

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(70점), 단답형 3문항(10점),
서술형 4문항(20점)
- ◆ 총점 : 100점
- ◆ 배점은 문항별로 다릅니다. 문항 끝에 있는 □ 안
의 배점을 참고하시기 바랍니다.

선택형

1. 다음 중 <보기>에서 집합인 것만을 있는 대로 고른
것은?

1, 2

<보기>

- ㉠. 100보다 작은 실수들의 모임
㉡. 큰 수들의 모임
㉢. 수학을 잘하는 학생들의 모임
㉣. $x^2 + 7x - 1 = 0$ 의 해의 모임

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 17$,

$n(B) = 40$, $n(A \cap B) = 11$ 일 때, $n(A \cup B)$ 는?

- ㉠ 46 ㉡ 49 ㉢ 51 ㉣ 54 ㉤ 55

3. 두 집합

$A = \{x \mid 1 \leq x \leq 7\}$, $B = \{x \mid x < 2\} \cup \{x \mid x > a\}$ 에 대하여
 $B^c \subset A$ 가 성립할 때, 실수 a 의 최댓값은?(단, $2 < a$ 이다.)

- ㉠ 6 ㉡ 7 ㉢ 8 ㉣ 9 ㉤ 10

4. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합 중 2 또는 4를 원소로
포함하는 부분집합의 개수는?

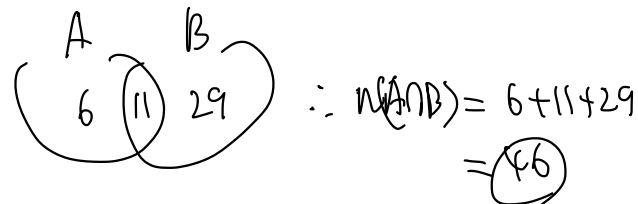
- ㉠ 8 ㉡ 10 ㉢ 12 ㉣ 14 ㉤ 16

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일
때, 다음 중 옳은 것은?

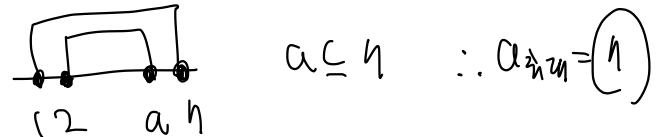
- ㉠ $A \cup B = A$ ㉡ $A \cup B^c = U$
㉢ $B \subset A^c$ ㉣ $A \cap B^c = \emptyset$
㉤ $A^c \subset B^c$

풀이

2



3



4

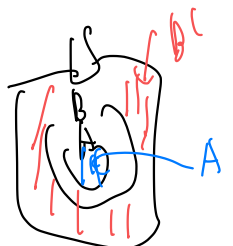
$$2^4 - 2^2 = 16 - 4 = 12$$

5

㉠ $A \cup B = B$ (틀림)



㉢



㉤ $A \subset B \Rightarrow B^c \subset A^c$

6. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여

$\{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap (B - A)$ 를 간단히 한 것은?

- ① \emptyset ② U ③ $A \cap B$ ④ A^c ⑤ B

7. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{이하의 자연수}\}$ 일 때, 조건

' x 는 15의 약수이다.' 의 진리집합은?

- ① \emptyset ② $\{1, 15\}$
③ $\{5, 10, 15\}$ ④ $\{1, 3, 5, 15\}$
⑤ $\{1, 2, 3, \dots, 15\}$

8. 명제 '모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 4x + a \geq 0$ 이다.' 가 참이 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 < 2$ 이다.
② 모든 자연수 x 에 대하여 $x^2 - x \geq 0$ 이다.
③ 어떤 자연수 x 에 대하여 $x^2 - 2x = 0$ 이다.
④ 모든 실수 x 에 대하여 $(x+2)^2 - 1 > 0$ 이다.
⑤ 어떤 실수 x 에 대하여 $|x-1| \leq 0$ 이다.

