

◆ 전체 : 선택형 13문항(59점), 서답형 8문항(41점)

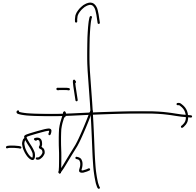
◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. $\sin \frac{4}{3}\pi$ 의 값을 구하면? [3.5점]

- ① $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$



2. 첫째항이 3이고 공차가 2인 등차수열의 제 5항을 구하면?

[3.7점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

$$a_5 = 3 + 4 \cdot 2$$

$$= 11$$

3. $\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(\pi - x) - \tan x \times \tan\left(\frac{\pi}{2}\right)$ 을 간단히 하면? [4.0점]

- ① $-\frac{\pi}{2}$ ② -1 ③ 0 ④ $\frac{\pi}{2}$ ⑤ 1

$$\cos x - \cos x - \cancel{\tan x} \cdot \cancel{\tan x}$$

$$= 1 - 1 - 1$$

$$= -1$$

4. 삼각형 ABC에서 $b = 1$, $c = 2$, $A = 120^\circ$ 일 때, a 의 값을 구하면? [4.0점]

- ① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ 5 ⑤ 7

코사인 법칙에 의해

$$a^2 = 1^2 + 2^2 - 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \cos 120^\circ$$

$$= 1 + 4 - 4 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$= 7$$

$$\therefore a = \sqrt{7} \quad (\because a > 0)$$

5. 서로 다른 세 수 a, b, c 가 이 순서대로 등비수열일 때,

$\frac{1}{\log_2 b} (\log_2 a + \log_2 c)$ 의 값으로 옳은 것은? [4.3점]

(단, a, b, c 는 1이 아닌 양수이다.)

- ① 0 ② 1 ③ $\log_2 3$ ④ 2 ⑤ $\log_2 5$

$$\left(\frac{2}{2}\right) = \frac{\log_2 ac}{\log_2 b}$$

$$= \log_b ac$$

$$= \log_b b^2$$

$$= 2$$

($\because b^2 = ac$, 등비수열)

✓ 옳다.

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 $\sum_{k=1}^n a_k = n^2 - n$ 일 때,

$\sum_{k=1}^{10} a_{3k-1}$ 의 값을 구하면? [4.3점]

- ① 250 ② 260 ③ 270 ④ 280 ⑤ 290

$$\begin{aligned} \text{1) } a_1 &= 1 - 1 = 0 & \text{2) } \sum_{k=1}^{10} a_{3k-1} \\ a_n &= S_n - S_{n-1} & = \sum_{k=1}^{10} (6k - 4) \\ &= 2n - 2 \quad (n \geq 2) & = 6 \cdot \frac{10 \cdot 11}{2} - 4 \cdot 10 \\ 2 \cdot 1 - 2 &= 0 \quad (n=1) & = 330 - 40 \\ a_n &= 2n - 2 \quad (n \geq 1) & = 290 \\ \therefore a_{3k-1} &= 2 \cdot (3k-1) - 2 & = 290 \\ &= 6k - 4 \end{aligned}$$

7. 첫째항이 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제9항까지의 합이 126일 때, a_5 의 값을 구하면? [4.4점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$$\begin{aligned} S_9 &= \frac{9(5 + 8d)}{2} = 126 \\ 10 + 8d &= 28 \\ d &= \frac{9}{4} \\ \therefore a_5 &= 5 + 4 \cdot \frac{9}{4} = 14 \end{aligned}$$

8. 삼각형 ABC 에서 변 AC 의 길이를 25% 늘려서 삼각형 ABC' 를 만들었다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12일 때, 삼각형 ABC' 의 넓이를 구하면? [4.9점]

- ① 13 ② 14 ③ 15 ④ 16 ⑤ 17

$$\begin{aligned} \text{let } S_{ABC} &= \frac{1}{2} bc \sin A = 12 \\ S_{ABC'} &= \frac{1}{2} b \cdot \frac{125}{100} \cdot c \sin A \\ &= 12 \cdot \frac{125}{100} = 15 \\ &= 15 \end{aligned}$$

