♦ 전체 : 선택형 14문항(70점) 서답형 6문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 중심이 점 $(-2,1)$이고 반지름의 길이가 3인 원의 방정식은? [4점]

① $(x+2)^2+(y-1)^2=3$

② $(x-2)^2+(y+1)^2=3$

③ $(x+2)^2+(y+1)^2=9$

④ $(x+2)^2+(y-1)^2=9$

⑤ $(x-2)^2+(y+1)^2=9$

2. 점 $(3,-1)$을 지나고 직선 $y=2x+1$에 평행한 직선의 방정식은? [4점]

① $y=2x$ ② $y=2x-3$ ③ $y=2x-7$

④ $y=-\frac{1}{2}x-3$ ⑤ $y=-\frac{1}{2}x-7$

$l: (3,-1)$ $m=2$

$y+1=2(x-3)$

$y=2x-7$

3. 점 $(2,3)$을 지나고 직선 $2x+y-3=0$에 수직인 직선의 방정식은? [4.1점]

$m'=-2$

① $x-2y+4=0$ ② $x-2y-3=0$

③ $3x+y+4=0$ ④ $2x-y-3=0$

⑤ $2x-y+4=0$

수직

$l: (2,3)$ $m=\frac{1}{2}$

$y-3=\frac{1}{2}(x-2)$

$y=\frac{1}{2}x+2$

$0=x-2y+4$

4. 방정식 $x^3+2x^2-5x-6=0$의 세 근이 $\alpha,\ \beta,\ \gamma$일 때, $|\alpha|+|\beta|+|\gamma|$의 값은? (단, $\alpha,\ \beta,\ \gamma$는 상수이다.) [4.1점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & 2 & -5 & -6 \\ & & 2 & 8 & 6 \\ \hline & 1 & 4 & 3 & 0 \end{array}$$

3
1

$(x-2)(x+1)(x+3)=0$

$\therefore |\alpha|+|\beta|+|\gamma|=2+1+3$

$=6$

5. 부등식 $|x-1|+\sqrt{(x-3)^2}\le 6$의 해가 $\alpha\le x\le\beta$일 때, $\alpha\beta$의 값은? (단, $\alpha,\ \beta$는 상수이다.) [4.2점]

$|x-3|$

① -8 ② -5 ③ -1 ④ 5 ⑤ 8

i) $x<1$ 일때

$-(x-1)-(x-3)\le 6$

$-2\le 2x$

$-1\le x$

$\therefore$ 해가 없다.

ii) $1\le x<3$ 일때

$(x-1)-(x-3)\le 6$

$0\cdot x\le 3$

모든 실수

$\therefore 1\le x<3$

iii) $3\le x$ 일때

$(x-1)+(x-3)\le 6$

$2x\le 10$

$x\le 5$

$\therefore 3\le x\le 5$

$\therefore -1\le x\le 5$

$\alpha\beta=-1\cdot 5=-5$

6. 두 점 $A(3,-1)$, $B(6,4)$에서 같은 거리에 있고 직선 $y=2x-1$ 위에 있는 점 $P(a,b)$에 대하여 ab의 값은? (단, a,b는 상수이다.) [4.2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

i) $b=2a-1$

$P(a, 2a-1)$

ii) $\overline{AP}^2=\overline{BP}^2$

$2a-5$

$(a-3)^2+(2a-1+1)^2=(a-6)^2+(2a-1-4)^2$

$-6a+9+\cancel{4a^2}=-12a+36+\cancel{4a^2}-20a+25$

$26a=52$

$a=2$, $b=3$

$\therefore ab=2\cdot3=6$

7. 이차함수 $f(x)=kx^2-x+k+1$의 그래프가 직선 $g(x)=1-kx$의 그래프보다 항상 아래쪽에 있도록 하는 실수 k값의 범위는? [4.2점]

① $k<-1$ ② $k<\frac{1}{3}$

③ $k>\frac{1}{3}$ ④ $-1<k<\frac{1}{3}$

⑤ $k<-1$ 또는 $k>\frac{1}{3}$

i) $k\neq0$ (이차함수), $k<0$

ii) $kx^2-x+k+1-(1-kx)>0$, for all $x\in\mathbb{R}$

$kx^2+(k-1)x+k>0$

$D=(k-1)^2-4k^2$

$=-3k^2-2k+1<0$

$3k^2+2k-1>0$

$3 \quad -1$

$1 \quad 1$

$k<-1$ or $k>\frac{1}{3}$

$\therefore k<-1$ ($\because k<0$)

