♦ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

♦ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 6문항(30점)

♦ 총점 : 100점

♦ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

♦ 교육과정상 선행 출제된 문항 없음

선택형

1. 수직선 위의 두 점 $A(-1), B(1)$ 사이의 거리는? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 점 $(-1,5)$를 지나고 기울기가 -2인 직선의 방정식을 $y=ax+b$라고 할 때, 상수 a,b에 대하여 $a+b$의 값은? [3.1점]

① -5 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 7

$y-5=-2(x+1)$
$y=-2x+3$
$\therefore a+b=-2+3=1$

3. 다음 연립부등식의 해는? [3.6점]

$$\begin{cases} 2-x \le 5x-4 \\ 4x-3<3x \end{cases}$$

$1 \le x$
$x<3$

① $1 \le x < 3$ ② $1 < x < 3$
③ $1 \le x \le 3$ ④ $1 < x \le 3$
⑤ $x<3$

4. 이차부등식 $x^2+16<8x$의 해는? [3.6점]

① $x=4$ ② $x \ne 4$인 모든 실수
③ $x>4$ ④ $x<4$
⑤ 해가 없다.

$(x-4)^2<0$

5. 원의 방정식 $x^2+y^2-4x+6y+4=0$의 중심을 (a,b), 반지름의 길이를 r이라 할 때, $a+b+r$의 값은? [3.6점]

① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 8

$(x-2)^2+(y+3)^2=3^2$

$\therefore a+b+r=2-3+3=2$

6. 두 직선 $(k+1)x-y=7$, $6x-ky=1$이 서로 평행하도록 하는 모든 실수 k의 값의 합은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$\frac{k+1}{6}=\boxed{\frac{-1}{-k} \ne \frac{-7}{-1}}$ 확인 중요

$k^2+k-6=0$

$\therefore k=2$ or -3 $\therefore$ 답: $2-3=-1$

7. 두 직선

$$\begin{cases} l: 4x+ay+3a+8=0 \\ m: ax-y+a+2=0 \end{cases}$$

에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a는 실수이다.) [4.2점]

<보 기>

$4a-a=0$

ㄱ. $a=0$일 때, 두 직선 l과 m은 수직이다. ○

ㄴ. 직선 l은 a의 값에 관계없이 항상 점 $(-2,-3)$를 지난다. ○ $4x+8+a(y+3)=0$

ㄷ. 두 직선 l과 m이 평행이 되기 위한 a의 값은 존재하지 않는다. ○

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄷ. $\frac{4}{a}=\frac{a}{-1} \ne \frac{3a+8}{a+2}$

$a^2=-4$ X

8. 세 변의 길이가 각각 $x-2, x, x+2$인 삼각형이 둔각삼각형이 되도록 하는 자연수 x의 값의 합은?[4.4점] ※ 삼각형의 모양 => 피타고라스 정리

① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

i) 삼각형 결정 조건에 의해 $x-2+x>x+2$
$x>4$

ii) $(x+2)^2>(x-2)^2+x^2$
$4x+4>x^2-4x+4$
$0>x^2-8x$
$0>x(x-8)$
$0<x<8$

∴ 답: $4<x<8$ 이므로 $5+6+7=18$

9. 세 직선 $x+3y=0,\ x-y-4=0,\ mx+2y+1=0$으로 직각삼각형이 만들어진다고 할 때, 모든 상수 m에 값의 곱은? [4.5점]

① -12 ② -6 ③ 2 ④ 6 ⑤ 12

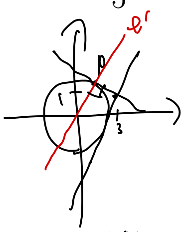
i) $x+3y=0 \perp mx+2y+1=0$ 일 때
$m\cdot1+2\cdot3=0$
$m=-6$

ii) $x-y-4=0 \perp mx+2y+1=0$ 일 때
$m\cdot1+2\cdot(-1)=0$
$m=2$

∴ 답: $2\cdot(-6)=-12$

10. 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=2$ 위의 점 중 제 1 사분면에 있는 점 P에서의 접선이 점 $(3,1)$을 지날 때, 점 P의 y좌표는? [4.6점]

① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{5}{7}$ ③ 1 ④ $\frac{7}{5}$ ⑤ $\frac{5}{3}$



let l: $y-1=m(x-3)$

d: $(0,0)$, $mx-y-3m+1=0$

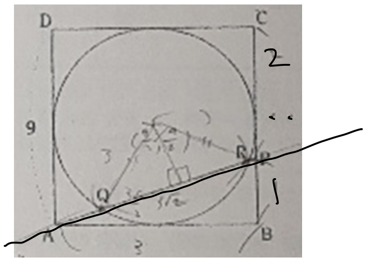
$d=\frac{|-3m+1|}{\sqrt{m^2+1^2}}=\sqrt{2}=r$

$9m^2-6m+1=2m^2+2$
$7m^2-6m-1=0$
∴ $m=-\frac{1}{7}$ or 1

P가 1사분면 ∴ $m=-\frac{1}{7}$

∴ l': $y=7x$ 수직 (좌표 구하기 위해 준비 되는 직선 사용).
$50x^2=2$
$x=\pm\frac{1}{5}$
$y=\pm\frac{7}{5}$
∴ $y=\frac{7}{5}$

11. 그림과 같이 한 변의 길이가 9인 정사각형 $ABCD$에 내접하는 원이 있다. 선분 BC를 1:2로 내분하는 점을 P라 하자. 선분 AP가 정사각형 $ABCD$에 내접하는 원과 만나는 두점을 Q, P라 할 때, 선분 QR의 길이는?[5점]



$m=\frac{3}{9}$ 이므로
$y=\frac{1}{3}x$

① $\sqrt{10}$ ② $\frac{4}{5}\sqrt{15}$ ③ $2\sqrt{10}$ ④ $\frac{9}{5}\sqrt{15}$ ⑤ $2\sqrt{15}$

d: $(\frac{9}{2},\frac{9}{2})$, $x-3y=0$

$d=\frac{|\frac{9}{2}-\frac{9\cdot3}{2}|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{9}{\sqrt{10}}$

$r=\frac{9}{2}$ 이므로

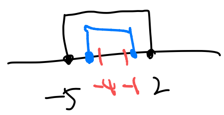
$x=\sqrt{r^2-d^2}$
$=\sqrt{\frac{81}{4}-\frac{81}{10}}$
$=9\sqrt{\frac{5-2}{20}}=\frac{9\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$

∴ 답: $2x=2\cdot\frac{9\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$
$=\frac{9\sqrt{15}}{5}$

12. 연립부등식 $\begin{cases} |x-a|\le 2 \\ x^2+3x-10\le 0 \end{cases}$ 을 만족시키는 모든 정수 x의 값의 합이 -10일 때, 정수 a의 값은? [5.1점]

$-5 \quad 2$

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4



$a-2\le x\le a+2$

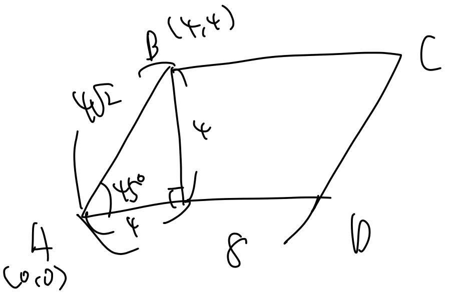
$-4\ \ -3\ \ -2\ \ -1$

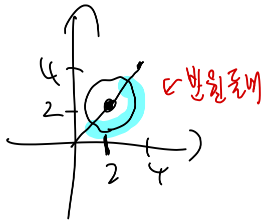
$-5<a-2\le-4$ or $-1\le a+2\le 0$
⇒ $-3<a\le-2$ or $-3\le a\le-2$

