

◆ 전체 : 선택형 15문항(60점), 서답형 7문항(40점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

### 선택형

1.  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{CA} = 3$ ,  $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형  $ABC$ 에 대하여  $\overline{BC}$ 의 길이는?

- ①  $\sqrt{3}$       ② 2      ③  $\sqrt{5}$       ④  $\sqrt{6}$       ⑤  $\sqrt{7}$

2. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 삼각형  $ABC$ 에 대하여 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 반지름의 길이가 2라고 할 때, 삼각형  $ABC$ 의 넓이는?

<조 건>

(가)  $\sin^2 A + \sin^2 B = 2 \sin A \sin(A + C)$

(나)  $\sin A = 2 \cos B \cos C$

- ①  $2\sqrt{3}$       ②  $3\sqrt{3}$       ③  $4\sqrt{3}$       ④  $5\sqrt{3}$       ⑤  $6\sqrt{3}$

3.  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 5$ ,  $\overline{CA} = 7$ 인 삼각형  $ABC$ 에 대하여 각  $B$ 의 크기는?

- ①  $\frac{\pi}{6}$       ②  $\frac{\pi}{4}$       ③  $\frac{\pi}{3}$       ④  $\frac{\pi}{2}$       ⑤  $\frac{2\pi}{3}$

4. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_3 = 10$ ,  $a_5 = -12$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값은?

- ① -67      ② -54      ③ -38      ④ -12      ⑤ -10

5. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_5 + a_{10} = 0$ ,  $a_7 = 10$ ,  $a_n < 0$ 일 때, 자연수  $n$ 의 최솟값은?

- ① 5      ② 6      ③ 8      ④ 12      ⑤ 20

6. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $S_n = 3n^2 - n + k - 2$ 일 때, 상수  $k$ 의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

7. 등차수열  $\{a_n\}$ 에서  $a_n = -3n + 31$ 일 때, 제1항부터 제  $n$ 항까지의 부분합  $S_n$ 이 최대가 되는 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13

8. 두 수 2와 54 사이에 두 실수  $a, b$ 를 넣어 만든 수열  $2, a, b, 54$ 이 등비수열일 때, 두 수  $a, b$ 의 합  $a + b$ 의 값은?

- ① 12      ② 18      ③ 24      ④ 30      ⑤ 36

9. 등비수열  $1, -\sqrt{2}, 2, -2\sqrt{2}, \dots$ 의 첫째항을  $a$ , 공비를  $r$ , 제5항을  $a_5$ 라고 할 때,  $a + r + a_5$ 의 값은?

- ①  $5\sqrt{2}$       ②  $4 - \sqrt{2}$   
 ③  $3\sqrt{2}$       ④  $2\sqrt{2}$   
 ⑤  $1 - \sqrt{2}$

10. 세 수  $0, a, a^2 + b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고,  $a^2 + b, b - 1$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + b$ 의 값은?

- ① -5      ② -4      ③ -3      ④ -2      ⑤ -1

11.  $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15$ ,  $a_6 + a_7 + a_8 = 240$ 을 만족시키는 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 제12항까지의 합  $S_{12}$ 의 값은?
- ① 1024      ② 1025      ③ 2048      ④ 4095      ⑤ 4096

12. 정의역이 양의 실수 전체집합인 두 함수

$f(x) = \sin(mx)$ ,  $g(x) = \cos(mx)$ 에 대하여  $f(x) = 1$ ,  $g(y) = 1$ 을 만족하는  $x, y$ 값에 대하여 작은 수부터 각각

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 와  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$  ( $n$ 은 자연수)라 하자.

$\sum_{k=1}^{2022} \{(-1)^{k-1} \times k \times (x_k - y_k)\} = 2022\pi$ 를 만족하는 양의 실수  $m$ 에 대하여  $8m$ 의 값은?

- ① 6      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

13.  $\sum_{k=3}^{n-1} (2k+1) = 187$ 를 만족하는 자연수  $n$ 의 값은?

- ① 10      ② 12      ③ 14      ④ 16      ⑤ 18

14. 자연수  $n$ 을 4로 나눈 나머지를  $a_n$ 이라 할 때,  $\sum_{n=1}^{1348} \{(-1)^{n+1} \times a_n\}$ 의 값은?

- ① 524      ② 557      ③ 635      ④ 674      ⑤ 698

15. 복소수  $x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ 에 대하여  $x^n$ 의 실수 부분을  $a_n$ , 허수부분을  $b_n$ 이라 할 때,  $\sum_{k=1}^{2022} (a_n + b_n)$ 의 값은?

①  $-2 + \sqrt{3}$

②  $1 - \sqrt{3}$

③  $2 - \sqrt{3}$

④  $1 + \sqrt{3}$

⑤  $2 + \sqrt{3}$

서답형

단답형 1. 삼각형  $ABC$ 에서  $A = \frac{\pi}{6}$ ,  $\overline{BC} = 4$ 일 때, 삼각형  $ABC$ 의 외접원의 넓이를 구하시오.

단답형 2. 삼차방정식  $x^3 - 9x^2 + ax + b = 0$ 의 세 실근이 등차수열을 이룰 때, 실수  $a, b$ 에 대한  $3a + b$ 의 값을 구하시오.

단답형 3. 원에 내접하는 사각형  $ABCD$ 에서  $\overline{AB} = 2$ ,  $\overline{BC} = 3$ ,  $\overline{CD} = 4$ ,  $\overline{DA} = 5$ 일 때, 사각형  $ABCD$ 의 넓이를 구하시오.

**서술형 1.**  $n \geq 5$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여 다음 부등식  $2^n > n^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

<보 기>

(ii)  $n = k$  ( $k \geq 5$ )일 때,

부등식  $2^k > k^2$ 이 성립한다고 가정하며 양변에

(A) 를 곱하면  $A \times 2^k > a \times k^2$

그런데  $k \geq 5$ 이므로  $2k^2 - \text{(B)} = k^2 - 2k - 1 > 0$

즉,  $2^{k+1} > (k+1)^2$  따라서  $n = k+1$ 일 때도 성립한다.

(A) 에 알맞은 수를  $p$ , (B) 에 들어갈 함수를  $f(k)$ 라 할 때,  $f(p+2)$ 의 값을 구하시오.

**서술형 2.**  $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 일 때, 집합  $A$ 의 원소 중에서 3 또는 5로 나누어 떨어지는 원소들의 합을 구하시오.

**서술형 3.** 두 등비수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여  $a_3b_3 = 4$ ,  $a_5b_5 = 8$ 일 때,  $a_7b_7$ 의 값을 구하여라.

**서술형 4.** 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터  $n$ 번째항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_n = 4n^2 - 4n + 2$ 일 때,

㉠ 일반항  $a_n$ 을 구하는 과정을 서술한 후 그 값을 구하고,

㉡  $\sum_{k=1}^5 a_{3n-2}$ 의 값을 구하는 과정을 서술한 후 그 값을 구하시오.