

◆ 전체 : 선택형 15문항(60점), 서답형 7문항(40점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. $\overline{AB} = 2$, $\overline{CA} = 3$, $\angle BAC = \frac{\pi}{3}$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 \overline{BC} 의 길이는?

- ① $\sqrt{3}$ ② 2 ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{6}$ ⑤ $\sqrt{7}$

2. 다음 두 조건을 모두 만족시키는 삼각형 ABC 에 대하여 삼각형 ABC 의 외접원의 반지름의 길이가 2라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이는?

<조 건>

(가) $\sin^2 A + \sin^2 B = 2 \sin A \sin(A + C)$

(나) $\sin A = 2 \cos B \sin C$

- ① $2\sqrt{3}$ ② $3\sqrt{3}$ ③ $4\sqrt{3}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

3. $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 5$, $\overline{CA} = 7$ 인 삼각형 ABC 에 대하여 각 B 의 크기는?

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{3}$ ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

4. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_3 = 10$, $a_5 = -12$ 일 때, a_{10} 의 값은?

- ① -67 ② -54 ③ -38 ④ -12 ⑤ -10

5. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_5 + a_{10} = 0$, $a_7 = 10$, $a_n < 0$ 일 때, 자연수 n 의 최솟값은?

- ① 5 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 20

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $S_n = 3n^2 - n + k - 2$ 일 때, 상수 k 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

7. 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 $a_n = -3n + 31$ 일 때, 제1항부터 제 n 항까지의 부분합 S_n 이 최대가 되는 자연수 n 의 값은?

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

8. 두 수 2와 54 사이에 두 실수 a, b 를 넣어 만든 수열 $2, a, b, 54$ 이 등비수열일 때, 두 수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

9. 등비수열 $1, -\sqrt{2}, 2, -2\sqrt{2}, \dots$ 의 첫째항을 a , 공비를 r , 제5항을 a_5 라고 할 때, $a + r + a_5$ 의 값은?

- ① $5 - \sqrt{2}$ ② $4 - \sqrt{2}$
 ③ $3 - \sqrt{2}$ ④ $2 - \sqrt{2}$
 ⑤ $1 - \sqrt{2}$

10. 세 수 $0, a, a^2 + b$ 가 이 순서대로 등차수열을 이루고, $a, a^2 + b, b - 1$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 두 실수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

11. $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15$, $a_6 + a_7 + a_8 = 240$ 을 만족시키는 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 제12항까지의 합 S_{12} 의 값은?
- ① 1024 ② 1025 ③ 2048 ④ 4095 ⑤ 4096

12. 정의역이 양의 실수 전체집합인 두 함수

$f(x) = \sin(mx)$, $g(x) = \cos(mx)$ 에 대하여 $f(x) = 1$, $g(y) = 1$ 을 만족하는 x, y 값에 대하여 작은 수부터 각각

$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 와 $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ (n 은 자연수)라 하자.

$\sum_{k=1}^{2022} \{(-1)^{k-1} \times k \times (x_k - y_k)\} = 2022\pi$ 를 만족하는 양의 실수 m 에 대하여 $8m$ 의 값은?

- ① 6 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. $\sum_{k=3}^{n-1} (2k+1) = 187$ 를 만족하는 자연수 n 의 값은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

14. 자연수 n 을 4로 나눈 나머지를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{1348} \{(-1)^{n+1} \times a_n\}$ 의 값은?

- ① 524 ② 557 ③ 635 ④ 674 ⑤ 698

15. 복소수 $x = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ 에 대하여 x^n 의 실수 부분을 a_n , 허수부분을 b_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^{2022} (a_n + b_n)$ 의 값은?

① $-2 + \sqrt{3}$

② $1 - \sqrt{3}$

③ $2 - \sqrt{3}$

④ $1 + \sqrt{3}$

⑤ $2 + \sqrt{3}$

서답형

단답형 1. 삼각형 ABC 에서 $A = \frac{\pi}{6}$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이를 구하시오.

단답형 2. 삼차방정식 $x^3 - 9x^2 + ax + b = 0$ 의 세 실근이 등차수열을 이룰 때, 실수 a, b 에 대한 $3a + b$ 의 값을 구하시오.

단답형 3. 원에 내접하는 사각형 $ABCD$ 에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 3$, $\overline{CD} = 4$, $\overline{DA} = 5$ 일 때, 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 구하시오.

서술형 1. $n \geq 5$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 다음 부등식 $2^n > n^2$ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정의 일부이다.

<보 기>

(ii) $n = k$ ($k \geq 5$)일 때,

부등식 $2^k > k^2$ 이 성립한다고 가정하며 양변에

(A) 를 곱하면 $A \times 2^k > a \times k^2$

그런데 $k \geq 5$ 이므로 $2k^2 - \text{(B)} = k^2 - 2k - 1 > 0$

즉, $2^{k+1} > (k+1)^2$ 따라서 $n = k+1$ 일 때도 성립한다.

(A) 에 알맞은 수를 p , (B) 에 들어갈 함수를 $f(k)$ 라 할 때, $f(p+2)$ 의 값을 구하시오.

서술형 2. $A = \{x \mid 1 \leq x \leq 100 \text{인 자연수}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소 중에서 3 또는 5로 나누어 떨어지는 원소들의 합을 구하시오.

서술형 3. 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여 $a_3b_3 = 4$, $a_5b_5 = 8$ 일 때, a_7b_7 의 값을 구하여라.

서술형 4. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 n 번째항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_n = 4n^2 - 4n + 2$ 일 때,

㉠ 일반항 a_n 을 구하는 과정을 서술한 후 그 값을 구하고,

㉡ $\sum_{k=1}^5 a_{3n-2}$ 의 값을 구하는 과정을 서술한 후 그 값을 구하시오.