∴ $a=-2$

13. $\overline{AB} = 4\sqrt{2}$, $\overline{AD} = 8$, $\angle BAD = 45°$인 평행사변형 $ABCD$내부의 점 P가 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 22$를 만족할 때, 점 P가 그리는 선의 길이는? [5.2점]

① $\sqrt{3}\pi$ ② $\sqrt{6}\pi$ ③ 3
④ $2\sqrt{3}\pi$ ⑤ 8





let $P(a,b)$

$\overline{AP}^2+\overline{BP}^2 = a^2+b^2+(a-4)^2+(b-4)^2$

$= 2a^2-8a+2b^2-8b+32=22$

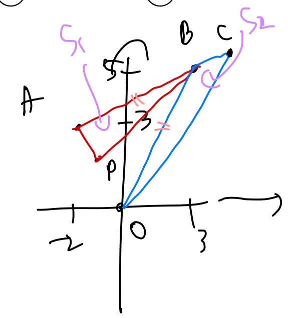
$a^2-4a+b^2-4b+5=0$

$(a-2)^2+(b-2)^2=3$

$\therefore$ 답 : $\pi r = \sqrt{3}\pi$

14. 두 점 $A(-2,3)$, $B(3,5)$와 선분 AB의 외분점 $C(a,b)$, 선분 OA의 2:1 내분점 P에 대하여 삼각형 APB와 삼각형 OBC의 넓이가 같을 때, $b-a$의 값은?(단, O는 원점) [5.5점]

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

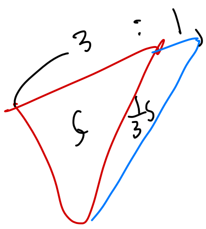


let $S = \triangle OAB$ 넓이.

$S_1 = \frac{1}{3}S$ 이므로 ($\because$ 2:1 내분)

$S_2 = \frac{1}{3}S$

$\therefore$ 점 C는 $\overline{AB}$를 4:1 외분.



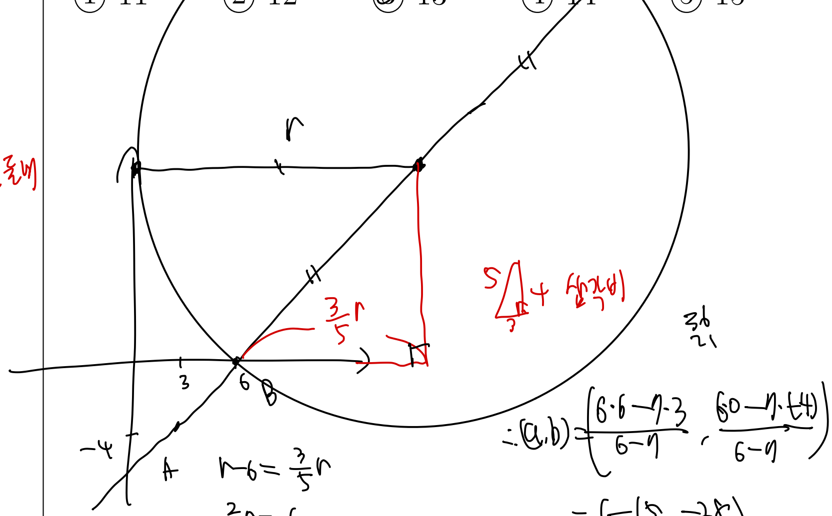
$\therefore C\left(\frac{4\cdot 3-1\cdot(-2)}{4-1}, \frac{4\cdot 5-1\cdot 3}{4-1}\right)$

$= C\left(\frac{14}{3}, \frac{17}{3}\right)$

$\therefore$ 답: $b-a = \frac{17}{3} - \frac{14}{3} = 1$

15. 두 점 $A(3,-4)$, $B(6,0)$에 대하여 선분 AB를 $m:n(m>n)$으로 외분하는 점을 C라 하자. 선분 BC를 지름으로 하는 원이 y축에 접할 때, 선분 AB를 $n:m$으로 외분하는 점의 좌표 (a,b)에 대하여 $a-b$의 값은? [5.6점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15



