♦ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 6문항(30점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 세 다항식

$A = 2x^2 - 4x - 2,\ B = 3x + 3,\ C = -3x^2 + 5$

에 대하여 $A + (B - 2C)$를 간단히 한 것은? [3점]

① $8x^2 - 5$ ② $8x^2 - x - 5$ ③ $8x^2 - x - 9$

④ $8x^2 + 7 - 9$ ⑤ $8x^2 + 7 - 5$

$2x^2 - 4x - 2 + 3x + 3 + 6x^2 - 10$

$= 8x^2 - x - 9$

2. $\dfrac{2-i}{1+2i}$를 $a + bi$의 꼴로 옳게 나타낸 것은? (단, a, b,는 실수이다.) [4점]

① $-i$ ② $-i+1$ ③ $i-2$ ④ $2i-1$ ⑤ $2i+2$

$\dfrac{2-i}{1+2i}\dfrac{1-2i}{(1-2i)} = \dfrac{-5i}{1+4} = -i$

3. $\sqrt{-2}\sqrt{-2} + \sqrt{6}\sqrt{-6} + \dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{-4}} = a + bi$일 때, 실수 a, b에 대하여 $a + b$의 값은?[4.5점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$\sqrt{2}i\sqrt{2}i + \sqrt{6}\sqrt{6}i + \dfrac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}i}$

$= -2 + 6i - 2i$

$= -2 + 4i$ $\therefore a+b = 4-2 = 2$

4. 다음은 다항식을 나누는 과정이다. 상수 $\dfrac{b}{a}$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

2

$$\begin{array}{r} ax^2 + 3x + 7 \\ 2x-3\,\overline{)\,4x^3 \qquad\quad + 5x + 1} \\ \underline{4x^3 - 6x^2 \qquad\qquad\quad} \\ 6x^2 + 5x + 1 \\ \underline{6x^2 - 9x \qquad} \\ 14x + 1 \\ \underline{14x - 21} \\ b \end{array}$$

22

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

5. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + k$의 그래프와 x축이 한 점에서 만날 때 실수 k의 값은? [4.5점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$-x^2 + 2x + k = 0$

$D/4 = 1 + k = 0$

$\therefore k = -1$

6. x의 값에 관계없이 등식

$$3x^2 + x + a = b(x-1)(x+1) + c(x+1)$$

가 항상 성립할 때, 상수 a, b, c에 대하여 $a + b + c$의 값은? [4.7점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

i) $x=-1$ 대입 ii) $x=1$ 대입 iii) $x=0$ 대입.

$3-1+a=0$ $3+1-2=2c$ $-2=-b+1$

$a=-2$ $c=1$ $b=3$

$\therefore a+b+c = -2+3+1 = 2$

7. 세 다항식 $2x^3+3x^2+5$, x^2-2x+3, $-x^2+x+3$을 그림과 같이 한 칸에 하나씩 써 넣었다. 가로, 세로, 대각선으로 배열된 각각의 세 다항식의 합이 $3x^2-6x+9$와 같도록 나머지 칸에 넣으려 할 때, (가) 에 알맞은 다항식은 $f(x)$이다. 이때, $f(1)$의 값은? [4.7점]

		(가)
$2x^3+3x^2+5$	x^2-2x+3	$-2x^3-x^2-4x+1$
		$-x^2+x+3$

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$\therefore f(x)=2x^3+5x^2-3x+5$

$f(1)=2+5-3+5=9$

8. 다음 중 $x^4+3x^3-3x^2-11x-6$의 인수인 것은? [4.8점]

① x ② $x-1$ ③ $x+2$ ④ $x+3$ ⑤ $x-3$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -3 & 1 & 3 & -3 & -11 & -6 \\ & & -3 & 0 & 9 & 6 \\ \hline & 1 & 0 & -3 & -2 & \boxed{0} \end{array}$$

잘못된 표현

9. 이차함수 $y=2x^2+3x-m$의 그래프는 직선 $y=5x-3$과 만나지 않고, 직선 $y=-x-1$과는 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 m의 값의 범위가 $a<x<b$일 때, 상수 a,b에 대하여 $a+b$의 값은? [4.8점]

① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

i) $2x^2+3x-m=5x-3$

$2x^2-2x-m+3=0$

$D/4=1-2\cdot(-m+3)<0$

$2m<5$

$\therefore m<\frac{5}{2}$

ii) $2x^2+3x-m=-x-1$

$2x^2+4x-m+1=0$

$D/4=4-2(-m+1)>0$

$2m>-2$

$\therefore m>-1$

iii) $-1<m<\frac{5}{2}$

$\therefore a+b$

$=-1+\frac{5}{2}=\frac{3}{2}$

오타

10. 이차방정식 $x^2+2x-4=0$의 서로 다른 두근을 α,β라고 할 때, $\frac{1}{\alpha^2+3\alpha}+\frac{1}{\beta^2+3\beta}$의 값은 $\frac{p}{q}$이다. $p+q$의 값은? (단, p,q는 서로소인 자연수이다.) [5점]

