

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

◆ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 6문항(30점)

◆ 총점 : 100점

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 교육과정상 선행 출제된 문항 없음

## 선택형

1. 점  $(-3, 4)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는?

[3.9점]

- ①  $(3, -4)$                       ②  $(4, -3)$                       ③  $(-4, 3)$   
④  $(3, 4)$                         ⑤  $(-3, -4)$

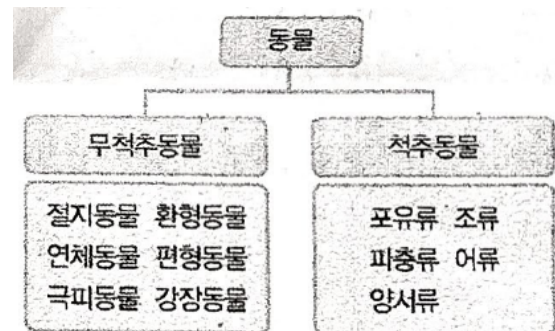
2. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합  $A = \{1, 3, 4\}$ ,  $B = \{2, 3, 6, 7\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [3.9점]

- ①  $A \cap B = \{3\}$                       ②  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$   
③  $A - B = \{1\}$                       ④  $B - A = \{2, 6, 7\}$   
⑤  $A^c = \{2, 5, 6, 7\}$

3. 두 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{0, 1, 2, 3\}$ 에 대하여 다음 중  $X$ 에서  $Y$ 로의 함수인 것은? [4.1점]

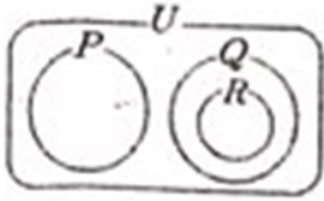
- ①  $f(x) = x$                               ②  $f(x) = |x - 1|$   
③  $f(x) = -x + 3$                       ④  $f(x) = x^2 - x + 2$   
⑤  $f(x) = \begin{cases} x - 1 & (x \geq 0) \\ 2 - x & (x < 0) \end{cases}$

4. 아래의 표를 바탕으로 설명한 내용 중 옳지 않은 것은? [4.1점]



- ① 극피동물이면 무척추동물이다.  
② 척추동물이면 강장동물이 아니다.  
③ 척추동물이 아니면 어류가 아니다.  
④ 연체동물이 아니면 무척추동물이 아니다.  
⑤ 파충류는 척추동물이기 위한 충분조건이다.

5. 전체집합  $U$ 에 대하여 세 조건  $p, q, r$ 의 진리집합을 각각  $P, Q, R$ 이라 하자. 세 집합이 아래 벤다이어그램과 같을 때, 다양 중 항상 옳은 것은? (단,  $P \cup Q \neq U$ ) [4.6점]



- ①  $p$ 는  $q$ 이기 위한 필요조건이다.
- ②  $p$ 는  $\sim r$ 이기 위한 충분조건이다.
- ③  $q$ 는  $\sim p$ 이기 위한 필요조건이다.
- ④ ' $p$  또는  $q$ '는  $r$ 이기 위한 충분조건이다.
- ⑤ ' $q$  그리고  $r$ '은  $q$ 이기 위한 필요충분조건이다.

6. 집합  $A = \{a, b, \{a, b\}\}$ 에 대하여 집합

$$P(A) = \{X \mid X \subset A, X \neq A\}$$

라 할 때, 다음 보기 중 옳은 것의 개수는?

<보 기>

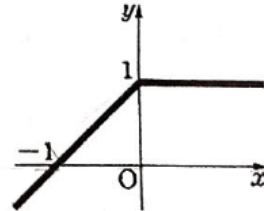
- ㉠  $\{a, b\} \in P(A)$
- ㉡  $\{\emptyset\} \in P(A)$
- ㉢  $\{\{a\}\} \subset P(A)$
- ㉣  $P(P(A))$ 의 원소의 개수는 256개이다.

