

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 5문항(30점)
- ◆ 총점 : 100점
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 교육과정상 선행 출제된 문항 없음

선택형

1. 정적분 $\int_1^2 (x + 1)dx$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$$\left[\frac{x^2}{2} + x \right]_1^2 = 2 + 2 - \left(\frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$= 3 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{2}$$

2. $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$ 의 그래프 개형을 그리기 위한 과정 중 옳지 않은 것은? [3.5점]
- ① 도함수 $f'(x)$ 를 구하면 $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$ ○
- ② $f'(x)$ 의 x 절편은 0, 1, 2이다. $= 4x(x-1)(x-2)$ ○
- ③ $f(x)$ 와 x 축의 교점은 3개이다. ○
- ④ $f(x)$ 는 $x = 1$ 에서 극대가 되고 극댓값은 0이다. ○
- ⑤ 구간 $[0, 1]$ 에서 함수는 감소한다. ✗ 증가.

x	0	1	2
$f(x)$	-1	0	-1
$f'(x)$	0	+	-

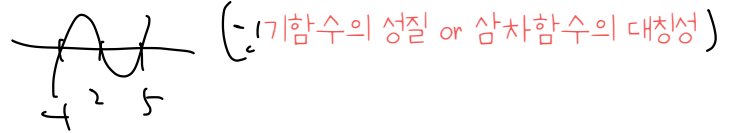
3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (t^3 + 3t - 1)dt$ 의 값은? [3.6점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

Let $f(x) = x^3 + 3x - 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = f'(1) = 1 + 3 - 1 = 3$$

4. 곡선 $y = (x - k)(x - 2)(x - 5)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이가 서로 같을 때, 상수 k 의 값은? (단, $k < 2$) [3.7점]

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1



5. $x \geq 0$ 일 때, 부등식 $x^3 - 3x^2 \geq k$ 가 성립하도록 하는 k 의 값의 범위는? [3.9점]

- ① $k \leq 2$ ② $k \leq 0$ ③ $k \leq -4$ ④ $k \leq -5$ ⑤ $k \leq -7$

Let $f(x) = x^3 - 3x^2 - k$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f(x) = x^3 - 3x^2 - k \geq 0$$

$$-4 \geq k$$

x	0	2
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	↗	↘

6. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 의 도함수가

$$f'(x) = \begin{cases} 4x - 1 & (x < 2) \\ 3x^2 + 1 & (x \geq 2) \end{cases} \text{ 이고 } f(1) = 0 \text{ 일 때, } f(3) \text{의}$$

값은? [4점]

- ① 35 ② 32 ③ 30 ④ 27 ⑤ 25

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + C_1 & (x < 2) \\ x^3 + x + C_2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

i) $f(1) = 2 - 1 + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -1$

ii) $f(2^-) = 8 - 2 - 1 = 5$

$$f(2^+) = 8 + 2 + C_2 = 5$$

$$C_2 = -5$$

iii) $f(3) = 3^3 + 3 + C_2 = 27 + 3 - 5 = 25$

7. 곡선 $y = -x^2 + 2x$ 와 x 축 및 두 직선 $x = 1$, $x = 3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.2점]

- ① 1 ② 2 ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$



$$\int_1^2 (-x^2 + 2x) dx + \int_2^3 (-x^2 + 2x) dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_1^2 + \left[-\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_2^3$$

$$= -\frac{8}{3} + 4 - \left(-\frac{1}{3} + 1 \right)$$

$$+ \left(-\frac{27}{3} + 9 \right) - \left(-\frac{8}{3} + 4 \right)$$

$$= 1 - 5$$

$$= 2$$

8. 좌표가 3인 점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서는 속도가 $v(t) = 3t^2 + 5t - 9$ 일 때, 시각 $t = 2$ 에서 점 P 의 위치는? [4.3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 5 ⑤ 15

$$x(2) = x(0) + \int_0^2 v(t) dt$$

$$= 3 + \left[t^3 + \frac{5}{2}t^2 - 9t \right]_0^2$$

$$= 3 + 8 + 10 - 18$$

$$= 3$$

9. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것의 개수는? [4.4점]

