

◆ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 6문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

### 선택형

1. 지수함수  $y = 5^{x-2}$ 의 도함수  $y'$ 은? [3.1점]

- ①  $y' = 5^{x-2}$       ②  $y' = 5^{x-1}$       ③  $y' = 5^{x-2}$   
 ④  $y' = 5^{x+2}$       ⑤  $y' = 5^{x+2} \ln 5$

2.  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\tan^2 x - 1}$ 의 값은? [3.2점]

- ①  $\frac{\sqrt{2}}{4}$       ②  $\frac{\sqrt{2}}{3}$       ③  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       ④  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$       ⑤ 1

3.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin n\theta}{n} = a$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2 + n - 3}{-n^2 + 5} = b$  라고 할 때,  $a - b$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수) [3.3점]

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$ 의 값은? [3.7점]

- ①  $\frac{1}{8}$       ②  $\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{3}$       ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 1

5. 수열  $\{a_n\}$ 의 일반항이  $a_n = (-1 + \log x)^n$ 일 때, 다음 중 등비급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하는  $x$ 의 값의 범위에 속하는 모든 자연수의 개수는? [3.8점]

- ① 96      ② 97      ③ 98      ④ 99      ⑤ 100

6. 다음 중 극한값이 다른 하나는? [4.1점]

- ①  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x}$       ②  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{(\ln 2) \log_4(1+x)}$       ③  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x + \cos 2x}{x}$   
 ④  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 2x}{\tan x}$       ⑤  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - 1 + \cos x}{x}$

7. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합  $S_n$ 이  $S_n = (n+1)3^n$ 일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S_n}{a_n}$ 의 값은? [4.2점]
- ①  $-\frac{3}{2}$       ②  $-\frac{1}{2}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{5}{2}$

8. 모든 항이 양수인 두 수열  $\{a_n\}$ 과  $\{b_n\}$ 에 대하여  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \infty$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - b_n) = 1$  일 때,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2a_n - b_n}{a_n + 3b_n}$ 의 값은? [4.5점]
- ①  $-\frac{1}{4}$       ②  $-\frac{1}{6}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{2}$

9.  $0 < a < b$ 이고  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a^n + 3b^{n+1}}{a^{n+1} + b^n} = \frac{1}{3}$ 일 때, 상수  $b$ 의 값은? [4.4점]
- ①  $-\frac{1}{3}$       ②  $-\frac{1}{9}$       ③  $\frac{1}{9}$       ④  $\frac{1}{3}$       ⑤ 1

10. <조건>을 만족하는 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n a_n$ 의 값은? (단,  $p, q$ 는 상수) [4.9점]

<보 기>

$$(가) a_n = \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1} - 2 + p$$

$$(나) \sum_{n=1}^{\infty} a_n = q$$

- ①  $-\frac{3}{2}$       ②  $-\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{5}{3}$       ⑤  $\frac{3}{2}$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{ax+b}-1}{e^{2x}-1} = 1$ 을 만족시키는 두 상수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{b}{a}$ 의 값은? [4.7점]
- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③  $\frac{3}{4}$       ④ 1      ⑤  $\frac{5}{4}$

12.  $\sin \alpha + \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\cos \alpha + \cos \beta = \frac{1}{2}$  일 때,  $\cos(\beta - \alpha)$ 의 값은? [4.8점]

- ① -1      ②  $-\frac{7}{8}$       ③  $-\frac{3}{4}$       ④  $-\frac{5}{8}$       ⑤  $-\frac{1}{2}$

13. 이차방정식  $x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 두 근을  $\tan \alpha$ ,  $\tan \beta$ 라고 할 때,  $\sin \frac{\alpha + \beta}{2}$ 의 값은? (단,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ ) [5.2점]

- ①  $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$       ②  $-\frac{\sqrt{15}}{5}$       ③  $\frac{\sqrt{5}}{5}$       ④  $\frac{\sqrt{15}}{5}$       ⑤  $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

14. 다음 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 모두 골라 묶은 것은? [5.1점]

<보 기>

ㄱ.  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n) = 0$ 이면  $a_n$ 과  $b_n$ 은 수렴한다.

ㄴ. 두 급수  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 모두 수렴하고

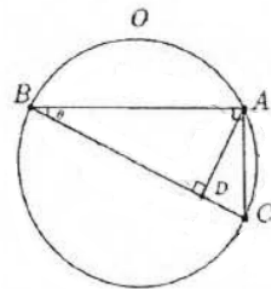
$\sum_{n=1}^{\infty} a_n < \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이면  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n < \lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 이다.

ㄷ. 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $a_n < b_n$ 이고 두 급수

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ ,  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴하면  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이다.

- ① ㄱ      ② ㄷ      ③ ㄱ, ㄴ      ④ ㄴ, ㄷ      ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 그림과 같이  $\overline{AB} = 1$ ,  $\angle CAB = \frac{\pi}{2}$ 인 직각삼각형  $ABC$ 의 꼭짓점  $A$ 에서 변  $BC$ 에 내린 수선의 발을  $D$ 라 하자.  $\angle ABC = \theta$ 라 하고 삼각형  $ABC$ 에 외접하는 원  $O$ 의 지름의 길이를  $R(\theta)$ , 선분  $CD$ 의 길이를  $l(\theta)$ 라 할 때,  $\lim_{\theta \rightarrow 0+} \frac{\theta^2 \times R(\theta)}{l(\theta)}$ 의 값은? [5.4점]

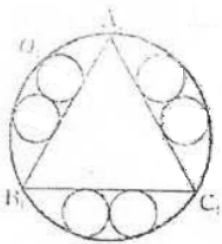


- ①  $\frac{1}{4}$       ②  $\frac{1}{2}$       ③ 1      ④ 2      ⑤  $\frac{3}{2}$

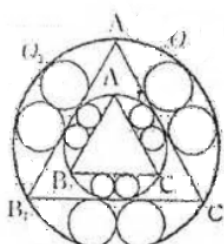
서답형

16. 반지름의 길이가 2인 원  $O_1$ 에 내접하는 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 이 있다. [그림1]과 같이 원  $O_1$ 과 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 에 동시에 접하고 모두 합동인 6개의 원을 각각 2개씩 서로 외접하도록 그릴 때, 6개의 원의 둘레의 합을  $l_1$ 이라 하자.

