

◆ 전체 : 선택형 15문항(70점) 서답형 7문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 두 다항식 $A = 2x^2 + 5xy - 4y^2$, $B = x^2 - xy + y^2$ 에 대하여

$(2A - 3B) - (A - 2B)$ 는? [4점]

- ① $x^2 + 6xy - 5y^2$ ② $x^2 + 5xy - 4y^2$
 ③ $2x^2 + 5xy - 4y^2$ ④ $2x^2 + 4xy - 3y^2$
 ⑤ $3x^2 + 4xy - 3y^2$

$$\begin{aligned} A - B &= 2x^2 + 5xy - 4y^2 - (x^2 - xy + y^2) \\ &= x^2 + 6xy - 5y^2 \end{aligned}$$

2. 다음 등식

$$2x^2 + x + a = b(x - 1)(x + 1) + c(x + 1)$$

이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 는? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

i) $x = -1$ 대입

$$\begin{aligned} 2 - 1 + a &= 0 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

ii) $x = 0$ 대입

$$\begin{aligned} -1 &= -b + 1 \\ b &= 2 \end{aligned}$$

iii) $x = 1$ 대입

$$\begin{aligned} 2 + 1 - 1 &= 2c \\ c &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore a + b + c &= -1 + 2 + 1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

3. $(x + y)^2(x - y)^2$ 의 전개식에서 x^2y^2 의 계수는? [4.2점]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

$$(x^2 + 2xy + y^2)(x^2 - 2xy + y^2)$$

$$x^2y^2 + x^2y^2 - 4x^2y^2$$

$$= -2x^2y^2$$

4. $x + y = 2$, $xy = -1$ 일 때, $x^3 + y^3$ 의 값은? [4.3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$= 2 \cdot (6 + 1) = 14$$

$$\begin{aligned} (x + y)^2 &= x^2 + y^2 + 2xy \\ 2^2 &= x^2 + y^2 - 2 \\ x^2 + y^2 &= 6 \end{aligned}$$

5. $z = \sqrt{-2}\sqrt{-2} + \frac{\sqrt{-27}}{\sqrt{-3}} + \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{-4}}$ 일 때, $z\bar{z}$ 의 값은? (단, \bar{z} 는 z 의 켤레복소수이다.) [4.3점]

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

$$z = \sqrt{2}i \sqrt{2}i + \frac{\sqrt{27}i}{\sqrt{3}i} + \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{-4}i}$$

$$= -2 + 3 + 4(-i)$$

$$= 1 - 4i$$

$$\therefore z\bar{z} = (1 - 4i)(1 + 4i)$$

$$= 1 + 16 = 17$$

6. $z = \frac{1-i}{1+i}$ 일 때, $z + z^2 + z^3 + \dots + z^{10}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

[4.5점]

- ① ☒ $-1-i$ ② $-1+i$ ③ $1-2i$
④ $1+2i$ ⑤ $2-3i$

$$z = \frac{1-i}{1+i} \cdot \frac{(1-i)}{(1-i)} \quad z + z^2 + z^3 + \dots + z^{10} = 0$$

$$= \frac{1-2i+i^2}{2}$$

$$= -i$$

$$\therefore z + z^2 + z^3 + z^4 + \dots + z^9 + z^{10}$$

$$= z + z^2$$

$$= -i - 1$$

7. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 다음 두 수 $\alpha + \beta$, $\alpha\beta$ 을 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은? [4.5점]

- ① $x^2 + 4x + 3 = 0$ ② $x^2 + 4x - 3 = 0$
③ $x^2 + 3x + 4 = 0$ ④ $x^2 + 3x - 4 = 0$
⑤ ☒ $x^2 - 3x - 4 = 0$

$$\alpha + \beta = 4$$

$$\alpha\beta = -1$$

$$(x-4)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

8. 실수 a, k 에 대하여 이차방정식 $x^2 + 4x + k = 0$ 의 한 근이 $a + \sqrt{3}i$ 일 때, $a + k$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [4.7점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ ☒ 5

1) 다른 근은 $a - \sqrt{3}i$ ($\because a, k: \text{Real}$)

2) $a + \sqrt{3}i + a - \sqrt{3}i = -4$

$$a = -2$$

3) $(a + \sqrt{3}i)(a - \sqrt{3}i) = a^2 + 3 = k$

$$k = 1$$

$$\therefore a + k = -2 + 1 = -1$$

9. 다음 <보기> 중 $2x^3 - 7x^2 + 2x + 3$ 의 인수를 모두 고르면? [4.7점]

