♦ 전체 : 선택형 14문항(70점), 서답형 6문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. $\lim_{x\to 2}(3x-2)$의 값은? [4점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. $\lim_{x\to\infty}\left(2-\frac{1}{x}\right)+\lim_{x\to\infty}\frac{3x^2-2x+4}{x^2+3x-2}$의 값은? [4.2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2-2x+k & (x\ge 1) \\ -5x+2k & (x<1)\end{cases}$에서 극한값 $\lim_{x\to 1}f(x)$가 존재할 때, 상수 k의 값은? [4.4점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$\lim_{x\to1+} f(x) = \lim_{x\to1+}(x^2-2x+k) = k-1$

$\lim_{x\to1-} f(x) = \lim_{x\to1-}(-5x+2k) = 2k-5$

$\therefore k-1=2k-5$

$4=k$

4. 연속함수 $f(x)$에 대하여 $f(-3)=-1$, $f(-2)=1$, $f(-1)=-3$, $f(0)=-2$, $f(1)=1$일 때, 방정식 $f(x)=0$은 열린구간 $(-3,1)$에서 적어도 몇 개의 실근이 존재하는가? [4.5점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(-3,-2)$, $(-2,-1)$, $(0,1)$ 각각 1개 이상

$f'(x)=3x^2+2$

5. 함수 $f(x)=x^3+2x+1$에서 $\lim_{\Delta x\to 0}\frac{f(1+2\Delta x)-f(1)}{\Delta x}$의 값은? [4.7점]

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 10

$2f'(1)=2\cdot 5=10$

$y'=2x-1$

6. 곡선 $y=x^2-x-1$ 위의 점 $(1,-1)$에 접하는 접선의 방정식을 구하면? [4.9점]

① $y=-x-2$ ② $y=x-2$

③ $y=2x-1$ ④ $y=2x+1$

⑤ $y=3x-1$

접: $(1,-1)$ $m=f'(1)=1$

$y+1=1\cdot(x-1)$

$y=x-2$

7. $x \geq 2$ 인 모든 실수 x에서 연속인 함수 $f(x)$가

$$(x-3)f(x)=\sqrt{x-2}-1$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [5점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

$f(3)=\lim_{x\to3}\frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3}=\lim_{x\to3}\frac{\cancel{x-2-1}}{\cancel{x-3}}\times\frac{1}{\sqrt{x-2}+1}$

x=3에서 연속

$=\frac{1}{1+1}$

$=\frac{1}{2}$

$f'(x)=6x-2$

8. 함수 $f(x)=3x^2-2x+1$에 대하여 닫힌구간 $[0,3]$에서 평균값 정리를 만족시키는 c의 값은? [5.1점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$\frac{f(3)-f(0)}{3-0}=f'(c)$

$\frac{27-6+\cancel{1}-\cancel{1}}{3}=6c-2$

$7=6c-2$

$\therefore c=\frac{3}{2}$

9. 함수 $f(x)=\begin{cases} ax^2+b & (x\geq2) \\ 3x^2-1 & (x<2)\end{cases}$ 가 $x=2$에서 미분가능할 때, 상수 a, b에 대해 $a+b$의 값을 구하면? [5.2점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

i) 미-가

$\lim_{x\to2+}f'(x)=\lim_{x\to2+}2ax=4a$

$\lim_{x\to2-}f'(x)=\lim_{x\to2-}6x=12$

$\therefore a=3$

ii) 연속

$\lim_{x\to2+}f(x)=\lim_{x\to2+}(ax^2+b)$

$=12+b$

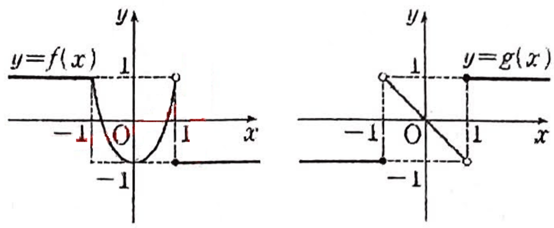
$\lim_{x\to2-}f(x)=\lim_{x\to2-}(3x^2-1)$

