♦ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 5문항(30점)
♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

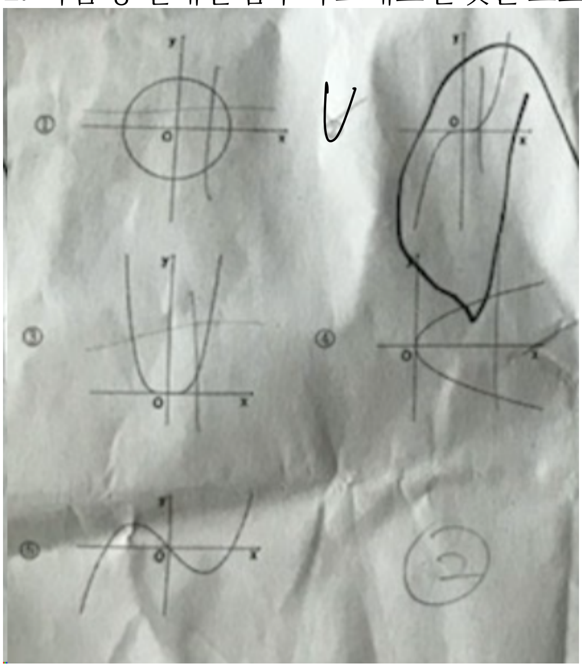
선택형

1. 1부터 10까지의 숫자가 각각 하나씩 적힌 10개의 공이 들어 있는 상자에서 한 개의 공을 꺼낼 때, 4의 배수 또는 5의 배수가 적힌 공이 나오는 경우의 수를 구하면? [3.2점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4, 5, 8, 10

2. 다음 중 일대일 함수의 그래프인 것을 고르면? [3.2점]



3. 다음 중 다항식이 아닌 유리식을 모두 고른 것은? [3.2점]

<보 기>

ㄱ. $\dfrac{2x-1}{x}$ ㄴ. $2x^3+3x+\dfrac{1}{3}$

ㄷ. $\dfrac{x^2}{10}$ ㄹ. $\dfrac{10}{x^2}$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

4. 720과 1080의 양의 공약수의 개수를 구하면? [3.6점]

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 32

$1080 = 2^3 \cdot 3^3 \cdot 5$

$720 = 2^4 \cdot 3^2 \cdot 5$ $\therefore gcd(720, 1080) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5$

$\therefore$ 답: $4 \cdot 3 \cdot 2 = 24$

5. <보기>에서 두 실수 a, b에 대하여 옳은 것만을 모두 고른 것은? [4.1점]

<보 기>

ㄱ. $(a+b)^2 \geq 4ab$ O

ㄴ. $|a+b| < |a|+|b|$ X

ㄷ. $|a|-|b| \leq |a-b|$ O

ㄹ. $a, b > 0$ 일 때, $\sqrt{ab} \geq \dfrac{2ab}{a+b}$ O * 조화평균

① ㄱ, ㄷ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

ㄱ. $(a+b)^2 - 4ab = (a-b)^2 \geq 0$

ㄴ. (반례) $a=b=1$ 일때 모순.

ㄷ. $|a-b|^2 - (|a|-|b|)^2 = \cancel{a^2} - 2ab + \cancel{b^2}$
$- \cancel{a^2} + 2|ab| - \cancel{b^2} \geq 0$

6. <보기>에서 집합 $X=\{-1,0,1\}$에 대하여 X에서 X로의 함수가 되는 것만을 모두 고른 것은? [4.1점]

<보 기>

ㄱ. $f(x)=-\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$ X $f(0)=\frac{1}{2}\notin X$

ㄴ. $g(x)=\begin{cases}\frac{|x|}{x} & (x\neq 0)\\ 0 & (x=0)\end{cases}$ O

ㄷ. $h(x)=-\frac{3}{2}x^2+\frac{1}{2}x+1$ O

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ,ㄴ ⑤ ㄴ,ㄷ

ㄷ. $h(1)=-\frac{3}{2}+\frac{1}{2}+1=0$
$h(-1)=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}+1=-1$
$h(0)=1$

7. $\{1,2\}\subset X, Y$ 인 두 집합 X, Y에 대해 함수 $f: X\to Y$는 $f(1)=1$이다. 이때, 항상 옳은 것을 고르면? [4.4점]

① f가 항등함수이면 $f(2)=1$ X
② f가 상수함수이면 $f(2)=2$ X
③ f가 일대일 함수이면 $f(2)\neq 1$ O
④ f가 일대일 대응이면 $f(2)\neq 2$ X
⑤ f가 상수함수이면 일대일 대응이다. X

8. 함수 $y=\frac{2x}{x-1}$의 점근선을 $x=a,\ y=b$라 할 때, $a+b$의 값을 구하면? [4.3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$y=\frac{2(x-1)+2}{x-1}$
$=\frac{2}{x-1}+2$
$\therefore a=1 \quad b=2$
$\therefore a+b=1+2=3$

9. 함수 $y=5x-2$의 역함수를 구하면? [4.4점]

