

◆ 전체 : 선택형 11문항(50점), 서답형 9문항(50점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

✓ 94%

1. 세 다항식 $A = x^3 + 6x^2$, $B = 2x^3 + 3x - 7$, $C = -3x^3 + 2$ 에대하여 $(2A - B) - (C - 3B)$ 의 값은?

① $8x^3 + 10x^2 - 6x - 6$

② $9x^3 + 12x^2 + 6x - 16$

③ $9x^3 + 14x^2 + 6x + 6$

④ $10x^3 + 8x^2 - 6x - 4$

⑤ $10x^3 + 14x^2 + 6x - 6$

$$2A + 2B - C$$

$$= 2x^3 + 12x^2 + 4x^3 + 6x - 14 + 3x^3 - 2$$

$$= 9x^3 + 12x^2 + 6x - 16$$

2. 다항식 $(x^2 - 4x - a)(2x^2 - x + 3)$ 의 전개식에서 x 의 계수가 -4일 때, 상수 a 의 값은?

① -4

② -2

③ 4

④ 6

⑤ 8

$$-(2x + ax) = -4x$$

$$-2 + a = -4$$

$$a = 8$$

3. $\left(x - \frac{2}{x}\right)^2 + \left(2x + \frac{1}{x}\right)^2 = 60$ 일 때, $x + \frac{1}{x}$ 의 값은? (단, $x > 0$)

① $2\sqrt{3}$

② $\sqrt{13}$

③ $\sqrt{14}$

④ $\sqrt{15}$

⑤ 4

$$x^2 - 4 + \frac{4}{x^2} + 4x^2 + 4 + \frac{1}{x^2}$$

$$= 5\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 60$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = 12$$

$$\text{let } x + \frac{1}{x} = t$$

$$t^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 14$$

$$\therefore t = \sqrt{12} \quad (\because x > 0)$$

4. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 $ab + b^2c + c^2a - ab^2 - bc^2 - ca^2 = 0$ 을 만족시킬 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형

② 이등변삼각형

③ 빗변의 길이가 a 인 직각삼각형④ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형⑤ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

$$(b-c)a^2 - (b^2-c^2)a + bc(b-c)$$

$$= (b-c)\left(a^2 - \underbrace{(b+c)}_{=b-c}a + bc\right)$$

$$= (b-c)(a-b)(a-c) = 0$$

$$a=b \text{ or } b=c \text{ or } c=a$$

5. 등식 $x^4 + ax^3 + b = (x^2 - 1)Q(x) + 7x + 1$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$$i) 1+a+b=7+1$$

$$a+b=7$$

$$ii) 1-a+b=-7+1$$

$$-a+b=-7$$

$$\therefore b=0, a=7$$

$$\therefore a+b=0+7=7$$

6. 다항식 $1+x+x^2+x^3+\dots+x^{101}$ 을 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라고 할 때, $Q(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

- ① 49 ② $\frac{99}{2}$ ③ 50 ④ $\frac{101}{2}$ ⑤ 51

$$1+x+x^2+\dots+x^{101} = (x-1)Q(x) + 102$$

나머지정리에 의해

$$1-1+1-1+\dots = -2Q(-1) + 102$$

$$\therefore Q(-1) = 51$$

7. 복소수 $-2+5i$ 의 허수부분을 a , 복소수 $1-3i$ 의 켤레복소수를 b 라고 할 때, a 와 b 의 곱 ab 의 값은?

- ① $15+5i$ ② $-15+5i$ ③ $-5+15i$
④ $5+15i$ ⑤ $5-5i$

$$a=5, b=1+3i$$

$$\therefore ab=5+15i$$

8. $\sqrt{3}\sqrt{-4} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}} + \frac{3-2\sqrt{3}i}{\sqrt{3}i} = a+bi$ 일 때, 실수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$ 이다.)

