

## 선택형

1. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f$ 는 항등함수이고,  $g$ 는 상수함수이다.  $f(3) = g(5)$ 일 때,  $f(2) + g(2)$ 의 값은? [4.2점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

$$g(5) = f(3) = 3 \quad (\because f: \text{항등함수})$$

$$\therefore g(z) = 3 \quad (\because g: \text{상수함수})$$

$$\therefore f(2) + g(2) = 2 + 3 = 5$$

2. 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 두 함수  $f, g$ 에 대하여  $f(x) = x - 2$ ,  $g(x) = 2x + 1$ 일 때,  $(g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1})(3)$ 의 값은?

[4.2점]

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 5      ⑤ 7

$$(g \circ (f^{-1} \circ g)^{-1})(3) = (g \circ g^{-1} \circ f)(3)$$

$$= f(3)$$

$$= 3 - 2 = 1$$

3. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수  $f$ 의 개수는? [4.6점]

### <조 건>

(가) 집합  $X$ 의 임의의 두 원소  $x_1, x_2$ 에 대하여  $x_1 \neq x_2$

이때  $f(x_1) \neq f(x_2)$  **모이지 않는다**  $\rightarrow$  일대일 함수

(4)  $f(1) = 3$

- ① 12      ② 16      ③ 20      ④ 24      ⑤ 28

$X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ 
 $Y = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$ 
 $\varphi_2 = 12$

4. 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭일 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [4.7점]

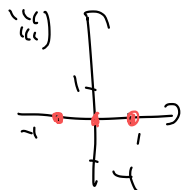
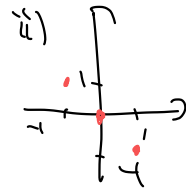
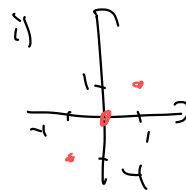
<보기>

7. 함수  $f$ 의 개수는 3개다. Q

ㄴ. 함수  $f$ 는 일대일 대응이다.  $\times$  (∵  $\{1\}$ )

ㄷ.  $f \circ f$ 는 원점에 대하여 대칭이다. ○

- ①  $\neg$                       ②  $\perp$                       ③  $\neg, \perp$   
④  $\perp, \perp$                       ⑤  $\neg, \perp, \perp$



c) 4)  $f(f(u)) = f(1) = 1$

$$Af(\varphi) = f(\varphi) = 0$$

$$f(f(x)) = f(-1) = -1$$

원점대칭

$$\text{iii) } f(f(u)) = f(u) = 0$$

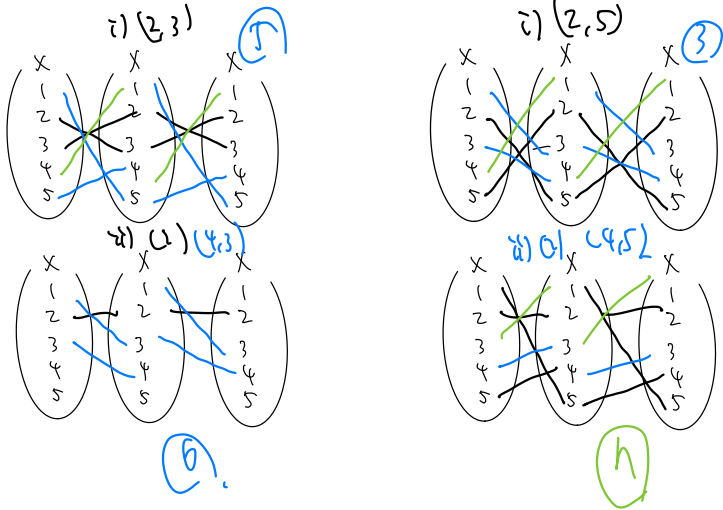
$$f(f(\varphi)) = f(\varphi) = \varphi$$

$$f(f(-1)) = f(0) = 0$$

원점대칭

5. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수 중에서 역함수가 존재하는 함수를  $f$ 라 하자. 함수  $f$ 가  $(f \circ f)^{-1} = 1$ ,  $(f \circ f)(2) = 2$ 를 만족할 때,  $f(4) + f(5)$ 의 최댓값은? [5.5점]