<보기>

① $\frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\} = \int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx$ (틀림)

② $\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 f(x) dx$ (틀림)

③ $f(-x) = -f(x)$ 이면 $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ 이다. (옳음)

④ $\int_{-1}^3 |f(x)| dx = \left| \int_{-1}^3 f(x) dx \right|$ (틀림)

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 0개

2. ex) , (set f(x): 기함수)

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx > 0$$

$$\left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| = 0$$

10. 다음을 만족하는 다항함수 $f(x)$ 중 다른 것은? [4.5점]

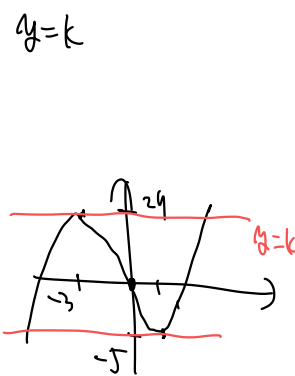
- ① $\int f(x) dx = x^2 + 2x + C$ (C 는 적분상수) ○
- ② $f'(x) = 2$, $f(-1) = 0$ ○
- ③ $\int (x+1)^2 dx + \int (-x^2 + 1) dx = \int f(x) dx$ ○
- ④ $\int_1^x f(t) dt = (x+1)(x-3)$ ✗ $f(x) = 2x-2$
- ⑤ $\int f(x) dx = xf(x) - x^2$, $f(1) = 4$ ○

①, ②, ③, ⑤ $f(x) = 2x+2$

11. 곡선 $y = x^3 + 3x^2 - 6x$ 와 직선 $y = 3x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k 의 값의 합은? [4.7점]

- ① -15 ② -1 ③ 8 ④ 12 ⑤ 22

$$\begin{aligned} \text{let } f(x) &= x^3 + 3x^2 - 6x \\ f'(x) &= 3x^2 + 6x - 6 \\ &= 3(x+1)(x-1) \end{aligned}$$



$$\begin{array}{c|ccc} x & -3 & -1 & 1 \\ \hline f'(x) & 0 & 0 & 0 \\ \hline f(x) & 1 & 2 & 2 \end{array}$$

$$\begin{aligned} f(-1) &= -2 + 3 - 6 = -5 \\ f(1) &= 1 + 3 - 6 = -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore k &= 2 \text{ or } -5 \\ \therefore \text{sum} &= 2 - 5 = -3 \end{aligned}$$

12. 곡선 $y = x^2 - 5x + 7$ 과 직선 $y = -x + 4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [5점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{16}{3}$ ④ $\frac{94}{3}$ ⑤ $\frac{112}{3}$

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 7 &= -x + 4 \\ 0 &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-1)(x-3) \end{aligned}$$

$$S = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx$$

$$= \left[-\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right]_1^3$$

$$= -9 + 18 - 9 - \left(-\frac{1}{3} + 2 - 3 \right)$$

$$= \frac{4}{3}$$



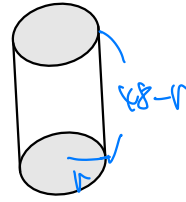
* 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이 공식.

$$S = \frac{|a|(b-a)^3}{6}$$

$$= \frac{1 \cdot (3-1)^3}{6} = \frac{4}{3}$$

13. 밑면의 반지름의 길이와 높이의 합이 48cm인 원기둥의 부피가 최대일 때, 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는? [5.1점]

- ① 32 ② 28 ③ 24 ④ 20 ⑤ 16

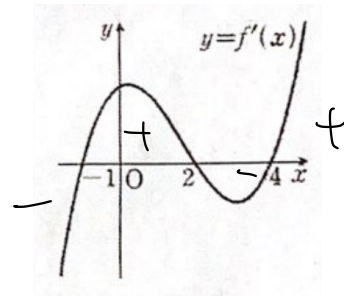


$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 (48-r) \\ &= -\pi r^3 + 48\pi r^2 \\ V' &= -3\pi r^2 + 96\pi r \\ &= -3\pi r (r-32) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|ccc} r & 0 & 32 & \\ \hline V' & 0 & 0 & \end{array}$$