8. 점 $(3,4)$에서 원 $x^2+y^2=1$에 그은 두 접선의 기울기의 합은? [4.3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

i) let l: $y=mx+n$

$4=3m+n$

$\therefore y=mx+4-3m$

ii) d: $(0,0)$, $mx-y+4-3m=0$

$d=\frac{|4-3m|}{\sqrt{m^2+1}}=1=r$

$|4-3m|=\sqrt{m^2+1}$

$9m^2-24m+16=m^2+1$

$8m^2-24m+15=0$

$D=144-8\cdot15>0$ 이므로

두 실근을 갖고

두근 합 $=\frac{24}{8}=3$

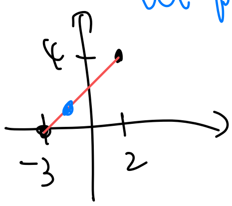
9. 두 실수 a,b에 대하여

$$\sqrt{(a+3)^2+b^2}+\sqrt{(a-2)^2+(b-4)^2}$$

의 최솟값은? [4.3점]

① 5 ② 6 ③ $\sqrt{23}$ ④ $\sqrt{34}$ ⑤ $\sqrt{41}$

let $P(a,b)$



$\therefore$ (준식) $\geq\sqrt{(2+3)^2+(4-0)^2}$

$=\sqrt{41}$

10. 다음 <보기> 중 두 직선 $x+2y-5=0$, $2x-y=0$이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 있는 대로 고른 것은? [4.3점]

<보 기>

ㄱ. $x-2y+3=0$ ㄴ. $x-3y+5=0$

ㄷ. $3x+y-5=0$ ㄹ. $2x+y-3=0$

① ㄱ,ㄷ ② ㄱ,ㄹ ③ ㄴ,ㄷ

④ ㄴ,ㄹ ⑤ ㄷ,ㄹ

$$\frac{|x+2y-5|}{\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{|2x-y|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

i) $x+2y-5=2x-y$

$0=x-3y+5$

ii) $x+2y-5=-(2x-y)$

$3x+y-5=0$.

11. 이차부등식 $(x+1)(x-5) \le a(x-p)-8$이 실수 a 값에 관계없이 항상 해를 갖도록 하는 실수 p의 값의 범위는? [4.4점]

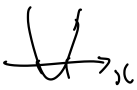
① $-3 \le p \le 5$ ② $-1 \le p \le 3$

③ $1 \le p \le 3$ ④ $1 \le p \le 6$

⑤ $3 \le p \le 5$

i) $x^2-4x+3-ax+ap \le 0$

$x^2-(a+4)x+3+ap \le 0$



ii) $D=(a+4)^2-4(3+ap) \ge 0$ for all $a \in \mathbb{R}$

$a^2+8a+16-12-4ap \ge 0$

$a^2+2(4-2p)a+4 \ge 0$

iii) $D/4=(4-2p)^2-4 \le 0$

$4p^2-16p+12 \le 0$

$p^2-4p+3 \le 0$

$\therefore 1 \le p \le 3$

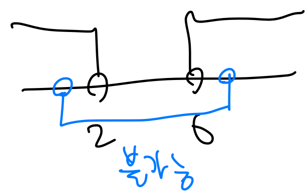
12. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-8x+12>0 \\ x^2-(2a+6)x+a(a+6)<0 \end{cases}$ 의 정수인 해가 4개일 때, 실수 a의 값의 최댓값과 최솟값의 곱은? [4.5점]

① -24 ② -15 ③ -8 ④ 12 ⑤ 24

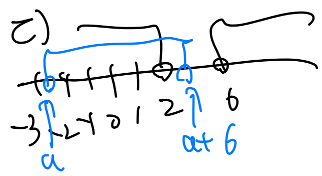
i) $x<2$ or $x>6$

ii) $a<x<a+6$

ㄱ)

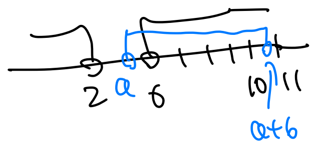


ㄷ)



$-3 \le a < -2$

ㄴ)



$\therefore 10 < a+6 \le 11$

$4 < a \le 5$

$\therefore$ 곱: $-3 \cdot 5 = -15$

13. $f(x)=x^3-3x^2-5x+6$에 대하여 $f(a)=a+1$, $f(b)=b+1$, $f(c)=c+1$일 때, $(2+a)(2+b)(2+c)$의 값은? (단, a,b,c는 상수이다.) [4.5점]

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$a+1=a^3-3a^2-5a+6$

$0=a^3-3a^2-6a+5$

$\therefore 0=x^3-3x^2-6x+5$ 의 세 근이 a,b,c

let $x=-2$

let $f(x)=(-x+a)(-x+b)(-x+c)$

$=-(x-a)(x-b)(x-c)$

$\therefore$ 답 $=-f(-2)=-(-8-12+12+5)$

$=3$

혹은 근과계수의 관계로 풀기.