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 0

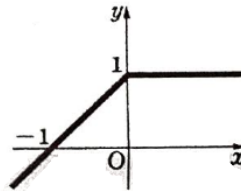
7. 두 점  $A(3,4)$ ,  $B(2,1)$ 와  $y$ 축 위의 한 점  $P$ 에 대하여  $\overline{AP} + \overline{PB}$ 의 최솟값은? [4.7점]

- ①  $\sqrt{10}$       ②  $\sqrt{26}$       ③  $2\sqrt{7}$
- ④  $\sqrt{34}$       ⑤  $3\sqrt{5}$

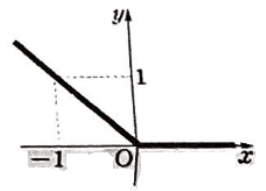
8. 방정식  $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 아래 그림과 같을 때, 다음 중 방정식  $f(x-1, 1-y) = 0$ 이 나타내는 도형은? [4.7점]



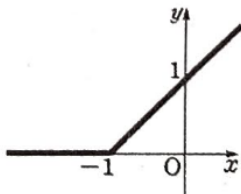
①



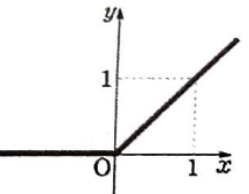
②



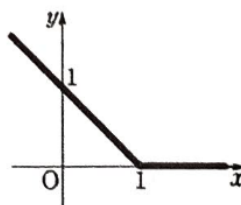
③



④



⑤



9. 다음 명제의 참, 거짓이 옳게 짝지어진 것은? [4.8점]

- ①  $a > 0, b > 0$ 일 때,  $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$ 이다.(참)
- ②  $x^2 - 6x + 8 \neq 0$ 이면  $x \neq 2$ 이다. (거짓)
- ③ 어떤 자연수  $n$ 에 대하여  $n^2$ 은 홀수이다. (거짓)
- ④  $a + b = 1$ 이면  $a > \frac{1}{2}$  또는  $b > \frac{1}{2}$ 이다.(참)
- ⑤ 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a + b > 0$ 이면  $a, b$  중 적어도 하나는 양수이다.(거짓)

10. 전체집합  $U$ 의 두 부분집합  $A, B$ 에 대하여

$$A - [(A \cup B^c) - (B - A^c)] = B$$

일 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [4.8점]

- ①  $A^c \subset B^c$
- ②  $A \subset B^c$
- ③  $A \cap B = \emptyset$
- ④  $A - B = \emptyset$
- ⑤  $A \cup B = B$

11. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수  $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} & (x \text{는 짝수}) \\ \frac{x-1}{2} & (x \text{는 홀수}) \end{cases}$$

이고,  $f^1 = f$ ,  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^3 = f \circ f^2, \dots$  와 같을 때,  $f^n(50) = 1$ 을 만족시키는 자연수  $n$ 의 값은? [4.8점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

12. 공집합이 아닌 집합  $X$ 를 정의역으로 하는 두 함수  $f(x) = x^2 + 2x$ ,  $g(x) = 5x - 2$ 가 서로 같도록 하는 집합  $X$ 의 개수는? [4.9점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

13. 집합  $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 함수  $f(x) = ax^2 + bx + 1$ 가 일대일대응일 때,  $2(a^2 + b^2)$ 의 값은? (단,  $a, b$ 는 상수) [4.9점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

14. 어느 반 33명의 학생에게 세 개의 수학 문제  $A, B, C$ 를 풀게 하였더니  $A$ 문제를 맞힌 학생은 18명,  $B$ 문제를 맞힌 학생은 20명,  $C$ 문제를 맞힌 학생은 23명이었다. 두 문제만 맞힌 학생이 15명일 때, 세 문제를 모두 맞힌 학생 수는? (단, 세 문제를 모두 틀린 학생은 3명이다.) [5.6점]

- ① 4      ② 5      ③ 6      ④ 7      ⑤ 8

15. 다음은 귀류법을 이용하여 '나눗셈정리'를 증명하는 과정의 일부이다. 빈칸에 들어갈 값에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [5.6점]

나눗셈 정리

임의의 양의 정수  $a$ 와 정수  $b$ 에 대하여  $b = qa + r$  ( $0 \leq r < a$ )

을 만족시키는 정수  $q, r$ 이 유일하게 존재한다.

(증명)

①  $q$ 와  $r$ 의 존재성 증명

집합  $S = \{b - na \mid n : \text{정수}, b - na \geq 0\}$ 이라 하면  $S \neq \emptyset$ 이고  $S \subset \mathbb{N} \cup \{0\}$  ( $\mathbb{N}$ 은 자연수 집합)이다.