- ① -2 ② 2 ③ $2-\sqrt{3}$ ④ $1-\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

$$\sqrt{3} \cdot 2i + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}i} + \frac{\sqrt{3}}{i} - 2$$

$$= 2\sqrt{3}i + \frac{2\sqrt{3}}{i} - 2$$

$$= -2$$

$$\therefore a-b = -2 - 0 = -2$$

V 2차

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - a(x+k)x + (k^2 + 4k + c) = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 항상 중근을 갖게 하는 실수 a, b, c 에 대하여 $a - b - c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

$$k^2 + 2bk + b^2$$

$$b = a^2(b+k)^2 - 4(k^2 + 4k + c)$$

$$= (a^2 - 4)k^2 + (2ba^2 - 16)k + a^2b^2 - 4c = 0$$

$$\therefore a = 2 \quad (\because a > 0), \quad 8b - 16 = 0, \quad 16 - 4c = 0$$

$$b = 2 \quad c = 4$$

$$\therefore a - b - c = 2 - 2 - 4 = -4$$

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(-4, 0), (1, 0)$ 에서 만나도록 하는 실수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값은?

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

$$-4 + 1 = -a \quad -4 \cdot 1 = b$$

$$a = 3 \quad b = -4$$

$$\therefore a - b = 3 - (-4) = 7$$

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 4$ 의 그래프가 직선 $y = ax - 3$ 과 두 점 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에서 만난다. $x_1 + x_2 = 3$ 일 때, $y_1 + y_2$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$2x^2 - 3x + 4 = ax - 3$$

$$0 = 2x^2 - (a+3)x + 7$$

$$i) \quad x_1 + x_2 = \frac{a+3}{2} = 3$$

$$a = 3$$

$$ii) \quad y_1 = ax_1 - 3$$

$$y_2 = ax_2 - 3$$

$$\therefore y_1 + y_2 = a(x_1 + x_2) - 6$$

$$= 9 - 6 = 3$$

서답형

단답형 1. $x + y = 6, xy = 9$ 일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$ 의 값을 구하시오.

$$\frac{x^3 + y^3}{xy} = \frac{(x+y)(x^2 - xy + y^2)}{9}$$

$$= \frac{6 \cdot (18 - 9)}{9} = 6$$

$$\left(\begin{aligned} (x+y)^2 &= x^2 + 2xy + y^2 \\ 36 &= 18 + x^2 + y^2 \\ \therefore x^2 + y^2 &= 18 \end{aligned} \right)$$

단답형 2. 다항식 $P(x) = x^3 - x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어떨어질 때, $a - b$ 의 값을 구하시오.

$$P(1) = 1 - 1 + a + b = 0$$

$$a + b = 0$$

$$P(-2) = -8 - 4 - 2a + b = 0$$

$$-2a + b = 12$$

$$\therefore -3a = 12$$

$$a = -4 \quad b = 4$$

$$\therefore a - b = -4 - 4 = \boxed{-8}$$

단답형 3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - i$ 일 때, $a + b, ab$ 를 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오. (단, a, b 는 실수)

다른 근은 $2 + i$ ($\because a, b$: 실수)

$$(2 + i) + (2 - i) = -a$$

$$a = -4$$

$$(2 + i)(2 - i) = 4 + 1 = b$$

$$b = 5$$

$$\therefore (x - (-4 + 5))(x - (-4 - 5)) = 0$$

$$\boxed{x^2 + 19x - 20 = 0}$$

단답형 4. $x^4 - 15x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해 하시오.

$$(x^2)^2 - 6x^2y^2 + (3y^2)^2 - (3xy)^2$$

$$= (x^2 - 3y^2)^2 - (3xy)^2$$

$$= (x^2 - 3xy - 3y^2)(x^2 + 3xy - 3y^2)$$

단답형 5. $x = \frac{1 - \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6$ 의 값을 구하시오.

$$i) \quad 2x - 1 = -\sqrt{3}i \quad \therefore (2x - 1)^2 = -3$$

$$4x^2 - 4x + 1 = -3 \quad = 2x + 1$$

$$4x^2 - 4x + 4 = 0 \quad = 1 - \sqrt{3}i + 1$$

$$\therefore x^2 - x + 1 = 0$$

$$\boxed{= 2 - \sqrt{3}i}$$

ii)

$$\begin{array}{r} x^2 + 4x + 5 \\ x^2 - x + 1 \overline{) x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6} \\ \underline{x^2 - x^3 + x^2} \end{array}$$

$$4x^3 + x^2 + x$$

$$4x^3 - 4x^2 + 4x$$

$$5x^2 - 3x + 6$$

$$5x^2 - 5x + 5$$

$$2x + 1$$

서술형 1. 등식 $z(2-3i) + \bar{z}(3-i) = -2+i$ 를 만족시키는 복소수 z 에 대하여 $3z^7$ 을 구하시오. (단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.)

