

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 6문항(30점)  
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시  
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

### 선택형

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 2x + 1)}{2x^2 + 6x}$  의 값은? [3.6점]

- ①  $\frac{1}{6}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④ 2      ⑤ 3

2.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^2 + 4} - n}{n - \sqrt{n^2 + 3}}$  의 값은? [3.7점]

- ①  $-\frac{4}{3}$       ②  $-\frac{2}{3}$       ③ 0      ④  $\frac{2}{3}$       ⑤  $\frac{4}{3}$

3. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( na_n + \frac{2n^2 - 1}{n + 3} \right) = 2$  일 때, 극한값  $\lim_{x \rightarrow 0} (a_n^2 + a_n + 2)$ 의 값은? [3.8점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

4. 함수  $f(x) = \frac{(2x+1)^2(x+3)^2}{(x+1)^3}$ 에 대하여  $f'(1)$ 의 값은? [3.9점]

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

5. 등비수열  $\{a_n\}$ 의 첫째항이 2, 공비가 3이고, 수열  $\{a_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$2^n + 3^n < a_n b_n < 2^{n+1} + 3^n$$

을 만족시킬 때, 극한값  $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{3}{2}$       ⑤ 2

6. 매개변수  $t$ 로 나타낸 곡선

$$x = \log_3 |t|, y = \frac{1}{3}t^3 + 8$$

위의 한 점  $(1, -1)$ 에서 미분계수의 값은? [4.1점]

- ①  $3\ln 3$     ②  $9\ln 3$     ③  $-9\ln 3$     ④  $27\ln 3$     ⑤  $-27\ln 3$

7. 함수  $f(x) = \frac{x}{\tan x + \cot x}$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$

위의  $x = \frac{\pi}{4}$ 에서의 접선의 기울기는? [4.2점]

- ①  $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}$                       ②  $\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}$                       ③  $\frac{1}{2}$   
④  $1 - \frac{\pi}{4}$                       ⑤  $1 + \frac{\pi}{4}$

8. 함수  $y = e^x(\cos x + \sin x)$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\pi + h) - f(\pi - 2h)}{h}$ 의 값은? [4.3점]

- ① 0                      ②  $2e^\pi$                       ③  $-2e^\pi$                       ④  $6e^\pi$                       ⑤  $-6e^\pi$

9. 두 수열  $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty, \quad \lim_{n \rightarrow \infty} (b_n - 3a_n) = 2$$

일 때, 극한값  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n^2 - 2a_nb_n + 4b_n^2}{a_n^2 + 2a_nb_n + 4b_n^2}$ 의 값은? [4.4점]

- ①  $\frac{3}{7}$                       ②  $\frac{7}{19}$                       ③  $\frac{17}{25}$                       ④  $\frac{24}{31}$                       ⑤  $\frac{31}{43}$

10. 자연수  $n$ 에 대하여  $x$ 에 대한 이차방정식  $4^n x^2 + 2^n x - 1 = 0$ 의 두 근이  $\alpha_n, \beta_n$ 일 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n^3 + b_n^3}{2^n}$ 의 값은? [4.5점]

- ①  $\frac{1}{7}$                       ②  $-\frac{4}{15}$                       ③  $\frac{4}{15}$                       ④  $-\frac{4}{7}$                       ⑤  $\frac{4}{7}$

11. 함수  $f(x) = \log_3(3^x + 1)$ 의 역함수를  $g(x)$ 라 할 때, 양수  $a$ 에 대하여  $\frac{1}{f'(a)} + \frac{1}{g'(a)}$ 의 값은? [4.6점]
- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

12. 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 아래 조건을 만족한다고 하자.

<조건>

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{\left(\frac{1}{4}\right)^n \times \cos(n\pi)} = k$$

(단,  $k$ 는 0이 아닌 상수)

$$(나) \sum_{n=1}^{\infty} a_n - \frac{32}{15} = \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n}$$

이때,  $a_4$ 의 값은? [4.7점]

- ①  $\frac{1}{16}$       ②  $\frac{1}{32}$       ③  $-\frac{1}{32}$       ④  $\frac{1}{64}$       ⑤  $-\frac{1}{64}$

13. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 제  $n$ 항까지의 부분합을  $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ 이라 하자.  $S_n = n^2 - 2n + 4$ 이라고 할 때,  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ 의 값은? [4.8점]
- ①  $\frac{5}{6}$       ②  $\frac{8}{9}$       ③ 1      ④  $\frac{10}{9}$       ⑤  $\frac{7}{6}$

14. 잘 정의된 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 함수  $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하였다.

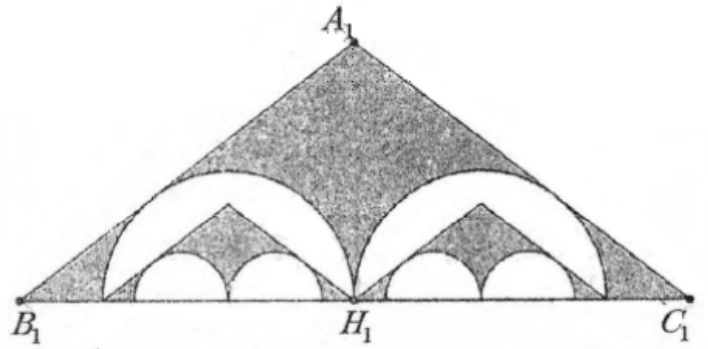
$$f(x) = \sum_{n=1}^{10} a_n (x-2)^{-n} = \frac{3x^2 + 1}{(x-2)^4}$$