10. $x > 1$ 일 때, $x + \frac{9}{x-1}$ 는 $x = a$ 에서 최솟값 b 를 갖는다. 이때 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

11. 두 조건 ' $p: x^2 - ax + 6 \neq 0$ ', ' $q: x \neq 3$ ' 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건일 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

풀이

$$⑥ \quad [(A \cap B^c) \cup (A \cap B)] \cap (B - A)$$

$$= [A \cap (B^c \cup B)] \cap (B - A) \quad (\text{분배})$$

$$= (A \cap U) \cap (B - A) \quad (\text{보완})$$

$$= A \cap (B - A) \quad (\text{중첩})$$

$$= A \cap (B \cap A^c) \quad (\text{차집합})$$

$$= (A \cap A^c) \cap B \quad (\text{교차, 분배})$$

$$= \emptyset \cap B \quad (\text{상반})$$

$$= \emptyset \quad (\text{공집합})$$

$$⑦ \quad \{1, 3, 5, 15\}$$

$$⑧ \quad b/4 = 4 - a \leq 0$$

$$4 \leq a$$

$$⑨ \quad ④ \quad (\text{반례}) \quad x = -1.5 \text{ 일 때}$$

$$0.25 - 1 < 0$$

$$⑩ \quad x-1 + \frac{9}{x-1} + 1 \geq 2\sqrt{(x-1) \cdot \frac{9}{x-1}} + 1 \quad (\because \text{평균})$$

$$\text{배우고 이해함}$$

$$= 6 + 1 = 7$$

$$(\text{예}, x-1 = \frac{9}{x-1} \text{ 일 때 평균 성립})$$

$$\therefore b = 7 \quad \text{④} \quad (a-1)^2 = 9$$

$$a-1 = 3 \quad (\because a > 1)$$

$$a = 4$$

$$\therefore a+b = 4+7 = 11$$

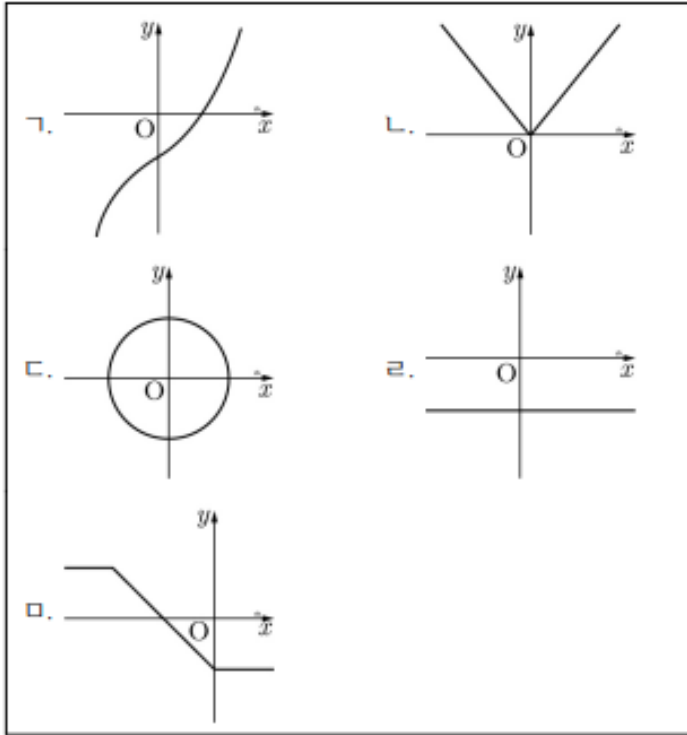
$$⑪ \quad p \Rightarrow q \text{ 일 때 } \sim q \Rightarrow \sim p \text{ 이용}$$

$$\sim q: x=3 \quad \sim p: x^2 - ax + 6 = 0$$

$$\therefore 3^2 - 3a + 6 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

12. 다음 ㄱ~ㅅ 중에서 함수인 것의 개수를 a , 일대일함수의 개수를 b , 일대일대응의 개수를 c 라고 할 때, $a+b+c$ 의 값은?



- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

13. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x^2 + 3$ 에 대하여 $f \circ g$ 를 고르면?

- ① $2x^2 - 5$
 ② $2x^2 + 5$
 ③ $4x^2 - 4x$
 ④ $4x^2 - 4x + 1$
 ⑤ $4x^2 - 4x + 4$

14. 함수 $f(x) = ax - 1$ ($a \neq 0$)의 역함수 $f^{-1}(x)$ 에 대하여 $f = f^{-1}$ 일 때, 상수 a 의 값을 고르면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

풀이

(12) 함수 : ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅁ $\therefore a = 4$
 일대일함수 : ㄱ $\therefore b = 1$
 일대일대응 : ㄱ $\therefore c = 1$
 $\therefore a + b + c = 4 + 1 + 1 = 6$

(13) $(f \circ g)(x) = f(g(x))$
 $= 2g(x) - 1$
 $= 2(x^2 + 3) - 1$
 $= 2x^2 + 5$

(14) $f(x) = ax - 1$ ③
 $x = a f^{-1}(x) - 1$
 $f^{-1}(x) = \frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ $\therefore \frac{1}{a} = -1$
 $a = -1$

단답형 3. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수 f, h 를

$$f: x \rightarrow x+1, \quad h: x \rightarrow 2x$$

으로 정의할 때, $(f^{100} \circ h^5)(1)$ 의 값을 구하시오.

(단, $f^1 = f, f^{n+1} = f \circ f^n, h^1 = 1, h^{n+1} = h \circ h^n$)

서술형

서술형 1. 두 집합

$$A = \{a-5, a-2, a+7\}, B = \{-1, 1, a^2-5a\}$$

$A \cap B = \{-1, -4\}$ 일 때, a 를 구하시오. (단, a 는 실수이다.)

서술형 2. 함수 $f(x)$ 의 역함수인 $g(x)$ 에 대하여

$$f(4g(x)-3x) = x \text{ 일 때, } g(3) \text{의 값을 구하시오.}$$

서술형 3. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x) = |x+1| + ax - 1 \text{ 이 일대일대응이 되도록 하는 상수}$$

a 의 값의 범위를 구하시오.

[H3] $f(x) = \begin{cases} x+1+ax-1 & (x \geq -1) \\ -x-1+ax-1 & (x < -1) \end{cases}$

i) f 가 증가함수이면
 $a+1 > 0$ and $a-1 > 0$
 $\therefore a > 1$

ii) f 가 감소함수이면
 $a+1 < 0$ and $a-1 < 0$
 $\therefore a < -1$

서술형 4. 명제 '자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도

홀수이다.'가 참임을 대우를 이용하여 증명하시오.

<조건>

- ㄱ. 풀이 맨 윗줄에 명제의 대우를 정확히 쓰시오.
- ㄴ. 명제의 증명 과정에서 필요한 설명이 빠짐없이 포함되도록 서술하시오.

풀이

[단 3] i) $f'(x) = x+1$
 $f^2(x) = x+2$
 \vdots
 $f^{100}(x) = x+100$

ii) $h^1(x) = 2x$
 $h^2(x) = 2(2x) = 4x$
 \vdots
 $h^5(x) = 2^5 x = 32x$

$$\therefore (f^{100} \circ h^5)(1) = f^{100}(32) = 132$$

[H1] i) $a^2 - 5a = -4$
 $a^2 - 5a + 4 = 0$
 $\therefore a = 1 \text{ or } 4$

ii) $a = 1$ 일 때
 $A = \{-4, -1, 8\}$
 $B = \{-1, 1, -4\}$
 $\therefore B \not\subset A$

iii) $a = 4$ 일 때
 $A = \{-1, -2, 11\}$
 $B = \{-1, 1, -4\}$
 $\therefore B \not\subset A$

$$\therefore a = 1$$

[H2] Let $g(3) = a$, then $f(a) = 3$

$$f(4g(3)-9) = 3$$

$$f(4a-9) = 3$$

$$\therefore 4a-9 = a$$

$$3a = 9$$

$$a = 3$$

$$\therefore \text{정답: } a > 1 \text{ or } a < -1$$

즉이전 명제에 n 대역 '자연수 n 에 대하여 n 이 짝수이면 n^2 은 짝수이다.'를 이용한다.
 n 이 짝수라 가정하자.

$$n = 2k$$

$$n^2 = 4k^2 = 2(2k^2)$$

$\therefore n^2$ 은 짝수이므로 대우 증명법이 타당하다.
 즉이전 명제를 참이다.