♦ 전체 : 선택형 11문항(50점), 서답형 9문항(50점)

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

✓ 오타.

1. 세 다항식 $A = x^3 + 6x^2,\ B = 2x^3 + 3x - 7,\ C = -3x^3 + 2$에 대하여 $(2A - B) - (C - 3B)$의 값은?

① $8x^3 + 10x^2 - 6x - 6$
[✓ ② $9x^3 + 12x^2$ ~~$+6$~~ $6x$ $- 16$]
③ $9x^3 + 14x^2 + 6x + 6$
④ $10x^3 + 8x^2 - 6x - 4$
⑤ $10x^3 + 14x^2 + 6x - 6$

$2A+2B-C$

$= 2x^3+12x^2+4x^3+6x-14+3x^3-2$

$= 9x^3+12x^2+6x-16$

2. 다항식 $(x^2 - 4x - a)(2x^2 - x + 3)$의 전개식에서 x의 계수가 -4일 때, 상수 a의 값은?

① -4　② -2　③ 4　④ 6　[✓ ⑤ 8]

$-12x+ax=-4x$

$-12+a=-4$

$a=8$

3. $\left(x - \dfrac{2}{x}\right)^2 + \left(2x + \dfrac{1}{x}\right)^2 = 60$일 때, $x + \dfrac{1}{x}$의 값은? (단, $x > 0$)

① $2\sqrt{3}$　② $\sqrt{13}$　[✓ ③ $\sqrt{14}$]　④ $\sqrt{15}$　⑤ 4

$x^2-4+\dfrac{4}{x^2}+4x^2+4+\dfrac{1}{x^2}$

$= 5\left(x^2+\dfrac{1}{x^2}\right)=60$

$x^2+\dfrac{1}{x^2}=12$

Let $x+\dfrac{1}{x}=t$

$t^2=x^2+2+\dfrac{1}{x^2}=14$

$\therefore t=\sqrt{14}\ (\because x>0)$

4. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c가 $a^2b + b^2c + c^2a - ab^2 - bc^2 - ca^2 = 0$을 만족시킬 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 정삼각형
[✓ ② 이등변삼각형]
③ 빗변의 길이가 a인 직각삼각형
④ 빗변의 길이가 b인 직각삼각형
⑤ 빗변의 길이가 c인 직각삼각형

$(b-c)a^2-(b^2-c^2)a+bc(b-c)$

$=(b-c)\left(a^2-(b+c)a+bc\right)$

$-b$
$-c$

$=(b-c)(a-b)(a-c)=0$

$a=b$ or $b=c$ or $c=a$

5. 등식 $x^4+ax^3+b=(x^2-1)Q(x)+7x+1$이 x에 대한 항등식이 되도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

[✓ ① 7] ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

i) $1+a+b=7+1$

$a+b=7$

ii) $1-a+b=-7+1$

$-a+b=-7$

$\therefore b=0, a=7$

$\therefore a+b=0+7=7$

6. 다항식 $1+x+x^2+x^3+\cdots x^{101}$ 을 $x-1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라고 할 때, $Q(x)$를 $x+1$로 나누었을 때의 나머지는?

① 49 ② $\frac{99}{2}$ ③ 50 ④ $\frac{101}{2}$ [✓ ⑤ 51]

$1+x+x^2+\cdots+x^{101}=(x-1)Q(x)+102$

나머지정리에 의해

$1-1+1-1+\cdots=-2Q(-1)+102$

$\therefore Q(-1)=51$

7. 복소수 $-2+5i$의 허수부분을 a, 복소수 $1-3i$의 켤레복소수를 b라고 할 때, a와 b의 곱 ab의 값은?

① $15+5i$ ② $-15+5i$ ③ $-5+15i$ [✓ ④ $5+15i$] ⑤ $5-5i$

$a=5, b=1+3i$

$\therefore ab=5+15i$

8. $\sqrt{3}\sqrt{-4}+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}+\frac{3-2\sqrt{3}i}{\sqrt{3}i}=a+bi$일 때, 실수 a, b에 대하여 $a-b$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$이다.)