14. 방정식 $x^3+1=0$의 한 허근을 ω라고 하자. 자연수 n에 대하여 $f(n)=\dfrac{1+\omega^{2n}}{\omega^n}$일 때, $f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)$를 간단히 하면? [4.7점]

① 2ω ② $3\omega^2-1$ ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

i) $(x+1)(x^2-x+1)=0$

$\omega^2-\omega+1=0,\ \omega^3=-1$

$\omega+\bar{\omega}=1,\ \omega\bar{\omega}=1$

$\therefore$ 답: -2.

ii) $f(1)=\dfrac{1+\omega^2}{\omega}=\dfrac{\omega}{\omega}=1$

$f(2)=\dfrac{1+\omega^4}{\omega^2}=\dfrac{1-\omega}{\omega^2}=\dfrac{-\omega^2}{\omega^2}=-1$

$f(3)=\dfrac{1+\omega^6}{\omega^3}=\dfrac{1+1}{-1}=-2$

$f(4)=\dfrac{1+\omega^8}{\omega^4}=\dfrac{1+\omega^2}{-\omega}=\dfrac{\omega}{-\omega}=-1$

$f(5)=\dfrac{1+\omega^{10}}{\omega^5}=\dfrac{1-\omega}{\omega^2}=\dfrac{\omega^2}{\omega^2}=1$

15. 직선 $y=x-k$가 두 원 $(x-1)^2+y^2=1$, $(x+1)^2+(y+1)^2=1$과 만나는 교점의 개수를 각각 a, b라 할 때, $a+b=3$을 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은? [5.1점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

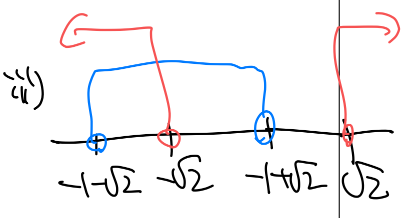
i) $d_1 : (0,1)$ $x-y-k=0$

$d_1=\dfrac{|-1-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=1=r_1$

$k+1=\pm\sqrt{2}$

$k=-1\pm\sqrt{2}$

iii)

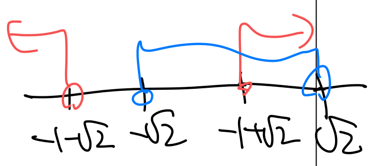


$\therefore k=-\sqrt{2}$

ii) $d_2 : (-1,-1)$ $x-y-k=0$

$d_2=\dfrac{|-1+1-k|}{\sqrt{1^2+1^2}}=1=r_2$

$k=\pm\sqrt{2}$



$\therefore k=\sqrt{2}$.

$\therefore$ 답 $=\sqrt{2}-\sqrt{2}=0$

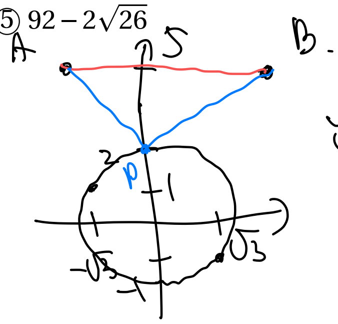
16. 두 점 $(-\sqrt{3},1)$, $(\sqrt{3},-1)$을 지름의 양 끝 점으로 하는 원이 있다. 이 원 위를 움직이는 점 P와 두 점 $A(-3,5)$, $B(5,5)$에 대하여 $\overline{AP}^2+\overline{BP}^2$의 최솟값은? [5.1점]

① $92-8\sqrt{26}$ ② $92+8\sqrt{26}$

③ $92-4\sqrt{26}$ ④ $92+4\sqrt{26}$

⑤ $92-2\sqrt{26}$

i)



ii) $l_{AB} : (5,5)$ $m=\dfrac{5-5}{5+3}=0$

$y-5=0\cdot(x-5)$

$y=5$

중심이 원점 이므로

$r=\sqrt{3+1}=2$

$\therefore x^2+y^2=4$

iii) let $p(a,b)$ then $a^2+b^2=4$ …①

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2=(a+3)^2+(b-5)^2+(a-5)^2+(b-5)^2$

$=2a^2-4a+2b^2-20b+84$

$=-4(a+5b)+92\ (\because ①)$

서답형

단답형 1. 두 점 $(4,3)$, $(4,-5)$를 지나는 직선의 방정식을 구하시오. [3점]

