

◆ 전체 : 선택형 14문항(70점), 서답형 5문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -x + 4$ 에 대하여

$(f \circ (g^{-1} \circ f)^{-1} \circ f)(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A \cup B) = 6$, $n(A) = 5$, $n(B) = 4$ 일 때, $n(A \cap B)$ 는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 두 조건 $p : x^2 + ax + 3 = 0$, $q : x = -1$ 에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 의 역이 참일 때, 상수 a 의 값은? [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

4. 중심이 $(1, 2)$ 이고 직선 $3x - 4y + 30 = 0$ 고 접하는 원의 반지름의 길이는? [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 일대일대응인 함수 f 가 $f\left(\frac{x+5}{2}\right) = 2x-3$ 을 만족시킬 때, $f^{-1}(3)$ 의 값을 구하시오. [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 원 $(x+5)^2 + (y-a)^2 = 5$ 를 x 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 원이 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 a 의 값을 구하시오. [5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 중 다음 조건을 모두 만족시키는 집합 A 의 개수를 구하면? [5점]

<조 건>

$$\neg. n(A) = 4$$

$\cup. \min(A) = 5$ (단, $\min(A)$ 는 집합 A 의 원소 중 가장 작은 수를 나타낸다.)

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

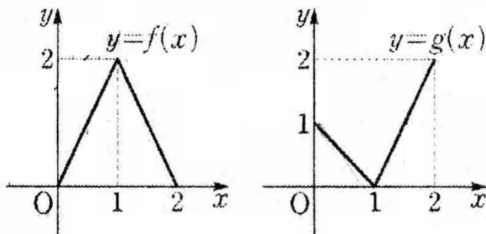
8. 두 조건 $p: 10 < x \leq a$, $q: b < x < 20$ 에 대하여 p 가 q 이기 위한 충분조건일 때, 자연수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 최댓값을 구하면? [5점]

- ① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

9. 점 $P(a, b)$ 에서 원 $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 2$ 에 그은 두 접선이 서로 수직이 되도록 하는 점 P 가 그리는 도형의 길이는? [5점]

- ① 2π ② 4π ③ 8π ④ 16π ⑤ 32π

10. 집합 $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 방정식 $(f \circ g)(x) = x$ 의 해의 개수는? [5.5점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

11. 다음 중 참인 명제의 개수는? [5.5점]

<보기>

- ㄱ. 원 $x^2 + y^2 = 2$ 에 접하고 기울기가 1인 접선의 방정식은 $y = x + 2$ 이다.
 ㄴ. $x > 0$ 인 어떤 실수 x 에 대하여 $x < 1$ 이다.
 ㄷ. $A \subset (B \cup C)$ 이면 $A \subset B$ 이거나 $A \subset C$ 이다.
 ㄹ. 일대일대응인 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 함수 $f(2x)$ 의 역함수는 $g(2x)$ 이다.

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

12. 다음 <보기>에서 항상 옳은 것을 고른 것은? [5.5점]

<보기>

- ㄱ. $a + 4b + 1 \geq 2(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} - 2\sqrt{ab})$ (a, b 는 양수)
 ㄴ. $|a| + |b| \geq |a + b|$ (단, a, b 는 실수)
 ㄷ. $(a + b)(b + c)(c + a) \geq 8abc$ (단, a, b, c 는 양수)

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 원 $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 37 = 0$ 위의 점 A 와 원 $x^2 + y^2 + 6x + 4y + 9 = 0$ 위의 점 B 에 대하여 두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값은? [6점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 집합 $A = \{k, k+1, k+2, k+3\}$ 의 모든 부분집합을 $\emptyset, A_1, A_2, \dots, A_n$ 라 하고, 집합 A_i 의 모든 원소의 합을 $S_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 라 하자. $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n = 80$ 일 때, $n - 10k$ 의 값은? (단, k 는 실수이고 n 은 자연수이다.) [6점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

서답형

단답형 1. 좌표평면 위에 두 점 $A(2, 1)$, $B(1, 3)$ 이 있다. x 축 위의 점 C 에 대하여 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최소값이 $\sqrt{p} + \sqrt{q}$ 일 때, 두 자연수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을 구하시오. (단, 점 C 는 직선 AB 위에 있지 않다.) [5점]

단답형 2. 두 집합

$A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, $B = \{1, 2, 3, \dots, 9, 10\}$ 에 대하여

$B \cap X = (A \cap B) \cup X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하시오. [5점]

서술형 1. 두 자연수 a, b 에 대하여 세 조건 p, q, r 의 진리집합이 $P = \{a+1, b+1, ab^2\}$, $Q = \{b, a^2+b\}$, $R = \{3\}$ 이다. p 는 q 이기 위한 필요조건이고, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, 점 (a, b) 를 직선 $x+y=0$ 에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하시오. [6점]

서술형 2. 실수 x 에 대하여 두 조건

$p: |x-2| > 3, q: x^2+x-12 \leq 0$ 의 진리집합을 각각 P, Q 라 할 때, 두 함수 f, g 를 정의역과 공역을 $\{x \mid a \leq x \leq b\}, \{0, 1\}$ 로 하고 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = \begin{cases} 1 & (x \in P) \\ 0 & (x \notin P) \end{cases}, \quad g(x) = \begin{cases} 1 & (x \in Q) \\ 0 & (x \notin Q) \end{cases}$$

두 함수 f, g 가 서로 같은 함수가 되도록 하는 자연수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오. [6점]

서술형 3. 점 $A(-2,3)$ 을 지나고 기울기가 a 인 직선 l 이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 삼각형 OPQ 의 넓이의 최솟값을 구한다. 다음 물음에 답하시오. (단, $a > 0$, O 는 원점이다.) [총8점]

- (1) 직선 l 의 방정식을 구하시오. [2점]
- (2) 점 P, Q 를 각각 구하시오. [2점]
- (3) 삼각형 OPQ 의 넓이의 최솟값을 구하시오. [2점]
- (4) 삼각형 OPQ 의 넓이가 최소일 때, 기울기 a 를 구하시오.

[2점]