\therefore 부피 최대일 때 $r = 32$

14. 사차함수 $f(x)$ 의 도함수 $y = f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고, $f(-1) < 0 < f(4) < f(2)$ 일 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [5.2점]



<보기>

ㄱ. $f(5) > 0$ ㉠

ㄴ. $f(x)$ 는 $x = 2$ 에서 극소이다. X 극대

ㄷ. $y = f(x)$ 의 그래프는 x 축과 서로 다른 두 점에서 만난다. O

① ㄱ

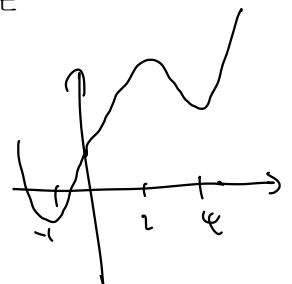
② ㄱ, ㄴ

③ ㄴ, ㄷ

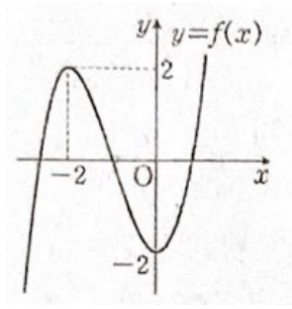
④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$\begin{array}{c|ccc} x & -1 & 2 & 4 \\ \hline f'(x) & 0 & 0 & 0 \end{array}$$



15. 삼차함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,
 $\int_{-1}^1 f'(x)dx$ 의 값은? [5.4점]



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2) $f'(-2) = f'(0) = 0$ 이므로

$$f'(x) = a(x+2)$$

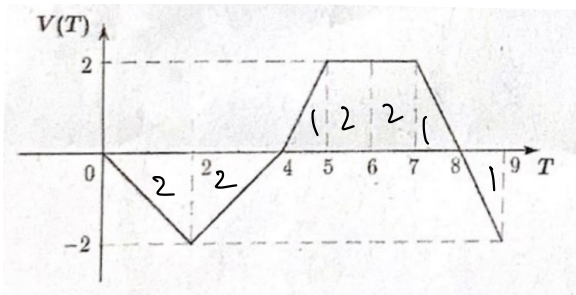
$$f(x) = \frac{a}{3}x^3 + ax^2 - 2 \quad (\because f(0) = -2)$$

3) $2 = -\frac{8}{3}a + 4a - 2 \quad \downarrow (2, 2) \text{ 대입}$

$$12 = -8a + 12a$$

$$a = 3$$

16. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시간 T 에서의 속도 $V(T)$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [5.5점]



- ① $7 < T < 9$ 에서 가속도는 감소한다. X $V' = \frac{\Delta V}{\Delta t}$
 ② $T = 7$ 일 때, 점 P 의 위치는 1이다. O $-2 - 2 + (1+2) = 1$
 ③ $2 < T < 5$ 일 때, 속도는 증가한다. O $= 1$
 ④ $7 < T < 9$ 동안 움직인 거리는 2이다. O $|+2| = 2$
 ⑤ $0 < T < 9$ 에서 점 P 는 운동 방향을 2번 바꾼다. O

서답형

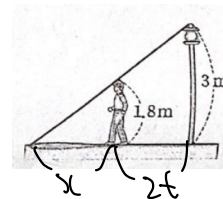
단답형 1. 아래 물음에 답하시오. [총 4점]

- (1) 부정적분 $\int 2x dx$ 를 구하시오. [2점]
 (2) $f'(x) = 2x$, $f(0) = 1$ 을 만족하는 $f(x)$ 를 구하시오. [2점]

(1) $x^2 + C$

(2) $f(x) = x^2 + 1$

단답형 2. 아래 그림과 같이 키가 1.8m인 누리가 높이가 3m인 가로등 바로 밑에서 출발하여 일직선으로 2m/s의 속도로 걸어가고 있을 때, 아래의 물음에 답하시오. [6점]