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

i) $\alpha^2+2\alpha-4=0$

$\alpha^2+3\alpha=\alpha+4$

ii) $\alpha+\beta=-2$

$\alpha\beta=-4$

$(준식)=\frac{1}{\alpha+4}+\frac{1}{\beta+4}$

$=\frac{\alpha+\beta+8}{(\alpha+4)(\beta+4)}$

$=\frac{-2+8}{\alpha\beta+4(\alpha+\beta)+16}$

$=\frac{6}{-4-8+16}=\frac{3}{2}$

$\therefore p+q$

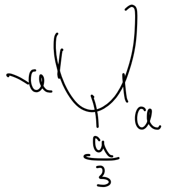
$=2+3=5$

11. $-a \le x \le a$에서 이차함수 $y = 3x^2 - 2ax - 5$의 최댓값이 10일 때, 양수 a의 값은? [4.9점]

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{6}$ ③ 3 ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{15}$

$y = 3\left(x^2 - \frac{2a}{3}x + \frac{a^2}{9}\right) - \frac{a^2}{3} - 5$

$= 3\left(x - \frac{a}{3}\right)^2 - \frac{a^2}{3} - 5$



$y_{최대} = f(a) = 3a^2 - 2a^2 - 5$

$= a^2 - 5 = 10$

$\therefore a = \sqrt{15}$

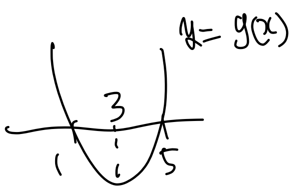
12. 이차함수 $y = f(x)$의 그래프가 x축과 만나고, $f(1) = f(5)$를 만족할 때, $f(x) = 0$의 두 실근의 곱의 최댓값은? [5점]

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

let $g(x) = a(x-1)(x-5)$

$f(x) = a(x-1)(x-5) + k$

$= ax^2 - 6ax + 5a + k$



$\therefore 5a + k_{최대}$

$= 3^2 = 9$

∨ 출비꼴.

13. 상수 a, b, c에 대하여 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$는 $x = 2$에 대하여 대칭이고 $f(-1) < f(1)$을 만족하고, 함수 $g(x) = cx^2 + bx + a$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? [5.2점]

<보 기>

ㄱ. $f(3) > f(4)$

ㄴ. $f(x) = 0$의 두 근이 α, β이면 $g(x) = 0$의 두 근은 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$이다.

ㄷ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) < k$인 k가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

i) $-\frac{b}{2a} = 2$

ii) $f(-1) < f(1)$

$a - b + c < a + b + c$

$-b < b$ $\therefore b > 0$.

i) 에 의해 $a < 0$

ㄱ)

$f(3) > f(4)$

ㄴ) $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ $\alpha\beta = \frac{c}{a}$

$f(x) = a\left(x^2 - (\alpha+\beta)x + \alpha\beta\right) = 0$

$g(x) = a\left(\alpha\beta x^2 - (\alpha+\beta)x + 1\right) = 0$

α -1

β -1

$\therefore x = \frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$

ㄷ) $f(x)$가 최대값이 존재하므로 성립.

14. 다항식 $P(x)$를 $5x+2$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? [5.4점]

<보 기>

ㄱ. $xP(x)$를 $x+\frac{2}{5}$로 나누었을 때의 몫은 $5xQ(x)+R$이다.

ㄴ. $x^2P(x)$를 $x+\frac{2}{5}$로 나누었을 때의 몫은 $5x^2Q(x)+Rx-\frac{2}{5}R$이다.

ㄷ. $P(x+1)$을 $x+\frac{7}{5}$로 나누었을 때의 몫은 $5Q(x)$이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$P(x)=(5x+2)Q(x)+R$

ㄱ) $xP(x)=x(5x+2)Q(x)+xR$

$=\left(x+\frac{2}{5}\right)5xQ(x)+\left(\left(x+\frac{2}{5}\right)-\frac{2}{5}\right)R$

$=\left(x+\frac{2}{5}\right)\underbrace{\left(5xQ(x)+R\right)}_{\text{몫}}-\frac{2}{5}R$

ㄴ) $x^2P(x)=x^2(5x+2)Q(x)+x^2R$

$=\left(x+\frac{2}{5}\right)5x^2Q(x)$

$+\left(\left(x+\frac{2}{5}\right)\left(x-\frac{2}{5}\right)+\frac{4}{25}\right)R$

$=\left(x+\frac{2}{5}\right)\underbrace{\left(5x^2Q(x)+\left(x-\frac{2}{5}\right)R\right)}_{\text{몫}}$

$+\frac{4}{25}R$

ㄷ) $P(x+1)=(5x+7)Q(x+1)+R$

$=\left(x+\frac{7}{5}\right)\underbrace{5Q(x+1)}_{\text{몫}}+R.$

15. 복소수 $z=\frac{\sqrt{2}}{1+i}$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 모두 고른 것은? (단, $i=\sqrt{-1}$, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [5.5점]