9. 태호는 전 구간이 10 km 인 이봉주 마라톤 대회에 참가하였다. 처음 3 km 까지는 8 km/h 의 속력으로 일정하게 달리다가 숨이 차서 이후 1 km 를 달리는데 걸린 시간이 바로 전 1 km 를 달리는데 걸린 시간보다 10%씩 증가하였다. 태호가 전 구간을 완주하는 데 걸린 시간은? (단, $\log_{1.1} 2 = 7$)

[5.1점]

- ① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{4}$ ③ $\frac{7}{4}$ ④ $\frac{9}{4}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

$$* \text{ 시간} = \frac{\text{거리}}{\text{속도}}$$

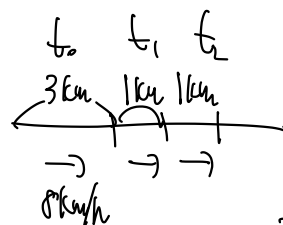
$$t_0 = \frac{3}{8}$$

$$t_1 = \frac{3}{8} \times \frac{110}{100}$$

\vdots

$$t_n = \frac{3}{8} \times \left(\frac{110}{100}\right)^n$$

$$\therefore S = \frac{3}{8} + \frac{\frac{3}{8} \cdot \frac{110}{100} (1.1^n - 1)}{1.1 - 1}$$



$$= \frac{3}{8} + \frac{\frac{3}{8} \cdot 1.1}{0.1}$$

$$= 12 \cdot \frac{3}{8}$$

$$= \frac{9}{4}$$

10. 모든 항이 양수인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하면 $8S_n = a_n^2 + 4a_n - 5$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) 가 성립한다. a_6 의 값을 구하면? [5.3점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

$$8S_{n-1} = a_{n-1}^2 + 4a_{n-1} - 5$$

$$i) 8S_1 = a_1^2 + 4a_1 - 5 \quad \text{①) } 8 \cdot 4 = a_1^2 + 4a_1 - 5$$

$$0 = a_1^2 + 4a_1 - 5 \quad \text{②) } 0 = a_3^2 + 4a_3 - 11$$

$$a_1 = 5 \quad (\because a_1 > 0) \quad a_3 = 13 \quad (\because a_3 > 0)$$

$$ii) 40 = a_2^2 + 4a_2 - 5 \quad \text{③) } 216 = a_4^2 + 4a_4 - 5$$

$$0 = a_2^2 + 4a_2 - 45 \quad \text{④) } 0 = a_4^2 + 4a_4 - 221$$

$$a_2 = 9 \quad (\because a_2 > 0) \quad a_4 = 17 \quad (\because a_4 > 0)$$

$$v) a_1 = 5, d = 4$$

$$\therefore a_6 = 5 + 5 \cdot 4 = 25$$

11. 수열 $\{a_n\}$ 이 $a_1 = 1, (n+1)a_n + na_{n+1} = 2n(n+1), (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만족한다. 이때, a_{2022} 의 값을 구하면? [5.0점]

- ① 2021 ② 2022 ③ 2023 ④ 2024 ⑤ 2025

$$i) \frac{a_n}{n} + \frac{a_{n+1}}{n+1} = 2$$

$$\text{let } \frac{a_n}{n} = b_n, b_1 = 1$$

$$b_n + b_{n+1} = 2 \quad \therefore \frac{a_{2022}}{2022} = 1$$

$$ii) b_1 + b_2 = 2 \quad a_{2022} = 2022$$

$$b_2 = 1$$

$$\therefore b_n = 1 \quad (n = 1, 2, \dots)$$

12. $\sum_{k=1}^{12} k + \sum_{k=2}^{12} k + \sum_{k=3}^{12} k + \dots + \sum_{k=12}^{12} k$ 의 값을 구하면? [5.4점]

