

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(64점), 서답형 6문항(36점)
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 다음 보기 중 이산확률변수인 것을 모두 고른 것의 가짓수는? [3.6점]

<보 기>

- ㄱ. 6월 업성동의 강수량
 ㄴ. 승부차기를 3번 칠 때, 성공한 횟수
 ㄷ. 어느 날 놀이동산의 입장객 수
 ㄹ. 어느 공장에서 생산된 전구의 수명
 ㅁ. 10개의 동전을 던질 때, 앞면이 나오는 개수

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$f(x) = \frac{1}{4}x + k$ ($0 \leq x \leq 1$)일 때, k 의 값은? [3.7점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{9}{8}$

3. 어느 클레이 사격 선수가 날아오르는 표적을 맞힐 확률은 $\frac{3}{4}$ 이라고 한다. 이 선수가 3발을 쏘았을 때, 표적을 2번 맞힐 확률은? [3.7점]

- ① $\frac{27}{64}$ ② $\frac{29}{64}$ ③ $\frac{31}{64}$ ④ $\frac{33}{64}$ ⑤ $\frac{35}{64}$

4. 두 사건 A 와 B 가 독립이고 $P(A) = \frac{1}{3}$ 이고, $P(B|A^c) = \frac{1}{2}$ 일 때, $P(A \cap B)$ 의 값은? [3.8점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{7}$ ④ $\frac{1}{6}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

5. 이산확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같다. $E(X) = \frac{8}{3}$ 일 때, $P(2 \leq X < 4)$ 의 값은? [3.9점]

X	1	2	3	4	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	a	b	1

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

6. 이산확률변수 X 가 갖는 값이 1, 2, 3, 4이고 X 의 확률질량함수가 $P(X = x) = \frac{a}{(x+1)(x+2)}$ ($x = 1, 2, 3, 4$)일 때, $a + P(x = a+1)$ 의 값은? [4.2점]

- ① $\frac{27}{10}$ ② $\frac{31}{10}$ ③ $\frac{33}{10}$ ④ $\frac{18}{5}$ ⑤ $\frac{21}{5}$

7. 어느 고등학교에 버스를 이용하여 등교하는 학생의 비율은 전체의 $\frac{4}{5}$ 이라고 한다. 이 학교의 학생 한 명을 임의로 선택하여 버스를 이용하여 등교하는지를 조사하는 시행을 400번 반복할 때, 버스를 이용하여 등교하는 학생 수가 304명 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구한 것은? [4.3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.3413 ② 0.6915 ③ 0.7745 ④ 0.8413 ⑤ 0.9772

8. 확률변수 X 가 평균 m 인 정규분포를 따르고, $P(X < 9) = P(X \geq 21)$ 이다. $P(a - 2 \leq X \leq a + 4)$ 가 최대일 때, $a + m$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4.3점]

① 29 ② 30 ③ 31 ④ 32 ⑤ 33

9. 두 확률변수 X 와 Y 가 각각 정규분포 $N(12, 2^2)$, $N(22, k^2)$ 를 따르고 $V(X + 1) = V(2Y - 3)$ 을 따른다고 할 때, $1 - P(X \geq 32) = P(Y \geq a)$ 를 만족시키는 a 의 값은? [4.4점]

- ① 22 ② 27 ③ 32 ④ 37 ⑤ 42

10. 확률변수 X 가 이항분포 $B(30, p)$ 를 따르고 $E(X^2) = \frac{180}{29}$ 일 때, $7p$ 의 값은? [4.6점]

- ① $\frac{7}{29}$ ② $\frac{14}{29}$ ③ $\frac{21}{29}$ ④ $\frac{28}{29}$ ⑤ 1

11. 어느 지역의 청소년 음악 콩쿠르 지원자 500명의 평가 점수가 평균이 62점 표준편차가 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 이 콩쿠르 대회 의 입상자는 5명이고 1차 예선에서 입상자의 4배수를 선발한다고 한다. 1차 예선을 통과할 수 있는 최저 점수는? (단, $P(0 \leq Z \leq 1.75) = 0.46$ 로 계산한다.) [4.5점]

- ① 76.1 ② 77.8 ③ 79.5 ④ 81.2 ⑤ 82.9

12. 어느 고등학교 학생 60명을 대상으로 각 학년별 일주일 3일 이상 운동 여부를 조사한 결과는 다음과 같다.

구분	1학년	2학년	3학년	합계
일주일에 3일 이상 운동	9	a	b	20
일주일에 2일 이하 운동	c	14	d	40

이 조사에 참여한 학생 중 임의로 선택한 한 명이 3학년 학생 이면서 일주일에 3일 이상 운동하는 학생일 확률이 $\frac{1}{12}$ 이다. 이 조사에 참여한 학생 중에서 임의로 선택 한 한 명이 3학년 학생일 때, 이 학생이 일주일에 3일 이상 운동하는 학생일 확률을 p_1 이라 하고, 일주일에 3일 이상 운동하는 학생일 때, 이 학생이 3학년 학생일 확률을 p_2 라 하면, $p_1 = \frac{4}{5}p_2$ 이다. 이때 $a + c$ 의 값은? [4.5점]