① $y=\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$ ② $y=\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$
③ $y=-\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$ ④ $y=-\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}$
⑤ $y=-\frac{1}{5}x-\frac{2}{5}$

$y=5x-2$ 2역
$x=5y-2$
$y=\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$

10. $-2\le x\le 4$에서 함수 $y=\sqrt{12-2x}+k$의 최솟값이 5일 때, 최댓값을 구하면? [5.2점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$y=\sqrt{-2(x-6)}+k$
감소함수이므로
최솟값$=f(4)$
$=\sqrt{4}+k=5$
$k=3$

$\therefore$ 최댓값$=\sqrt{16}+k$
$=4+3$
$=7$

11. $\frac{1}{\sqrt{2}+1}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}+\cdots+\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}\le 4$을 만족시키는 자연수 n의 최댓값을 구하면? [5.2점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$\frac{1}{\sqrt{n+1}+\sqrt{n}}=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{n+1-n}$

(준식) $=(\cancel{\sqrt{2}}-1)+(\cancel{\sqrt{3}}-\cancel{\sqrt{2}})$
$+\cdots+(\sqrt{n+1}-\cancel{\sqrt{n}})$
$=\sqrt{n+1}-1\le 4$
$\sqrt{n+1}\le 5$
$n\le 24$

12. $y=f(x)$의 역함수를 $y=g(x)$라 할 때, $y=f(3x-5)$의 역함수를 $g(x)$에 대한 식으로 나타내면 $y=ag(x)+b$이다. 이때, $a-b$의 값을 구하면? [5.5점]

① 0 ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{2}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{4}{3}$

i) let $d=f(c)$
$c=g(d)$

ii) let $c=3x-5$

h_2 ⓨ $\begin{cases} d=f(c)=f(3x-5) \\ 3x-5=g(d) \end{cases}$

h_1 ⓨ $\begin{cases} 3d-5=g(a) \end{cases}$

$d=\frac{1}{3}g(a)+\frac{5}{3}$

* 이 문제는
h_1: X→Y 의 역함수인지,
h_2: 3X−5→Y 의 역함수인지
불분명함. 출제 의도는 후자는
이용하여 문제는 구성하고
전자는 이용하여 x, y 교환,
출제오류

13. 무리함수 $y=\sqrt{3x}$의 그래프 위의 두 점 $P(a,b)$, $Q(c,d)$에 대하여 $b+d=4$일 때, 직선 PQ의 기울기를 구하면? [6.5점]

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

$b=\sqrt{3a}$

$d=\sqrt{3c}$

$b+d=\sqrt{3a}+\sqrt{3c}=4$

$d=4-b$

$\sqrt{3c}=4-b$.

$c=(4-b)^2\times\frac{1}{3}$

$m_{\overline{PQ}}=\frac{d-b}{c-a}=\frac{4-2b}{(4-b)^2\times\frac{1}{3}-a}=\frac{6(2-b)}{b^2-8b+16-b^2}=\frac{-6(b-2)}{-8(b-2)}=\frac{3}{4}$

$b^2=3a$

14. $x,y\ge 0$, $3x+2y=38$일 때, $\sqrt{27x}+\sqrt{y}$의 최댓값을 구하면? [6.5점]

① 19 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 33

$(a^2+b^2)(x^2+y^2)\ge(ax+by)^2$

$(3^2+\frac{1}{2})(3x+2y)\ge(\sqrt{27x}+\sqrt{y})^2$

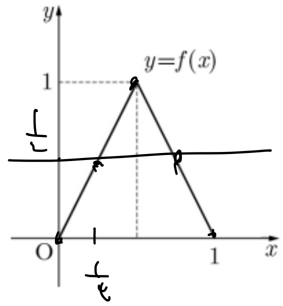
$\sqrt{27x}=3\cdot\sqrt{3x}$, $\sqrt{y}=\frac{\sqrt{2y}}{\sqrt{2}}$

$\frac{38}{2}=19.$

$\therefore (\sqrt{27x}+\sqrt{y})_{최대}=\sqrt{(9+\frac{1}{2})\cdot 38}=19$

15. $0\le x\le 1$에서 정의된 함수 $y=f(x)$의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $0\le x\le\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}\le x\le\frac{1}{2}$에서 함수 $y=(f\circ f)(x)$의 식을 모두 옳게 구한 것을 고르면? [6.6점]

2−
$m=-4$
$m=4$
$\frac{1}{4}$ 1



$\frac{1}{4}$

$\frac{1}{8}$

f f
$0\to0\to0$
$\frac{1}{8}\to\frac{1}{2}\to1$
$\frac{1}{4}\to1\to0$
$\frac{3}{8}\to\frac{1}{2}\to1$
$1\to0\to0$

	$0\le x\le\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}\le x\le\frac{1}{2}$
①	$4x-2$	$-4x+2$
②	$4x-2$	$-4x+4$
③	$4x$	$-4x-2$
④	$4x$	$-4x+2$
⑤	$4x$	$-4x+4$

좀 더 고급 표현

$\{x\in\mathbb{R}-\{2,-2\}\mid x\ge-4\}$.