이때,  $\sum_{n=1}^{10} n a_n$ 의 값은? [4.9점]

- ① 91      ② 92      ③ 93      ④ 94      ⑤ 95

15. 실수 전체 집합에서 미분가능한 함수  $f(x)$ 에 대하여 함수  $f(x) = e^{\sin^2 g(x)}$ 라고 정의하자.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3g(x) - \frac{\pi}{2}}{3x - 6} = 9$ 일 때,  $f(2) + \frac{2\sqrt{3}}{3}f'(2)$ 의 값은? [5점]
- ① 0      ②  $5e^{\frac{1}{4}}$       ③  $7e^{\frac{1}{4}}$       ④  $10e^{\frac{1}{4}}$       ⑤  $13e^{\frac{1}{4}}$

16. 높이가 3이고 밑변의 길이가 8인 이등변삼각형  $A_1B_1C_1$ 가 있다. 선분  $B_1C_1$ 의 중점을  $H_1$ 이라 할 때, 삼각형  $A_1B_1H_1$ 에서 원의 위쪽 반원이 선분  $A_1B_1$ 에 접하도록 그리고, 삼각형  $A_1C_1H_1$ 에서 원의 위쪽 반원이 선분  $A_1C_1$ 에 접하도록 그리자. 이때 삼각형  $A_1B_1C_1$ 에서 두 반원의 넓이를 뺀 영역의 넓이를  $S_1$ 이라 하자. 새로 생긴 두 반원의 내부에 반원의 지름을 밑변으로 하고 삼각형  $A_1B_1C_1$ 과 닮음인 이등변삼각형 두 개를 그려 앞의 과정과 마찬가지로 방법으로 삼각형 내부에 4개의 반원을 그리자. 두 이등변삼각형에서 4개의 반원을 제외한 영역의 넓이를  $S_2$ 라고 하자. 이와 같은 과정을 반복하여  $n$ 번째 얻는 영역의 넓이를  $S_n$ 이라고 할 때,  $23 \times \sum_{n=1}^{\infty} S_n = k(48 - 9\pi)$ 이다.  $k$ 의 값은? [5.5점]



- ① 6      ② 7      ③ 8      ④ 9      ⑤ 10

**서답형**

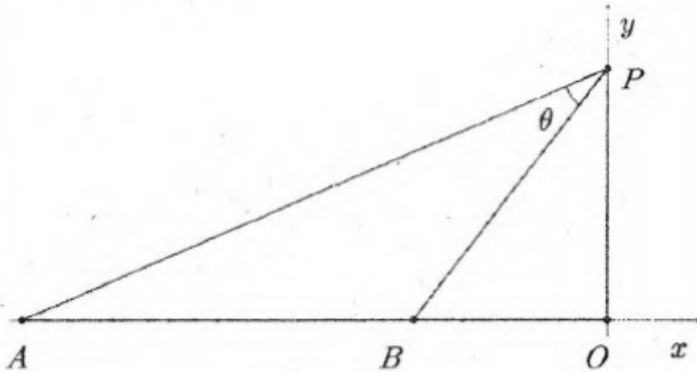
**단답형 1.** 함수  $y = \ln(\sin x)$ 의 이계도함수를 구하시오.  
[3점]

**단답형 2.** 정수  $x$ 에 대하여 수열  $\left\{ (x-1) \left( \frac{x^2-6}{3} \right)^{n-1} \right\}$   
이 수렴한다. 이때 모든 정수  $x$ 의 개수를 구하시오. [3  
점]

**단답형 3.** 두 곡선  $y = e^x$ ,  $y = e^{3x}$ 가 주어져 있다고 하자. 양수  $t$ 에 대하여 곡선  $y = e^{3x}$ 가 직선  $x = \frac{1}{2}t$ 와 만나는 점을  $A$ , 곡선  $y = e^x$ 가 직선  $x = 3t$ 와 만나는 점을  $B$ 라 하자. 직선  $AB$ 의 기울기를  $f(t)$ 라고 할 때,  $\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t)$ 의 값을 구하시오. [4점]

**서술형 1.** 곡선  $x^4 + y^4 = e^{3xy}$  위의 점  $(0, a)$ 에서의 미분 계수가  $b$ 일 때,  $\frac{a}{b}$ 의 값을 구하시오. (단,  $a > 0$ ) [7점]

**서술형 2.** 아래 그림과 같이 두 점  $A(-6,0)$ ,  $B(-2,0)$ 이 좌표평면에 주어져 있다.  $y$ 축 상에 움직이는 점  $P$ 에 대하여  $\angle APB = \theta$ 라고 할 때, 주어진  $\theta$ 의 최댓값을 구하시오. (단, 점  $P$ 의  $y$ 좌표는 양수) [7점]



**서술형 3.** 아래 그림과 같이 길이가 6이고  $\overline{AB}$ 를 지름으로 하는 반원 위의 점  $C$ 가 있다.  $\overline{AB}$ 의 중점을  $O$ , 삼각형  $ABC$ 의 내접원의 중심을  $O'$ ,  $\angle ABC = \theta$ , 원  $O$ 와 선분  $AB, BC, CA$ 가 만나는 점을 각각  $D, E, F$ 라 할 때, 삼각형  $ABC$ 에 내접하는 원의 반지름을  $r$ 이라 하자. 부채꼴  $OBC$ 의 넓이를  $f(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow \frac{\pi}{2}-} \frac{r}{f(\theta)}$ 의 값을 구하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ )