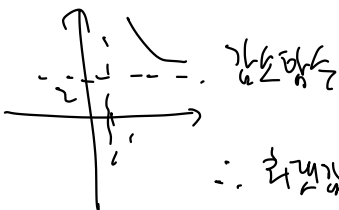
- ① 4    ② 5    ③ 6    ④ 7    ⑤ 8



6.  $2 \leq x \leq 4$ 에서  $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은? [4.2점]

- ① -2    ② 1    ③ 3    ④ 4    ⑤ 7

$$f(x) = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$$

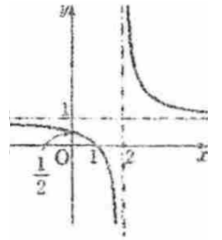


$$\therefore \text{최댓값} = f(2) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{최솟값} = f(4) = \frac{1}{3}$$

$$\therefore ab = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

7. 함수  $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때,



$ab+cd$ 의 값은? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수) [4.6점]

- ① -4    ② -3    ③ -2    ④ 2    ⑤ 4

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \quad \text{점 } (1, 0) \text{을 대입}$$

$$0 = -k + 1$$

$$k = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{x-2} + 1 \\ &= \frac{1+(x-2)}{x-2} \\ &= \frac{x-1}{x-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ab+cd &= (1 \cdot (-2)) + (1 \cdot (-1)) \\ &= -3 \end{aligned}$$

8. 함수  $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점  $(4, 2)$ 를 지나고 두 점근선 중 하나가 직선  $y = 3$ 이다.  $x \neq -3$ 인  $x$ 에 대하여  $f(f(x)) = x$ 가 성립할 때,  $f(1)$ 의 값은? [4.7점]

- ①  $-\frac{13}{2}$     ②  $-\frac{7}{2}$     ③ 2    ④  $\frac{7}{2}$     ⑤  $\frac{13}{2}$

$$\text{i) } a = 3$$

$$\text{ii) } f(f(x)) = x$$

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) &= \frac{-cx+b}{x-a} \\ &= \frac{-cx+b}{x-3} \end{aligned}$$

$$\therefore -c = a$$

$$c = -3$$

$$\text{iii) } f(x) = \frac{3x+b}{x-3}$$

$$\begin{aligned} \text{점 } (4, 2) \text{을 대입} \\ 2 &= \frac{12+b}{4-3} \\ b &= -10 \end{aligned}$$

$$\therefore f(x) = \frac{3x-10}{x-3}$$

$$f(1) = \frac{3-10}{1-3}$$

$$= \frac{7}{2}$$

9. 함수  $y = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프는 함수  $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $-1$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $-2$ 만큼 평행이동한 것이고, 점  $(-2, 0)$ 을 지난다. 이때,  $a+b+c$ 의 값은? [4.6점]

- ① -10    ② -9    ③ 5    ④ 7    ⑤ 11

$$y = \sqrt{ax} \xrightarrow{y \rightarrow y-2} y = \sqrt{a(x+1)} - 2$$

$$0 = \sqrt{-a} - 2 \quad \downarrow (-2, 0) \text{을 지난다}$$

$$a = -4$$

$$\therefore y = \sqrt{-4(x+1)} - 2$$

$$= \sqrt{-4x-4} - 2$$

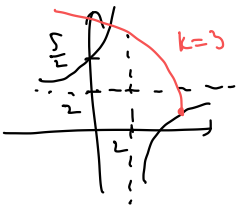
$$\therefore a+b+c = -4-4-2 = -10$$

10. 두 함수  $f(x) = \frac{2x-5}{x-2}$ ,  $g(x) = \sqrt{-x+k} + 1$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 최솟값은? [4.7점]

- ① -3    ② -2    ③ 1    ④ 3    ⑤ 5

$$i) f(x) = \frac{2(x-2)+1}{x-2}$$

$$= \frac{-1}{x-2} + 2$$



$$ii) f(x) = \frac{2x-5}{x-2} \quad \downarrow (k, 1) \text{을 지난다}$$

$$1 = \frac{2k-5}{k-2}$$

$$k-2 = 2k-5$$

$$k = 3$$

11. 어느 허브농장에서 서로 다른 로즈마리 화분 3개와 라벤더 화분 3개를 일렬로 나열할 때, 로즈마리 화분을 양끝에 놓는 경우의 수를  $a$ , 로즈마리와 라벤더 화분을 번갈아 놓는 경우의 수를  $b$ 라고 하자.  $a+b$ 의 값은? [4.7점]