- ① 630 ② 635 ③ 640 ④ 645 ⑤ 650

$$1 + 2 + 3 + \dots + 12$$

$$2 + 3 + \dots + 12$$

$$\vdots$$

$$+ 12$$

$$= 1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + 12 \cdot 12$$

$$= \sum_{k=1}^{12} k^2 = \frac{12 \cdot 13 \cdot 25}{6} = 650$$

13. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB} = 3, \overline{BC} = a, \overline{CA} = b$ 일 때,

$c \cos(A+B) = b \cos(A+C)$ 이면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

(단, $b \neq c$) [5.1점]

- ① $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형
② $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
③ $a = c$ 인 이등변삼각형
④ $a = b$ 인 이등변삼각형
⑤ 정삼각형

$$A+B = \pi - C, \quad A+C = \pi - B$$

$$c \cos(\pi - C) = b \cos(\pi - B)$$

$$c \cdot (-\cos C) = b \cdot (-\cos B)$$

$$c \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} = b \cdot \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

$$c^2(a^2 + b^2 - c^2) = b^2(a^2 + c^2 - b^2)$$

$$0 = a^2(b^2 - c^2) + (c^2 + b^2)(c^2 - b^2)$$

$$= (b^2 - c^2)(a^2 - b^2 - c^2)$$

$$\therefore a^2 = b^2 + c^2 \quad (\because b \neq c) \quad \angle A = 90^\circ \text{ 인 직각삼각형}$$

서답형

단답형 1. $\sum_{k=1}^7 k - \sum_{t=1}^5 t$ 를 구하시오. [3.0점]

$$= \sum_{k=6}^7 k$$

$$= 6 + 7$$

$$= \boxed{13}$$

단답형 2. 삼각형 ABC에 대하여 $a=3$, $b=4$, $\angle C = \frac{\pi}{3}$ 일 때, 삼각형 ABC의 넓이를 구하시오. [4.0점]

$$S = \frac{1}{2}ab \sin C$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \boxed{3\sqrt{3}}$$

수열의 귀납적 정의

단답형 3. $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ 이고, $a_{n+1}^2 = a_n a_{n+2}$ 로 정의된 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 일반항을 구하시오. (단, n 은 자연수) [4.0점]

$$a = 1 \quad r = 3$$

$$a_n = 1 \cdot 3^{n-1}$$

$$= \boxed{3^{n-1}}$$

단답형 4. $\sum_{k=1}^{50} [\log_2 k]$ 의 값을 구하시오. (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.) [5.0점]

$$[\log_2 1] = 0$$

$$[\log_2 2] = 1, [\log_2 2^2] = 2$$

$$[\log_2 2^3] = 3, [\log_2 2^4] = 4$$

$$[\log_2 2^5] = 5, [\log_2 2^6] = 6$$

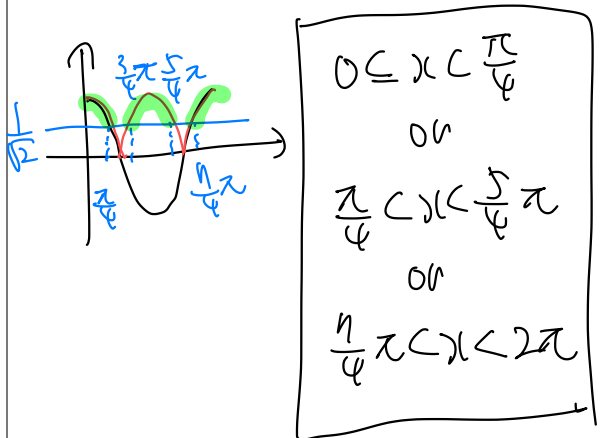
$$\therefore \underbrace{0}_{2^1-1\text{개}} + \underbrace{1+1}_{2^2-2\text{개}} + 2 + \dots + 5$$

$$= 0 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 8 + 4 \cdot 16$$

$$+ 5 \cdot \boxed{16} \quad 50 - 2^5 + 1 = 19$$

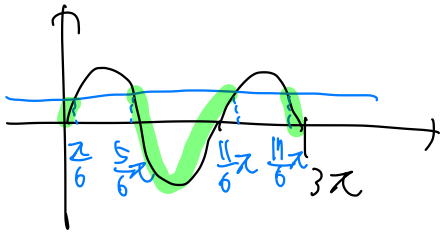
$$= 2 + 8 + 24 + 64 + 80 = \boxed{178}$$