$x = 4$

단답형 2. 점 $(1,-2)$와 직선 $3x-4y-1=0$ 사이의 거리를 구하시오. [3점]

$d : (1,-2) \quad 3x-4y-1=0$

$d = \dfrac{|3+8-1|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \dfrac{10}{5} = 2$

단답형 3. 연립방정식 $\begin{cases} x-y=5 \\ x^2+y^2=17 \end{cases}$ 의 근을 $x=\alpha,\ y=\beta$라 할 때, $|\alpha|+|\beta|$의 값을 구하시오. (단, α, β는 실수이다.) [4점]

$x = y+5$

$(y+5)^2 + y^2 = 17$

$2y^2 + 10y + 8 = 0$

$y^2 + 5y + 4 = 0$

$y = -1$ or -4

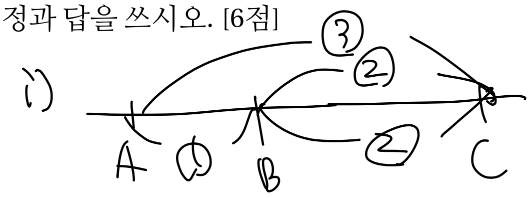
$x = 4$ or 1

$\therefore (\alpha,\beta) = (-1,4)$ or $(-4,1)$

$\therefore |\alpha|+|\beta| = 1+4 = 5$

서술형 1. 두 점 $A(-2,2)$, $B(4,8)$을 잇는 직선 AB 위에 있고 $2\overline{AB} = \overline{BC}$를 만족시키는 점 C의 좌표를 모두 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [6점]

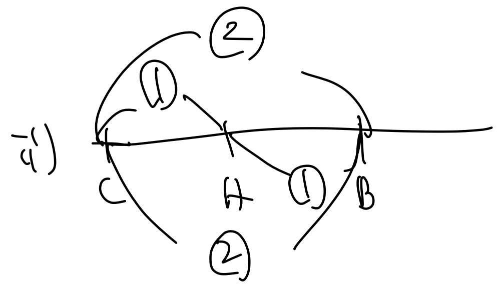
i)



$\overline{AB}$ 3:2 외분

$\left(\dfrac{3\cdot4-2\cdot(-2)}{3-2}, \dfrac{3\cdot8-2\cdot2}{3-2}\right) = (16,20)$

ii)



$\overline{AB}$ 1:2 외분

$\left(\dfrac{1\cdot4-2\cdot(-2)}{1-2}, \dfrac{1\cdot8-2\cdot2}{1-2}\right) = (-12,-4)$

$\therefore (16,20)$ or $(-12,-4)$

서술형 2. 방정식 $x^4-4x^3-3x^2-4x+1=0$ 의 한 허근을 α라 할 때, $\alpha+\overline{\alpha}$의 값을 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, $\overline{\alpha}$는 α의 켤레복소수이다.) [7점]

$$x^2+\frac{1}{x^2}-4\left(x+\frac{1}{x}\right)-3=0$$

let $x+\frac{1}{x}=t$

$$t^2-2-4t-3=0$$

$$t^2-4t-5=0$$

$\therefore t=5$ or -1

i) $x+\frac{1}{x}=5$ 일때

$x^2-5x+1=0$

$D>0$ 이므로 두 실근

ii) $x+\frac{1}{x}=-1$ 일때

$x^2+x+1=0$

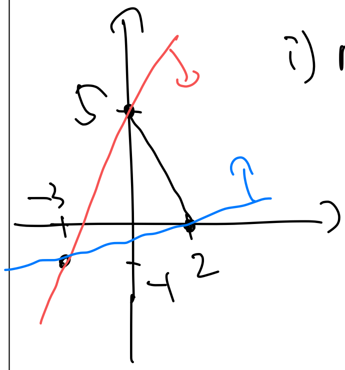
$D<0$ 이므로 두 허근

근과 계수의 관계에 의해

$\therefore \alpha+\overline{\alpha}=-1$

오타.

서술형 3. 두 점 $A(2,0)$, $B(0,5)$를 잇는 선분 AB와 직선 ~~$(m+1)$~~ $(m+1)x$ $-2y+3m+1=0$이 만나기 위한 상수 m의 값의 범위를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. [7점]



i) $m(x+3)+x-2y+1=0$

$(-3,-1)$

ii) $(0,5)$ 대입.

$-2\cdot5+3m+1=0$

$m=3$

iii) $(2,0)$ 대입

$2m+2+3m+1=0$

$m=-\frac{3}{5}$

$$\boxed{\therefore -\frac{3}{5}\le m\le 3}$$