♦ 전체 : 선택형 14문항(70점), 서답형 6문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 이차함수 $f(x)=x^2+2x+k$의 최솟값이 3일 때, 상수 k의 값은? [4.1점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$f(x)=(x+1)^2-1+k$

$f(x)_{최소}=-1+k=3$

$\therefore k=4$

2. x에 대한 방정식 $x^4-ax^2+3x-2=0$의 한 근이 -2일 때, 실수 a의 값은? [3.9점]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$(-2)^4-a(-2)^2+3\cdot(-2)-2=0$

$16-4a-6-2=0$

$8=4a$

$a=2$

3. 세 점 $A(a,2)$, $B(0,3)$, $C(-5,b)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 무게중심 G의 좌표가 $(-1,3)$이다. $a+b$의 값은? [4.4점]

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 6

$\left(\frac{a+0-5}{3}, \frac{2+3+b}{3}\right)=(-1,3)$

$a=-8$, $b=4$

$\therefore a+b=-8+4=-4$

4. 직선 l은 두 점 $A(1,3)$, $B(2,2)$을 지나는 직선에 수직이고 x절편이 5이다. 직선 l의 y절편은? [4.2점]

① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

$l:(5,0)$ $m'=\frac{2-3}{2-1}=-1$ 수직

$m=1$

$y-0=1\cdot(x-5)$

$y=x-5$

5. 방정식 $x^3+2x^2-5x-6=0$의 세 근을 α,β,γ라 할 때, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$의 값은? [4.5점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & -1 & -1 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & -6 & 0 \end{array}$$

$\begin{smallmatrix}-2\\3\end{smallmatrix}$

$(x+1)(x-2)(x+3)=0$

$\therefore |\alpha|+|\beta|+|\gamma|=1+2+3=6$

6. 부등식

$$4-5(x-2) \le 5(3+2x) < 7(x+3)$$

을 만족시키는 정수 해의 개수는? [4.8점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

i) $4-5x+10 \le 15+10x$

$\frac{1}{15} \le x$

ii) $15+10x \le 7x+21$

$x \le 2$

$\therefore \frac{1}{15} \le x \le 2$

$\therefore$ 정수 $x = 1, 2$ $\therefore$ 2개

7. 연립부등식 $\begin{cases} |x-1| \le 6 \\ (x-2)(x-8) \le 0 \end{cases}$ 의 해가 $\alpha \le x \le \beta$일 때, $\alpha+\beta$의 값은? [4.9점]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

i) $-6 \le x-1 \le 6$

$-5 \le x \le 7$

ii) $2 \le x \le 8$

$\therefore 2 \le x \le 7$

$\therefore \alpha+\beta = 2+7 = 9$

8. x, y에 대한 연립방정식 ∪ 개념

$$\begin{cases} x-y=a \\ x^2+xy+by^2=7 \end{cases}$$

의 한 해가 $x=1,\ y=-3$일 때, 나머지 한 쌍의 해가 $x=\alpha,\ y=\beta$이다. $\alpha+\beta$의 값은? [4.9점]

i) $\begin{cases} 1-(-3)=a \\ 1-3+9b=7 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a=4 \\ b=1 \end{matrix}$

ii) $\begin{cases} x-y=4 \\ x^2+xy+y^2=7 \end{cases}$

$(y+4)^2+(y+4)y+y^2=7$

$3y^2+12y+9=0$

$y^2+4y+3=0$

$\therefore y=-1 \ (\because y \ne -3),\ x=3$

$\therefore \alpha+\beta = -1+3$

$= 2$

9. 평행한 두 직선 $2x+y-1=0,\ 4x+2y-3=0$ 사이의 거리는? [4.4점]

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

d: $(0,1)$ $4x+2y-3=0$

$d = \frac{|2-3|}{\sqrt{4^2+2^2}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{10}$

10. 두 직선

$l : 3x + ay - 2a + 7 = 0$

$m : ax + y + a - 4 = 0$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.) [5.8점]

ㄱ. $d : (0,0)$ $3x+y+5=0$

$d = \frac{|5|}{\sqrt{3^2+1^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{2}$

$\frac{\sqrt{10}}{2} < \frac{4}{2} = \frac{\sqrt{16}}{2}$

<보 기>

ㄱ. $a = 1$일 때 원점과 직선 l사이의 거리는 2 이상이다.

ㄴ. 두 직선 l과 m이 평행이 되기 위한 a의 값은 모두 두 개 존재한다.

