

- ◆ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 6문항(30점)
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 세 다항식

$$A = 2x^2 - 4x - 2, B = 3x + 3, C = -3x^2 + 5$$

에 대하여 $A + (B - 2C)$ 를 간단히 한 것은? [3점]

- ① $8x^2 - 5$ ② $8x^2 - x - 5$ ③ $8x^2 - x - 9$
 ④ $8x^2 + 7 - 9$ ⑤ $8x^2 + 7 - 5$

$$2x^2 - 4x - 2 + 3x + 3 + 6x^2 - 10$$

$$= 8x^2 - x - 9$$

2. $\frac{2-i}{1+2i}$ 를 $a + bi$ 의 꼴로 옳게 나타낸 것은? (단, a, b 는 실수이다.) [4점]

- ① $-i$ ② $-i+1$ ③ $i-2$ ④ $2i-1$ ⑤ $2i+2$

$$\frac{2-i}{1+2i} \cdot \frac{1-2i}{1-2i} = \frac{-5i}{1+4} = -i$$

3. $\sqrt{-2}\sqrt{-2} + \sqrt{6}\sqrt{-6} + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{-4}} = a + bi$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.5점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$\sqrt{2}i\sqrt{2}i + \sqrt{6}\sqrt{6}i + \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{-4}i}$$

$$= -2 + 6i - 2i$$

$$= -2 + 4i \quad \therefore a+b = -2+2 = 0$$

4. 다음은 다항식을 나누는 과정이다. 상수 $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

$$\begin{array}{r} 2x-3 \overline{) 4x^3 + 5x + 1} \\ \underline{4x^3 - 6x^2} \\ 6x^2 + 5x + 1 \\ \underline{6x^2 - 9x} \\ 14x + 1 \\ \underline{14x - 21} \\ b \end{array}$$

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + k$ 의 그래프와 x 축이 한 점에서 만날 때 실수 k 의 값은? [4.5점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$-x^2 + 2x + k = 0$$

$$b^2 - 4ac = 0$$

$$\therefore k = -1$$

6. x 의 값에 관계없이 등식

$$3x^2 + x + a = b(x-1)(x+1) + c(x+1)$$

가 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은? [4.7점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$i) x = -1 \text{ 대입} \quad ii) x = 1 \text{ 대입} \quad iii) x = 0 \text{ 대입}$$

$$\begin{array}{lcl} 3-1+a=0 & 3+1-2=2b & -2=-b+1 \\ a=-2 & b=1 & b=3 \end{array}$$

$$\therefore a+b+c = -2+3+1 = 2$$

7. 세 다항식 $2x^3+3x^2+5$, x^2-2x+3 , $-x^2+x+3$ 을 그림과 같이 한 칸에 하나씩 써 넣었다. 가로, 세로, 대각선으로 배열된 각각의 세 다항식의 합이 $3x^2-6x+9$ 와 같도록 나머지 칸에 넣으려 할 때, (가)에 알맞은 다항식은 $f(x)$ 이다. 이때, $f(1)$ 의 값은? [4.7점]

$2x^3+3x^2+5$	x^2-2x+3	(가) $-2x^2-x^2-4x+1$
		$-x^2+x+3$

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\therefore f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x + 5$$

$$f(1) = 2 + 5 - 3 + 5 = 9$$

8. 다음 중 $x^4+3x^3-3x^2-11x-6$ 의 인수인 것은? [4.8점]

- ① x ② $x-1$ ③ $x+2$ ④ $x+3$ ⑤ $x-3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 1 & 3 & -3 & -11 & -6 \\ & & -3 & 0 & 9 & 6 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & -2 & 0 \end{array}$$

9. 이차함수 $y = 2x^2 + 3x - m$ 의 그래프는 직선 $y = 5x - 3$ 과 만나지 않고, 직선 $y = -x - 1$ 과는 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 m 의 값의 범위가 $a < x < b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [4.8점]

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad 2x^2 + 3x - m &= 5x - 3 \\ 2x^2 - 2x - m + 3 &= 0 \end{aligned}$$

$$\Delta/4 = 1 - 2(-m+3) < 0$$

$$2m < 5$$

$$\therefore m < \frac{5}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore a+b &= -1 + \frac{5}{2} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\text{ii)} \quad 2x^2 + 3x - m = -x - 1$$

$$2x^2 + 4x - m + 1 = 0$$

$$\Delta/4 = 4 - 2(-m+1) > 0$$

$$2m > -2$$

$$\therefore m > -1$$

✓ $\frac{3}{2}$

10. 이차방정식 $x^2+2x-4=0$ 의 서로 다른 두근을 α, β 라고 할 때, $\frac{1}{\alpha+3\alpha} + \frac{1}{\beta^2+3\beta}$ 의 값은 $\frac{p}{q}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [5점]

