

◆ 전체 : 선택형 16문항(70점), 서답형 6문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

수열 $\{a_n\}$ 이 다음과 같이 주어질 때, 1~2번 물음에 답하시오.

<보기>

2, 4, 8, 16, , 64, ...

1. 빈 칸에 들어갈 수를 올바르게 고르면?

- ① 20 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 44

2. 128은 수열 $\{a_n\}$ 의 제 몇 항인가?

- ① 제6항 ② 제7항 ③ 제8항 ④ 제9항 ⑤ 제10항

3. $\triangle ABC$ 에서 $a=4$, $A=45^\circ$ 일 때, 외접원의 넓이는?

- ① 4π ② 6π ③ 8π ④ 10π ⑤ 12π

4. $\triangle ABC$ 에서 $C=120^\circ$, $a=6$, $b=10$ 일 때, c 의 값은?

- ① 15 ② 14 ③ 13 ④ 12 ⑤ 11

5. 다음 중 합 $1+3+5+7+9$ 과 다른 것은?

① $\sum_{k=1}^5 (2k-1)$

② $\sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^5 2k$

③ $\sum_{k=1}^5 2k-5$

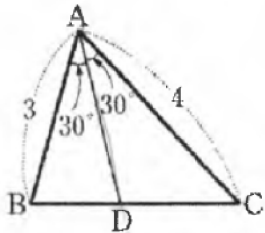
④ $\sum_{k=3}^7 (2k-5)$

⑤ $2 \sum_{k=1}^5 k - \sum_{k=1}^5 1$

6. 자연수 k 에 대해 세 수 a_k, b_k, c_k 가 순서대로 등차수열을 이룬다. a_k, c_k 가 이차방정식 $x^2 - 2x - k = 0$ 의 서로 다른 두 근일 때, $\sum_{k=2}^{13} (a_k + b_k + c_k)$ 의 값을 구하면?

- ① 24 ② 27 ③ 30 ④ 33 ⑤ 36

7. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 4$, $\angle BAD = \angle DAC = 30^\circ$ 일 때, \overline{AD} 의 길이는?



- ① $\frac{12\sqrt{3}}{7}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $\frac{16\sqrt{3}}{7}$
 ④ $\frac{18\sqrt{3}}{7}$ ⑤ $\frac{20\sqrt{3}}{7}$

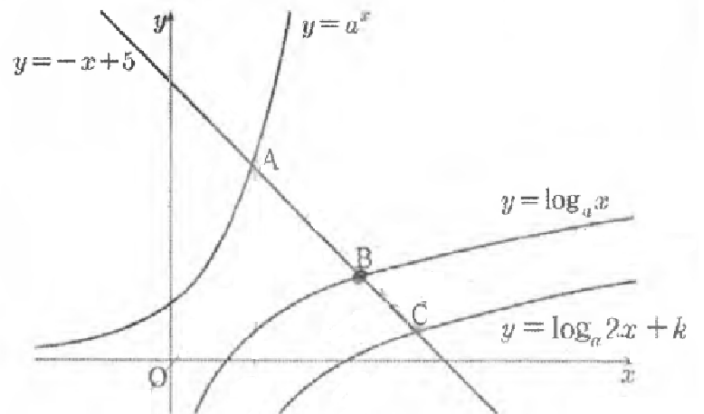
8. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_{3k-2} + a_{3k-1} + a_{3k}) = \frac{n^2}{7}$$

이 성립할 때, $\sum_{k=10}^{30} a_k$ 의 값은?

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

9. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 그림과 같이 직선 $y = -x + 5$ 가 세 곡선 $y = a^x$, $y = \log_a x$, $y = \log_a 2x + k$ 와 만나는 점을 각각 A, B, C 라 하자. 점 A 의 좌표가 $(2, 3)$ 이고, 세 점 A, B, C 의 x 좌표가 차례대로 등비수열을 이룰 때, k 의 값은?



- ① -4 ② $-\frac{7}{2}$ ③ -3 ④ $-\frac{5}{2}$ ⑤ -2

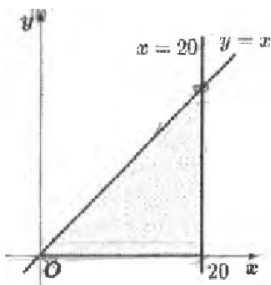
10. 수열 $\{a_n\}$ 에 대해 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_n = -3n^2 + 52n + 5$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

<보 기>

- ㄱ. $a_5 = 25$ ㄴ. $a_{n+1} - a_n = -6$
 ㄷ. S_n 은 $n = 9$ 에서 최댓값을 갖는다.