따라서  $S$ 에는 가장 작은 원소가 존재하고 이를  $r$ 이라 하자. 그러면  $r \in S$ 이므로 적당한 정수  $q$ 에 대하여  $r = b - qa$ 꼴로 표시되고  $b = r + qa$ ,  $r \geq 0$ 이다.

②  $r < a$  증명

$r \geq a$ 라 가정하자.

그러면  $\boxed{\text{가}}$  =  $r - a \geq 0$ 가 되고  $\boxed{\text{가}} \in S$ 이다.

그런데  $\boxed{\text{가}} < r$ 이므로  $r$ 이  $S$ 의 가장 작은 원소라는 사실에 모순이다. 따라서  $r < a$ 이다.

③  $q, r$ 의 유일성 증명

$q \neq q_1$ 인 정수  $q_1$ 에 대하여  $b = q_1a + r_1$  ( $0 \leq r_1 < a$ )라 가정하자.

그러면 증명 ①에 의하여  $\boxed{\text{나}} = q_1a + r_1$ 이므로  $(q_1 - q)a = \boxed{\text{다}} \dots \text{㉠}$ 이다.

이때,  $q \neq q_1$ 이므로

$|a| \leq |q_1 - q||a| = \boxed{\text{라}} = \boxed{\text{마}} < |a|$ 가 되어 모순이다.

따라서  $q = q_1$ 이고, ㉠에 의하여  $r = r_1$ 이다. 따라서  $q$ 와  $r$ 은 유일하게 존재한다.

①  $\boxed{\text{가}}$ 에 들어갈 값은  $b - (q + 1)a$ 이다.

②  $q = 1$ 일 때,  $\boxed{\text{나}}$ 의 값은  $a + r$ 이다.

③  $\boxed{\text{다}}$ 에 들어갈 값은  $r_1 - r$ 이다.

④  $\boxed{\text{라}}$ 에 들어갈 값은  $|(q_1 - q)a|$ 이다.

⑤  $\boxed{\text{마}}$ 에 들어갈 값은  $|\boxed{\text{다}}|$ 이다.

**서답형**

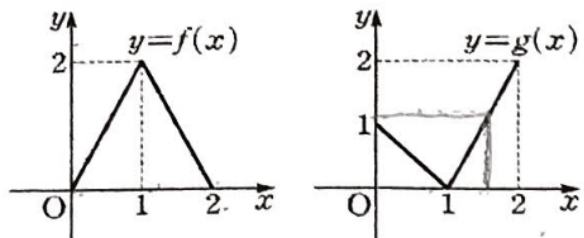
**단답형 1.** 점  $(4, 1)$ 을  $x$ 축의 방향으로  $a$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $b$ 만큼 평행이동하였더니 점  $(-1, -4)$ 와 일치하였다. 이때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4.0점]

**단답형 2.** 두 조건  $p: x^2 - 5x + a < 0$ 와  $q: b < x < 3$ 가 서로 필요충분조건이다. 이때, 상수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하시오. [4.0점]

**단답형 3.** 전체집합  $U = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 소수}\}$ 에 대하여  $A \cup X = B \cup X$ 를 만족시키는  $U$ 의 부분집합  $X$ 의 개수를 구하시오. [5.0점]

**단답형 4.** 점  $P(-5, 7)$ 을  $x$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $P_1$ , 점  $P_1$ 을  $y$ 축에 대하여 대칭이동한 점을  $P_2$ , 점  $P_2$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점을  $P_3$ , 점  $P_3$ 을 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을  $P_4$ 라고 하자. 이와 같이  $x$ 축,  $y$ 축, 원점, 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이동을 계속하여 얻은  $n$ 번째 점을  $P_n$ 이라 할 때,  $P_{100}$ 의 좌표를 구하시오. (단, 순서쌍으로 표현하시오.) [5.0점]

**단답형 5.** 집합  $X = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$ 에 대하여  $X$ 에서  $X$ 로의 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같다. 이때, 함수  $h(x) = (f \circ g)(x)$ 에 대하여  $h\left(\frac{3}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. [6.0점]



**단답형 6.**  $x > 0$ ,  $y > 0$ 이고  $2x + 7y = 14$ 일 때, 다음 값을 구하시오. [6점, 각 3점]

- (1)  $\sqrt{14xy}$ 의 최댓값을 구하시오.
- (2)  $\frac{1}{\sqrt{2x}} + \frac{1}{\sqrt{7y}}$ 의 최솟값을 구하시오.