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

$$\text{i)} \quad \alpha^2 + 2\alpha - 4 = 0$$

$$\alpha^2 + 3\alpha = \alpha + 4$$

$$\text{ii)} \quad \alpha + \beta = -2$$

$$\alpha\beta = -4$$

$$\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{1}{\alpha+4} + \frac{1}{\beta+4}$$

$$= \frac{\alpha + \beta + 8}{(\alpha+4)(\beta+4)}$$

$$= \frac{-2+8}{\alpha\beta + 4(\alpha+\beta) + 16}$$

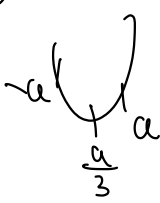
$$= \frac{6}{-4-8+16} = \frac{3}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore p+q &= 2+3 = 5 \end{aligned}$$

11. $-a \leq x \leq a$ 에서 이차함수 $y = 3x^2 - 2ax - 5$ 의 최댓값이 10일 때, 양수 a 의 값은? [4.9점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15}$

$$y = 3\left(x^2 - \frac{2a}{3}x + \frac{a^2}{9}\right) - \frac{a^2}{3} - 5$$

$$= 3\left(x - \frac{a}{3}\right)^2 - \frac{a^2}{3} - 5$$


$$y_{\text{max}} = f\left(\frac{a}{3}\right) = 3\left(\frac{a}{3}\right)^2 - 2a\left(\frac{a}{3}\right) - 5$$

$$= \frac{a^2}{3} - \frac{2a^2}{3} - 5$$

$$= -\frac{a^2}{3} - 5$$

$$\therefore a = \sqrt{15}$$


12. 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나고, $f(1) = f(5)$ 를 만족할 때, $f(x) = 0$ 의 두 실근의 곱의 최댓값은? [5점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

let $g(x) = a(x-1)(x-5)$

$$f(x) = a(x-1)(x-5) + k$$

$$= ax^2 - 6ax + 5a + k$$



$$\therefore 5a + k = 9$$

$$= 3^2 = 9$$

✓ 중배공

13. 상수 a, b, c 에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에 대하여 대칭이고 $f(-1) < f(1)$ 을 만족하고, 함수 $g(x) = cx^2 + bx + a$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? [5.2점]

<보기>

- ㉠ $f(3) > f(4)$
 ㉡ $f(x) = 0$ 의 두 근이 α, β 이면 $g(x) = 0$ 의 두 근은 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이다.
 ㉢ 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) < k$ 인 k 가 존재한다.

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

$$\therefore -\frac{b}{2a} = 2$$

$$\therefore f(-1) < f(1)$$

$$a - b + c < a + b + c$$

$$-b < b \quad \therefore b > 0$$

$$\therefore a < 0$$

㉠ $f(3) > f(4)$



$$\therefore \alpha + \beta = -\frac{b}{a} \quad \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$$f(x) = a(x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta) = 0$$

$$g(x) = a(\alpha\beta x^2 - (\alpha + \beta)x + 1) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$$

㉢ $f(x)$ 가 최댓값이 존재하므로 옳음.

14. 다항식 $P(x)$ 를 $5x+2$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? [5.4점]

<보기>

- ☐ $xP(x)$ 를 $x+\frac{2}{5}$ 로 나누었을 때의 몫은 $5xQ(x)+R$ 이다.
☒ $x^2P(x)$ 를 $x+\frac{2}{5}$ 로 나누었을 때의 몫은 $5x^2Q(x)+Rx-\frac{2}{5}R$ 이다.
☐ $P(x+1)$ 을 $x+\frac{7}{5}$ 로 나누었을 때의 몫은 $5Q(x)$ 이다.

- ① \neg ② \neg ③ \neg, \neg
 ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg, \neg

$$P(x) = (5x+2)Q(x) + R$$

$$\begin{aligned}
 \neg) xP(x) &= x(5x+2)Q(x) + xR \\
 &= \left(x+\frac{2}{5}\right)5xQ(x) + \left(\left(x+\frac{2}{5}\right) - \frac{2}{5}\right)R \\
 &= \left(x+\frac{2}{5}\right)\underbrace{\left(5xQ(x)+R\right)}_{\frac{R}{x}} - \frac{2}{5}R
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \neg) x^2P(x) &= x^2(5x+2)Q(x) + x^2R \\
 &= \left(x+\frac{2}{5}\right)5x^2Q(x) \\
 &\quad + \left(\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{2}{5}\right) + \frac{4}{25}\right)R \\
 &= \left(x+\frac{2}{5}\right)\left(\underbrace{5x^2Q(x)}_{\frac{R}{x}} + \underbrace{\left(x-\frac{2}{5}\right)R}_{\frac{R}{x}}\right) + \frac{4}{25}R
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \neg) P(x+1) &= (5x+11)Q(x+1) + R \\
 &= \left(x+\frac{1}{5}\right)\underbrace{5Q(x+1)}_{\frac{R}{x}} + R
 \end{aligned}$$

15. 복소수 $z = \frac{\sqrt{2}}{1+i}$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [5.5점]