$=12-1$

$\therefore b=-1$

$\therefore a+b=3-1=2$

10. 두 함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [5.4점]



<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)-g(x)$는 $x=-1$에서 연속이다. X $g(0)$: 불연속

ㄴ. $\lim_{x\to0}\{f(x)+g(x)\}=-1$ O

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$는 $x=1$에서 연속이다. O

좌 함 우

$-1=-1=-1$

ㄹ. 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$는 $x=1$에서 연속이다. O

$\frac{-1}{-1}=\frac{-1}{1}=\frac{-1}{1}$

① ㄱ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ ④ ㄷ, ㄹ, ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

11. 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x, y에 대하여 $f(x+y)=f(x)+f(y)+xy(x+y)$를 만족시킨다. $f'(0)=6$일 때, $f'(3)$을 구하면? [5.5점]

① 3 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

i) $f'(0)=\lim_{h\to0}\frac{f(0+h)-f(0)}{h}=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{f(0)}+f(h)-\cancel{f(0)}}{h}=6$

ii) $f'(3)=\lim_{h\to0}\frac{f(3+h)-f(3)}{h}$

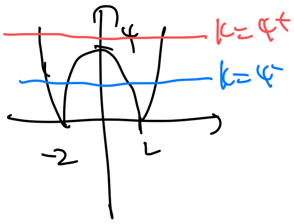
$=\lim_{h\to0}\frac{\cancel{f(3)}+f(h)+3h(3+h)-\cancel{f(3)}}{h}$

$=\lim_{h\to0}\frac{f(h)}{h}+\lim_{h\to0}3(3+h)$

$=6+9=15$

12. 실수 k에 대하여 직선 $y = k$가 함수 $y = |x^2 - 4|$의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(k)$라 할 때, $\lim_{k\to4-} f(k) + \lim_{k\to4+} f(k)$의 값은? [5.6점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



$4+2=6$

13. 다항함수 $f(x)$가 $\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$, $\lim_{x\to1} \frac{x-1}{f(x)} = -1$을 만족시키며, 방정식 $f(x) = x+1$의 한 근이 2일 때, $f(4)$의 값은? [5.7점]

① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

i) f: 2차식 이하

ii) $f(1)=0$

iii) $f(2)=3$

$a(2-b)=3$

$\begin{cases} 2a-ab=3 \\ -a+ab=1 \end{cases}$

$a=4,\ b=\frac{5}{4}$

let $f(x)=a(x-1)(x-b)$

$\lim_{x\to1}\frac{x-1}{f(x)} = \lim_{x\to1}\frac{1}{a(x-b)} = -1$

$1=-a(1-b)$

$1=-a+ab$

$\therefore f(x)=4(x-1)(x-\frac{5}{4})$

$f(4)=4\cdot3\cdot(\frac{16}{4}-\frac{5}{4})$

$=33$

14. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y = f(x)$가 $\lim_{x\to\infty} f'(x) = 2$를 만족시킬 때, $\lim_{x\to\infty}\{f(x+3) - f(x-1)\}$의 값은? [5.8점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

let $x-1=t$

(준식)$= \lim_{t\to\infty}(f(t+4)-f(t))$

$= \lim_{t\to\infty}\frac{f(t+4)-f(t)}{t+4-t}\cdot4$

서답형

단답형 1. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$에서 x값이 a에서 $a+2$까지 변할 때, 평균변화율이 7이다. 이때 상수 a의 값을 구하시오. [4.5점]