단답형 5. 부등식 $|\cos x| > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 를 만족하는 해를 구하시오. (단, $0 \leq x < 2\pi$) [5.0점]



서술형 1. x 에 대한 이차방정식 $4x^2 + 4\sqrt{2}x\sin\theta + \sin\theta = 0$ 의 실근이 존재하지 않을 때, θ 의 값의 범위를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. (단, $0 \leq \theta \leq 3\pi$) [6.0점]

$$\begin{aligned} b/4 &= (2\sqrt{2}\sin\theta)^2 - 4\sin\theta \\ &= 8\sin^2\theta - 4\sin\theta < 0 \\ 4\sin\theta(2\sin\theta - 1) &< 0 \\ 0 < \sin\theta &< \frac{1}{2} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \therefore 0 &\leq \theta < \frac{\pi}{6} \\ \text{or} \\ \frac{5\pi}{6} &< \theta < \frac{11\pi}{6} \\ \text{or} \\ \frac{11\pi}{6} &< \theta \leq 3\pi \end{aligned}$$

중요 우리.

서술형 2. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음을 만족할 때, 물음에 답하시오. [7.0점]

<조건>

- (가) $a_2 = 8$
- (나) $|a_4| = |a_8|$
- (다) 공차 $d \neq 0$

(1) 공차 d 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

(2) 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 의 최댓값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [4.0점]

(1) (i) $a + d = 8$

(ii) $a + 3d = -(a + 7d) \quad (\because d \neq 0)$

$$2a = -10d$$

$$a = -5d$$

$$\therefore -5d + d = 8$$

$$-4d = 8$$

$$\boxed{d = -2}, \quad a = 10$$

(2) $a_n = 10 + (n-1) \cdot (-2)$

$$= -2n + 12 \geq 0$$

$$6 \geq n$$

$\therefore a_5 > 0, a_6 = 0, a_n < 0$ 이므로

S_n 의 최댓값은 $n = 5$ or 6 일 때

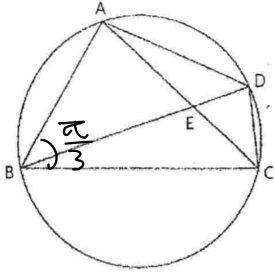
$$S_{n\text{최대}} = \frac{5(10+2)}{2} \quad \text{or} \quad \frac{6(10+0)}{2}$$

$$= \boxed{30}$$

중요 하얀

적용해드림.

서술형 3. 반지름의 길이가 $\sqrt{3}$ 인 원 O 에 내접하는 사각형 $ABCD$ 에 대하여 $\overline{AD} : \overline{DC} = 2 : 1$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$ 를 만족한다고 한다. 물음에 답하시오. [7.0점]



(1) \overline{AC} 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [3.0점]

(2) $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [4.0점]

(1) 삼각법에 의해

$$\frac{AC}{\sin \frac{\pi}{3}} = 2\sqrt{3}$$

$$AC = 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 3$$

(2) i) $\angle D = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$ (\because 내접사각형)

ii) Let $CD = t$

$$3^2 = t^2 + (2t)^2 - 2 \cdot t \cdot 2t \cos \frac{2\pi}{3}$$

$$= 5t^2 + 2t^2$$

$$\therefore t = \frac{3}{\sqrt{5}} \quad (\because t > 0)$$

$$\therefore S_{\triangle ADC} = \frac{1}{2} \cdot t \cdot 2t \cdot \sin D$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{\sqrt{5}} \cdot \frac{6}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{14}$$