

선택형

1. 수열 $7, 4, 1, -2, -5, \dots$ 의 일반항 a_n 은? [4점]

- ① $a_n = -3n + 10$ ② $a_n = -3n + 7$
 ③ $a_n = 3n + 4$ ④ $a_n = 3n + 7$
 ⑤ $a_n = 3n + 10$

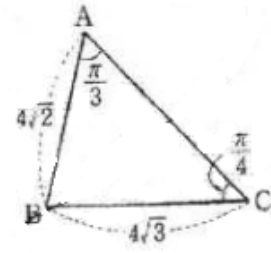
2. 수열 $1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}, \frac{1}{4}, \dots$ 의 일반항 a_n 은? [4.2점]

- ① $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ② $a_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n-1}$
 ③ $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ ④ $a_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^n$
 ⑤ $a_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^{n+1}$

3. $\sum_{k=1}^5 (a_{2k-1} + a_{2k}) = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (2a_k - 1)$ 의 값을 구하면? [4.4점]

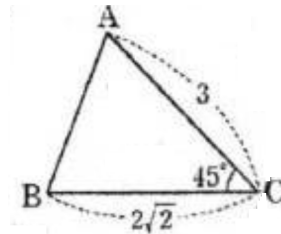
- ① 29 ② 30 ③ 49 ④ 50 ⑤ 59

4. 삼각형 ABC 에 대하여 $\frac{4\sqrt{3}}{\sin \square} = \frac{4\sqrt{2}}{\sin \frac{\pi}{4}}$ 의 빈칸에 알맞은 것은? [4.5점]



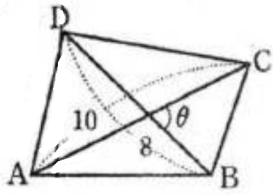
- ① $\frac{\pi}{3}$ ② $\frac{\pi}{4}$ ③ $\frac{\pi}{5}$ ④ $\frac{\pi}{6}$ ⑤ $\frac{\pi}{12}$

5. 그림과 같이 $a = 2\sqrt{2}$, $b = 3$, $C = 45^\circ$ 인 삼각형 ABC 의 넓이는? [4.7점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 넓이가 20인 사각형의 두 대각선의 길이가 각각 8, 10이라고 한다. 두 대각선이 이루는 예각의 크기를 θ 라고 할 때, θ 의 값은? [4.9점]



- ① $\frac{\pi}{12}$ ② $\frac{\pi}{6}$ ③ $\frac{\pi}{4}$ ④ $\frac{\pi}{3}$ ⑤ $\frac{5\pi}{12}$

7. 삼각형 ABC에서 $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 35^\circ$, $\overline{BC} = 10$ 일 때, 삼각함수의 그래프의 성질을 이용하여 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 구하면? [5.0점]

<삼각함수표>

각	sin	cos
20°	0.34	0.93
25°	0.42	0.90
30°	0.50	0.86
35°	0.57	0.81

- ① $\frac{250}{21}$ ② 10 ③ $\frac{500}{57}$ ④ $\frac{50}{9}$ ⑤ 5

8. 다음 <보기>는 모든 자연수 n 에 대하여 등식 $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{n-1} = \frac{1}{2}(3^n - 1)$... ㉠ 이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<보 기>

- (1) $n = 1$ 일 때,
(좌변)=1, (우변)= $\frac{1}{2} \times 2 = 1$ 따라서 ㉠이 성립한다.
(2) $n = k$ 일 때, ㉠이 성립한다고 가정하면
 $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{k-1} = \frac{1}{2} \boxed{f(k)}$
위의 식에 양변에 3^k 를 더하면
 $1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{k-1} + 3^k$
 $= \frac{1}{2}(3^k - 1) + 3^k = \frac{3}{2} \boxed{g(k)} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}(3^{k+1} - 1)$
따라서 $n = k + 1$ 일 때도 ㉠이 성립한다.
(1), (2)에서 모든 자연수 n 에 대하여 ㉠이 성립한다.

- 위의 과정에서 $f(k)$ 와 $g(k)$ 에 대하여 $f(2)g(1)$ 의 값을 구하면? [5.1점]

- ① 8 ② 16 ③ 24 ④ 48 ⑤ 144

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [5.2점]

<보 기>

ㄱ. 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하면

$$a_n + S_n = 3 \text{이다.}$$

ㄴ. 수열 $\{\log_3 a_n\}$ 은 등차수열이다.

