

◆ 전체 : 선택형 16문항(70점), 서답형 6문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

### 선택형

수열  $\{a_n\}$ 이 다음과 같이 주어질 때, 1~2번 물음에 답하시오.

<보기>

2, 4, 8, 16, , 64, ...

1. 빈 칸에 들어갈 수를 올바르게 고르면?

- ① 20      ② 28      ③ 32      ④ 36      ⑤ 44

2. 128은 수열  $\{a_n\}$ 의 제 몇 항인가?

- ① 제6항    ② 제7항    ③ 제8항    ④ 제9항    ⑤ 제10항

3.  $\triangle ABC$ 에서  $a=4$ ,  $A=45^\circ$ 일 때, 외접원의 넓이는?

- ①  $4\pi$       ②  $6\pi$       ③  $8\pi$       ④  $10\pi$       ⑤  $12\pi$

4.  $\triangle ABC$ 에서  $C=120^\circ$ ,  $a=6$ ,  $b=10$ 일 때,  $c$ 의 값은?

- ① 15      ② 14      ③ 13      ④ 12      ⑤ 11

5. 다음 중 합  $1+3+5+7+9$ 과 다른 것은?

①  $\sum_{k=1}^5 (2k-1)$

②  $\sum_{k=1}^{10} k - \sum_{k=1}^5 2k$

③  $\sum_{k=1}^5 2k-5$

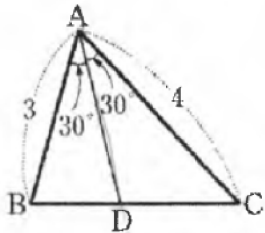
④  $\sum_{k=3}^7 (2k-5)$

⑤  $2 \sum_{k=1}^5 k + \sum_{k=1}^5 1$

6. 자연수  $k$ 에 대해 세 수  $a_k, b_k, c_k$ 가 순서대로 등차수열을 이룬다.  $a_k, c_k$ 가 이차방정식  $x^2 - 2x - k = 0$ 의 서로 다른 두 근일 때,  $\sum_{k=2}^{13} (a_k + b_k + c_k)$ 의 값을 구하면?

- ① 24      ② 27      ③ 30      ④ 33      ⑤ 36

7. 다음 그림과 같은  $\triangle ABC$ 에서  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{AC} = 4$ ,  $\angle BAD = \angle DAC = 30^\circ$ 일 때,  $\overline{AD}$ 의 길이는?



- ①  $\frac{12\sqrt{3}}{7}$       ②  $2\sqrt{3}$       ③  $\frac{16\sqrt{3}}{7}$   
 ④  $\frac{18\sqrt{3}}{7}$       ⑤  $\frac{20\sqrt{3}}{7}$

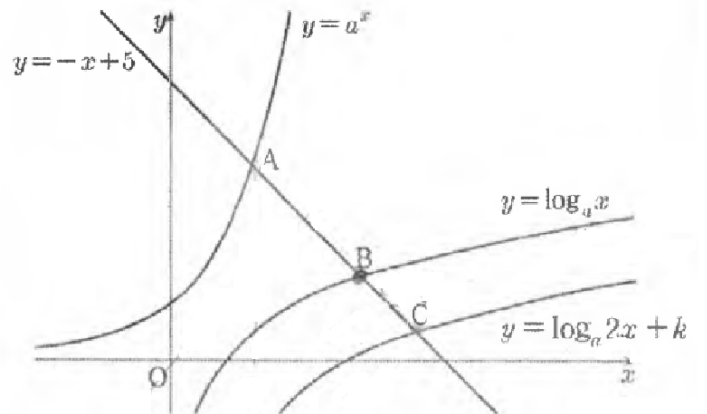
8. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_{3k-2} + a_{3k-1} + a_{3k}) = \frac{n^2}{7}$$

이 성립할 때,  $\sum_{k=10}^{30} a_k$ 의 값은?

- ① 13      ② 14      ③ 15      ④ 16      ⑤ 17

9.  $a > 1$ 인 실수  $a$ 에 대하여 그림과 같이 직선  $y = -x + 5$ 가 세 곡선  $y = a^x$ ,  $y = \log_a x$ ,  $y = \log_a 2x + k$ 와 만나는 점을 각각  $A, B, C$ 라 하자. 점  $A$ 의 좌표가  $(2, 3)$ 이고, 세 점  $A, B, C$ 의  $x$ 좌표가 차례대로 등비수열을 이룰 때,  $k$ 의 값은?



- ① -4      ②  $-\frac{7}{2}$       ③ -3      ④  $-\frac{5}{2}$       ⑤ -2

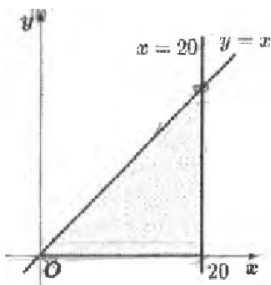
10. 수열  $\{a_n\}$ 에 대해 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $S_n = -3n^2 + 52n + 5$ 일 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고르면?

<보 기>

- ㄱ.  $a_5 = 25$                       ㄴ.  $a_{n+1} - a_n = -6$   
 ㄷ.  $S_n$ 은  $n = 9$ 에서 최댓값을 갖는다.

- ① ㄱ                                      ② ㄷ  
 ③ ㄱ, ㄴ                                ④ ㄱ, ㄷ  
 ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

11. 다음 그림과 같이 두 직선  $y = x$ 와  $x = 20$  및  $x$ 축으로 둘러싸인 부분에 속한 점 중에서  $x, y$  좌표가 모두 자연수인 점의  $x$ 좌표를 모두 더한 값은?