$r-6 = \frac{3}{5}r$

$\frac{2}{5}r = 6$

$r = 15$

$\therefore m:n = 5+15+15 : 15+15$

$= 7:6$

좌표

$\therefore (a,b) = \left(\frac{6\cdot 6-7\cdot 3}{6-7}, \frac{6\cdot 0-7\cdot(-4)}{6-7}\right)$

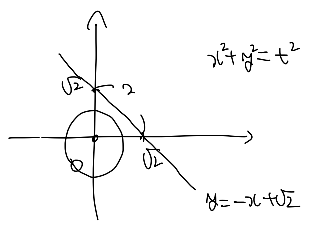
$= (-15, -28)$

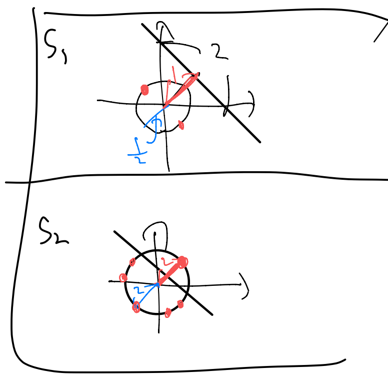
$\therefore a-b = -15-(-28)$

$= 13$

16. 좌표평면에 세 점 $O(0,0)$, $A(\sqrt{2},0)$, $B(0,\sqrt{2})$가 있다. 점 O를 중심으로 하는 원 C의 반지름의 길이가 t일 때, 삼각형 ABP의 넓이가 자연수인 원 C 위의 점 P의 개수를 함수 $f(t)$라 하자. 이때 $f(\frac{1}{2})+f(2)$의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8





d : $(0,0)$, $x+y-\sqrt{2}=0$

$d = \frac{|-\sqrt{2}|}{\sqrt{1^2+1^2}} = 1$

$\therefore S_1 = \frac{1}{2}\overline{AB}\cdot h = h$

$\frac{1}{2} \le h \le \frac{3}{2}$

$\therefore h=1$ 일때 2개

$S_2 = \frac{1}{2}\overline{AB}\cdot h = h$

$0 \le h \le 3$

$\therefore h=1$ 일때 3개

$h=2$ 일때 2개

$h=3$ 일때 1개

$\therefore$ 답: $2+6 = 8$개

서답형

단답형 1. 세 점 $A(-1,1)$, $B(4,-1)$, $C(2,3)$에 대하여 삼각형 ABC의 무게중심을 구하시오. [3점]

$$\left(\frac{-1+4+2}{3}, \frac{1-1+3}{3}\right)$$
$$= \left(\frac{5}{3}, 1\right)$$

단답형 2. 세 점 $A(1,3)$, $B(-2,-1)$, $C(4,-3)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC의 넓이를 구하려고 한다. 다음에 답하시오. [5점]

(1) 선분 AB의 길이를 구하시오. [1점]

(2) 직선 AB의 방정식을 구하시오. [1점]

(3) 점 C와 직선 AB 사이의 거리를 구하시오. [1점]

(4) 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [2점]

(1) $\overline{AB} = \sqrt{(-2-1)^2 + (-1-3)^2} = 5$

(2) $l_{\cancel{AB}}$: $y-3 = \frac{-1-3}{-2-1}(x-1)$

$3y - 9 = 4x - 4$

$0 = 4x - 3y + 5$

(3) d: $(4,-3)$, $4x - 3y + 5 = 0$

$$d = \frac{|4\cdot4 - 3(-3) + 5|}{\sqrt{4^2+3^2}} = \frac{30}{5} = 6$$

(4) $S = \frac{1}{2}\overline{AB}\cdot d$

$= \frac{1}{2}\cdot 5 \cdot 6$

$= 15$

단답형 3. 원 $(x-a)^2 + (y-1)^2 = 4$와 직선 $3x - 4y - a + 2 = 0$이 만날 때, 실수 a의 값의 범위를 구하시오. [5점]

d: $(a,1)$, $3x - 4y - a + 2 = 0$

$$d = \frac{|3a - 4 - a + 2|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|2a-2|}{5} \le 2 = r$$