- ① 11 ② 12 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

13. 어느 공장에서 생산되는 A타이어의 지름은 평균이 18인치이고 표준편차가 0.3인치인 정규분포를 따르고, B타이어의 지름은 평균이 20인치이고 표준편차가 0.2인치인 정규분포를 따른다고 한다. 이 공장에서 생산된 A타이어와 B타이어 중에서 임의로 제품을 각각 1개씩 택할 때, 택한 A타이어의 지름이 15인치 이상일 확률을 p_1 , B타이어의 지름이 a 인치 이하일 확률을 p_2 라 하자. $p_1 < p_2$ 일 때, 자연수 a 의 최솟값은? [4.6점]

- ① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

14. 세 자연수 σ, m_1, m_2 ($m_1 < m_2$)에 대하여 두 확률변수 X, Y 가 각각 정규분포 $N(m_1, \sigma^2)$, $N(m_2, \sigma^2)$ 을 따른다, 두 확률변수 X, Y 의 확률밀도함수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(27) = g(13)$ 이고 $P(X \leq k) + P(Y \leq k) = 1$ 인 상수 k 에 대하여 $f(13) < g(k)$ 이다. $P(3\sigma - m_2 \leq X \leq 3\sigma - m_1) = P(m_1 - 3\sigma \leq Y \leq m_2 - 3\sigma)$ 일 때, $\frac{m_1 m_2}{\sigma}$ 의 값은? [5.4점]

- ① 66 ② 81 ③ 96 ④ 116 ⑤ 133

15. 두사람 재석과 명수가 게임을 통해 이기면 계단을 두 칸 올라가기 지면 한 칸 올라가는 게임을 진행한다. 총 8 번의 게임을 진행한 뒤 두 사람이 위치한 계단의 차가 3칸 이상일 확률은? (단, 처음 두 사람은 같은 칸에 위치한 상태로 시작하고, 비기는 경우는 없다. 한 게임에서 재석이 명수를 이길 확률은 $\frac{1}{2}$ 이다.) [5.2점]

- ① $\frac{23}{128}$ ② $\frac{37}{128}$ ③ $\frac{65}{128}$ ④ $\frac{73}{128}$ ⑤ $\frac{91}{128}$

16. 집합 $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 의 모든 부분집합 중에서 임의로 한 개를 택할 때, 택한 집합의 원소의 개수가 3인 사건을 A , 6의 약수인 자연수 n 에 대하여 택한 집합의 원소의 최솟값이 n 인 사건을 B_n 이라 하자. 두 사건 A 와 B_n 이 서로 종속이 되도록 하는 자연수 n 의 값의 합은? [5.3점]

- ① 4 ② 5 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

서답형

단답형 1. 이산확률변수 X 가 갖는 값이 1, 2, 3, 4이고 X 의 확률질량함수가 $P(X = x) = a \log 3^{-x}$ 일 때, $E(X)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [4점]

단답형 2. 한 개의 동전을 두 번 던져서 앞면이 적어도 한 번 나오면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수에 1을 더한 값을 점수로 하고, 앞면이 한 번도 나오지 않으면 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수의 2배를 점수로 하는 시행을 한다. 또한 각 시행에서 나온 점수를 합산하게 된다. 두 번째 시행까지 진행하여 얻는 점수가 6 이하일 때, 첫 번째 시행에서 동전의 앞면이 적어도 한 번 나왔을 확률을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수) [6점]

서술형 1. 다섯 개의 숫자 1, 1, 2, 3, 4를 일렬로 나열하여 만든 다섯 자리의 자연수 중에서 임의로 하나를 택할 때, 택한 수의 십의 자리의 수와 백의 자리의 수의 합을 확률변수 X 라 하자. $E(5X + 1)$ 의 값을 구하시오. [총 6점]

(1) 확률변수 X 에 대한 확률분포표를 만드시오. [4점]

(2) $E(X)$ 의 값을 구하시오. [1점]

(3) $E(5X + 1)$ 의 값을 구하시오. [1점]

서술형 2. 어느 공장에서 생산되는 탄산음료 한 병의 용량은 평균 150 ml 이고 표준편차가 5 ml 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 탄산음료 한 병의 용량이 142.5 ml 이상 152.5 ml 이하일 때, 합격품으로 처리한다. 이 공장에서 생산되는 탄산음료 10,000병 중에서 합격품 개수의 기댓값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [총 4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

(1) 임의로 택한 탄산음료 한 병이 합격품으로 처리될 확률을 구하시오. [3점]

(2) 이 공장에서 생산된 탄산음료 10,000병 중 합격품의 개수의 기댓값을 구하시오. [1점]

서술형 3. 어느 대회 심층면접에서는 수험생들이 한 명씩 면접장으로 들어와 수학 4문제, 영어 4문제, 국어 k 문제가 들어 있는 상자 안에서 한 문제를 뽑아 문제를 본 후 그 문제를 상자 속에 다시 넣고 나간다고 한다. 수험생이 n 명일 때, 국어 문제를 뽑은 수험생의 수를 확률변수 X 라 하자. 확률변수 X 의 평균이 42명이고, 분산이 24일 때, $n + k$ 의 값을 구하시오. [5점]

서술형 4. 좌표평면의 원점에 점 P 가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

<시행>

주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 3이상이면 점 P 를 x 축의 양의 방향으로 2만큼, 2 이하이면 y 축의 음의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

이 시행을 9번 반복하여 이동된 점 P 와 원점 사이의 거리의 제곱을 확률변수 X 라 하자. $E(X)$ 의 값을 구하시오. [5점]