

- ◆ 전제 : 선택형 13문항(70점) 서답형 5문항(30점)
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 쌍곡선 $x^2 - 2y^2 = 4$ 위의 점 (6,4)에서의 접선의 방정식을 구하면? [4.6점]

- ① $4x - 3y - 12 = 0$ ② $4x + 3y - 12 = 0$
 ③ $3x - 4y - 2 = 0$ ④ $3x + 4y - 2 = 0$
 ⑤ $4x - 3y + 2 = 0$

2. 다음 중 점근선 중 하나가 $y = -\sqrt{3}x$ 인 쌍곡선이 아닌 것은? [4.6점]

- ① $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = 1$ ② $x^2 - \frac{y^2}{3} = -1$
 ③ $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{2} = -1$ ④ $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{6} = -1$
 ⑤ $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{9} = -1$

3. 방정식 $x^2 + 4y^2 - 2x - 16y + 13 = 0$ 이 나타내는 도형은? [4.7점]

- ① 원 ② 포물선 ③ 타원 ④ 쌍곡선 ⑤ 직선

4. 직선 l 을 $y = -x - 1$ 이라 하고, 직선 m 을 $y = 2x - 3$ 이라 하자. 포물선 $y^2 = 2x$ 와의 위치 관계를 구하면? [4.8점]

- ① 직선 l 과 만나지 않고, 직선 m 과 서로 다른 두 점에서 만난다.
 ② 직선 l 과 한 점에서 만나고, 직선 m 과 서로 다른 두 점에서 만난다.
 ③ 직선 l 과 서로 다른 두 점에서 만나고, 직선 m 과 만나지 않는다.
 ④ 직선 l 과 서로 다른 두 점에서 만나고, 직선 m 과 한 점에서 만난다.
 ⑤ 직선 l, m 모두 서로 다른 두 점에서 만난다.

5. 초점이 (3, -1)이고, 준선이 $x = 7$ 인 포물선의 방정식을 구하면? [4.8점]

- ① $y^2 = 12x$ ② $(y + 1)^2 = 12(x - 3)$
 ③ $(y + 1)^2 = 8(x - 5)$ ④ $(y + 1)^2 = -8(x - 5)$
 ⑤ $(x - 3)^2 = 12(y + 1)$

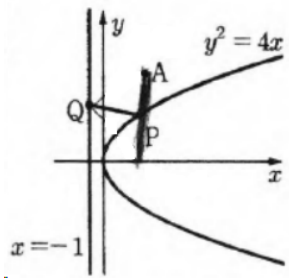
6. 타원 $8x^2+9y^2+48x-18y+9=0$ 에 대한 설명 중 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [5.4점]

<보 기>

- ㄱ. 중심의 좌표는 $(-3,1)$ 이다.
 ㄴ. 두 초점의 좌표는 $(0,1), (0,-1)$ 이다.
 ㄷ. 직선 $y=1$ 과 만나지 않는다.

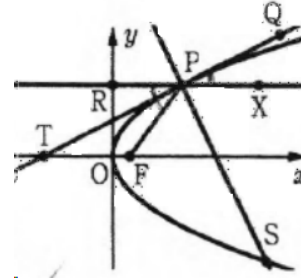
- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

7. 점 $A(7,8)$ 와 포물선 $y^2=4x$ 위의 점 P , 직선 $x=-1$ 위의 점 Q 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{PQ}$ 의 최솟값은? [5.5점]



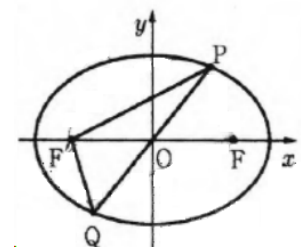
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

8. 아래 그림과 같이 포물선 $y^2=4x$ 위의 한 점 P 를 지나고 x 축에 평행한 직선을 \overleftrightarrow{PX} 라 하고, y 축과 만나는 점을 R 이라 하자. 점 P 에서의 접선과 x 축의 교점을 T 라고 하고, 접선에 수직인 직선이 포물선과 만나는 점을 S 라 하자. 다음 중 각이 다른 하나는? [5.6점]



- ① $\angle QPX$ ② $\angle RPT$ ③ $\angle TPF$
 ④ $\angle FPS$ ⑤ $\angle PTF$

9. 좌표평면 위에 두 초점이 F, F' 인 타원 $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{13} = 1$ 이 있다. 타원 위의 두 점 P, Q 에 대하여 직선 PQ 가 원점 O 를 지나고 삼각형 $PF'Q$ 의 둘레의 길이가 18일 때, 선분 OP 의 길이는? (단, 점 P 제1사분면 위의 점이다.) [5.7점]



- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

10. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 에 접하고 기울기가 m 이 직선의 방정식을 구하는 과정은 아래와 같다. 안의 값 또는 식을 알맞게 구한 것은? [5.8점]

구하는 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 하고, 이 식을 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ 에 대입하여 정리하면

$$(a^2m^2 - b^2)x^2 + \text{ (㉠) } x + a^2 \text{ (㉡) } = 0$$

이다. 이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

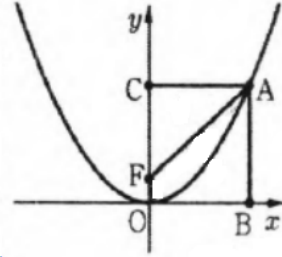
$$D = \text{ (㉢) } - 4a^2(a^2m^2 - b^2) \text{ (㉣) } \\ = 4 \text{ (㉤) } (a^2m^2 - b^2 + n^2)$$

이다. 쌍곡선과 직선이 접하면 $D = 0$ 이므로 (㉦) > 0 일 때, $n = \pm \sqrt{\text{ (㉧) }}$ 이다. 따라서 구하는 직선의 방정식은 다음과 같다.

$$y = mx \pm \sqrt{\text{ (㉨) }}$$

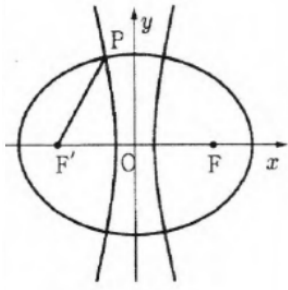
- ① (㉠) : $(-2a^2mn)$ ② (㉡) : $(b^2 - n^2)$
 ③ (㉢) : $a^4m^2n^2$ ④ (㉣) : ab
 ⑤ (㉦) : $b^2 - a^2m^2$

11. 그림과 같이 꼭짓점이 원점 O 이고 초점이 $F(0, p)$ ($p > 0$)인 포물선이 있다. 포물선 위의 점 A 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 B, C 라 하자. $\overline{FA} = 12$ 이고, 사각형 $FOBA$ 의 넓이와 삼각형 CFA 의 넓이의 비가 $3 : 2$ 일 때, p 의 값을 구하면? (단, 점 A 는 제1사분면 위의 점이고, 점 A 의 y 좌표는 p 보다 크다.) [5.9점]



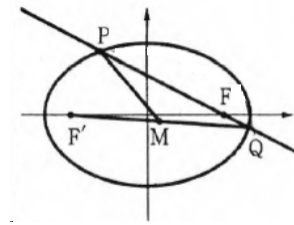
- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

12. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{20} = 1$ 과 두 점 F, F' 을 초점으로 하는 쌍곡선 $x^2 - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 이 제2사분면에서 만나는 점을 P 라 하자. $\overline{PF'} = 5$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [6.0점]



- ① 31 ② 39 ③ 43 ④ 51 ⑤ 56

13. 그림과 같이 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)의 두 초점을 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)이라 하고 점 F 을 지나는 직선이 타원과 만나는 두 점을 P, Q 라 하자. $\overline{PQ} = 12$ 이고 선분 $F'Q$ 의 중점 M 에 대하여 $\overline{F'M} = \overline{PM} = \frac{13}{2}$ 일 때, 이 타원의 단축의 길이를 구하면? [6.6점]



- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

서답형

단답형 1. 중심이 $(0,0)$ 이고 장축의 길이가 10, 단축의 길이가 8인 타원의 초점을 $F(c,0)$, $F'(-c,0)$ ($c > 0$)이라 할 때, c 의 값을 구하시오. [5점]

단답형 2. 타원 $5x^2 + y^2 = 20$ 에 접하고 기울기가 -2 인 직선들의 x 절편의 곱을 구하시오. [5점]

서술형 1. 타원 $\frac{x^2}{7} + \frac{y^2}{2} = 1$ 위의 점 P 와 직선 $y = x+5$ 사이의 거리의 최댓값과 최솟값을 각각 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [6점]

서술형 2. 점 $P(-1,2)$ 에서 포물선 $y^2 = 12x$ 에 그은 두 접선과 y 축의 교점을 각각 A, B 라 할 때, $\triangle PAB$ 의 넓이를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7점]

서술형 3. 아래 그림과 같이 두 초점이 $F(4,0)$, $F'(-4,0)$ 인 쌍곡선 위의 점 $P(6,p)$ 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 Q 라 하자. 점 Q 가 선분 $F'F$ 를 11:5로 내분할 때, p^2 의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7점]

