

◆ 전체 : 선택형 16문항(70점), 서답형 5문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^3 + x & (x < 1) \\ 5x^2 + b & (x \geq 1) \end{cases}$ 가 $x = 1$ 에서 미분가능하도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)$ 에 대하여 x 의 값이 -1 에서 1 까지 변할 때, 평균변화율은 -2 이고, x 의 값이 -1 에서 5 까지 변할 때, 평균변화율은 2 이다. x 의 값이 1 에서 5 까지 변할 때, 평균변화율은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + a^2x - 4a}{4x^2 + a^2x - 5a}$ 의 값이 존재하지 않도록 하는 상수 a 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

4. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x) - x^3}{x^2} = 2$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x - 1} = 1$ 을 만족시킬 때, $f(0)$ 은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x-2)+5}{x^2-4} = 3$ 일 때,
 $f(0) + f'(0)$ 의 값은?
- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

6. 두 함수 $f(x) = x^2 + 4$, $g(x) = 2x - 9$ 에 대하여 다음 <보기>
 중 실수 전체 집합에서 연속인 함수만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㉠. $2f(x) - 3g(x)$
 ㉡. $f(x)g(x)$
 ㉢. $\frac{f(x)}{g(x)}$
 ㉣. $\frac{f(x)}{f(x) + g(x)}$
 ㉤. $\frac{g(x)}{\{f(x)\}^2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢
 ③ ㉡, ㉣ ④ ㉠, ㉡, ㉤
 ⑤ ㉡, ㉣, ㉤

7. 함수 $f(x)$ 가 모든 양의 실수 x 에 대하여
 $12x^2 - 1 < f(2x) < 12x^2 + 1$ 을 만족시킬 때, 극한값 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2}$
 을 구하면?
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 12

8. 미분가능한 세 함수 $f(x), g(x), h(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)-2}{x-3} = 1$,
 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{g(x)+3}{x-3} = 2$, $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{h(x)+1} = 3$ 을 만족시킬 때, 함수
 $y = f(x)g(x)h(x)$ 의 $x = 3$ 에서 미분계수는?
- ① -19 ② -9 ③ -3 ④ 1 ⑤ 5

9. 함수 $f(x) = x^3 - 6x$ 에 대하여 닫힌구간 $[-\sqrt{6}, \sqrt{6}]$ 에서 롤의 정리를 만족시키는 실수 c 가 될 수 있는 모든 값의 곱을 α , 닫힌구간 $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 실수 c 가 될 수 있는 모든 값의 곱을 β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

10. 함수 $f(x) = \begin{cases} -x & (|x| < 1) \\ \frac{|x|}{x} & (|x| \geq 1) \end{cases}$ 에 대해 두 함수 $g(x), h(x)$ 가 $g(x) = f(x) + |f(x)|$, $h(x) = f(f(x))$ 일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

- ㄱ. $g(x)$ 는 $x = -1$ 에서 불연속이다.
 ㄴ. $h(x)$ 는 연속함수이다.
 ㄷ. $\lim_{x \rightarrow -1+} g(x)h(x) = 0$ 이다.

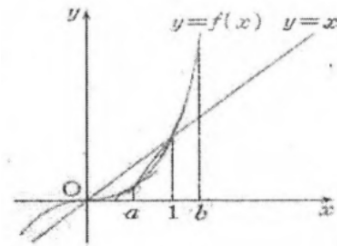
- ① ㄱ ② ㄷ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. $x \neq 1$ 인 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x) = \left| \frac{3-2x}{x-1} \right|$ 와 $g(x) = x + t$ 가 있다. 실수 t 에 대하여 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프의 교점의 수를 $h(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow k} h(t)$ 의 값이 존재하지 않는 k 의 개수는?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

12. 다음 그림과 같은 다항함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 에서 $0 < a < 1 < b$ 일 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?



<보 기>

- ㄱ. $f(a) + b < f(b) + a$
 ㄴ. $f'(1) < \frac{f(a)-1}{a-1} < f'(1)$
 ㄷ. $f'(\sqrt{ab}) < f'\left(\frac{a+b}{2}\right)$

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ
 ③ ㄱ, ㄷ ④ ㄴ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

13. 곡선 $y = x^3$ 위의 한 정점 $A(a, a^3)$ ($a > 0$)에서 이 곡선에
그은 접선이 이 곡선과 만나는 다른 한 점을 $B(b, b^3)$ 라 하고,
곡선 위의 한 동점을 $P(x, x^3)$ ($b < x < 0$)라 하자. 삼각형
 PAB 넓이의 최댓값이 96일 때, a 는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

14. 곡선 $y = x^n$ 위의 원점 O 가 아닌 임의의 점 P 에서의
접선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 Q, R 이라 하자. 삼각형
 OPQ 와 삼각형 ORQ 의 넓이의 비가 1:4일 때, 자연수 n 의
값은?

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

15. 두 함수 $f(x), g(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = |x - m| + n$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 & (x < \frac{1}{2} \text{ 또는 } x \geq 1) \\ 0 & (\frac{1}{2} \leq x < 1) \end{cases}$$

함수 $f(x)g(x)$ 가 실수 전체 집합에서 연속이 되도록 실수
 m, n 의 값을 정할 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② 0 ③ $\frac{1}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{3}{2}$

16. 함수 $f(x) = 2x^2 - 4x + 7$ 과 실수 t 에 대하여

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x \leq t) \\ -f(x) + 2f(t) & (x > t) \end{cases} \text{라 하자.}$$

$|g(x)| = 21$ 의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$h(t)$ 가 불연속이 되는 점들을 크기순으로 나열한 것을

a_1, a_2, \dots, a_n ($a_1 < a_2 < \dots < a_n$)라 하자. <보기>에서 옳

은 것을 있는 대로 고른 것은? (단, n 은 자연수)

<보 기>

㉠. $h(a_1) + h(a_n) = 6$

㉡. $h(t)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은 6이다.

㉢. $\sum_{k=1}^n na_k$ 의 값은 4이다.

① ㉡

② ㉢

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

서답형

단답형 1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a\sqrt{x} - b}{x - 1} = 3$ 일 때, 상수 a, b 에 대해 $a + b$ 의 값을 구하시오.

단답형 2. 닫힌구간 $[0, 5]$ 에서 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의하자.

$$f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1 + 7t(x+1)}{3 + 2t} (x - 3)$$

함수 $f(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하시오.

서술형 1. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2g(x) - 2x}{x - 1}$ 가 0이 아닌 일정한 값이고 $f(x) - x + 1 = (x - 1)g(x)$ 를 만족시킬 때, 극한값 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3f(x)g(x)}{x^2 + x - 2}$ 을 구하는 과정과 답을 쓰시오.

서술형 3. $f(x) = x^4 - x^3 - 5x$ 와 $g(x) = -3x - 1$ 에 대하여 $f(x) = g(x)$ 가 열린구간 $(0, 2)$ 에서 적어도 두 개의 실근이 존재함을 증명하시오.

서술형 2. 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(-1, 2)$ 에서의 접선의 기울기가 3일 때 접선의 방정식과 곡선 $g(x) = (3x^2 - x)f(x)$ 위의 $x = -1$ 인 점에서의 접선의 방정식을 각각 구하시오. ($f(-1), f'(-1), g'(x), g(-1), g'(-1)$ 의 값 또는 식과 두 접선의 방정식을 반드시 쓰시오.)