<보기>

- ☒ $z + \bar{z} = -1$
☒ $z\bar{z} = 1$
☒ $\frac{\bar{z}}{z^3} + \frac{(\bar{z})^2}{z^2} + \frac{(\bar{z})^3}{z} = -3$

- ① \neg ② \neg ③ \neg
 ④ \neg, \neg ⑤ \neg, \neg

$$z = \frac{\sqrt{2}(1-i)}{1+1} = \frac{1-i}{\sqrt{2}}$$

$$\bar{z} = \frac{1+i}{2} = -i$$

$$\neg) z + \bar{z} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} + \frac{1+i}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$\neg) z \cdot \bar{z} = \frac{1-i}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1+i}{\sqrt{2}} = \frac{1+1}{2} = 1$$

$$\neg) \frac{\bar{z}}{z^3} \cdot \frac{z}{z} = \frac{1}{(z^2)^2} = -1$$

$$\frac{(\bar{z})^2}{z^2} \cdot \frac{z^2}{z^2} = \frac{1}{(z^2)^2} = -1$$

$$\frac{(\bar{z})^3}{z} \cdot \frac{z^3}{z^3} = \frac{1}{(z^2)^2} = -1$$

$$\therefore (3) = -3$$

서답형

단답형 1. 다항식 $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax + 4$ 가 $x-2$ 로 나누어떨어질 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$p(2) = 8 - 8 + 2a + 4 = 0$$

$$a = (-2)$$

단답형 2. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(3, 0)$ 에서 만날 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값을 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad -a &= -2 + 3 & \text{ii)} \quad b &= -2 \cdot 3 \\ a &= -1 & &= -6 \end{aligned}$$

$$\therefore ab = -1 \cdot (-6) = 6$$

단답형 3. 등식 $z(3+i) + \bar{z}(1-i) = 4i$ 를 만족하는 복소수 z 를 구하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [4점]

$$\text{let } z = a + bi$$

$$(a+bi)(3+i) + (a-bi)(1-i) = 4i$$

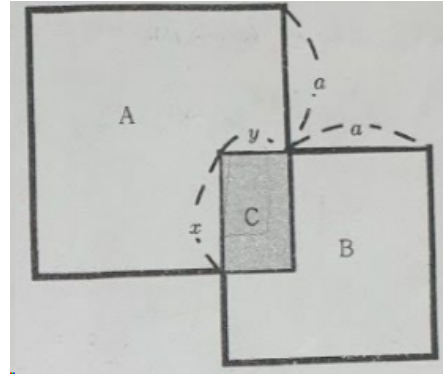
$$3a - b + i(a+3b) + a - b + i(-a-b) = 4i$$

$$\begin{cases} 4a - 2b = 0 \\ 2b = 4 \end{cases}$$

$$b = 2, a = 1$$

$$\therefore z = 1 + 2i$$

서술형 1. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $x+a$, $y+a$ 인 정사각형 모양의 패치워크 A, B 가 있다. 색칠된 부분 C 는 가로, 세로의 길이가 각각 x, y 인 직사각형 모양으로 두 패치워크가 겹치는 부분이다. C 를 제외한 두 패치워크 A, B 의 넓이의 차를 x, y 에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, $x > y$ 이다.) [6점]



$$S_A = (x+a)^2 \quad S_B = (y+a)^2$$

$$\begin{aligned} A - B &= ((x+a)^2 - xy) - ((y+a)^2 - xy) \\ &= a(x-y) + x^2 - y^2 \\ &= (x-y)(a+x+y) \end{aligned}$$

서술형 2. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $3+i$ 일 때, $2a$, $a+b$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, a, b 는 실수이다.) [7점]

1) 다른 근은 $3-i$

$$-a = 3+i + 3-i$$

$$a = -6$$

$$b = (3+i)(3-i)$$

$$= 9+1 = 10$$

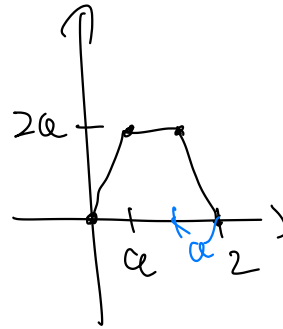
$$\therefore 2a = -12, \quad a+b = 4$$

2) $(x+12)(x-4) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 48 = 0$$

* " $=0$ " 반드시
써야 함

서술형 3. $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(a,2a)$ 를 세 꼭짓점으로 하고 선분 OA 를 밑변으로 하는 등변사다리꼴의 넓이의 최댓값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, $0 < a \leq \frac{3}{4}$ 인 실수이다.) [7점]



$$S = \frac{1}{2} \cdot (2 + 2-2a) \cdot 2a$$

$$= (4-2a)a$$

$$= -2(a-2) \cdot a$$

이차함수의 대칭성에 의해

$$a = \left[\begin{array}{l} \text{일때} \\ \text{일때} \end{array} \right. S_{\text{최대}} \text{이므로}$$

$$S_{\text{최대}} = -2(1-2) \cdot 1$$

$$= \textcircled{2}$$