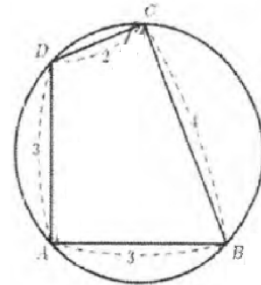


- ① 2180                      ② 2370                      ③ 2580  
 ④ 2870                      ⑤ 2880

12. 첫째항과 공차가 모두 0이 아닌 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여 첫째항부터 제  $n$ 항까지의 합을  $S_n$ 이라 하자.  $a_{10}$ 과  $a_{11}$ 은 절댓값이 같고 부호가 반대일 때,  $|S_n| > |S_{n+1}|$ 을 만족하는 자연수  $n$ 의 개수를 구하면?

- ① 10                      ② 11                      ③ 13                      ④ 14                      ⑤ 15

13. 다음 그림과 같이 원에 내접하는  $\square ABCD$ 에서  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 4$ ,  $\overline{CD} = 2$ 이고  $\overline{DA} = 3$ 일 때,  $\square ABCD$ 의 넓이는? (단,  $B$ 는 예각이다.)



- ①  $4\sqrt{2}$                       ②  $5\sqrt{2}$                       ③  $6\sqrt{2}$   
 ④  $7\sqrt{2}$                       ⑤  $8\sqrt{2}$

14.  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{n^2} < 2 - \frac{1}{n} \cdots \cdots \textcircled{7}$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것이다.

<증명>

(i)  $n = 2$ 일 때,

$$(\text{좌변}) = \boxed{\text{가}}, \quad (\text{우변}) = \boxed{\text{나}}$$

따라서  $n = 2$ 일 때,  $\textcircled{7}$ 이 성립한다. (ii)  $n = k$  ( $k \geq 2$ )일 때,

$\textcircled{7}$ 이 성립한다고 가정하면

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{k^2} < 2 - \frac{1}{k}$$

$n = k + 1$ 일 때,

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{k^2} + \boxed{\text{다}} < 2 - \frac{1}{k} + \boxed{\text{다}}$$

이때  $k \geq 2$ 이므로

$$\left\{ 2 - \frac{1}{k} + \boxed{\text{다}} \right\} - \left( 2 - \frac{1}{k+1} \right) = \boxed{\text{라}} < 0$$

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \cdots + \frac{1}{(k+1)^2} < 2 - \frac{1}{k+1}$$

따라서  $n = k + 1$ 일 때도  $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

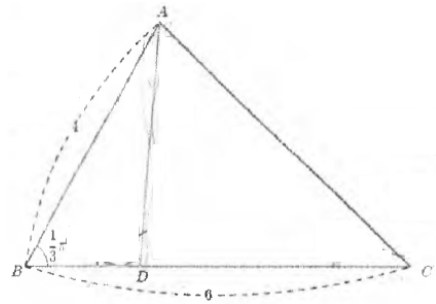
(i), (ii)에 의하여  $n \geq 2$ 인 모든 자연수  $n$ 에 대하여  $\textcircled{7}$ 이 성립한다.

(가)= $p$ , (나)= $q$ , (다)= $f(k)$ , (라)= $g(k)$ 라 할 때,  $-\frac{f(p+q)}{g(p+q)}$ 의 값은?

- ①  $-\frac{3}{2}$       ②  $\frac{3}{2}$       ③  $\frac{5}{2}$       ④  $\frac{11}{4}$       ⑤  $\frac{13}{4}$

15.  $\sum_{k=1}^{29} \log_{25} \{\log_{k+1}(k+3)\} - \sum_{k=3}^{30} \log_{25} \{\log_k(k+1)\}$ 의 값은?  
 ①  $\frac{5}{2}$       ② 2      ③  $\frac{3}{2}$       ④ 1      ⑤  $\frac{1}{2}$

16.  $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ ,  $\overline{AB} = 4$ ,  $\overline{BC} = 6$ 인  $\triangle ABC$ 가 있다.  $\overline{BC}$  위에 점  $B$ 와 점  $C$ 가 아닌 점  $D$ 를 잡고,  $\triangle ACD$ 의 외접원의 반지름의 길이를  $r$ 라 하자.  $r = \frac{3\sqrt{21}}{5}$ 일 때,  $\overline{AD} = \frac{q}{p}$ 이다.  $p+q$ 의 값은? (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소)



- ① 22      ② 23      ③ 24      ④ 25      ⑤ 26

서답형

**단답형 1.**  $\sin A = 2 \cos B \sin C$ 를 만족시키는  $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인지 쓰시오.

**단답형 2.** 등차수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_3 + a_7 = 26$ ,  $a_6 - a_4 = -12$ 일 때,  $a_{10}$ 의 값을 구하시오.

**단답형 3.**  $\sum_{k=1}^{10} a_k = 15$ ,  $\sum_{k=1}^{10} b_k = -7$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} (4a_k - 2b_k - 5)$ 의 값을 구하시오.

**서술형 1.**  $\triangle ABC$ 에서  $a = 8$ ,  $b = 13$ ,  $c = 7$ 일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이를 풀이과정과 함께 구하시오.

**서술형 2.** 공비가 양수인 등비수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_2 + a_4 + a_6 + \cdots + a_{2n} = 9 \times 2^n - 9$ 일 때,  $a_3 + a_5 + a_7 + \cdots + a_{13}$ 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오.

**서술형 3.** 수열  $\{a_n\}$ 은 첫째항이 1, 공차가 3인 등차수열일 때,  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{a_{k+1}} + \sqrt{a_k}} = 3$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값을 풀이과정과 함께 구하시오.