- ① ㄱ ② ㄷ
 ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 다음 그림과 같이 두 직선 $y = x$ 와 $x = 20$ 및 x 축으로 둘러싸인 부분에 속한 점 중에서 x, y 좌표가 모두 자연수인 점의 x 좌표를 모두 더한 값은?

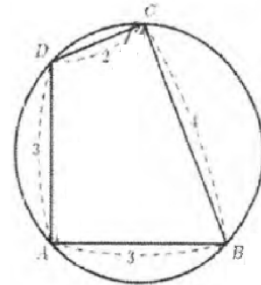


- ① 2180 ② 2370 ③ 2580
 ④ 2870 ⑤ 2880

12. 첫째항과 공차가 모두 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. a_{10} 과 a_{11} 은 절댓값이 같고 부호가 반대일 때, $|S_n| > |S_{n+1}|$ 을 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하면?

- ① 10 ② 11 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

13. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = 3$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CD} = 2$ 이고 $\overline{DA} = 3$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는? (단, B 는 예각이다.)



- ① $4\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$
 ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

14. $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n} \cdots \textcircled{7}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i) $n = 2$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = \boxed{\text{가}}, \quad (\text{우변}) = \boxed{\text{나}}$$

따라서 $n = 2$ 일 때, $\textcircled{7}$ 이 성립한다. (ii) $n = k$ ($k \geq 2$)일 때,

$\textcircled{7}$ 이 성립한다고 가정하면

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{k}$$

$n = k + 1$ 일 때,

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{k^2} + \boxed{\text{다}} < 2 - \frac{1}{k} + \boxed{\text{다}}$$

이때 $k \geq 2$ 이므로

$$\left\{ 2 - \frac{1}{k} + \boxed{\text{다}} \right\} - \left(2 - \frac{1}{k+1} \right) = \boxed{\text{라}} < 0$$

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(k+1)^2} < 2 - \frac{1}{k+1}$$

따라서 $n = k + 1$ 일 때도 $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

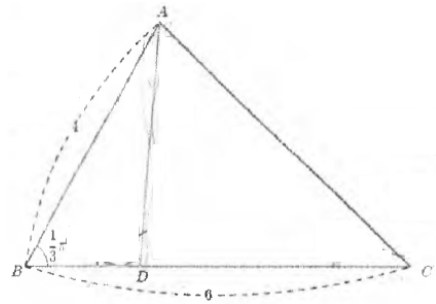
(i), (ii)에 의하여 $n \geq 2$ 인 모든 자연수 n 에 대하여 $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

(가)= p , (나)= q , (다)= $f(k)$, (라)= $g(k)$ 라 할 때, $-\frac{f(p+q)}{g(p+q)}$ 의 값은?

- ① $-\frac{3}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{11}{4}$ ⑤ $\frac{13}{4}$

15. $\sum_{k=1}^{29} \log_{25} \{\log_{k+1}(k+3)\} - \sum_{k=3}^{30} \log_{25} \{\log_k(k+1)\}$ 의 값은?
 ① $\frac{5}{2}$ ② 2 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

16. $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $\overline{AB} = 4$, $\overline{BC} = 6$ 인 $\triangle ABC$ 가 있다. \overline{BC} 위에 점 B 와 점 C 가 아닌 점 D 를 잡고, $\triangle ACD$ 의 외접원의 반지름의 길이를 r 라 하자. $r = \frac{3\sqrt{21}}{5}$ 일 때, $\overline{AD} = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값은? (단, p 와 q 는 서로소)



- ① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

서답형

단답형 1. $\sin A = 2 \cos B \sin C$ 를 만족시키는 $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 쓰시오.

단답형 2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_3 + a_7 = 26$, $a_6 - a_4 = -12$ 일 때, a_{10} 의 값을 구하시오.

단답형 3. $\sum_{k=1}^{10} a_k = 15$, $\sum_{k=1}^{10} b_k = -7$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} (4a_k - 2b_k - 5)$ 의 값을 구하시오.

서술형 1. $\triangle ABC$ 에서 $a = 8$, $b = 13$, $c = 7$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 풀이과정과 함께 구하시오.

서술형 2. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = 9 \times 2^n - 9$ 일 때, $a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{13}$ 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오.

서술형 3. 수열 $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열일 때, $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}} = 3$ 을 만족시키는 자연수 n 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오.