

- ◆ 전체 : 선택형 15문항(70점) 서답형 7문항(30점)
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 확률변수 X 에 대하여 $E(X) = 42$ 일 때, 확률변수 $\frac{1}{7}X + 4$ 의 기댓값은? [3.9점]

- ① $\frac{42}{49}$ ② 6 ③ 10 ④ 42 ⑤ 46

2. 재구매율이 60%인 상품을 3명에게 판매하였을 때, 재구매하는 인원 수를 확률변수 X 라 하자. 확률 $P(X = 1)$ 의 값은? [3.9점]

- ① $\frac{24}{125}$ ② $\frac{28}{125}$ ③ $\frac{32}{125}$ ④ $\frac{36}{125}$ ⑤ $\frac{42}{125}$

3. 다음 <보기>의 조사 중 표본조사로 적합한 것을 모두 고르면? [3.9점]

<보 기>

- ㄱ. 병역판정검사
 ㄴ. 우리나라 총인구 조사
 ㄷ. 어느 회사에서 생산되는 타이어 수명 조사
 ㄹ. 어느 회사에서 생산되는 스마트폰 품질 검사

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄱ, ㄹ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄷ, ㄹ

4. 어느 회사에서 생산되는 휴대전화의 배터리 사용 시간은 정규분포를 따른다고 한다. 이 회사에서 생산된 휴대전화 64대를 임의추출하여 배터리 사용 시간을 조사하였더니 평균이 10시간이고 표준편차가 2시간이었다. 이 휴대전화의 배터리 사용 시간의 모평균 m 을 신뢰도 95%로 추정할 때, 신뢰구간의 길이를 구하면?(단, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$) [4.6점]

- ① 0.49 ② 0.98 ③ 1.29 ④ 1.96 ⑤ 2.56

5. 확률변수 X 가 정규분포 $N(20, 3^2)$ 을 따를 때, $E(X^2)$ 의 값은? [4.6점]

- ① 403 ② 409 ③ 413 ④ 419 ⑤ 423

6. 흰 공 6개와 검은 공 4개가 들어 있는 주머니에서 임의로 3개의 공을 꺼낼 때, 꺼낸 검은 공의 개수를 확률변수 X 라 하자. 이때, $P(X \geq 2)$ 의 값은? [4.6점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

7. 어느 공장에서 생산한 제품의 무게는 평균이 35 g, 표준편차가 4 g 인 정규분포를 따른다. 이 제품 중에서 임의로 택한 64개의 무게의 평균이 34 g 이상 35.5 g 이하일 확률을 주어진 표를 이용하여 구하면? [4.6점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.19
1.0	0.34
1.5	0.43
2.0	0.48

- ① 0.62 ② 0.68 ③ 0.77 ④ 0.82 ⑤ 0.96

8. 모평균이 10이고 모분산이 9인 모집단에서 임의추출한 크기가 25인 표본의 표본평균 \bar{X} 의 표준편차가 $\sigma(\bar{X}) = \frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하면? (단, a 와 b 는 서로소이다.) [4.6점]

- ① 8 ② 10 ③ 14 ④ 28 ⑤ 34

9. 다음 조건이 성립할 때, 상수 a 의 값은? [4.6점]

<조 건>

가. 확률변수 X 가 정규분포 $N(50, 10^2)$ 을 따른다.

나. 확률변수 Y 가 정규분포 $N(18, 2^2)$ 을 따른다.

다. $P(25 \leq X \leq 60) = P(16 \leq Y \leq a)$

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

10. 연속확률변수 X 의 확률밀도함수가

$$f(x) = \frac{1}{6}x + k \quad (0 \leq x \leq 3)$$

일 때, $P(0 \leq X \leq 2)$ 의 값은? [4.7점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

11. 어느 영화의 관람객 80%가 청소년이라 할 때, 이 영화의 관람객 100명 중에서 청소년이 86명 이상일 확률을 주어진 표를 이용하여 구하면? [4.7점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.0668 ② 0.0228 ③ 0.0062 ④ 0.1587 ⑤ 0.3085

12. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{5}$	a	b	1

X 의 표준편차가 최대일 때, X 의 기댓값은? [5.3점]

- ① $\frac{11}{10}$ ② $\frac{6}{5}$ ③ $\frac{13}{10}$ ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

13. 모표준편차가 10인 정규분포를 따르는 모집단의 평균을 신뢰도 99%로 추정할 때, 모평균과 표본평균의 차를 5 이하로 하기 위한 표본의 크기의 최솟값을 구하면? (단, $P(|Z| \leq 2.58) = 0.99$) [5.3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

14. 한 개의 주사위를 던져서 나온 눈의 수를 a 라 하고 삼차함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + ax^2 - 4x + 1$$

라 하자. 이 주사위를 450번 던져서 $x_1 < x_2$ 인 임의의 실수 x_1, x_2 에 대하여 항상 $f(x_1) > f(x_2)$ 인 횟수가 140번 이상 170번 이하일 확률을 주어진 표를 이용하여 구하면? [5.3점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

- ① 0.5328 ② 0.6247 ③ 0.6687 ④ 0.7745 ⑤ 0.8185

15. 주머니 안에 n 에서 $n+6$ 까지의 자연수가 각각 하나씩 적혀 있는 7개의 공이 들어 있다. 이 주머니에서 크기가 2인 표본을 복원추출하여 공에 적힌 수의 평균을 \bar{X} 라 할 때, $E(\bar{X}) = 6$ 이다. $n + V(\bar{X})$ 의 값을 구하면? [5.4점]

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 8 ⑤ 13

서답형

단답형 1. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [3점]

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{a}{2}$	a	$2a$	$3a$	1

단답형 2. 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르는 모집단에서 표본을 추출하여 모평균을 추정할 때, 모평균 m 의 신뢰구간에 대한 다음 명제의 참, 거짓을 각각 판별하시오. [3점]

<보 기>

- (가) 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도를 높게 하면 신뢰구간의 길이는 작아진다.
 (나) 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기를 크게 하면 신뢰구간의 길이는 커진다.
 (다) 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기를 2배로 늘리면 신뢰구간의 길이는 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

단답형 3. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고 확률 $P\left(m - \frac{1}{2}\sigma \leq X \leq m + \frac{k}{10}\sigma\right)$ 의 값이 0.6853 일 때, 상수 k 의 값을 주어진 표를 이용하여 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772
2.5	0.4938

서술형 1. 어느 농구선수가 자유투를 성공할 확률은 0.7라고 한다. 이 선수가 48번의 자유투를 던질 때, 성공한 횟수를 확률변수 X 라 하자. $E(X) + \sigma(X)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오. [4점]

서술형 2. 어느 고등학교 학생 300명의 확률과 통계의 성적은 평균이 50점이고 표준편차가 20점인 정규분포를 따른다고 하자. 점수가 몇 점 이상이면 상위 12등 이내로 1등급이 될 수 있는지 서술하시오. (단, $P(0 \leq Z \leq 1.75) = 0.46$ 으로 계산한다.) [5점]

서술형 3. 정규분포 $N(m, 6^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 36인 표본을 임의추출하였더니 표본평균이 12이었다. 모평균 m 을 신뢰도 95%로 추정하는 과정을 서술하시오. (단, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$) [5점]

서술형 4. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X = x) = \frac{x-1}{10} \quad (x = 2, 3, 4, 5)$$

일 때, 다음 물음에 답하시오. [6점]

- (1) $E(X)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.
- (2) $V(X)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.
- (3) $V(3X - 1)$ 의 값을 구하는 과정을 서술하시오.