

선택형

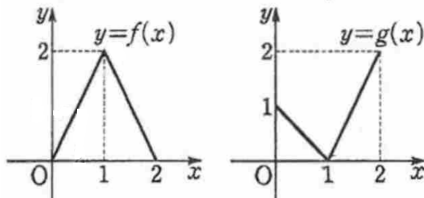
1. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3, \{4\}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

[3.6점]

- ① $n(A) = 5$ ② $\{4\} \in A$ ③ $\{4\} \subset A$
 ④ $\{2, 3\} \subset A$ ⑤ $\{3, \{4\}\} \subset A$

2. 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 다음 그림과 같을 때, $(g \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

[3.6점]



- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

3. 점 $(1, 0)$ 이 점 $(-2, 1)$ 로 옮겨지는 평행이동에 의하여 직선 $x - 4y - 2 = 0$ 이 옮겨지는 직선의 x 절편은? [3.8점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

4. 다음은 명제 " a, b, c 가 자연수일 때, $a^2 + b^2 = c^2$ 이면 a, b, c 중 적어도 하나는 짝수이다."가 참임을 증명하는 과정이다.

<증명>

주어진 명제의 (가)은(는) " a, b, c 가 자연수일 때, (나)이면 $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다."이다.
 (나)이면 a^2, b^2, c^2 은 (다)이고, $a^2 + b^2$ 는 (라)이다. 이때 c^2 은 (마)이므로 $a^2 + b^2 \neq c^2$ 이다.
 따라서 주어진 명제의 (가)이(가) 참이므로 주어진 명제도 참이다.

위의 과정에서 (가)~(마)에 알맞은 것을 바르게 연결한 것은?

[4.1점]

- ① (가) 역 ② (나) a, b, c 중 적어도 하나가 홀수
 ③ (다) 모두 홀수 ④ (라) 홀수 ⑤ (마) 짝수

5. 어느 동아리 40명의 학생 중에서 가수 A 를 좋아하는 학생은 22명, 가수 B 를 좋아하는 학생은 19명, 두 가수 A, B 중 누구도 좋아하지 않는 학생이 7명이 일 때, 한 명의 가수만을 좋아하는 학생 수는? [4.1점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

6. 다음 ☐ 안에 알맞은 말을 차례대로 나열한 것은? [4.1점]

<보 기>

(1) x, y 가 모두 실수일 때, $x^2 + y^2 = 0$ 은 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이기 위한 ☐ 조건이다.

(2) 실수 x 에 대하여 $x \neq 2$ 는 $x^2 + 2x - 8 \neq 0$ 이기 위한 ☐ 조건이다.

- ① 충분, 충분 ② 충분, 필요충분
③ 필요충분, 충분 ④ 필요충분, 필요
⑤ 필요충분, 필요충분

7. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} (1-a)x + 2a & (x \geq 1) \\ (a+2)x - 1 & (x < 1) \end{cases} \quad \text{이 일대일대응이 되도록 하는}$$

상수 a 의 값의 범위는? [4.3점]

- ① $a < -2$ ② $-2 < a < 1$ ③ $a < 1$
④ $a > 1$ ⑤ $a < -2$ or $a > 1$

8. 다음 명제가 참이 되도록 하는 실수 a 의 값의 범위는? [4.9점]

<명 제>

어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax + 2a + 3 < 0$ 이다.

- ① $a < -1$ 또는 $a > 3$ ② $-1 < a < 3$
③ $a \leq -1$ 또는 $a \geq 3$ ④ $-1 \leq a \leq 3$
⑤ $a \leq -3$ 또는 $a \geq 1$

9. 점 $(1, 2)$ 를 꼭짓점으로 하는 이차함수 $y = f(x)$ 를 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 이차함수를 $y = g(x)$ 라 하자. 이때, $f(3) + g(-1)$ 의 값은? [5.0점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10\text{미만의 자연수}\}$ 에 대하여 세 조건 " $p: x$ 는 홀수이다.", " $q: x$ 는 소수이다.", " $r: x$ 는 4의 약수이다."의 진리집합을 각각 P, Q, R 이라고 할 때, 조건 " x 는 홀수이거나 소수이고 x 는 4의 약수가 아니다."의 부정의 진리집합에 속하는 원소들의 합은? [5.1점]

