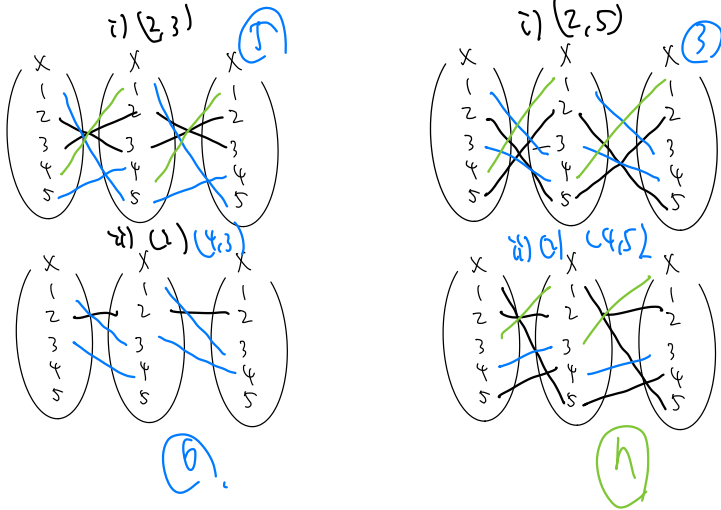


5. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 중에서 역함수가 존재하는 함수를 f 라 하자. 함수 f 가 $(f \circ f)^{-1} = 1$, $(f \circ f)(2) = 2$ 를 만족할 때, $f(4) + f(5)$ 의 최댓값은? [5.5점]

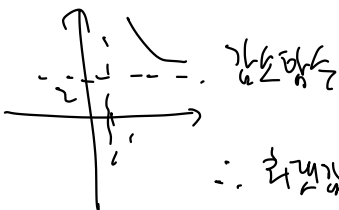
- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8



6. $2 \leq x \leq 4$ 에서 $f(x) = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, ab 의 값은? [4.2점]

- ① -2 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 7

$$f(x) = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 2$$

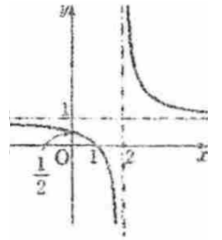


$$\therefore \text{최댓값} = f(2) = \frac{3}{1} = 3$$

$$\text{최솟값} = f(4) = \frac{1}{3}$$

$$\therefore ab = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$$

7. 함수 $y = \frac{cx+d}{ax+b}$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $ab+cd$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수) [4.6점]



- ① -4 ② -3 ③ -2 ④ 2 ⑤ 4

$$y = \frac{k}{x-2} + 1 \quad \text{점 } (1, 0) \text{을 거}$$

$$0 = -k + 1$$

$$k = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= \frac{1}{x-2} + 1 \\ &= \frac{1 + (x-2)}{x-2} \\ &= \frac{x-1}{x-2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore ab+cd &= (1 \cdot (-2)) + (1 \cdot (-1)) \\ &= -3 \end{aligned}$$

8. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 점 $(4, 2)$ 를 지나고 두 점근선 중 하나가 직선 $y = 3$ 이다. $x \neq -3$ 인 x 에 대하여 $f(f(x)) = x$ 가 성립할 때, $f(1)$ 의 값은? [4.7점]

- ① $-\frac{13}{2}$ ② $-\frac{7}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $\frac{13}{2}$

$$\text{i)} \quad a = 3$$

$$\text{ii)} \quad f(f(x)) = x$$

$$f(x) = f^{-1}(x)$$

$$\begin{aligned} f^{-1}(x) &= \frac{-cx+b}{x-a} \\ &= \frac{-cx+b}{x-3} \end{aligned}$$

$$\therefore -c = a$$

$$c = -3$$

$$\text{iii)} \quad f(4) = \frac{3 \cdot 4 + b}{4 - 3} = 2$$

$$2 = 12 + b \quad \text{점 } (4, 2) \text{을 거}$$

$$b = -10$$

$$\therefore f(x) = \frac{3x-10}{x-3}$$

$$f(1) = \frac{3-10}{1-3}$$

$$= \frac{7}{2}$$

9. 함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프는 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 것이고, 점 $(-2,0)$ 을 지난다. 이때, $a+b+c$ 의 값은? [4.6점]

- ① -10 ② -9 ③ 5 ④ 7 ⑤ 11

$$y = \sqrt{ax} \xrightarrow{y \rightarrow y-2} y = \sqrt{a(x+1)} - 2$$

$$0 = \sqrt{-a} - 2 \quad \downarrow (-2, 0) \text{을 지난다}$$

$$a = -4$$

$$\therefore y = \sqrt{-4(x+1)} - 2$$

$$= \sqrt{-4x-4} - 2$$

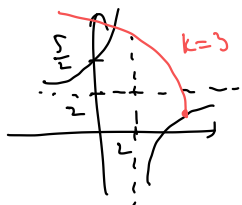
$$\therefore a+b+c = -4-4-2 = -10$$

10. 두 함수 $f(x) = \frac{2x-5}{x-2}$, $g(x) = \sqrt{-x+k}+1$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 실수 k 의 최솟값은? [4.7점]

- ① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

$$i) f(x) = \frac{2(x-2)+1}{x-2}$$

$$= \frac{-1}{x-2} + 2$$



$$ii) f(x) = \frac{2x-5}{x-2} \quad \downarrow (k, 1) \text{을 지난다}$$

$$1 = \frac{2k-5}{k-2}$$

$$k-2 = 2k-5$$

$$k = 3$$

11. 어느 허브농장에서 서로 다른 로즈마리 화분 3개와 라벤더 화분 3개를 일렬로 나열할 때, 로즈마리 화분을 양끝에 놓는 경우의 수를 a , 로즈마리와 라벤더 화분을 번갈아 놓는 경우의 수를 b 라고 하자. $a+b$ 의 값은? [4.7점]

- ① 72 ② 108 ③ 144 ④ 180 ⑤ 216

$$i) \text{ 로즈마리 } \text{라벤더} \text{로즈마리} \text{라벤더} \text{로즈마리} \text{라벤더}$$

$$2! \times 3! = 144 \text{ 가다}$$

$$ii) \text{ 로즈마리 } \text{라벤더} \text{로즈마리} \text{라벤더} \text{로즈마리} \text{라벤더}$$

$$2! \times 3! \times 3! = 172 \text{ 가다}$$

$$\therefore 144 + 72 = 216 \text{ 가다}$$

12. ${}_5P_2 \times {}_4C_2 \times \frac{2!}{4!}$ 의 값은? [4.5점]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 20

$$5 \times 4 \times \frac{4 \times 3}{2 \times 1} \times \frac{1}{4 \times 3} = 10$$

13. 서로 다른 5컬레의 구두 10짝 중에서 4짝을 택할 때, 짝이 맞는 구두가 하나도 없는 경우의 수는? [4.7점]

- ① 80 ② 90 ③ 100 ④ 110 ⑤ 120

ㄱ) 짝이 하나도 없는 경우

$$5 \times (8 \times 7 \times 6 \times 5) = 120 \text{ 가지}$$

ㄴ) 짝이 꼭 하나 있는 경우

$$5 \times 2 = 10 \text{ 가지}$$

$$\therefore 10 \times 4 - 120 - 10$$

$$= \frac{10 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} - 130$$

$$= 80 \text{ 가지}$$

14. 서로 다른 세 개의 주사위를 던져서 나오는 눈의 수를 각각 a, b, c 라 할 때, $abc + ab + a$ 의 값이 홀수가 되는 경우의 수는? [4.6점]

- ① 27 ② 54 ③ 81 ④ 108 ⑤ 135

$a(b(c+1)+1)$ 이 홀수 이므로

a : 홀수 $b(c+1)$: 짝수

i) b : 짝수, $c+1$: 짝수 일 때

$$3 \times 3 = 9 \text{ 가지}$$

ii) b : 짝수, $c+1$: 홀수 일 때

$$3 \times 3 = 9 \text{ 가지}$$

iii) b : 홀수, $c+1$: 짝수 일 때

$$3 \times 3 = 9 \text{ 가지}$$

$$\therefore 3 \times (9 + 9 + 9) = 54$$

15. 다음은 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수 $f: A \rightarrow B$ 중에서 치역과 공역이 일치하는 것의 개수를 구하는 방법 중 한 가지이다.

A 의 원소를 두 개 조로 나누는 다음 B 의 원소 a, b 에 분배하는 방법을 생각한다. 두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개, 2개)로 나누는 방법이 있으므로 ${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14$

위의 방법을 이용하여 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $Y = \{a, b, c\}$ 일 때, 함수 $g: X \rightarrow Y$ 중에서 치역과 공역이 일치하는 것의 개수를 구하면? [5.5점]

- ① 450 ② 540 ③ 630 ④ 990 ⑤ 1080

$$6 = 1 + 2 + 3$$

$$= 2 + 2 + 2$$

$$= 4 + 1 + 1$$

i) (1개, 2개, 3개)

$${}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360 \text{ 가지}$$

ii) (2개, 2개, 2개)

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90 \text{ 가지}$$

iii) (4개, 1개, 1개)

$${}_6C_4 \times {}_2C_1 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 90 \text{ 가지}$$

$$\therefore 360 + 90 + 90 = 540 \text{ 가지}$$

서답형

단답형 1. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)가 f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ \frac{x+1}{2} & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$$

일 때, $f(10) + f^2(10) + f^3(10) + \dots + f^{10}(10)$ 의 값을 구하시오.

