(3+\frac{3}{2}\right)^2}$

$= \frac{3}{2}\sqrt{10}$

(4) $\overline{BC} = \sqrt{(11+1)^2 + (-4-1)^2}$

$= 13$

$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2}\cdot\overline{AH}\cdot\overline{BC} = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{2}\sqrt{10}\cdot 13 = \frac{39}{4}\sqrt{10}$

$-2b+1$

$-2b-1$

**서술형 3.** $x$에 대한 연립부등식 $\begin{cases} x^2-4bx+4b^2-1<0 \\ x^2-b^2x \ge 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 정수 $x$의 개수가 1개가 되기 위한 실수 $b$의 값을 모두 구하시오. (단, $0<b\le 1$) [8점]

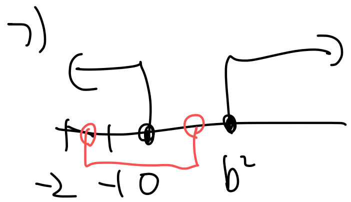
i) $(x-2b+1)(x-2b-1)<0$

$2b-1 < x < 2b+1$

ii) $x(x-b^2) \ge 0$

$x \le 0$ or $x \ge b^2$

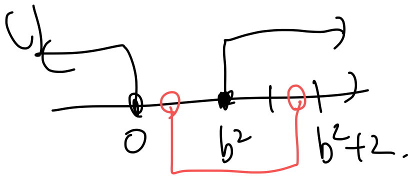
ㄱ)




$-2 \le 2b-1 < -1$ and $0 < 2b+1 < b^2$

$\Rightarrow -\frac{1}{2} \le b < 0$ 모순.

ㄴ)




$0 \le 2b-1 \le 1$ and $b^2+1 < 2b+1 < b^2+2$

$\Rightarrow \frac{1}{2} \le b \le 1$ and $b^2-2b<0$

and $b^2+2b+1>0$ $b \ne -1$ 이므로 제외

$\Rightarrow \frac{1}{2} \le b \le 1$ and $0<b<2$.

$\boxed{\therefore \frac{1}{2} \le b \le 1}$