

- ◆ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 5문항(30점)
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 다음 <보기>에서 집합인 것은 모두 몇 개인지 고르면? [3.5점]

<보 기>

- 우리 반에서 몸무게가 60 kg 이상인 학생의 모임
- 7의 양의 약수들의 모임
- 수직선에서 5에 가까운 자연수의 모임
- 우리 반에서 수학을 잘하는 학생의 모임
- 이차방정식 $x^2 - x + 2 = 0$ 의 실근의 모임

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

2. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 50$, $n(A) = 25$, $n(B) = 19$, $n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(A^c \cap B^c)$ 를 구하면? [3.5점]

- ① 5 ② 8 ③ 11 ④ 14 ⑤ 17

3. 원 $x^2 + y^2 - 6x + 4y + 12 = 0$ 을 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 원 $(x-1)^2 + y^2 = 1$ 이 되었다. 이때 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? [3.5점]

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -2

4. 직선 $y = 3x + a$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동 하였더니 직선 $y = bx + 3$ 과 일치하였다. 이때 상수 a, b 에 대하여 곱 ab 의 값을 구하면? [3.6점]

- ① 9 ② 3 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -3

5. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선이 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + a = 0$ 과 접할 때, 실수 a 의 값을 구하면? [4.6점]

- ① 10 ② $\frac{57}{5}$ ③ $\frac{61}{5}$ ④ $\frac{69}{5}$ ⑤ 15

6. 전체집합 U 의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 $(A-B) \cup (B \cap C) = \emptyset$ 일 때, 다음 중에서 항상 옳은 것을 고르면? [4.7점]

- ① $B^c \subset A^c$ ② $A^c \subset B^c$ ③ $B \cup C = \emptyset$
 ④ $C^c \subset B^c$ ⑤ $B^c \subset C^c$

7. 점 $A(5,2)$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 점을 B , 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 C 라 할 때, 세 점 A, B, C 를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면? [4.7점]

- ① 24 ② 21 ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{37}{2}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

8. 다음은 명제 '자연수 n 에 대하여 n^2 이 3의 배수이면 n 도 3의 배수이다.'가 참인지 거짓인지를 증명하는 과정이다.

<증명>

n 이 3의 배수가 아니라고 가정하면
 $n = 3k + 1$ 또는 $n = 3k + 2$ (k 는 0 또는 자연수)
 로 나타낼 수 있다.

(i) $n = 3k + 1$ 일 때,

$$n^2 = (3k + 1)^2 = 3(\text{가}) + 1$$

이므로 n^2 은 3의 배수가 아니다.

(ii) $n = 3k + 2$ 일 때,

$$n^2 = (3k + 2)^2 = 3(\text{나}) + 1$$

이므로 n^2 은 3의 배수가 아니다.

(i), (ii)에서 n^2 이 3의 배수라는 가정에 모순이다. 따라서 주어진 명제는 (다) 이다.

위의 과정에서 (가), (나), (다)에 알맞은 것을 차례대로 나열한 것은? [4.7점]

- ① $3k^2 + 2k, 9k^2 + 12k + 3$, 거짓
 ② $9k^2 + 6k, 9k^2 + 12k + 3$, 거짓
 ③ $3k^2 + 2k, 3k^2 + 4k + 1$, 거짓
 ④ $9k^2 + 6k, 9k^2 + 12k + 3$, 참
 ⑤ $3k^2 + 2k, 3k^2 + 4k + 1$, 참

9. 전체집합 U 에 대하여 두 조건 p, q 의 진리집합을 각각 P, Q 라 하자. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 가 참일 때, 항상 옳은 것만을 보기에서 있는 대로 고른 것은? [4.7점]

<보기>

- ㉠. $P \cap Q = \emptyset$ ㉡. $Q \subset P^c$ ㉢. $P \cap Q^c = U$
 ㉣. $P \subset Q$ ㉤. $P^c \cap Q^c = \emptyset$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉣
 ④ ㉡, ㉢, ㉣ ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

10. 두 집합 A, B 에 대해 다음 <보기>중에서 항상 옳은 것만을 모두 고른 것은? [4.7점]

<보기>

- ㉠. $A = \{m, a, t, h\}, B = \{l, o, v, e\}$ 에서 두 집합 A, B 는 서로소이다.
 ㉡. $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 } 6 \text{의 양의 약수}\}$
 $B = \{x \mid (x-1)(x-3) \leq 0\}$ 에서 $A = B$ 이다.
 ㉢. $(A \cup B) \subset (A \cap B)$
 ㉣. $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

11. 100 이하의 자연수 중에서 5의 배수가 아니고, 3으로 나누었을 때의 나머지가 2가 아닌 자연수의 개수를 구하면? [4.8점]

- ① 46 ② 48 ③ 50 ④ 52 ⑤ 54

12. 명제 ' $a \leq x < a+3$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $-1 \leq x \leq 2$ 이다.' 가 참이 되기 하는 정수 a 의 개수는? [4.9점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

13. 좌표평면 위에 원 $C : (x-1)^2 + (y-2)^2 = 4$ 와 두 점 $A(5,5)$, $B(1,8)$ 이 있다. 원 C 위를 움직이는 점 P 에 대하여 삼각형 PAB 의 무게중심과 직선 AB 사이의 거리의 최솟값은? [6.0점]

- ① $\frac{14}{15}$ ② $\frac{24}{15}$ ③ $\frac{14}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{34}{5}$

14. 다음 <보기>에서 역은 참이고, 대우는 거짓인 명제 인 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.) [6.0점]

<보 기>

ㄱ. $a^3 = b^3$ 이면 $a^2 = b^2$ 이다.

ㄴ. $ab \geq 0$ 이면 $|a| + |b| = 0$ 이다.

ㄷ. 평행사변형이면 직사각형이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

15. 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{이하의 자연수}\}$ 의 공집합이 아닌 부분집합 A 중에서 다음 명제가 참이 되도록 하는 집합 A 의 개수를 구하면? [6.1점]

<명 제>

$a \in A$ 이면 $2a-6 \notin U$ 이고 $\frac{1}{3}a \in U$ 이다.

- ① 3 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 15

서답형

단답형 1. 점 $A(1, a)$ 에서 원 $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 9$ 에 그은 두 접선이 수직이 되도록 하는 a 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$) [4점]

단답형 2. $A = \{-5, -3, -2, 0, 4\}$,

$A \cup B = \{-5, -3, -2, -1, 0, 4, 6\}$ 을 만족하는 집합 A, B 에 대하여, 집합 B 의 모든 원소들의 합을 $S(B)$ 라 하고, 집합 B 의 모든 원소들의 곱을 $P(B)$ 라 할 때, 다음 물음에 각각 답하시오. [6점]

(가) : $S(B)$ 의 최댓값을 구하시오.

(나) : $P(B)$ 의 최솟값을 구하시오.

서술형 1. 점 $(2, -4)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 4$ 에 그은 접선의 방정식을 구하시오. [7점]

서술형 2. 세 집합 $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, $B = \{x \mid x^2 \leq 4\}$,
 $C = \{x \mid 0 \leq 2 - x \leq 3\}$ 사이의 포함관계를 구하시오. [6
점]

서술형 3. 자연수 x 에 대하여 세 조건 p, q, r 가
 $p : x^2 + 2x \geq 15$, $q : x > k$, $r : x^2 - 18x \leq -80$ 일 때, p 는
 q 이기 위한 필요조건이고, r 은 q 이기 위한 충분조건이
되는 모든 자연수 k 의 값을 구하시오. [7점]