

- ◆ 전체 : 선택형 11문항(50점), 서답형 9문항(50점)
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 첫째항이 3, 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 에서 a_{20} 의 값을 구하면? [4점]

- ① 41 ② 43 ③ 45 ④ 47 ⑤ 49

2. 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $6, -3, \frac{3}{2}, -\frac{3}{4}, \dots$ 라고 하자. 이 등비수열 $\{a_n\}$ 의 일반항을 구하면 $a_n = A \times B^{n-1}$ 이다. 이때 $A \times B$ 의 값을 구하면? [3.9점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

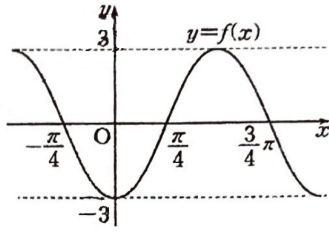
3. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 이 $S_n = n^2 - n + 2$ 일 때, 제 1항과 제 10항의 합을 구하면? [4.3점]

- ① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

4. $\sum_{k=1}^{20} a_k = 4, \sum_{k=1}^{20} -k = 1^{20} b_k = 9$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} (7a_k - 2b_k + 2)$ 의 값을 구하면? [4.1점]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

5. 아래 그림은 함수 $f(x) = a \cos b \left(x - \frac{\pi}{2} \right)$ 의 그래프이다. $a + b$ 의 값을 구하면? (단, $a > 0, b > 0$) [4.3점]



- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 3$ 이고

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (n \text{이 홀수}) \\ 2a_n & (n \text{이 짝수}) \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

일 때, a_5 의 값은? [4.1점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

7. $0 \leq x < \pi$ 에서 함수 $y = 2 \sin^2 x - 3 \sin x + 2$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하면? [5.4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{7}{4}$ ③ 2 ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

8. 삼각형 ABC 가 다음 조건을 만족시킬 때, 삼각형 ABC 의 내접원의 반지름의 길이는 $a + b\sqrt{3}$ (a, b 는 유리수)이다. 이때, $a + b$ 의 값을 구하면? [5.3점]

<조건>

(가) 외접원의 반지름의 길이는 $2\sqrt{3}$ 이다.

(나) $A = 120^\circ, B = 30^\circ$

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

9. 월이율이 0.1%이고 1개월마다 복리로 매월 초에 10만원씩 적립한다. 36개월 후에 받는 금액을 구하면? (단, $(1.001)^{36} = 1.04$ 로 계산한다.) [4.3점]

- ① 4002000원 ② 4004000원 ③ 4006000원
④ 4044000원 ⑤ 4046000원

10. $\sum_{k=1}^{n-1} (k+1)(k-1)$ 의 값을 구하면? [4.3점]

- ① $\frac{n(n-1)(2n+3)}{6}$
② $\frac{n(n-1)(2n-3)}{6}$
③ $\frac{(n-1)(n-2)(2n+3)}{6}$
④ $\frac{(n-1)(n+2)(2n-3)}{6}$
⑤ $\frac{(n+1)(n-2)(2n+3)}{6}$

11. $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 어떤 모임에 참석한 사람이 n 명이고, 모두가 서로 한 번씩 악수한다고 한다. 이 모임의 참석자들이 악수한 총횟수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{12} \frac{1}{a_n}$ 의 값을 구하면? [6점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ 2
④ $\frac{11}{6}$ ⑤ $\frac{12}{7}$

서답형

단답형 1. 100 이하의 자연수 중에서 3으로 나눈 나머지가 1인 수의 합을 구하시오. [4.1점]

단답형 2. 다음 값을 구하시오. [4.1점]

$$\cos \frac{\pi}{7} + \cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{3\pi}{7} + \cdots + \cos \frac{13\pi}{7} + \cos \frac{14\pi}{7}$$

단답형 3. 첫째항이 30, 공차가 d 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항 까지의 합을 S_n 이라 하자. S_n 의 값이 최대가 되게 하는 자연수 n 의 값이 8일 때, 정수 d 의 값을 구하시오. [4.3점]

단답형 4. 어떤 야구 선수가 배트로 야구공을 쳤을 때, 야구공이 처음 속력을 v m/s, 야구공이 배트에 맞는 순간 지면과 이루는 각의 크기를 θ , 야구공이 날아간 거리를 $f(\theta)$ 라 하면

$$f(\theta) = \frac{v^2}{10} \sin 2\theta$$

가 성립한다고 한다. 야구공의 처음 속력이 40 m/s 일 때, 야구공이 날아간 거리가 80 m 이상이 되게 하는 각 θ 값의 범위를 구하시오. [5.7점] (단, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ 이고, 공기의 저항은 고려하지 않는다.)

단답형 5. 첫째항이 1이고 공비가 3인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=2}^{27} \log_3(\log_{a_k} a_{k+1})$ 의 값을 구하시오. [5.9점]

단답형 6. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여 등식

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1} \cdots (*) \text{ 이 성}$$

립함을 수학적 귀납법으로 증명하는 과정이다.

<보 기>

(i) $n = 1$ 일 때

$$(\text{좌변}) = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}, \quad (\text{우변}) = \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{2}$$

따라서 $n = 1$ 일 때, 등식 (*) 이 성립한다. (ii) $n = k$ 일 때, 등식 (*)이 성립한다고 가정하면

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1}$$

이다. 위 등식의 좌변에 $\frac{1}{\text{㉠}}$ 을 더하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{\text{㉠}} \\ &= \frac{n}{n+1} + \frac{1}{\text{㉡}} = \frac{\text{㉢}}{(k+1)(k+2)} = \text{㉣} \end{aligned}$$

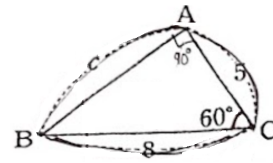
이고, 이는 등식 (*) 을 대입한 것과 같다. 따라서 $n = k+1$ 일 때도 등식 (*)은 성립한다.

(i), (ii) 에 의해 모든 자연수 n 에 대하여 등식 (*)은 성립한다.

㉠에 들어갈 식을 $f(k)$, ㉡에 들어갈 식을 $g(k)$, ㉣에 들어갈 식을 $h(k)$ 라 하자. $f(3) + g(2) \times h(1)$ 의 값을 구하시오. [5.9점]

서술형 1. 아래 삼각형 ABC 에 대하여 물음에 답하시오.

[7점]



(1) c 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [4점]

(2) 삼각형 ABC 의 넓이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3점]

서술형 2. 등차수열 $\{a_n\}$ 의 공차가 0이 아닐 때, 세 수 a_2, a_5, a_9 가 이 순서대로 등비수열을 이룬다. $\frac{a_6}{a_3}$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6점]

서술형 3. 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\sum_{k=1}^8 (k - \alpha)(k - \beta)$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [7점]