ㄷ. 두 직선 l과 m이 수직이 되기 위한 a의 값은 존재하지 않는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

ㄴ. $\frac{3}{a} = \frac{a}{1} \neq \frac{-2a+7}{a-4}$

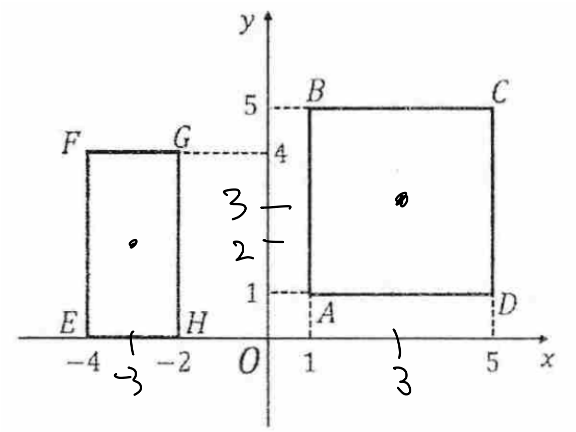
$a = \sqrt{3}$ or $-\sqrt{3}$

$\therefore a^2 - 4a \neq -2a+7$

$a^2 - 6a - 7 \neq 0$

$\therefore a \neq -1$ and 7

11. 그림과 같이 좌표평면 위에 정사각형 $ABCD$와 직사각형 $EFGH$가 있다. 두 사각형의 넓이를 동시에 이등분하는 직선의 방정식은? [5.4점]



① $x - 2y + 10 = 10$ ② $x - 3y + 6 = 0$
③ $x - 6y + 15 = 0$ ④ $2x - 3y + 12 = 0$
⑤ $2x - 6y + 15 = 0$

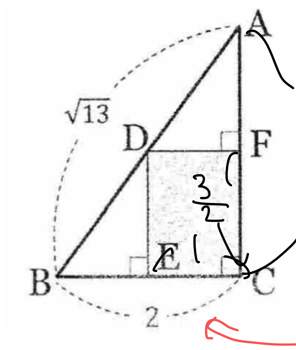
$l : (-3, 2)\ (3, 3)$ $m = \frac{3-2}{3+3} = \frac{1}{6}$

$y - 3 = \frac{1}{6}(x-3)$

$6y - 18 = x - 3$

$0 = x - 6y + 15$

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{13}$, $\overline{BC} = 2$인 직각삼각형 ABC의 빗변 AB 위의 점 D에서 두 변 BC, AC에 내린 수선의 발을 각각 E, F라고 하자. 직사각형 $DECF$의 넓이는 $\overline{EC} = a$일 때, 최댓값 b를 갖는다. $a + b$의 값은? [5.9점]



① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{9}{2}$

$a = \frac{2}{2} = 1$, $b = 1 \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

$\therefore a + b = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$

서술형인 경우

let $B(0,0)$ $l_{AB} : y = \frac{3}{2}x$

let $E(t, 0)$ $(t > 0)$

$S_{\square DECF} = (2-t)\frac{3}{2}t$

이차함수의 대칭축에 의해

$S_{\square DECF}$ 최소 $= (2-1) \cdot \frac{3}{2} \cdot 1$ $(t = 1$ 일때$)$

$= \frac{3}{2}$

$\therefore a = 2 - t = 2 - 1 = 1$

$b = \frac{3}{2}$

13. x에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} \dfrac{x}{3} - \dfrac{a}{6} < \dfrac{x}{2} + 1 \\ (x+1)^2 > 3x+7 \end{cases}$$

을 만족시키는 음의 정수 x의 개수가 1일 때, 정수 a의 값은? [6.1점]

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

i) $2x - a < 3x + 6$

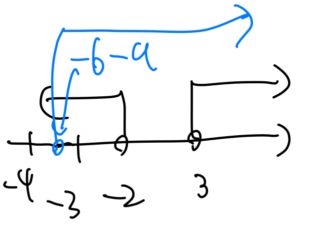
$-6 - a < x$

ii) $x^2 + 2x + 1 > 3x + 7$

$x^2 - x - 6 > 0$

$\begin{matrix} -3 \\ 2 \end{matrix}$

$x < -2$ or $x > 3$



iii) $-4 \le -6 - a < -3$

$2 \le -a < 3$

$-3 < a \le -2$

14. 방정식 $x^3 + 1 = 0$의 한 허근을 ω라고 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, $\overline{\omega}$는 ω의 켤레복소수이다.)[5.7점]

$(x+1)(x^2 - x + 1) = 0$

$\omega^2 - \omega + 1 = 0$, $\omega + \overline{\omega} = 1$, $\omega\overline{\omega} = 1$

$\omega^3 = -1$

<보 기>

ㄱ. $\omega^2 - \omega + 1 = 0$

ㄴ. $(1+\omega)(1+\overline{\omega}) = 3$

ㄷ. $\omega^{20} + \omega^{15} + \omega^{10} = 0$

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄴ. $1 + \omega + \overline{\omega} + \omega\overline{\omega} = 1 + 1 + 1 = 3$

ㄷ. $(\omega^3)^6 \cdot \omega^2 + (\omega^3)^5 + (\omega^3)^3 \cdot \omega$

$= (-1)^6 \cdot \omega^2 + (-1)^5 + (-1)^3 \cdot \omega$

$= \omega^2 - \omega - 1$

$= \omega^2 - \omega + 1 - 2 = -2$

서답형

단답형 1. 수직선 위의 두 점 $A(-2), B(1)$에 대하여 선분 AB를 $3:2$로 외분하는 점 P의 좌표를 구하시오.

$$P\left(\frac{3\cdot 1 - 2\cdot(-2)}{3-2}\right) = P(7)$$

P( ) 안쓰면 오답!!