- (1) 누리가 출발한 지 t 초 후의 그림자의 길이를 x m라 할 때, x 를 t 에 대한 식으로 나타내시오. [2점]
 (2) 가로등 바로 밑에서 그림자 끝까지의 거리를 $f(t)$ m라 할 때, $f(t)$ 를 구하시오. [2점]

(1) $x: 1.8 = 1+2t: 3$

$$1.8x + 3.6t = 3x$$

$$3.6t = 1.2x$$

$$\therefore x = 3t$$

(2) $f(t) = x + 2t = 3t + 2t = 5t$

서술형 1. 닫힌구간 $[-2, 1]$ 에서 $f(x) = 2x^3 - 6x + 2$ 의 최댓값과 최솟값을 M, m 이라 할 때, Mm 을 구하시오. [5점]

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$= 6(x-1)(x+1)$$

x	-1	1
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	\nearrow	\searrow

$$\therefore M = 6, m = -2$$

$$\therefore Mm = 6 \cdot (-2) = -12$$

$$f(-2) = -16 + 12 + 2 = -2$$

$$f(1) = -2 + 6 + 2 = 6$$

$$f(0) = 2 - 6 + 2 = -2$$

서술형 2. $f(x) = 2x^3 - 6x + \int_0^2 f(t)dt$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 넓이를 구하시오. [7점]

$$i) \text{ let } \int_0^2 f(t)dt = k$$

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 (2x^3 - 6x + k)dx$$

$$k = \left[\frac{x^4}{2} - 3x^2 + kx \right]_0^2$$

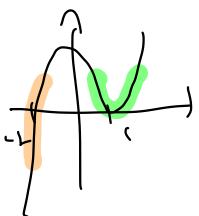
$$= 8 - 12 + 2k$$

$$\therefore k = 4$$

$$ii) f(x) = 2x^3 - 6x + 4$$

$$= 2(x-1)^2(x+2)$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 2 \ 0 \ -6 \ 4} \\ \underline{2 \ 2 \ -4} \\ 2 \ 4 \\ \underline{2 \ 4} \\ 0 \end{array}$$



$$\therefore S = \int_{-1}^2 (2x^3 - 6x + 4)dx$$

$$= \left[\frac{x^4}{2} - 3x^2 + 4x \right]_{-1}^2$$

$$= \left(\frac{1}{2} - 3 + 4 \right) - \left(8 - 12 - 4 \right)$$

$$= \frac{29}{2}$$

서술형 3. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q 의 시각 t 에서의 속도를 각각 $v_1(t), v_2(t)$ 라 하면 $v_1(t) = -2t + 1, v_2(t) = 3t^2 - 1$ 이다. \overline{PQ} 를 3:2로 외분하는 점을 R 이라 할 때, 점 R 이 다시 원점을 지날 때까지 점 P 가 움직인 거리를 구하시오. [8점]

$$i) x_P = 0 + \int_0^t v_1(t)dt = -t^2 + t$$

$$x_Q = 0 + \int_0^t v_2(t)dt = t^3 - t$$

$$R \left(\frac{3(t^3 - t) - 2(-t^2 + t)}{3 - 2} \right)$$

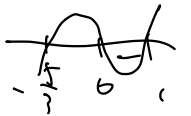
$$= R(3t^3 + 2t^2 - 5t)$$

$$ii) 0 = 3t^3 + 2t^2 - 5t$$

$$= t(3t^2 + 2t - 5)$$

$$= t(3t + 5)(t - 1)$$

$$\therefore t = 1 \quad (\because t > 0)$$



$$iii) \text{ 움직인 거리} = \int_0^1 |3t^3 + 2t^2 - 5t|dt$$

$$= \int_0^1 (-3t^3 - 2t^2 + 5t)dt$$

$$= \left[-\frac{3}{4}t^4 - \frac{2}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 \right]_0^1$$

$$= -\frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{5}{2}$$

$$= \frac{-9 - 8 + 30}{12}$$

$$= \frac{13}{12}$$