[✓ ① -2] ② 2 ③ $2-\sqrt{3}$ ④ $1-\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

$\sqrt{3}\cdot 2i+\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}i}+\frac{\sqrt{3}}{i}-2$

$=2\sqrt{3}i+\frac{2\sqrt{3}}{i}-2$

$=-2$

$\therefore a-b=-2-0=-2$

V 오답

9. x에 대한 이차방정식 $x^2 - a(\overset{b}{\cancel{x}} + k)x + (k^2 + 4k + c) = 0$이 실수 k의 값에 관계없이 항상 중근을 갖게 하는 실수 a, b, c에 대하여 $a - b - c$의 값은? (단, $a > 0$)

① -1 ② -2 ③ -3 [✓ ④ -4] ⑤ -5

$k^2+2bk+b^2$

$D = a^2(b+k)^2 - 4(k^2+4k+c)$

$= (a^2-4)k^2 + (2ba^2-16)k + a^2b^2-4c = 0$

$\therefore a=2\ (\because a>0),\quad 8b-16=0,\quad 16-4c=0$

$b=2 \qquad c=4$

$\therefore a-b-c = 2-2-4 = -4$

10. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$의 그래프가 x축과 두 점 $(-4, 0)$, $(1, 0)$에서 만나도록 하는 실수 a, b에 대하여 $a - b$의 값은?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 [✓ ⑤ 7]

$-4+1 = -a \qquad -4\cdot 1 = b$

$a=3 \qquad b=-4$

$\therefore a-b = 3-(-4) = 7$

11. 이차함수 $y = 2x^2 - 3x + 4$의 그래프가 직선 $y = ax - 3$과 두 점 (x_1, y_1), (x_2, y_2)에서 만난다. $x_1 + x_2 = 3$일 때, $y_1 + y_2$의 값은?

① 1 ② 2 [✓ ③ 3] ④ 4 ⑤ 5

$2x^2-3x+4 = ax-3$

$0 = 2x^2-(a+3)x+7$

i) $x_1+x_2 = \frac{a+3}{2} = 3$

$a=3$

ii) $y_1 = ax_1 - 3$

$y_2 = ax_2 - 3$

$\therefore y_1+y_2 = a(x_1+x_2) - 6$

$= 9 - 6 = 3$

서답형

단답형 1. $x + y = 6$, $xy = 9$일 때, $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x}$의 값을 구하시오.

$\frac{x^3+y^3}{xy} = \frac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{9}$

$= \frac{6\cdot(18-9)}{\cancel{9}} = \boxed{6}$

$\left(\begin{aligned}&(x+y)^2 = x^2+2xy+y^2\\&36 = 18+x^2+y^2\\&\therefore x^2+y^2=18\end{aligned}\right)$

단답형 2. 다항식 $P(x) = x^3 - x^2 + ax + b$가 $x^2 + x - 2$로 나누어떨어질 때, $a - b$의 값을 구하시오.

2
-1

$P(1) = 1 - 1 + a + b = 0$

$a + b = 0$

$P(-2) = -8 - 4 - 2a + b = 0$

$-2a + b = 12$

$\therefore -3a = 12$

$a = -4 \quad b = 4$

$\therefore a - b = -4 - 4 = \boxed{-8}$

단답형 3. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 한 근이 $2 - i$일 때, $a + b, ab$를 두 근으로 하고 x^2의 계수가 1인 이차방정식을 구하시오. (단, a, b는 실수)

다른 한근 $2+i$ ($\because$ a, b : 실수)

$2+i + (2-i) = -a$

$a = -4$

$(2+i)(2-i) = 4+1 = b$

$b = 5$

$\therefore \left(x - \overset{1}{(-4+5)}\right)\left(x - \overset{-20}{(-4)\cdot 5}\right) = 0$

$\boxed{x^2 + 19x - 20 = 0}$

단답형 4. $x^4 - 15x^2y^2 + 9y^4$을 인수분해 하시오.

$(x^2)^2 - 6x^2y^2 + (3y^2)^2 - (3xy)^2$

$= (x^2 - 3y^2)^2 - (3xy)^2$

$\boxed{= (x^2 - 3xy - 3y^2)(x^2 + 3xy - 3y^2)}$

단답형 5. $x = \dfrac{1 - \sqrt{3}i}{2}$일 때, $x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6$의 값을 구하시오.

i) $2x - 1 = -\sqrt{3}i$

$4x^2 - 4x + 1 = -3$

$4x^2 - 4x + 4 = 0$

$\therefore x^2 - x + 1 = 0$

$\therefore$ (준식)

$= 2x + 1$

$= 1 - \sqrt{3}i + 1$

$\boxed{= 2 - \sqrt{3}\,i}$

ii)

