

- ◆ 전체 : 선택형 14문항(70점), 서답형 6문항(30점)
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. $\lim_{x \rightarrow 2} (3x - 2)$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2 - \frac{1}{x}\right) + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 2x + 4}{x^2 + 3x - 2}$ 의 값은? [4.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + k & (x \geq 1) \\ -5x + 2k & (x < 1) \end{cases}$ 에서 극한값

$\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 가 존재할 때, 상수 k 의 값은? [4.4점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 - 2x + k) = k - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (-5x + 2k) = 2k - 5$$

$$\therefore k - 1 = 2k - 5$$

$$4 = k$$

4. 연속함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = -1$, $f(-2) = 1$, $f(-1) = -3$, $f(0) = -2$, $f(1) = 1$ 일 때, 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-3, 1)$ 에서 적어도 몇 개의 실근이 존재하는가? [4.5점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$(-3, -2)$, $(-2, -1)$, $(0, 1)$ 각각 1개 이상

5. 함수 $f(x) = x^3 + 2x + 1$ 에서

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(1 + 2\Delta x) - f(1)}{\Delta x}$ 의 값은? [4.7점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ 5 ④ 6 ⑤ 10

$$f'(1) = 2 \cdot 5 = 10$$

6. 곡선 $y = x^2 - x - 1$ 위의 점 $(1, -1)$ 에 접하는 접선의 방정식을 구하면? [4.9점]

- ① $y = -x - 2$ ② $y = x - 2$
③ $y = 2x - 1$ ④ $y = 2x + 1$
⑤ $y = 3x - 1$

$$y' = 2x - 1$$

$$e: (1, -1) \quad m = f'(1) = 1$$

$$y + 1 = 1 \cdot (x - 1)$$

$$y = x - 2$$

7. $x \geq 2$ 인 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가

$$(x-3)f(x) = \sqrt{x-2} - 1$$

을 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [5점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

$$f(3) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2-1}{x-3} \times \frac{1}{\sqrt{x-2}+1}$$

$x=3$ 에서 연속

$$= \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

8. 함수 $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 3]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 c 의 값은? [5.1점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$$\frac{f(3)-f(0)}{3-0} = f'(c)$$

$$\frac{27-6+1-1}{3} = 6c-2$$

$$11 = 6c-2$$

$$\therefore c = \frac{3}{2}$$

9. 함수 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & (x \geq 2) \\ 3x^2 - 1 & (x < 2) \end{cases}$ 가 $x = 2$ 에서 미분가능할 때, 상수 a, b 에 대해 $a+b$ 의 값을 구하면? [5.2점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

i) 미-가

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2ax = 4a$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 6x = 12$$

$$\therefore a = 3$$

ii) 연속

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (ax^2 + b) = 4a + b = 12 + b$$

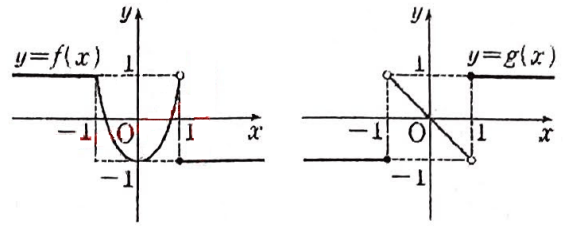
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (3x^2 - 1) = 11$$

$$= 12 - 1$$

$$\therefore b = -1$$

$$\therefore a+b = 3-1 = 2$$

10. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은? [5.4점]



<보기>

ㄱ. 함수 $f(x) - g(x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이다. X

ㄴ. $\lim_{x \rightarrow 0} \{f(x) + g(x)\} = -1$ O

ㄷ. 함수 $f(x)g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다. O

ㄹ. 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다. O

- ① ㄱ ② ㄴ, ㄷ ③ ㄴ, ㄹ ④ ㄷ, ㄹ ⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

11. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x, y 에 대하여 $f(x+y) = f(x) + f(y) + xy(x+y)$ 를 만족시킨다. $f'(0) = 6$ 일 때, $f'(3)$ 을 구하면? [5.5점]

- ① 3 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

$$i) f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0+h) - f(0)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(0) + f(h) + 0 - f(0)}{h} = 6$$

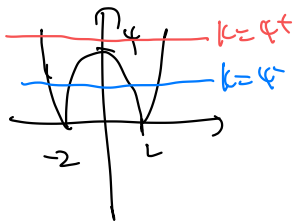
$$ii) f'(3) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3) + f(h) + 3h(3+h) - f(3)}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h)}{h} + \lim_{h \rightarrow 0} 3(3+h)$$

$$= 6 + 9 = 15$$

12. 실수 k 에 대하여 직선 $y = k$ 가 함수 $y = |x^2 - 4|$ 의 그래프와 만나는 점의 개수를 $f(k)$ 라 할 때, $\lim_{k \rightarrow 4^-} f(k) + \lim_{k \rightarrow 4^+} f(k)$ 의 값은? [5.6점]
- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9



$$4+2=6$$

13. 다항함수 $f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^3} = 0$, $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{f(x)} = -1$ 을 만족시키며, 방정식 $f(x) = x+1$ 의 한 근이 2일 때, $f(4)$ 의 값은? [5.7점]

- ① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

ㄱ) $f: 2차식 이하$

$$\text{ㄴ)} f(2) = 3$$

$$\text{ㄷ)} f(1) = 0$$

$$a(2-b) = 3$$

$$\begin{cases} 2a-ab=3 \\ -a+ab=1 \end{cases}$$

$$\text{let } f(x) = a(x-1)(x-b)$$

$$a=4, b=\frac{5}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x-1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{a(x-b)} = -1 \therefore f(x) = 4(x-1)(x-\frac{5}{4})$$

$$1 = -a(1-b)$$

$$f(4) = 4 \cdot 3 \cdot (\frac{16}{4} - \frac{5}{4})$$

$$1 = -a+ab$$

$$= 33$$

14. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $y = f(x)$ 가 $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 2$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \{f(x+3) - f(x-1)\}$ 의 값은? [5.8점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$\text{let } x-1 = t$$

$$\text{(34)} = \lim_{t \rightarrow \infty} (f(t+4) - f(t))$$

$$= \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{f(t+4) - f(t)}{t+4-t} \cdot 4$$

서답형

- 단답형 1. 함수 $f(x) = x^2 - 2x + 2$ 에서 x 값이 a 에서 $a+2$ 까지 변할 때, 평균변화율이 7이다. 이때 상수 a 의 값을 구하시오. [4.5점]

$$\frac{f(a+2) - f(a)}{a+2 - a} = 7$$

$$\frac{(a+2)^2 - 2(a+2) + 2 - (a^2 - 2a + 2)}{2} = 7$$

$$4a+4-4 = 14$$

$$a = \left(\frac{10}{4}\right)$$

- 단답형 2. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $x^k f'(x) = f(x)$ 를 만족시키고 $f(2) = 4$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [5.5점]

$$\text{ㄱ)} k=1$$

ㄴ) $f: 상수함수 \Rightarrow 0$ 일

ㄷ) $f: 1차함수 일 때$

$$\text{let } f(x) = ax+b$$

$$\text{let } f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\text{let } f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$ax^k = ax+b$$

$$\therefore b=0$$

$$\therefore f(x) = ax$$

$$f(2) = 2a = 4$$

$$a=2$$

$$\therefore f(x) = 2x$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 = 6$$

$$f(x) = 2ax$$

$$x \cdot 2ax = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore 2a$$

서술형 1. 2 이상인 자연수 n 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow n} \frac{[x]^2 + 2x}{[x]} = p$ 일 때, 상수 p 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수) [4점]

i) $n=2$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \frac{4+4}{2} = 8$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \frac{1+4}{1} = 5$$

ii) $n=3$ 일 때

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \frac{9+6}{3} = 5$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \frac{4+6}{2} = 5$$

$$\therefore p = 5$$

서술형 2. 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 + ax - b}{(x-1)^2} & (x \neq 1) \\ c & (x = 1) \end{cases}$ 가 모든 실수 x 에서 연속일 때, 상수 a, b, c 의 값을 모두 구하시오. [5점]

$$\begin{aligned} \text{i) let } x^3 + ax - b &= (x-1)^2(x-d) \\ &= (x^2 - 2x + 1)(x-d) \\ &= x^3 - (2+d)x^2 + (2+d)x - d \\ \therefore d &= -2, a = 4, b = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 1} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2(x-d)}{(x-1)^2} \\ &= 1-d \\ &= 1-(-2) = 3 = c \end{aligned}$$

$$\therefore a = 4, b = -2, c = 3$$

* 로피탈 정리를 사용해도 좋으나 시간 여유가 있을때 인수분해 추천

서술형 3. 미분가능한 두 함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 두 조건을 모두 만족시킬 때, $g'(2)$ 의 값을 구하시오. [5점]

<보기>

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$$

$$\neg. g(x) = (x^2 + 2x + 3)f(x)$$

$$\neg. f(2) = 0, f'(2) = 3$$

$$\begin{aligned} \text{c) } g'(x) &= (2x+2)f(x) + (x^2+2x+3)f'(x) \\ g'(2) &= (4+2)f(2) + (4+4+3)f'(2) \\ &= 11 \cdot 3 \\ &= 33 \end{aligned}$$

서술형 4. 두 다항함수 $f(x), g(x)$ 가 <보기>의 조건을 만족시킨다. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(1, g(1))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = mx + n$ 일 때, $m^2 + n^2$ 의 값을 구하시오. [6점]

<보기>

$$\text{(가) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x-1} = 1 \quad f(1) = g(1) = 3$$

$$\text{(나) } y = f(x) \text{는 } (1, 3) \text{을 지난다. } f'(1) = 3$$

$$\text{(다) } y = f(x) \text{ 위의 점 } (1, f(1)) \text{에서의 접선의 기울기는 3이다. } f'(1) = 3$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - g(x)}{x-1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 3 - g(x) + 3}{x-1} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x-1} - \lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) - g(1)}{x-1} \\ &= f'(1) - g'(1) = 1 \end{aligned}$$

$$\therefore 3 - g'(1) = 1, \quad g'(1) = 2$$

$$\text{d) } \therefore (1, g(1)) \quad m = g'(1) = 2$$

$$= (1, 3)$$

$$y - 3 = 2(x - 1)$$

$$y = 2x + 5$$

$$\therefore m = 2, n = 5$$

$$\therefore m^2 + n^2 = 4 + 25 = 29$$