(단, $f^1 = f$, $f^{n+1} = f \circ f^n$) [3점]

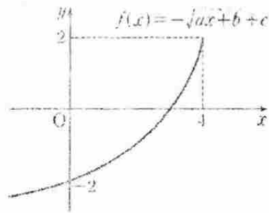
$$\begin{aligned} f^1(10) &= 5 & \therefore \text{총: } 5+3+2+1 \times 7 \\ f^2(10) &= f(5) = 3 & = (17) \\ f^3(10) &= f(3) = 2 \\ f^4(10) &= f(2) = 1 \\ f^5(10) &= f(1) = 1 \\ &\vdots \end{aligned}$$

단답형 2. 함수 $f(x) =$

$-\sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 그림

과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하

시오. (단, a, b, c 는 상수) [4점]



$$\begin{aligned} y &= -\sqrt{a(x-4)} + 2 & \downarrow (0, -2) \text{을 대입} \\ -2 &= -\sqrt{-4a} + 2 \\ 16 &= -4a & \therefore a+b+c \\ a &= -4 & = -4+16+2 \\ & & = (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore y &= -\sqrt{-4(x-4)} + 2 \\ &= -\sqrt{-4x+16} + 2 \end{aligned}$$

단답형 3. 0, 1, 2, 3의 숫자가 각

각 적힌 4장의 카드 중에서 3장의 카드를 이용하여 세 자리의

자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수를 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} \text{ㄱ) } 0, 1, 2 \text{ 일 때} & \quad \text{ㄴ) } 1, 2, 3 \text{ 일 때} \\ 2 \times 2 \times 1 &= 4 \text{ 개} & 3! &= 6 \text{ 개} \end{aligned}$$

$$\therefore 4+6 = (10 \text{ 개})$$

서술형 1. 함수 $f(x) = ax+1$ ($a \neq 0$), $g(x) = 3x+1$ 에 대하여 $f(x) = f^{-1}(x)$ 일 때, $(h \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족시키는 함수 $h(x)$ 를 구하시오. [총 7점]

(1) 상수 a 의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [3점]

$$\begin{aligned} f(x) &= ax+1 & \downarrow (0, 1) \\ x &= af^{-1}(x)+1 \\ f^{-1}(x) &= \frac{1}{a}x - \frac{1}{a} \end{aligned}$$

$$f(x) = f^{-1}(x) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} -\frac{1}{a} &= 1 \\ \therefore a &= -1 \end{aligned}$$

(2) 함수 $h(x)$ 를 구하는 과정과 답을 쓰시오. [4점]

$$\begin{aligned} h(-x+1) &= 3x+1 \\ \text{let } -x+1 &= t \\ x &= -t+1 \\ h(t) &= 3(-t+1)+1 \\ &= -3t+4 \end{aligned}$$

$$\therefore h(x) = -3x+4$$

서술형 2. 함수 $f(x) = \sqrt{3x-5} - 1$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 직선 $y = -x + 2$ 과 만나는 두 점을 각각 A, B 라고 할 때, 선분 AB 의 길이의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [7점]

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad \sqrt{3x-5} - 1 &= -x + 2 \\ \sqrt{3x-5} &= -x + 3 \quad \left(\frac{5}{3} \leq x \leq 3 \right) \\ 3x-5 &= x^2 - 6x + 9 \\ 0 &= x^2 - 9x + 14 \\ &\quad \quad \quad \begin{array}{c} -2 \\ -7 \end{array} \\ x &= 2 \text{ or } 7 \quad (\because x \leq 3) \\ \therefore A(2, 0) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad f(x) &= \sqrt{3x-5} - 1 \quad (y \geq -1) \\ x &= \sqrt{3f(x)+5} - 1 \quad (x \geq -1) \\ 3f^4(x) - 5 &= (x+1)^2 \\ 3f^4(x) &= x^2 + 2x + 6 \\ f^4(x) &= \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 2 \quad (x \geq -1) \\ \therefore \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 2 &= -x + 2 \\ \frac{1}{3}x^2 + \frac{5}{3}x &= 0 \\ x(x+5) &= 0 \\ x &= 0 \text{ or } -5 \quad (\because x \geq -1) \\ \therefore B(0, 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{이제} \\ \overline{AB} &= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \end{aligned}$$

서술형 3. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - k \times {}_nC_r \times x - {}_nP_r = 0$ 의 두 근이 $-2, 6$ 일 때, 상수 k 와 자연수 n, r 의 값을 구하는 과정과 답을 쓰시오. [6점]

$$\alpha + \beta = k \times {}_nC_r = -2 + 6 = 4 \quad \text{... ①}$$

$$\alpha\beta = -{}_nP_r = -2 \cdot 6 = -12$$

$${}_nP_r = 4 \cdot 3 = 4P_2$$

$$\boxed{\therefore k=4, r=2}$$

① 이제

$$k \times {}_nC_r = 4$$

$$k \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} = 4$$

$$\boxed{\therefore k = \frac{2}{3}}$$