- ① 4 ② 9 ③ 14 ④ 18 ⑤ 21

11. 점 $(4, -3)$ 을 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 P_1 , 점 P_1 을 x 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_2 , 점 P_2 를 y 축에 대하여 대칭이동한 점을 P_3 라고 하자. 이와 같이 직선 $y = x$, x 축, y 축에 대하여 대칭이동을 계속하여 얻은 n 번째 점을 P_n 이라고 할 때, 점 P_{100} 의 좌표는? [5.2점]

- ① $(-4, -3)$ ② $(-4, 3)$ ③ $(-3, 4)$
④ $(3, -4)$ ⑤ $(4, -3)$

12. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 X, Y 에 대하여 두 함수 f, g 가 다음 조건을 만족한다.

<조 건>

$$(가) f: U \rightarrow X, g: Y \rightarrow U$$

$$(나) f(x) = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$$

f 와 g 의 합성함수 $g \circ f$ 가 정의될 수 있도록 하는 집합 Y 의 개수는? [5.3점]

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

13. $x > 0, y > 0, z > 0$ 일 때, $(x + y + 2z) \times \frac{4x + y + 8z}{xy + 2yz}$ 의 최솟값은? [5.4점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 16 ⑤ 17

14. 공집합이 아닌 집합 X 를 정의역으로 하는 두 함수 $f(x) = -x^2 + 4x + 2$, $g(x) = 2x + a$ 에 대하여 $f = g$ 가 되도록 하는 집합 X 의 개수가 세 개일 때, 정수 a 의 최댓값은? [5.7점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

15. 자연수 전체의 집합 N 에 대하여 함수 $f(k)$ 를 다음과 같이 정의하자.

<정 의>

$n(A) \geq 2$ 이고 $A \subset N$ 인 집합 A 에 대하여 A 의 원소 중 최댓값과 최솟값의 합이 k 인 집합들의 개수를 $f(k)$ 라 한다.

다음 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.8점]

ㄱ. $f(5) = 5$

ㄴ. $f(k) = 2$ 를 만족하는 k 는 유일하게 하나 존재한다.

ㄷ. $f(k) = 170$ 이면 $f(k+1) = 340$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

서답형

단답형 1. 원 $x^2 + (y-5)^2 = r^2$ 은 평행이동에 의하여 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 = 0$ 과 겹칠 때, 양수 r 의 값을 구하시오.
[3점]

단답형 2. 명제 " x 가 무리수이면 x^2 은 유리수이다."가 거짓임을 보일 수 있는 반례를 하나만 쓰시오. [3점]

단답형 3. 두 함수 $f(x) = -x + 5$, $g(x) = 3x + 2k$ 에 대하여 $f \circ g = g \circ f$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오.

서술형 1. 두 집합 $A = \{-a, a, a+4\}$, $B = \{1, 2, a^2 + 2a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 3\}$ 을 만족하는 a 의 값과 집합 A 를 구하는 풀이 과정과 답을 쓰시오. (단, a 는 실수) [6점]

서술형 2. 두 조건

$$p: (x+k+7)(x-k+7) \leq 0$$

$$q: x^2 + 25x + 150 \geq 0$$

에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 상수 k 의 값의 범위를 다음 순서로 구하시오. [7점]

(1) $k \geq 0$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(2) $k < 0$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하고, 그 과정을 서술하시오.

(3) 위의 결과를 이용하여 상수 k 의 값의 범위를 구하시오.

서술형 3. 직선 $3x - 2y + 1 = 0$ 을 원점에 대하여 대칭이동한 후 x 축의 방향으로 1만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 직선이 원 $(x-3)^2 + (y-a)^2 = 13$ 에 접할 때, 상수 a 의 값을 구하는 풀이 과정을 쓰고 답을 구하시오. [7점]

<채점기준>

- (1) 원점에 대하여 대칭이동한 결과의 식 1점
- (2) 평행이동한 결과의 식 1점
- (3) a 의 값을 구하는 풀이 과정 3점
- (4) a 의 값 2점