$x^2 + 4x + 5$

$x^2 - x + 1 \;\big)\; x^4 + 3x^3 + 2x^2 + x + 6$

$x^2 - x^3 + x^2$

$4x^3 + x^2 + x$

$4x^3 - 4x^2 + 4x$

$5x^2 - 3x + 6$

$5x^2 - 5x + 5$

$2x + 1$

서술형 1. 등식 $z(2-3i)+\overline{z}(3-i)=-2+i$를 만족시키는 복소수 z에 대하여 $3z^7$을 구하시오. (단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

let $z=a+bi$

$(a+bi)(2-3i)+(a-bi)(3-i)=-2+i$

$2a+3b+(2b-3a)i+3a-b-(3b+a)i$

$=5a+2b+(-4a-b)i=-2+i$

$$\therefore \begin{cases} 5a+2b=-2 \\ -4a-b=1 \end{cases}$$

$-8a-2b=2$

$-3a=0$

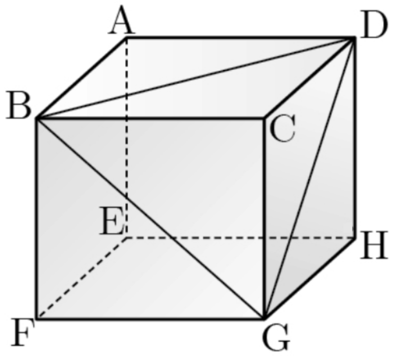
$a=0 \quad b=-1$

$\therefore z=-i \Rightarrow z^2=-1$

$3z^7=3\cdot z^3=-3\cdot z$

$=\boxed{3i}$

서술형 2. 다음 그림과 같은 직육면체의 겉넓이가 96이고, 삼각형 BGD의 세 변의 길이의 제곱의 합이 200이다. 이 직육면체의 모든 모서리 길이의 합을 구하시오.



$2(ab+bc+ca)=96$

$(a^2+b^2)+(b^2+c^2)+(c^2+a^2)=200$

$a^2+b^2+c^2=100$

$\therefore (a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$=100+96$

$\therefore a+b+c=14 \quad (\because a,b,c>0)$

$\therefore$ 답: $4(a+b+c)=14\times4=\boxed{56}$

서술형 3. 최고차항의 계수가 1인 두 다항식 $P(x)$, $Q(x)$에 대하여 다항식 $x^4+2x^3+x^2+8$을 다항식 $P(x)$로 나누었을 때의 나머지는 x^2-4x이고, 다항식 $P(x)$를 다항식 $Q(x)$로 나누었을 때의 나머지는 $5x+4$이다. 다항식 $P(x), Q(x)$를 구하시오. (단, $P(x), Q(x)$의 모든 계수는 정수이고, 몫이 1인 경우는 생각하지 않는다.)

$$x^4+2x^3+x^2+8 = P(x)\cdot F(x) + x^2-4x$$

$$P(x) = Q(x)F'(x)+5x+4$$

i) $P(x)$: 3차 or 4차

$F(x)$ 가 1이 아니므로

$P(x)$: 3차

ii) $Q(x)$: 2차 or 3차

$F'(x)$ 가 1이 아니므로

$Q(x)$: 2차

iii) $P(x)\cdot F(x) = x^4+2x^3+4x+8$

$$\begin{array}{r|rrrrr} -2 & 1 & 2 & 0 & 4 & 8 \\ & & -2 & 0 & 0 & -8 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 4 & 0 \end{array}$$

$$\boxed{\therefore P(x) = x^3+4}$$

iv) $Q(x)\cdot F'(x) = x^3-5x = x(x^2-5)$

$$\boxed{\therefore Q(x) = x^2-5}$$

서술형 4. 수연이와 지수가 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ $(a, b$는 실수$)$의 근을 구하려고 한다. 그런데 수연이는 x의 계수를 잘못 보고 풀어 두 근 $2\sqrt{5}$, $-\sqrt{5}$를 얻었고, 지수는 상수항을 잘못 보고 풀어 두 근 $6+4i, 6-4i$를 얻었다. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근을 바르게 구하면 $m\underset{\pm}{\cancel{+}}\sqrt{n}$ $(m, n$은 자연수$)$이라고 할 때, $n-m$의 값을 구하시오.

i) $b = 2\sqrt{5}\cdot(-\sqrt{5}) = -10$

ii) $-a = 6+4i+(6-4i) = 12$

$a = -12$

$\therefore x^2-12x-10=0$

근의 공식에 의해

$x = 6\pm\sqrt{36+10}$

$= 6\pm\sqrt{46}$

$\therefore n-m = 46-6 = \enclose{circle}{40}$