서답형

단답형 1. 함수 $y=\frac{2}{x^2-4}+\sqrt{x+4}$의 정의역을 조건제시법을 이용하여 구하시오. [3점]

i) $x^2-4\ne0$
$x\ne2$ and $x\ne-2$

ii) $x+4\ge0$
$x\ge-4$

$x\ge-4$ and $x\ne2$ and $x\ne-2$ 도 가능함.

$\therefore$ 정의역 $=\{x\mid -4\le x<-2$ or $-2<x<2$ or $2<x\}$.

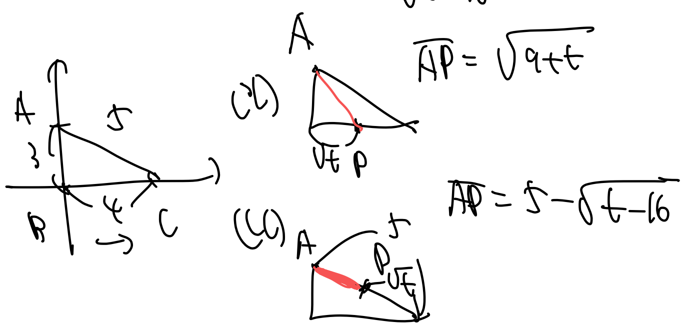
단답형 2. 점 P가 <보기>의 규칙에 따라 이동할 때, 함수 $f(t)$를 '출발한 지 t초 후 선분 AP의 길이'로 정의한다.(단, $0<t<81$) 이때, $f(t)$를 (가), (나)의 구간에 따라 t에 대한 식으로 표현하시오.[7점]

<보 기>

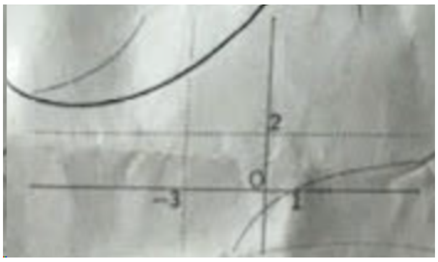
- 삼각형 ABC의 변의 길이는 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=5$이다.
- 점 P는 삼각형 ABC의 각 변 위를 움직이는데, 점 B를 출발하여 점 C를 거친 후 A에 도착한다.
- 점 P가 직선거리를 이동한다고 가정했을 때, 출발한 후 t초 동안 이동한 거리는 $\sqrt{t}$이다.

(가) $0 \le t \le 16$ 일 때, $f(t)=$ $\sqrt{9+t}$ [3점]

(나) $16 \le t \le 81$ 일 때, $f(t)=$ $5-\sqrt{t-16}$ [4점]



서술형 1. 함수 $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(ad-bc\neq 0,\ c\neq 0)$의 그래프가 그림과 같을 때, 상수 a,b,c에대하여 $a+b+c+d$의 값을 구하시오.[5점]



$y=\dfrac{k}{x+3}+2$ $(1,0)$ 대입

$0=\dfrac{k}{4}+2$

$k=-8$

$\therefore\ y=\dfrac{-8}{x+3}+2=\dfrac{2(x+3)-8}{x+3}=\dfrac{2x-2}{x+3}$

$\therefore\ a+b+c+d$
$=2-2+1+3=4$

서술형 2. $a,b>0,\ 2ab+2a+2b=23$ 일 때, $2a+b$의 최솟값을 구하시오. [6점]

i) $25=2ab+2a+2b+2$

$\dfrac{25}{2}=ab+a+b+1$

$=a(b+1)+b+1$

$=(a+1)(b+1)$

ii) $2a+b$

$=2a+2+b+1-3$

$=2(a+1)+b+1-3$

$\ge 2\sqrt{2(a+1)(b+1)}-3$ (∵ 산술-기하)

$=2\cdot 5-3$

$=7$

※ 축과 설명참조

서술형 3. 집합 $X=\{0,1,2,3,\cdots,9\}$를 정의역과 공역으로 하는 함수 $f:X\to X$가 일대일대응이 되도록 $x\in X$들의 함숫값 $f(x)$를 정한다고 할 때, <보기>를 참조하여 다음 물음에 답하시오. [9점] (단, 자연수 n과 함수 f에 대하여 $f^1=f,\ f^2=f\circ f,\cdots f^{n+1}=f^n\circ f$ 라고 약속한다.)

<보 기>

함수 $f:X\to X$와 그 정의역의 모든 원소 $x\in X$에 대하여, $f^n(x)=x$를 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 n_f라고 정의한다. (즉, n_f는 f에 의해 정해지는 자연수 값)

(가) $f(x)$ =($x+1$을 10으로 나누었을 때의 나머지)라고 정의했을 때, $f(0)=1,\ f(1)=2,\cdots f(9)=0$이다. 이때, n_f를 구하시오. [2점] 10

(나) n_f가 최대가 되도록 정의역의 원소 $x\in X$에 대한 함숫값 $f(x)$들을 정한다고 할 때, n_f를 구하시오. [7점] 10