

◆ 전체 : 선택형 13문항(65점), 서답형 7문항(35점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 곡선 $y = xe^x$ 의 변곡점의 좌표는? [4점]

- ① $\left(-2, -\frac{2}{e^2}\right)$ ② $\left(-1, -\frac{1}{e}\right)$ ③ $(0, 0)$
 ④ $(1, e)$ ⑤ $(2, 2e^2)$

2. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $2x \leq ke^x$ 을 만족시키는 실수 k 의 최솟값은? [4.3점]

- ① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{2}{e^2}$ ③ $\frac{1}{e}$ ④ $\frac{2}{e}$ ⑤ 1

3. 좌표평면 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서 위치가 (x, y) 이고, $x = at^2 + a \cos t$, $y = \sin t$ ($a > 0$)이다. $t = \frac{\pi}{3}$ 에서 점 P 의 가속도의 크기가 3일 때, $t = \pi$ 에서 점 P 의 속력은? [4.7점]

- ① $\sqrt{4\pi^2 + 1}$ ② $\sqrt{4\pi^2 + 3}$ ③ $\sqrt{12\pi^2 + 1}$
 ④ $\sqrt{12\pi^2 + 2}$ ⑤ $\sqrt{12\pi^2 + 3}$

4. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int \frac{4x+3}{x^2+x} dx$ 이고, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값은? [4.7점]

- ① $\ln 2$ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

5. 두 상수 a, b 에 대하여

$$\int e^{2x} \cos x dx = e^{2\pi}(a \sin x + b \cos x) + C$$

가 성립할 때, $a + b$ 의 값은? [4.8점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ 1

6. 정적분 $\int_0^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{1-4x^2}} dx$ 는? [4.8점]

- ① $\frac{\pi}{24}$ ② $\frac{\pi}{12}$ ③ $\frac{\pi}{6}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{2\pi}{3}$

7. 정적분 $\int_0^1 (x+3)e^x dx$ 는? [4.2점]

- ① $2e - 1$ ② $3e - 2$ ③ $4e - 3$
④ $2e^2 - 1$ ⑤ $3e^2 - 2$

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+4} + \frac{1}{n+6} + \cdots + \frac{1}{n+2n} \right)$ 의 극한값은? [4.9점]

- ① $\frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\ln 3}{2}$ ③ $\ln 2$ ④ $\ln 2$ ⑤ $2 \ln 2$

9. 두 곡선 $y = \sin 2x$, $y = \cos x$ 와 두 직선 $x = 0$, $x = \pi$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.9점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

10. 높이가 2인 입체도형이 있다. 밑면으로부터 높이가 x 인 지점에서 밑면에 평행한 평면으로 자른 단면의 넓이가 $\frac{x+1}{x^2+2x+2}$ 일 때, 이 입체도형의 부피는? [4.7점]

- ① $\frac{\ln 2}{2}$ ② $\frac{\ln 3}{2}$ ③ $\ln 2$ ④ $\frac{\ln 5}{2}$ ⑤ $\frac{\ln 6}{2}$

11. $x = 2$ 에서 $x = 8$ 까지의 곡선 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ 의 길이는? [4.7점]

- ① $13 + \ln 2$ ② $14 + \ln 2$ ③ $15 + \ln 2$
④ $16 + \ln 2$ ⑤ $17 + \ln 2$

12. 양의 실수 t 에 대하여 $y = (tx)^2$ 이 $y = ke^{-2x}$ 과 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 실수 k 값을 $f(t)$ 라 하자. $f(\alpha) = f'(\alpha)$ 를 만족시키는 양수 α 의 값은?

(단, $\lim_{x \rightarrow \infty} x^2 e^{2x} = 0$) [4.9점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

13. 최고차항의 계수가 -1 이고 $f(0) = 1$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x) = e^{f(x)}$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

<조 건>

함수 $g(x)$ 가 $x = \alpha$ 에서 자연수가 되는 양수 α 의 개수는 5이다.

$\{f(1)\}^2$ 의 값은? (단, $\frac{3}{2} < e < 3$) [5.4점]

- ① $4\ln 2 - 2$ ② $4\ln 2 - 4$ ③ $8\ln 2 - 1$
 ④ $8\ln 2 - 2$ ⑤ $8\ln 2 - 4$

서답형

단답형 1. 곡선 $y = e^x \ln x$ 위의 점 $(1, 0)$ 에서 접하는 접선 방정식을 구하시오. [4점]

단답형 2. 방정식 $e^x + e^{-x} = k$ 가 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위를 구하시오. [4점]

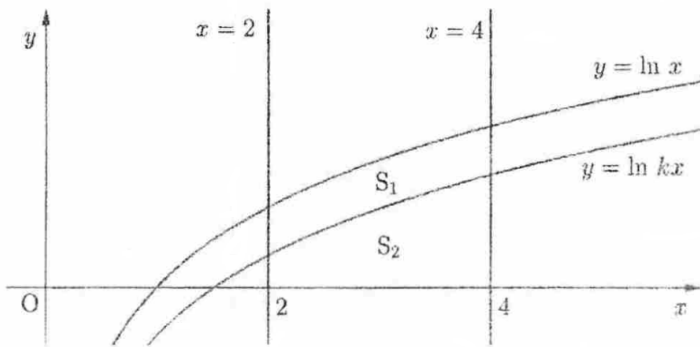
단답형 3. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{a_n}{n+1} = \int_0^p \sqrt{(\sin^{2n} x - \sin^{2n+2} x)} dx \text{를 만족시킨다.}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{1}{10} \text{일 때, } \sin p \text{의 값을 구하시오.}$$

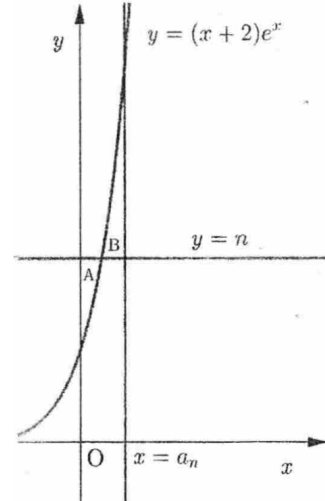
(단, p 는 $0 < p < \frac{\pi}{2}$ 인 상수이다.)

단답형 4. 그림과 같이 두 곡선 $y = \ln x$, $y = \ln kx$ 와 두 직선 $x=2$, $x=4$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. $2S_1 = S_2$ 일 때, k^3 의 값을 구하시오. (단, $\frac{1}{2} < k < 1$) [5점]



서술형 1. 다음 그림과 같이 곡선 $y = (x+2)e^x$ 과 y 축 및 두 직선 $x = a_n$, $y = n$ 으로 둘러싸인 두 도형을 각각 A, B 라고 하자. 두 도형의 넓이가 $B - A = n - 1$ 을 만족할 때, $a_4 + a_6 + a_8 - a_{12}$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

(단, $(a_n + 2)e^{a_n} > n$ 이고 n 은 3이상의 자연수이다.) [7점]



서술형 2. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

<보 기>

$$(가) \ f'(x) = (x^2 + 2x)e^x$$

$$(나) \ \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_0^{\frac{x-2}{3}} f(3t+2)dt = e$$

$f(1)$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7점]

서술형 3. 양수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \sqrt{ax}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하고, 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 만나는 점 중 x 좌표가 양수인 점의 x 좌표를 k 라 하자. $\int_0^k \frac{x^2}{f'(g(x))} dx = 32$ 일 때, 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7점]