(7) 까진 인정

단답형 2. 점 P는 두 점 $A(-1,4)$, $B(3,2)$에서 같은 거리에 있고 x축 위에 있다. 점 P의 x좌표를 구하시오. [4점]

let $P(a,0)$

$\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$

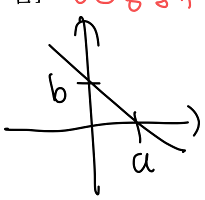
$(a+1)^2 + 4^2 = (a-3)^2 + 2^2$

$2a + 17 = -6a + 13$

$a = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$ $\quad\therefore \frac{5}{2}$

$\left(\frac{5}{2}, 0\right)$은 오답!!

단답형 3. 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 점 A, B라고 하자. $\overline{OA} + \overline{OB} = 4$일 때, 삼각형 OAB의 넓이의 최댓값을 구하시오. (단, $a > 0$, $b > 0$이고 점 O는 원점이다.) [4점] 절편방정식



i) $a+b=4$

ii) $S = \frac{1}{2}ab$

$= \frac{1}{2}a(4-a)$

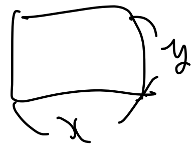
이차함수의 대칭축에 의해

$S_{최대} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot(4-2)$ $(a=2$일때$)$

$= 2$

서술형 1. 길이가 60 m 인 철망을 모두 이용하여 넓이가 221 m^2 이상인 정사각형이 아닌 직사각형 모양의 우리를 지으려고 한다. 짧은 변의 길이의 범위를 구하고 그 과정을 서술하시오. [4점]

let 가로$=x$, 세로$=y$



i) $2(x+y) = 60$

$x+y = 30$

ii) $xy \geq 221$

$x(30-x) \geq 221$

$0 \geq x^2 - 30x + 221$ $\quad -13, -17$

$13 \leq x \leq 17$

$x < y$ 이므로 $\boxed{13 \leq x < 15}$

서술형 2. 부등식 $2|x+1| - |x-6| \geq 4$의 해를 구하고 그 과정을 서술하시오. [5점]

i) $x < -1$ 일때

$-2(x+1) + (x-6) \geq 4$

$-12 \geq x$

$\therefore x \leq -12$

ii) $-1 \leq x < 6$ 일때

$2(x+1) + (x-6) \geq 4$

$x \geq \frac{8}{3}$

$\therefore \frac{8}{3} \leq x < 6$

iii) $x \geq 6$ 일때

$2(x+1) - (x-6) \geq 4$

$x \geq -4$

$\therefore x \geq 6$

$\boxed{\therefore x \leq -12 \text{ or } \frac{8}{3} \leq x}$

∨ 원본 오타 수정.

서술형 3. 이차방정식 $x^2+2kx+k=0$이 실근을 갖고, 삼차방정식 $x^3+(k-1)x^2-(k-2)x-2(k\overset{+4}{\cancel{-2}})=0$이 한 개의 실근과 두 개의 허근을 갖도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하고 그 과정을 서술하시오. [6점]

i) $D/4=k^2-k\geq 0$

$k(k-1)\geq 0$

$k\leq 0$ or $k\geq 1$

ii)
$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & k-1 & -k-2 & -2k-8 \\ & & 2 & 2k+2 & 2k+8 \\ \hline & 1 & k+1 & k+4 & 0 \end{array}$$

$D=(k+1)^2-4(k+4)$

$=k^2-2k-15<0$

$\begin{matrix}3\\-5\end{matrix}$

$-3<k<5$

$\therefore -3<k\leq 0$ or $1\leq k<5$

숫자오류로 보류

서술형 4. 좌표평면 위의 세 점 A, B, C가 다음 조건을 만족시킨다. 조건을 만족시키는 점 C의 좌표를 모두 구하고 그 과정을 서술하시오. [5점]

<조 건>

(가) $2\overline{AC}=3\overline{BC}$

(나) $A(3,-2)$, $B(-5,4)$

(다) 점 C는 직선 $3x+4y=1$ 위의 점이다.

i) $\overline{AC}:\overline{BC}=3:2$

아폴로니오스의 원에 의해 점 C는

$\left(\dfrac{3\cdot(-5)+2\cdot 3}{3+2}, \dfrac{3\cdot 4+2\cdot(-2)}{3+2}\right)=\left(\dfrac{-9}{5}, \dfrac{8}{5}\right)$

$\left(\dfrac{3\cdot(-5)-2\cdot 3}{3-2}, \dfrac{3\cdot 4-2\cdot(-2)}{3-2}\right)=(-21, 16)$

을 지름의 양끝으로 하는 원이다.

$O_c:\left(\dfrac{-\frac{9}{5}+21}{2}, \dfrac{\frac{8}{5}+16}{2}\right)$ $r=\sqrt{\left(\dfrac{54}{5}\right)^2+\left(\dfrac{28}{5}\right)^2}$

$=\left(\dfrac{48}{5}, \dfrac{36}{5}\right)$ $=$