<보기>			
㉠. $x+1$	<input checked="" type="radio"/> ㉡. $x-3$	<input checked="" type="radio"/> ㉢. $2x+1$	㉣. $x-4$

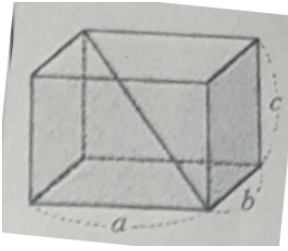
- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ☒ ㉡, ㉣

- ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

$$1 \overline{) \begin{array}{rrrr} 2 & -7 & 2 & 3 \\ & 2 & -5 & 3 \\ \hline 2 & -5 & 3 & 0 \\ & 2 & -5 & 3 \\ \hline & & & 0 \end{array}}$$

$$\therefore (x-1)(2x+1)(x-3)$$

10. 아래 그림과 같이 세 모서리의 길이가 각각 a, b, c 인 직육면체의 모든 모서리의 길이의 합이 48이고, 대각선의 길이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는? [5점]



- ① 88 ② 90 ③ 92 ④ 94 ⑤ 96

i) $4(a+b+c) = 48$

$a+b+c = 12$

ii) $a^2 + b^2 + c^2 = (5\sqrt{2})^2 = 50$

$$\begin{aligned} \therefore 2(ab+bc+ca) &= (a+b+c)^2 - (a^2+b^2+c^2) \\ &= 144 - 50 \\ &= 94 \end{aligned}$$

11. 다항식 $2x^3 - 3x^2 + 5$ 를 $2x+1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 구한 것은? [5점]

- ① $x^2 - 2x + 1, 2$ ② $x^2 - 2x + 1, 4$
 ③ $2x^2 - 4x + 2, 2$ ④ $2x^2 - 4x + 2, 4$
 ⑤ $2x^2 - 4x + 2, 4$

$$\begin{array}{r|rrrr} -\frac{1}{2} & 2 & -3 & 0 & 5 \\ & & -1 & 2 & 4 \\ \hline & 2 & -4 & 2 & 4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \left(x + \frac{1}{2}\right)(2x^2 - 4x + 2) + 4 \\ &= (2x+1)(x^2 - 2x + 1) + 4 \end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = x^2 + 4x$ 의 그래프와 직선 $y = 3x + n - 5$ 이 만나지 않도록 하는 자연수 n 의 개수는? [5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$x^2 + 4x = 3x + n - 5$$

$$x^2 + x + 5 - n = 0$$

$$D = 1^2 - 4(5-n)$$

$$= 4n - 19 < 0$$

$$n < \frac{19}{4} = 4.75$$

$$\therefore 4개$$

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가

$$a^3 + a^2b - a^2c - ab^2 - b^3 + b^2c = 0$$

- 을 만족시킬 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가? [5.2점]

① $a = b$ 인 이등변삼각형

② $b = c$ 인 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 빗변의 길이가 b 인 직각삼각형

⑤ 빗변의 길이가 c 인 직각삼각형

$$\begin{aligned} & (b^2 - c^2)c + a^3 - b^3 + ab(a-b) \\ &= (a-b) \left(-(a+b)c + \underbrace{a^2 + ab + b^2 + ab}_{(a+b)^2} \right) \end{aligned}$$

$$= (a-b)(a+b)(a+b-c) = 0$$

불가능

$$\therefore a=b \text{ 인 이등변삼각형}$$

14. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.
 $P(\alpha) = \beta, P(\beta) = \alpha, P(1) = 3$ 을 만족시키는 x 에 대한 이차식 $P(x)$ 에 대하여 $P(3)$ 의 값은? [5.3점]
- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = 3$$

i) let $F(x) = x^2 + ax + b$

$$\begin{cases} F(\alpha) = \alpha^2 + a\alpha + b = \beta \\ F(\beta) = \beta^2 + a\beta + b = \alpha \end{cases}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 + (\alpha + \beta)a + 2b = \alpha + \beta$$

$$4 - 6 - 2a + 2b = -2$$

$$\therefore a = b$$

ii) $F(x) = x^2 + ax + a$
 $F(1) = 1 + a + a = 3$ V 문제 조건 만족

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore F(x) = x^2 + x + 1$$

$$\therefore P(3) = 3^2 + 3 + 1 = 13$$

15. 이차함수 $f(x) = (x-a)(x-b)$ 에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b 는 실수이다.) [5.3점]

<보기>

㉠ $a = b$ 이면 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) \geq 0$ 이다.

㉡ 이차함수 $f(x)$ 의 최솟값은 $f\left(\frac{a+b}{2}\right)$ 이다.