<보 기>

ㄱ. $z+\bar{z}=-1$

ㄴ. $z\bar{z}=1$

ㄷ. $\frac{\bar{z}}{z^3}+\frac{(\bar{z})^2}{z^2}+\frac{(\bar{z})^3}{z}=-3$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

$z=\frac{\sqrt{2}(1-i)}{1+1}=\frac{1-i}{\sqrt{2}}$

$z^2=\frac{1-2i-1}{2}=-i$

ㄱ) $z+\bar{z}=\frac{1-i}{\sqrt{2}}+\frac{1+i}{\sqrt{2}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

ㄴ) $z\cdot\bar{z}=\frac{1-i}{\sqrt{2}}\cdot\frac{1+i}{\sqrt{2}}=\frac{1+1}{2}=1$

ㄷ) $\frac{\bar{z}}{z^3}\cdot\frac{z}{z}=\frac{1}{(z^2)^2}=-1$

$\frac{(\bar{z})^2}{z^2}\cdot\frac{z^2}{z^2}=\frac{1}{(z^2)^2}=-1$

$\frac{(\bar{z})^3}{z}\cdot\frac{z^3}{z^3}=\frac{1}{(z^2)^2}=-1$

$\therefore$ (준식) $=-3$

서답형

단답형 1. 다항식 $P(x)=x^3-2x^2+ax+4$가 $x-2$로 나누어떨어질 때, 상수 a의 값을 구하시오. [3점]

$P(2)=8-8+2a+4=0$

$a=-2$

단답형 2. 이차함수 $y=x^2+ax+b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-2,0)$, $(3,0)$에서 만날 때, 상수 a,b에 대하여 ab의 값을 구하시오. [3점]

i) $-a=-2+3$ ii) $b=-2\cdot 3$

$a=-1$ $=-6$

$\therefore ab=-1\cdot(-6)=6$

단답형 3. 등식 $z(3+i)+\bar{z}(1-i)=4i$를 만족하는 복소수 z를 구하시오. (단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [4점]

let $z=a+bi$

$(a+bi)(3+i)+(a-bi)(1-i)=4i$

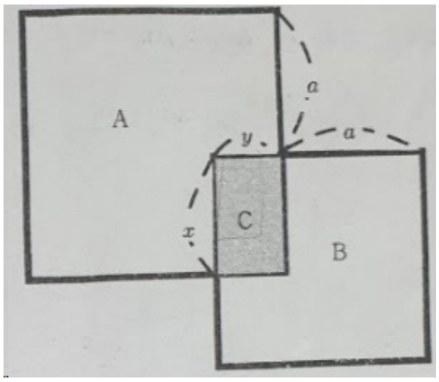
$3a-b+i(a+3b)+a-b+i(-a-b)=4i$

$\begin{cases} 4a-2b=0 \\ 2b=4 \end{cases}$

$b=2,\ a=1$

$\therefore z=1+2i$

서술형 1. 아래 그림과 같이 한 변의 길이가 각각 $x+a$, $y+a$인 정사각형 모양의 패치워크 A,B가 있다. 색칠된 부분 C는 가로, 세로의 길이가 각각 x,y인 직사각형 모양으로 두 패치워크가 겹치는 부분이다. C를 제외한 두 패치워크 A,B의 넓이의 차를 x,y에 대한 두 일차식의 곱으로 인수분해하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, $x>y$이다.) [6점]



$S_A=(a+x)^2$ $S_B=(a+y)^2$

$A-B=\left((a+x)^2-xy\right)-\left((a+y)^2-xy\right)$

$=a(x-y)+x^2-y^2$

$=(x-y)(a+x+y)$

서술형 2. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $3+i$일 때, $2a$, $a+b$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, a, b는 실수이다.) [7점]

i) 다른 한근 $3-i$

$-a=3+i+3-i$

$a=-6$

$b=(3+i)(3-i)$

$=9+1=10$

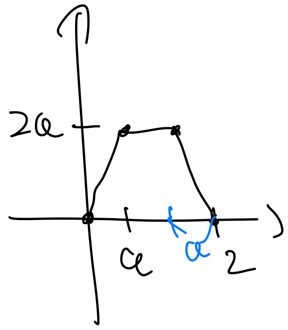
$\therefore 2a=-12,\ a+b=4$

ii) $(x+12)(x-4)=0$

$\boxed{\therefore x^2+8x-48=0}$

* "=0" 반드시 써야함

서술형 3. $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(a,2a)$를 세 꼭짓점으로 하고 선분 OA를 밑변으로 하는 등변사다리꼴의 넓이의 최댓값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, $0<a\le\frac{3}{4}$인 실수이다.) [7점]



$S=\frac{1}{2}\cdot(2+2-2a)\cdot 2a$

$=(4-2a)a$

$=-2(a-2)\cdot a$

이차함수의 대칭성에 의해

$a=1$ 일때 $S_{최대}$ 이므로

$S_{최대}=-2(1-2)\cdot 1$

$=2$