$$\text{let } z = a+bi$$

$$(a+bi)(2-3i) + (a-bi)(3-i) = -2+i$$

$$2a+3b+(2b-3a)i + 3a-b-(3b+a)i$$

$$= 5a+2b + (-4a-b)i = -2+i$$

$$\therefore \begin{cases} 5a+2b = -2 \\ -4a-b = 1 \end{cases}$$

$$-8a-2b = 2$$

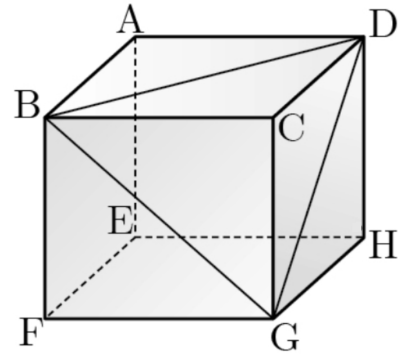
$$-3a = 0$$

$$a = 0 \quad b = -1$$

$$\therefore z = -i \Rightarrow z^2 = -1$$

$$3z^7 = 3 \cdot z^3 = -3 \cdot z = \boxed{3i}$$

서술형 2. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 96이고, 삼각형 BGD 의 세 변의 길이의 제곱의 합이 200이다. 이 직육면체의 모든 모서리 길이의 합을 구하시오.



$$2(ab+bc+ca) = 96$$

$$(a^2+b^2) + (b^2+c^2) + (c^2+a^2) = 200$$

$$a^2+b^2+c^2 = 100$$

$$\therefore (a+b+c)^2 = a^2+b^2+c^2 + 2(ab+bc+ca) = 100 + 96$$

$$\therefore a+b+c = 14 \quad (\because a, b, c > 0)$$

$$\therefore \text{답: } 4(a+b+c) = 14 \times 4 = \boxed{56}$$

서술형 3. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 에 대하여 다항식 $x^4 + 2x^3 + x^2 + 8$ 을 다항식 $P(x)$ 로 나누었을 때의 나머지는 $x^2 - 4x$ 이고, 다항식 $P(x)$ 를 다항식 $Q(x)$ 로 나누었을 때의 나머지는 $5x + 4$ 이다. 다항식 $P(x)$, $Q(x)$ 를 구하시오. (단, $P(x)$, $Q(x)$ 의 모든 계수는 정수이고, 몫이 1인 경우는 생각하지 않는다.)

$$x^4 + 2x^3 + x^2 + 8 = P(x) - F(x) + x^2 - 4x$$

$$P(x) = Q(x)F'(x) + 5x + 4$$

$$\text{ㄷ)} P(x) : 3x^2 \text{ or } 4x^2$$

$$F(x) \text{ 가 } 1 \text{ 이 아니므로}$$

$$P(x) : 3x^2$$

$$\text{ㄹ)} Q(x) : 2x^2 \text{ or } 3x^2$$

$$F'(x) \text{ 가 } 1 \text{ 이 아니므로}$$

$$Q(x) : 2x^2$$

$$\text{ㄹ)} P(x) - F(x) = x^4 + 2x^3 + 4x + 8$$

$$\begin{array}{r|rrrrr} 2 & 1 & 2 & 0 & 4 & 8 \\ & & -2 & 0 & 0 & -8 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\therefore P(x) = x^3 + 4$$

$$\text{ㄹ)} Q(x) - F'(x) = x^3 - 5x = x(x^2 - 5)$$

$$\therefore Q(x) = x^2 - 5$$

서술형 4. 수연이와 지수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ (a, b 는 실수)의 근을 구하려고 한다. 그런데 수연이는 x 의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $2\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$ 를 얻었고, 지수는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $6 + 4i$, $6 - 4i$ 를 얻었다. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근을 바르게 구하면 $m \pm \sqrt{n}$ (m, n 은 자연수)이라고 할 때, $n - m$ 의 값을 구하시오.

$$\text{ㄷ)} b = 2\sqrt{5} \cdot (-\sqrt{5}) = -10$$

$$\text{ㄹ)} -a = 6 + 4i + (6 - 4i) = 12$$

$$a = -12$$

$$\therefore x^2 - 12x - 10 = 0$$

근의 공식에 의해

$$x = 6 \pm \sqrt{36 + 10}$$

$$= 6 \pm \sqrt{46}$$

$$\therefore n - m = 46 - 6 = 40$$