ㄷ. 수열 $\{b_n = a_{n+1} + a_n\}$ 은 첫째항이 $\frac{5}{3}$, 공비가 $\frac{2}{3}$ 인 등비수열이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄴ ⑤ ㄴ, ㄷ

10. 첫째항이 4, 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$ 이

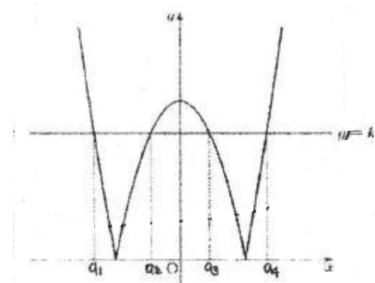
$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_k} + \sqrt{a_{k+1}}} = 1$ 를 만족시킬 때, 자연수 n 의 값을 구하면? [5.4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_8 - a_6 = 4$ 를 만족한다. 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라고 하자. $S_n = pn^2 + n + 1$ 일 때, $a_1 + a_3 + a_5$ 의 값은? [5.5점]

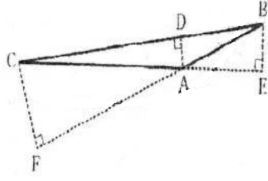
- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

12. 그림과 같이 함수 $y = |x^2 - 10|$ 의 그래프가 직선 $y = k$ 와 서로 다른 네 점에서 만날 때, 네 점의 x 좌표를 각각 a_1, a_2, a_3, a_4 라 하자. 네 수 a_1, a_2, a_3, a_4 가 각각 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, 상수 k 의 값은? [5.6점]



- ① 6 ② $\frac{31}{5}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{5}$ ⑤ 8

13. 그림과 같이 $A > 90^\circ$ 인 삼각형 ABC 의 세 꼭짓점 A, B, C 에서 세 직선 BC, CA, AB 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, F 라 하자. $\overline{AD} : \overline{BE} : \overline{CF} = 3 : 4 : 6$ 일 때, 삼각형 ABC 에서 $\cos C$ 의 값은? [5.7점]



- ① $\frac{5}{8}$ ② $\frac{11}{16}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{13}{16}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

14. 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

<조건>

(가) $-1 \leq x < 1$ 에서 $f(x) = |x|$ 이다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) = f(x)$ 이다.

자연수 n 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 함수 $y = \log_{2n} x$ 의 그래프가 만나는 점의 개수를 a_n 이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은? [5.8점]

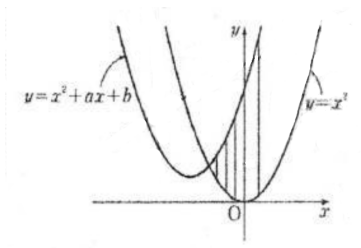
- ① 90 ② 100 ③ 132 ④ 156 ⑤ 182

서답형

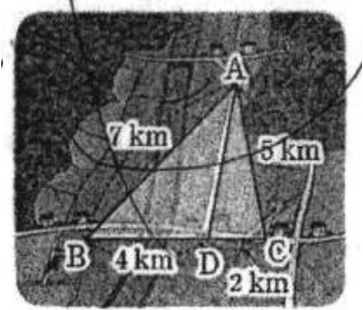
단답형 1. 수열 $\{a_n\}$ 이 $0, 2, 6, 12, 20, \dots$ 일 때, a_8 을 구하시오. [4.5점]

단답형 2. 반지름의 길이가 8인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $A = 120^\circ$, $B = 45^\circ$ 일 때, 선분 AB 의 길이를 구하시오. [5.5점]

서술형 1. 다음 그림은 두 곡선 $y = x^2 + ax + b$, $y = x^2$ 의 교점에서 오른쪽 방향으로 두 곡선 사이에 y 축과 평행한 선분 12개를 일정한 간격으로 그은 것이다. 선분의 길이를 왼쪽부터 차례로 $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{12}$ 이라고 하면 $l_1 = 3$, $l_{12} = 13$ 이다. $l_1 + l_2 + l_3 + \dots + l_{12}$ 의 값을 구하시오. (단, $a > 0$ 이고 a, b 는 상수) [4점]



서술형 2. 그림과 같이 네 지점 A, B, C, D 중 B, C, D 가 한 직선 위에 있다. $\overline{AB} = 7\text{km}$, $\overline{AC} = 5\text{km}$, $\overline{BD} = 4\text{km}$, $\overline{DC} = 2\text{km}$ 일 때, $\cos C$ 의 값을 이용하여 두 지점 A, D 사이의 거리를 구한 후, 삼각형 ACD 의 내접원의 반지름을 구하시오. [5점]



서술형 3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 $a_1 a_2 = a_{10}$, $a_1 + a_9 = 90$ 일 때,
 $(a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9)(a_1 - a_3 + a_5 - a_7 + a_9)$ 의 값을 구
 하시오. [6점]

서술형 4. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \sum_{k=1}^n k^3$ 일 때, 식
 $\frac{1 \times 2}{a_1} + \frac{2 \times 3}{a_2} + \frac{3 \times 4}{a_3} \dots + \frac{9 \times 10}{a_9}$ 을 Σ 를 이용하여 표현하
 고, 그 값을 구하시오. [5점]