- ① 72    ② 108    ③ 144    ④ 180    ⑤ 216

$$i) \text{ 로즈마리 } \textcircled{R} \textcircled{R} \textcircled{R} \textcircled{R} \text{ 라벤더 } \textcircled{L} \textcircled{L} \textcircled{L} \text{ 로즈마리 } \textcircled{R} \textcircled{R} \textcircled{R} \textcircled{R}$$

$$2! \times 3! = 144 \text{ 가다}$$

$$ii) \text{ 로즈마리 } \textcircled{R} \textcircled{L} \textcircled{R} \textcircled{L} \textcircled{R} \textcircled{L} \textcircled{R} \textcircled{L} \textcircled{R}$$

$$2! \times 3! \times 3! = 72 \text{ 가다}$$

$$\therefore 144 + 72 = 216 \text{ 가다}$$

12.  ${}_5P_2 \times {}_4C_2 \times \frac{2!}{4!}$ 의 값은? [4.5점]

- ① 4    ② 5    ③ 8    ④ 10    ⑤ 20

$$5 \cdot 4 \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times \frac{1}{4 \cdot 3} = 10$$

13. 서로 다른 5컬레의 구두 10짝 중에서 4짝을 택할 때, 짝이 맞는 구두가 하나도 없는 경우의 수는? [4.7점]

- ① 80      ② 90      ③ 100      ④ 110      ⑤ 120

ㄱ) 짝이 하나도 없는 경우

$$5 \times (8 \times 7 \times 6 \times 5) = 120 \text{ 가지}$$

ㄴ) 짝이 꼭 하나 있는 경우

$$5 \times 2 = 10 \text{ 가지}$$

$$\therefore 10 \times 4 - 120 - 10$$

$$= \frac{10 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} - 130$$

$$= 80 \text{ 가지}$$

14. 서로 다른 세 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 각각  $a, b, c$ 라 할 때,  $abc + ab + a$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수는? [4.6점]

- ① 27      ② 54      ③ 81      ④ 108      ⑤ 135

$a(b(c+1)+1)$  이 홀수 이므로

$a$ : 홀수       $b(c+1)$ : 짝수

i)  $b$ : 짝수,  $c+1$ : 짝수 일 때

$$3 \times 3 = 9 \text{ 가지}$$

ii)  $b$ : 짝수,  $c+1$ : 홀수 일 때

$$3 \times 3 = 9 \text{ 가지}$$

iii)  $b$ : 홀수,  $c+1$ : 짝수 일 때

$$3 \times 3 = 9 \text{ 가지}$$

$$\therefore 3 \times (9 + 9 + 9) = 54$$

15. 다음은  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수  $f: A \rightarrow B$ 중에서 치역과 공역이 일치하는 것의 개수를 구하는 방법 중 한 가지이다.

A의 원소를 두 개 조로 나누는 다음 B의 원소  $a, b$ 에 분배하는 방법을 생각한다. 두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개, 2개)로 나누는 방법이 있으므로  ${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14$

위의 방법을 이용하여  $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ 일 때, 함수  $g: X \rightarrow Y$  중에서 치역과 공역이 일치하는 것의 개수를 구하면? [5.5점]

- ① 450      ② 540      ③ 630      ④ 990      ⑤ 1080

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$= 2 + 2 + 2$$

$$= 4 + 1 + 1$$

i) (1개, 2개, 3개)

$${}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360 \text{ 가지}$$

ii) (2개, 2개, 2개)

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90 \text{ 가지}$$

iii) (4개, 1개, 1개)

$${}_6C_4 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 90 \text{ 가지}$$

$$\therefore 360 + 90 + 90 = 540 \text{ 가지}$$

서답형

단답형 1. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)가 f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ \frac{x+1}{2} & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$$

일 때,  $f(10) + f^2(10) + f^3(10) + \dots + f^{10}(10)$ 의 값을 구하시오.

