

◆ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 5문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 실수로 수렴하는 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n^3 - a_n^2 - a_n + 1) = 3$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 n 번째 항까지의 합 $S_n = n^2 + 2n$ 이다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $6n < a_n b_n < 6n+1$ 을 만족시킬 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin x}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. 수열 $\{a_n\}$ 과 $\{b_n\}$ 의 극한에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 수렴하면, $\{a_n b_n\}$ 도 수렴한다.

ㄴ. $\{a_n + b_n\}$ 이 수렴하면, $\{a_n\}$ 이 수렴하거나 $\{b_n\}$ 이 수렴한다.

ㄷ. $\{a_n b_n\}$ 이 수렴하면, $\{a_n\}$ 이 수렴하거나 $\{b_n\}$ 이 수렴한다.

ㄹ. $\{a_n\}$ 이 발산하고 $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n = 0)$ 이면, $\{b_n\}$ 은 발산한다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄹ ④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

5. 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} (2a_n - b_n) = 7, \sum_{n=1}^{\infty} (a_n + 2b_n) = 1 \text{ 일 때,}$$

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n + \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{5}$ ② 2 ③ 3 ④ $\frac{18}{5}$ ⑤ 7

6. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{3a_n - 2} = \frac{1}{24}$ 이고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{2n} - \alpha \right) = 100 \text{ 일 때, 상수 } \alpha \text{의 값은?}$$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

7. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

ㄱ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n, \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 모두 수렴하면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$ 이다.

ㄴ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n$ 이 수렴하고 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \neq 0$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ 이다.

ㄷ. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = 3$ 이고, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 1$ 이면 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{2x} \right)^x$ 의 값은?

- ① e^{-6} ② e^{-3} ③ $e^{-\frac{3}{2}}$ ④ $e^{\frac{3}{2}}$ ⑤ e^3

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{e^{6x}-1}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 3 ④ $\frac{18}{5}$ ⑤ 7

10. 함수 $f(x) = e^{x+1} \ln x^3$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은?

- ① e^{-2} ② $3e^{-2}$ ③ e^2 ④ $3e^2$ ⑤ e^4

11. 두 직선 $y = 3x$, $y = x + 2$ 이 이루는 예각 θ 에 대하여 $\tan \theta$ 의 값은?

- ① -2 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 1 ⑤ $\frac{4}{3}$

12. $f(x) = (1 + \sin x) \cos x$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f\left(\frac{\pi}{2} - 2h\right) - f\left(\frac{\pi}{2} + 3h\right)}{2h}$ 의 값은?

- ① -5 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

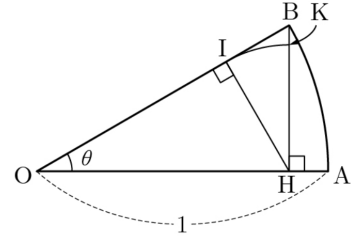
13. 매개변수 t 로 나타낸 함수 $x = -4t + 2$, $y = -2t^3 + 3$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 는?

- ① $\frac{2}{3t^2}$ ② $\frac{2t^2}{3}$ ③ $\frac{2}{3t}$ ④ $\frac{2}{3}t$ ⑤ $\frac{3}{2}t^2$

14. 함수 $f(x) = \ln(\cot^2 x)$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

15. 다음 그림과 같이 중심각의 크기가 θ 이고 반지름의 길이가 1인 부채꼴 AOB 가 있다. 점 B 에서 선분 OA 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 점 H 에서 선분 OB 에 내린 수선의 발을 I , 선분 HI 를 반지름으로 하는 호가 선분 BD 와 만나는 점을 K 라 하자. 부채꼴 IHK 의 넓이를 $S(\theta)$ 라 할 때, $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{4S(\theta)}{\theta^3}$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ 2

서답형

단답형 1. 극한값 $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$ 을 구하시오.

서술형 1. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 1) = \frac{1}{3}$ 일 때,

$\lim_{n \rightarrow \infty} (6n^2 - 1)a_n$ 의 값을 구하시오.

단답형 2. 함수 $y = \frac{x^2 + 7}{x + 3}$ 에서 $y' = \frac{ax^2 + bx + c}{(x + 3)^2}$ 일 때, 상수 a, b, c 의 값을 구하시오.

서술형 2. 자연수 n 에 대하여 두 직선 $x - y = 3^n$, $2x + y = 2^n$ 이 만나는 점의 좌표를 (a_n, b_n) 이라고 할 때, 극한값 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n}$ 을 구하시오.

서술형 3. 함수 $f(x) = x^{\cos x}$ 에 대하여 $f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $x > 0$)