$\frac{f(a+2)-f(a)}{a+2-a} = 7$

$\frac{(a+2)^2-2(a+2)+2-(a^2-2a+2)}{2} = 7$

$4a+4-4=14$

$a=\frac{7}{2}$

단답형 2. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $x^k f'(x) = f(x)$를 만족시키고 $f(2) = 4$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [5.5점]

i) $k=1$

ii) f: 1차일 때

let $f(x)=ax+b$

$ax=ax+b$

$\therefore b=0$

$\therefore f(x)=ax$

$f(2)=2a=4$

$a=2$

$\therefore f(x)=2x$

$f(3)=2\cdot3=6$

iii) f: 상수함수 ⇒ 모순

iv) f: 이차함수일 때

let $f(x)=ax^2+bx+c$

$f'(x)=2ax$

$x\cdot2ax=ax^2+bx+c$

∴ 모순

서술형 1. 2 이상인 자연수 n에 대하여 $\lim_{x\to n}\frac{[x]^2+2x}{[x]}=p$ 일 때, 상수 p의 값을 구하시오. (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수) [4점]

i) $n=2$ 일때

$\lim_{x\to 2+} f(x) = \frac{4+4}{2} = 8$

$\lim_{x\to 2-} f(x) = \frac{1+4}{1} = 5$

ii) $n=3$ 일때

$\lim_{x\to 3+} f(x) = \frac{9+6}{3} = 5$

$\lim_{x\to 3-} f(x) = \frac{4+6}{2} = 5$

iii) $n=4$ 일때

$\lim_{x\to 4+} f(x) = \frac{16+8}{4} = 6$

$\lim_{x\to 4-} f(x) = \frac{9+8}{3} = 5$

$\therefore p = 5$

서술형 2. 함수 $f(x)=\begin{cases}\frac{x^3+ax-b}{(x-1)^2} & (x\neq 1)\\ c & (x=1)\end{cases}$ 가 모든 실수 x에서 연속일 때, 상수 a, b, c의 값을 모두 구하시오. [5점]

i) let $x^3+ax-b = (x-1)^2(x-\alpha)$

$= (x^2-2x+1)(x-\alpha)$

$= x^3-(2+\alpha)x^2+(2+\alpha)x-\alpha$

$\therefore \alpha=-2,\ a=4,\ b=-2$

ii) $\lim_{x\to 1} f(x) = \lim_{x\to 1}\frac{\cancel{(x-1)^2}(x-\alpha)}{\cancel{(x-1)^2}}$

$= 1-\alpha$

$= 1+2 = 3 = c$

$\boxed{\therefore a=4,\ b=-2,\ c=3}$

※ 로피탈 정리를 사용해도 좋으나 시간 여유가 있을땐 인수분해 추천

서술형 3. 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $g'(2)$의 값을 구하시오. [5점]

<보 기>

ㄱ. $\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=3$

ㄴ. $g(x)=(x^2+2x+3)f(x)$

ㄱ) $f(2)=0,\ f'(2)=3$

ㄴ) $g'(x)=(2x+2)f(x)+(x^2+2x+3)f'(x)$

$g'(2) = (4+2)f(2)+(4+4+3)f'(2)$

$= 11\cdot 3$

$= 33$

서술형 4. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$가 <보기>의 조건을 만족시킨다. 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$에서의 접선의 방정식이 $y=mx+n$일 때, m^2+n^2의 값을 구하시오. [6점]

<보 기>

(가) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-g(x)}{x-1}=1$ $\quad f(1)=g(1)=3$

(나) $y=f(x)$는 $(1,3)$을 지난다. $\quad f(1)=3$

(다) $y=f(x)$ 위의 점 $(1, f(1))$에서의 접선의 기울기는 3이다. $\quad f'(1)=3$

i) $\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-g(x)}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{f(x)-3-g(x)+3}{x-1}$

$= \lim_{x\to 1}\frac{f(x)-f(1)}{x-1} - \lim_{x\to 1}\frac{g(x)-g(1)}{x-1}$

$= f'(1)-g'(1) = 1$

$\therefore 3-g'(1)=1,\quad g'(1)=2$

ii) $l: (1, g(1))$ $\quad m = g'(1) = 2$

$=(1,3)$

$y-3 = 2(x-1)$

$y = 2x+5$

$\therefore m=2,\ n=5$

$\therefore m^2+n^2 = 4+25$

$= 29$