(단,  $f^1 = f$ ,  $f^{n+1} = f \circ f^n$ ) [3점]

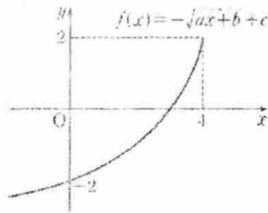
$$\begin{aligned} f^1(10) &= 5 \\ f^2(10) &= f(5) = 3 \\ f^3(10) &= f(3) = 2 \\ f^4(10) &= f(2) = 1 \\ f^5(10) &= f(1) = 1 \\ &\vdots \end{aligned} \quad \therefore \text{총: } 5 + 3 + 2 + 1 \times 7 = 17$$

단답형 2. 함수  $f(x) =$

$-\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 그림

과 같을 때,  $a+b+c$ 의 값을 구하

시오. (단,  $a, b, c$ 는 상수) [4점]



$$y = -\sqrt{a(x-4)} + 2 \quad \text{점 } (0, -2) \text{ 대입}$$

$$-2 = -\sqrt{-4a} + 2$$

$$16 = -4a$$

$$a = -4$$

$$\begin{aligned} \therefore a+b+c &= -4 + 16 + 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -\sqrt{-4(x-4)} + 2 \\ &= -\sqrt{-4x+16} + 2 \end{aligned}$$

단답형 3. 0, 1, 2, 3의 숫자가 각

각 적힌 4장의 카드 중에서 3장의 카드를 이용하여 세 자리의

자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수를 구하시오. [3점]

$$\text{ㄱ) } 0, 1, 2 \text{ 일 때} \quad \text{ㄴ) } 1, 2, 3 \text{ 일 때}$$

$$2 \times 2 \times 1 = 4 \text{ 개}$$

$$3! = 6 \text{ 개}$$

$$\therefore 4 + 6 = 10 \text{ 개}$$

서술형 1. 함수  $f(x) = ax + 1$  ( $a \neq 0$ ),  $g(x) = 3x + 1$ 에 대하여  $f(x) = f^{-1}(x)$ 일 때,  $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 함수  $h(x)$ 를 구하시오. [총 7점]

(1) 상수  $a$ 의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [3점]

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + 1 \\ x &= af^{-1}(x) + 1 \\ f^{-1}(x) &= \frac{1}{a}x - \frac{1}{a} \end{aligned}$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{a} &= 1 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

(2) 함수  $h(x)$ 를 구하는 과정과 답을 쓰시오. [4점]

$$h(-x+1) = 3x+1$$

$$\text{let } -x+1 = t$$

$$x = -t+1$$

$$\begin{aligned} h(t) &= 3(-t+1) + 1 \\ &= -3t + 4 \end{aligned}$$

$$\therefore h(x) = -3x + 4$$

**서술형 2.** 함수  $f(x) = \sqrt{3x-5} - 1$ 에 대하여  $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 직선  $y = -x + 2$ 과 만나는 두 점을 각각  $A, B$ 라고 할 때, 선분  $AB$ 의 길이의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [7점]

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & \sqrt{3x-5} - 1 = -x + 2 \\ & \sqrt{3x-5} = -x + 3 \quad \left( \frac{5}{3} \leq x \leq 3 \right) \\ & 3x - 5 = x^2 - 6x + 9 \\ & 0 = x^2 - 9x + 14 \\ & \quad \quad \quad \begin{array}{r} -2 \\ -7 \end{array} \\ & x = 2 \text{ or } 7 \quad (\because x \leq 3) \\ & \therefore A(2, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & f(x) = \sqrt{3x-5} - 1 \quad (y \geq -1) \\ & x = \sqrt{3f(x)+5} - 1 \quad (x \geq -1) \\ & 3f^2(x) - 5 = (x+1)^2 \\ & 3f^2(x) = x^2 + 2x + 6 \\ & f^2(x) = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 2 \quad (x \geq -1) \\ & \therefore \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 2 = -x + 2 \\ & \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x = 0 \\ & x(x+5) = 0 \\ & x = 0 \text{ or } -5 \quad (\because x \geq -1) \\ & \therefore B(0, 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \therefore \text{이제} \\ & \overline{AB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \boxed{2\sqrt{2}} \end{aligned}$$

**서술형 3.**  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 - k \times {}_nC_r \times x - {}_nP_r = 0$ 의 두 근이  $-2, 6$ 일 때, 상수  $k$ 와 자연수  $n, r$ 의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [6점]

$$\alpha + \beta = k \times {}_nC_r = -2 + 6 = 4 \quad \text{... ①}$$

$$\alpha\beta = -{}_nP_r = -2 \cdot 6 = -12$$

$${}_nP_r = 4 \cdot 3 = 4P_2$$

$$\boxed{\therefore k = 4, r = 2}$$

① 이제

$$k \times {}_nC_2 = 4$$

$$k \times \frac{n \cdot (n-1)}{2 \cdot 1} = 4$$

$$\boxed{\therefore k = \frac{2}{3}}$$