[그림2]와 같이 정삼각형  $A_1B_1C_1$ 에 내접하는 원  $O_2$ 를 그리고 원  $O_2$ 에 내접하는 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 를 그린다. 원  $O_2$ 와 정삼각형  $A_2B_2C_2$ 에 동시에 접하고 모두 합동인 6개의 원을 각각 2개씩 서로 외접하도록 그릴 때, 6개의 원의 둘레의 합을  $l_2$ 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 원  $O_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ )에 재접하는 정삼각형  $A_nB_nC_n$ 을 그리고 원  $O_n$ 과 정삼각형  $A_nB_nC_n$ 에 동시에 접하고 모두 합동인 6개의 원을 각각 2개씩 서로 외접하도록 그릴 때 6개의 원의 둘레의 합을  $l_n$ 이라 하자.  $\sum_{n=1}^{\infty} l_n$ 의 값은? [5.6점]



[그림1]



[그림2]

- ①  $24\pi(2\sqrt{3}-3)$       ②  $24\pi(4\sqrt{3}-3)$       ③  $26\pi(\sqrt{3}-1)$   
 ④  $26\pi(\sqrt{5}-1)$       ⑤  $26\pi(3\sqrt{2}-2)$

단답형 1.  $|r| > 1$ 일 때, 다음 수열의 극한값을 구하시오. [4.0점]

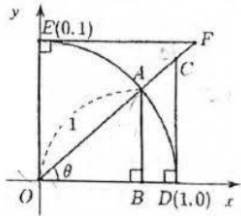
$$\left\{ \frac{r^n + r}{r^{n+1} + 1} \right\}$$

**단답형 2.** 다음은 중심이 원점  $O$ 이고 반지름의 길이가 1인 사분원의 그림을 본 명은이와 성수의 대화이다.

$$\angle FEO = \angle ABO = \angle CDO = \frac{\pi}{2}, \angle AOB = \theta, \overline{AO} = 1$$

일 때, ㉠ ㉡에 해당하는 것을 순서대로 적으시오. [4.0점, ㉠, ㉡: 각 1점, ㉢: 2점]

<보 기>



명은: 성수야 선분  $EF$ 와 선분  $OF$ 의 길이를 각각 하나의 삼각함수로 나타내면 뭘까?

성수: 음, 엇각이나 삼각형의 닮음을 이용해보면

선분  $EF$ 는 (㉠) 이고, 선분  $OF$ 는 (㉡)가 되겠네!

명은: 오! 훌륭해. 나도 알아낸 거 있어~

선분  $AB$ 와 선분  $OB$ 의 길이의 곱을  $l(\theta)$ 라고 하면,

$$\frac{dl}{d\theta} = (\text{㉢}) \text{라고 할 수 있지.}$$

(단, ㉢를 하나의 삼각함수를 사용하여 나타낼 것)

**서술형 1.**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n} - n}$ 의 극한값을 구하시오. [5.0점]

**서술형 2.** 함수  $f(x) = 2^x \log_3 x$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1)}{h}$$

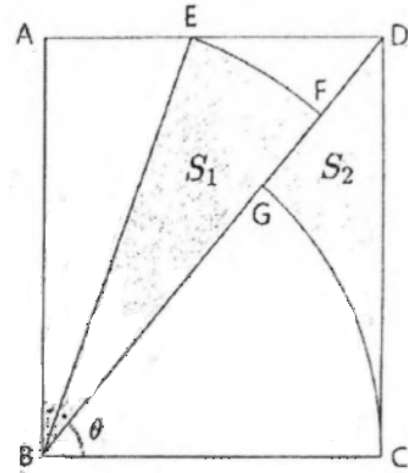
의 값을 구하시오. [5.0점]

서술형 3. 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & (x \neq 0) \\ 0 & (x = 0) \end{cases}$$

일 때,  $f(x)$ 가  $x = 0$ 에서 미분가능함을 보이고,  $f'(0)$ 의 값을 구하시오. [6점]

서술형 4. 넓이가  $S$ 인 직사각형  $ABCD$ 의 대각선  $BD$ 의 길이가 1이다.  $\angle ABD$ 를 이등분하는 직선과 선분  $AD$ 의 교점을  $E$ , 중심이  $B$ 이고 반지름의 길이가  $\overline{BE}$ ,  $\overline{BC}$ 인 원과 대각선  $BD$ 의 교점을 각각  $F, G$ 라 하자. 부채꼴  $BFE$ 의 넓이를  $S_1$ , 두 선분  $CD, DG$ 와 호  $GC$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를  $S_2$ ,  $S_3 = S - S_2$ 라 하자.  $\angle BDC = \theta$ 일 때, 다음 물음에 답하시오. (단,  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) [6점]



(1) 선분  $BE$ 의 길이를 삼각함수의 덧셈정리를 이용하여 구하시오. [2점]

(2)  $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{\theta S_3}{S_1}$ 의 값을 구하시오. [4점]