$|a-1| \le 5$

$\therefore -4 \le a \le 6$

단답형 4. $m > 0$인 m에 대하여 두 직선 $y = 2x + m + 2$, $y = mx + k$이 원 $x^2 + y^2 = 5$에 접할 때, k^2의 값을 구하시오. [5점]

i) d: $(0,0)$, $2x - y + m + 2 = 0$

$$d = \frac{|m+2|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \sqrt{5} = r$$

$|m+2| = 5$

$m = 3$ or $\cancel{-7}$ $(\because m>0)$

ii) d: $(0,0)$, $mx - y + k = 0$

$$d = \frac{|k|}{\sqrt{m^2+1^2}} = \sqrt{5} = r$$

$\therefore k^2 = 5(m^2+1)$

$= 5(3^2+1)$

$= 50$

단답형 5. 실수 x에 대하여 부등식
$\left| |x-2| + \sqrt{x^2+2x+1} \right| \le 3$의 해를 구하시오.

$|x-2| + |x+1| \le 3$

i) $x<-1$ 일 때

$-(x-2)-(x+1)\le 3$

$-2\le 2x$

$-1\le x$

∴ 해가 없다

ii) $-1\le x<2$ 일 때

$-(x-2)+(x+1)\le 3$

$0\cdot x\le 0$

∴ $-1\le x<2$

iii) $2\le x$ 일 때

$(x-2)+(x+1)\le 3$

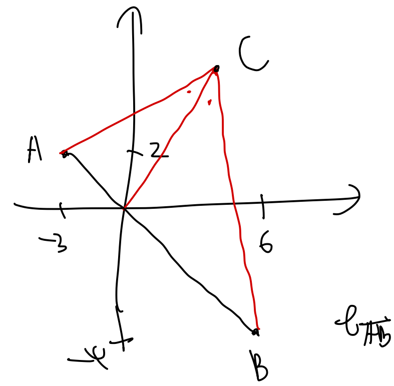
$2x\le 4$

$x\le 2$

∴ $x=2$

∴ 답: $-1\le x\le 2$

단답형 6. 좌표평면 위의 세 점
$A(-3,2)$, $B(6,-4)$, $C(a,b)$에 대하여 $\angle ACB$의 이등분선이 원점을 지날 때, 점 C와 직선 AB 사이의 거리의 최댓값을 m이라 하자. 이때, m^2의 값을 구하시오. [6점]



l_{AB} : $y=-\frac{2}{3}x$

$\overline{OA}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

$\overline{OB}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$

각의 이등분선 정리에 의해 점 C는 $\overline{AB}$를 $1:2$로 내분
(아폴로니오스의 원)

i) 내분점

$\left(\frac{1\cdot 6+2\cdot(-3)}{1+2}, \frac{1\cdot(-4)+2\cdot 2}{1+2}\right)=(0,0)$

ii) 외분점

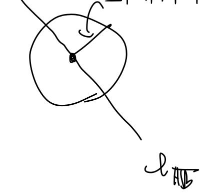
$\left(\frac{1\cdot 6-2(-3)}{1-2}, \frac{1\cdot(-4)-2\cdot 2}{1-2}\right)=(-12,8)$

144
64
208
4 52
4 13

∴ O : $\left(\frac{0-12}{2}, \frac{0+8}{2}\right)=(-6,4)$, $r=\frac{1}{2}\sqrt{12^2+8^2}=2\sqrt{13}$

iii) 원의 중심은 l_{AB} 위에 있으므로

최대거리 $=r=2\sqrt{13}$



∴ 답: $m^2=(2\sqrt{13})^2=52$