㉢ $0 < a < b$ 이면 $f\left(\frac{a-b}{2}\right) < f\left(\frac{3a+b}{2}\right)$ 이다.

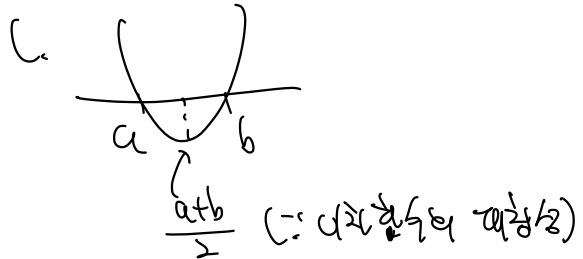
① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢



㉢

$$f\left(\frac{a-b}{2}\right) = \left(\frac{a-b}{2} - a\right)\left(\frac{a-b}{2} - b\right)$$

$$= \frac{-a-b}{2} \cdot \left(\frac{a}{2} - b\right) = \frac{a+b}{2} \cdot \left(b - \frac{a}{2}\right)$$

$$f\left(\frac{3a+b}{2}\right) = \left(\frac{3a+b}{2} - a\right)\left(\frac{3a+b}{2} - b\right)$$

$$= \frac{a+b}{2} \cdot \frac{3a-b}{2}$$

$$b - \frac{a}{2} - \left(\frac{3a-b}{2}\right)$$

$$= \frac{3}{2}b - 2a < 0 \text{ 이 성립하는 경우}$$

$$b=2, a=1 \text{ 등 가능}$$

서답형

단답형 1. $\frac{13}{2-3i}$ 을 $a+bi$ (a, b 는 실수)의 꼴로 나타낼 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$) [2점]

$$\frac{13(2+3i)}{4+9} = 2+3i$$

$$\therefore a+b = 2+3 = 5$$

단답형 2. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 두 근의 합을 구하시오. [2점]

$$\alpha + \beta = 4$$

단답형 3. $7^3 + 3 \times 7^2 \times 3 + 3 \times 7 \times 3^2 + 3^3$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$(7+3)^3 = 1000$$

단답형 4. 다항식 $x^3 - 3x^2 + 5x + 3$ 을 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오. [3점]

나머지 정리에 의해

$$1-3+5+3 = 6$$

서술형 1. 다항식 $P(x)$ 를 $x+2$ 로 나누었을 때의 몫이 x^2-3 이고, $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지가 2일 때, $P(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6점]

$$P(x) = (x+2)(x^2-3) + R$$

$$P(x) = (x+1)Q(x) + 2$$

$$\begin{aligned} \text{c) } P(-1) &= 1 \cdot (-2) + R = 2 \\ R &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore P(x) = (x+2)(x^2-3) + 4$$

d) 나머지 정리에 의해

$$P(2) = 4 \cdot 1 + 4 = 8$$

서술형 2. x 에 대한 이차방정식

$x^2 - (m-2a)x + (a^2 - 2a + n) = 0$ 이 실수 a 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수 m, n 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6점]

$$\begin{aligned} \text{c) } b &= (m-2a)^2 - 4(a^2 - 2a + n) \\ &= a(-4m+8) + m^2 - 4n = 0 \end{aligned}$$

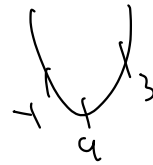
d) 위 식은 a 에 대한 항등식이므로

$$\begin{aligned} -4m+8 &= 0, & m^2-4n &= 0 \\ m &= 2, & 4-4n &= 0 \\ n &= 1 \end{aligned}$$


서술형 3. $-1 \leq x \leq 3$ 인 x 에 대하여 이차함수 $f(x) = x^2 - 2ax + 3$ 의 최솟값이 0이 되게 하는 상수 a 의 모든 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [8점]

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - 2ax + a^2 - a^2 + 3 \\ &= (x-a)^2 - a^2 + 3 \end{aligned}$$

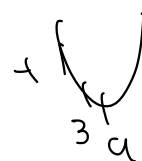
i) $-1 < a < 3$ 경우

 $\therefore f(x)_{\min} = f(a) = -a^2 + 3 = 0$
 $\therefore a = \sqrt{3}$

ii) $a \leq -1$ 경우

 $\therefore f(x)_{\min} = f(-1) = 1 + 2a + 3 = 0$
 $\therefore a = -2$

iii) $a \geq 3$ 경우

 $\therefore f(x)_{\min} = f(3) = 9 - 6a + 3 = 0$
 $\therefore a = 2$ (외)

$\therefore \sqrt{3}, -2$