

- ◆ 전체 : 서답형 20문항(100점)
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

서답형

단답형 1. 다섯 개의 수 1, 2, 3, 4, 5에서 중복을 허용하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 다음을 구하시오.

(1) 세 자리 자연수의 개수를 구하면 a 이다. $a - 120$ 을 구하면? [2.8점]

(2) 세 자리 자연수 중 홀수의 개수를 구하면 b 이다. $b - 73$ 을 구하면? [3.2점]

단답형 2. $(2x + y)^6$ 를 전개했을 때, x^2y^4 의 계수를 a 라 하자. $\frac{a}{20}$ 의 값은? [3.2점]

단답형 3. 사건 A, B 에 대하여 $P(A) = \frac{2}{5}$, $P(B|A) = \frac{3}{4}$ 일 때, $P(A \cap B) = \frac{a}{b}$ 이다. $b - 3a$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 서로소인 자연수) [3.2점]

단답형 4. 다음은 어느 학교의 학생 100명을 대상으로 학년에 따른 자습실의 사용유무를 조사한 표이다. (단 위:명)

| | 사용함 | 사용안함 |
|-----|-----|------|
| 2학년 | 30 | 20 |
| 3학년 | 35 | 15 |

(1) 이 학교에서 임의로 한 명의 학생을 뽑았더니 자습실을 사용하는 학생이었을 때, 이 학생이 3학년일 확률을 구하면 $\frac{a}{b}$ 이다. $b - a - 2$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소인 자연수) [2.8점]

(2) 이 학생에서 임의로 한 명의 학생을 뽑았더니 2학년이었을 때, 이 학생이 자습실을 사용하는 학생이었을 확률을 구하면 $\frac{a}{b}$ 이다. $b - a$ 의 값은? (단, a, b 는 서로소인 자연수) [2.8점]

단답형 5. 확률변수 X 가 정규분포 $N(45, 4)$ 을 따를 때, 아래 표준정규분포표를 이용하여 다음 확률을 구하여라.

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 0.5 | 0.1915 |
| 1.0 | 0.3413 |
| 1.5 | 0.4332 |
| 2.0 | 0.4772 |

(1) $P(X \geq 47)$ 의 확률을 구하면 $0.abcd$ 이다. 이때, $a + 3b - c - d$ 의 값을 구하면? (단, $1 \leq a, b, c, d \leq 7$ 는 자연수) [2.8점]

(2) $P(42 \leq X \leq 46)$ 의 확률을 구하면 $0.abcd$ 이다. 이때, $a - 6b + c + d$ 의 값을 구하면? (단, $1 \leq a, b, c, d \leq 9$ 인 자연수) [3.2점]

단답형 6. 확률변수 X 는 정규분포 $N(50, 3^2)$ 을 따르고 확률변수 Z 는 표준정규분포를 따른다.

$$P(k \leq X \leq 50) = P(0 \leq Z \leq a)$$

$$P(X \geq k + 3) = P(Z \leq b)$$

일때, 두 양수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하면? (단, k 는 $k < 47$ 인 상수이다.) [4.2점]

단답형 7. 이산확률변수 X 가 갖는 값이 3, 5, 7, 9, 11이고, X 의 확률질량함수가

$$P(X = x) = \frac{x-2}{25} \quad (x = 3, 5, 7, 9, 11)$$

일 때, $P(X^2 - 11X + 28 > 0) = \frac{a}{b}$ 이다. $b - a - 4$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 서로소인 자연수) [3.3점]

단답형 8. 두 사건 A 와 B 에 대하여 $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$,
 $P(A^c \cap B) = \frac{1}{3}$ 일 때, $P(A|B)$ 의 확률을 구하면 $\frac{p}{q}$ 이다.
 $3p - q$ 의 값은? (단, p, q 는 서로소인 자연수) [3.5점]

단답형 9. 한 개의 주사위를 한 번 던져서 나온 눈의 수를
 a 라 할 때, $-1 + \log_2(a - 1)$ 의 값이 정수가 되는 사건을
 A 라 하자. 한 개의 주사위를 12번 던지는 시행에서 사건
 A 가 일어나는 횟수를 확률변수 X 라 할 때, $V(X - 2)$ 의
 값을 구하면? [4.3점]

단답형 10. 이항분포 $B(2n, p)$ 를 따르는 확률변수 X 가
 다음 조건을 만족시킨다.

<조 건>

$$(가) P(X = n - 1) = 4P(X = n + 1)$$

$$(나) E(X) = 40$$

확률변수 Y 가 이항분포 $B(n, 2p)$ 를 따를 때, $V(Y) = \frac{a}{b}$
 이다. $a - 12b$ 의 값을 구하면? (단, a, b 는 서로소인 자연
 수이다.) [3.8점]

단답형 11. 10 이하의 자연수 n 에 대하여 $\left(x + \frac{1}{x^2}\right)^n$ 의
 전개식에서 상수항을 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} f(n) = k$ 라 하
 자. $k - 100$ 의 값을 구하면? [4.7점]

단답형 12. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수중에서 치역의 모든 원소의 합이 5인 함수의 개수를 구하면? [4.2점]

단답형 13. $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq e \leq 8$ 을 만족시키는 자연수 a, b, c, d, e 의 모든 순서쌍 (a, b, c, d, e) 의 개수는? [4.8점]

단답형 14. 한 개의 동전을 7번 던질 때, 다음 조건을 만족시킬 확률을 구하면? [5.2점]

<조 건>

(가) 앞면이 4번 이상 나온다.

(나) 앞면이 연속해서 나오는 경우가 있다.

단답형 15. 확률변수 X 의 확률분포를 표로 나타내면 아래와 같다. 다음은 $E(X) = 0.277$ 일 때, $V(X)$ 를 구하는 과정이다.

| X | 0.152 | 0.252 | 0.352 | 합계 |
|----------|-------|-------|---------------|----|
| $P(X=x)$ | a | b | $\frac{1}{3}$ | 1 |

$Y = 10X - 2.52$ 라 하자. 확률변수 Y 의 확률분포표를 나타내면 아래와 같다.

| Y | -1 | 0 | 1 | 합계 |
|----------|-----|-----|---------------|----|
| $P(Y=y)$ | a | b | $\frac{1}{3}$ | 1 |

$E(Y) = 10E(X) - 2.52 = 0.25$ 이므로, $a = (\text{가})$, $b = (\text{나})$ 이고 $V(Y) = (\text{다})$ 이다.

한편, $Y = 10X - 2.52$ 이므로 $V(Y) = 100 \times V(X)$ 이다.

따라서, $V(X) = \frac{1}{100} \times V(Y)$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 하자. 다음 물음에 답하여라. (단, a, b 는 상수이다.)

(1) p 의 값을 구하면? [3.0점]

(2) q 의 값을 구하면? [2.0점]

(3) r 의 값을 구하면? [4.0점]

단답형 16. 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적혀 있는 4장의 카드에서 임의로 2장의 카드를 동시에 선택한다. 선택한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 합이 5인 사건을 A , 3이상 12이하의 자연수 m 에 대하여 선택한 2장의 카드에 적혀 있는 두 수의 곱이 m 이상인 사건을 B 라 하자. 두 사건 A 와 B 가 독립이 되도록 하는 모든 m 의 값을 합은? [5.6점]

단답형 17. 여학생이 전체 학생의 40%인 어느 고등학교의 전체 학생들에게 봉사활동 장소를 A, B 중에서 하나만 반드시 선택하라고 하였더니 여학생 중 70%가 장소 A 를 선택하였고, 남학생 중 60%가 장소 A 를 선택하였다고 한다. 이 학교 전체 학생 중에서 임의로 뽑은 한 학생이 장소 A 를 선택한 학생일 때, 이 학생이 남학생일 확률은? [4.0점]

단답형 18. 서로 다른 두 주사위 A, B 를 동시에 한 번 던져 나온 눈의 수를 각각 a, b 라 할 때, 부등식 $a^2 > 4(b+1)$ 이 성립할 확률이 $\frac{q}{p}$ 이다. $p-2q$ 의 값을 구하면? (단, p, q 는 서로소인 자연수) [5.0점]

단답형 19. 좌표평면의 원점에 점 A 가 있다. 한 개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

<시행>

동전을 한 번 던져 앞면이 나오면 점 A 를 x 축의 양의 방향으로 1만큼, 뒷면이 나오면 점 A 를 y 축의 양의 방향으로 1만큼 이동시킨다.

위의 시행을 반복하여 점 A 의 x 좌표 또는 y 좌표가 처음으로 4가 되면 이 시행을 멈춘다. 점 A 의 y 좌표가 처음으로 4가 되었을 때, 점 A 의 x 좌표가 2일 확률을 구하면? [5.4점]

단답형 20. 다음 물음에 답하여라.

(1) 세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 5개를 택해 일렬로 나열할 때, 문자 a 가 두 번 이상 나오는 경우의 수를 구하면? [2.8점]

(2) 어느 학교의 3학년 학생은 340명이고, 각 학생은 체험 학습 A 와 체험 학습 B 중 하나를 선택하였다. 이 학교 3학년 학생 중 체험 학습 A 를 선택한 학생은 남학생 100명과 여학생 80명이다. 이 학교 3학년 학생 중 임의로 뽑은 1명의 학생이 체험 학습 B 를 선택한 학생을 때, 이 학생이 여학생일 확률은 $\frac{3}{4}$ 이다. 이 학교의 남학생 수를 구하면? [3.0점]

(3) 어느 드론 생산업체에서는 A, B 두 종류의 드론을 생산하고 있다. 드론 A 한 개의 무게는 평균이 240, 표준편차가 15인 정규분포를 따르고, 드론 B 한 개의 무게는 평균 300, 표준편차 σ 인 정규분포를 따른다고 한다. 이 드론 생산업체에서 생산된 드론 A 의 무게가 270 이상일 확률이 선택된 드론 B 의 무게가 320 이상일 확률의 $\frac{1}{4}$ 배와 같다. σ 의 값을 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [3.2점]

| z | $P(0 \leq Z \leq z)$ |
|-----|----------------------|
| 1.4 | 0.42 |
| 1.6 | 0.45 |
| 1.8 | 0.46 |
| 2.0 | 0.48 |