

선택형

1. <보기> 중 극한값이 존재하는 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.2점]

<보 기>

$$\neg. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x}{x-1}$$

$$\neg. \lim_{x \rightarrow \infty} (-2x+3)$$

$$\sqsubset. \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(2 + \frac{3}{x+1}\right)$$

$$\rceil. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{|x-3|}$$

① \neg, \neg

② \neg, \sqsubset

③ \neg, \sqsubset

④ \neg, \rceil

⑤ \neg, \sqsubset, \rceil

2. 함수 $f(x) = \begin{cases} 3x+k & (x < 1) \\ x^2+2x+1 & (x \geq 1) \end{cases}$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값이 존재하도록 하는 상수 k 의 값은? [2.5점]

① 0

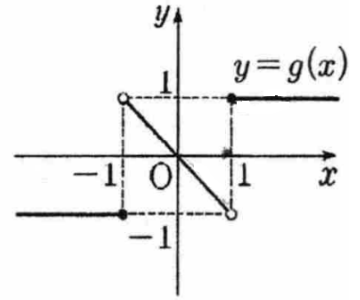
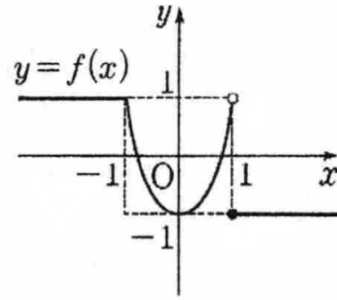
② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

3. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3.4점]



<보 기>

$$\neg. \lim_{x \rightarrow -1+} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1-} f(x) = 0$$

\neg . 함수 $\frac{f(x)}{g(x)}$ 는 $x = 1$ 에서 연속이다.

\sqsubset . 함수 $f(x) + g(x)$ 는 $x = -1$ 에서 불연속이다.

$$\rceil. \lim_{x \rightarrow -1-} f(x)g(x) + \lim_{x \rightarrow 0+} \{f(x) - g(x)\} = -2$$

① \neg, \neg

② \neg, \sqsubset

③ \sqsubset, \rceil

④ \neg, \sqsubset, \rceil

⑤ $\neg, \neg, \sqsubset, \rceil$

4. 일차함수 $g(x)$ 와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $g(-1)$ 의 값은? [4.2점]

<조 건>

$$(\neg) \lim_{x \rightarrow -\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 3$$

$$(\neg) \lim_{x \rightarrow n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-3)(n-4) \text{ (단, } n = 1, 2, 3)$$

① -1

② $-\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 2

5. 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $x^2 - 9 \leq f(x) \leq 2x^2 + 6x$ 를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{f(x)}{x+3}$ 의 값은? [3.5점]

- ① -9 ② -6 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

6. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[-1, 2]$ 에서 $f(x) = \begin{cases} 3x - 2a & (-1 \leq x < 1) \\ x^2 + ax + b & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 이고, 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+3) = f(x)$ 를 만족시킬 때, $f(11)$ 의 값은? [3.6점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

7. 실수 k 에 대하여 집합

$\{x \mid kx^2 - 2(k-4)x - 3k + 12 = 0, x \text{는 실수}\}$ 의 원소의 개수를 $f(k)$ 라고 할 때, 함수 $f(k)$ 의 불연속인 점의 개수는? [4.1점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

8. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$f(-3) = -2, f(-1) = 4, f(0) = 7, f(1) = -5, f(3) = 6$ 일 때, 방정식 $f(x) = 0$ 은 열린구간 $(-3, 3)$ 에서 적어도 n 개의 실근을 갖는다. 이때 자연수 n 의 값은? [3.7점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x) = x + [x]$ 에 대하여 함수 $f(x)g(x)$ 가 열린구간 $(1, 5)$ 에서 연속일 때, $f(5)$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.) [4.0점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

10. 곡선 $y = 4x^2 + 3x$ 위의 점 $P(-1, 1)$ 에서의 접선의 기울기는? [2.0점]

- ① -8 ② -5 ③ 3 ④ 8 ⑤ 11

11. <보기> 중 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [5.8점]

<보 기>

- ㄱ. 함수 $f(x) = 2x^2 + 1$ 에서 x 의 값이 1에서 2까지 변할 때의 평균변화율은 6이다.
- ㄴ. 함수 $f(x)$ 가 $x = a$ 에서 불연속이면 함수 $f(x)$ 는 $x = a$ 에서 미분가능하지 않다.
- ㄷ. 함수 $f(x) = x^2 + 1$ 에 대하여 $f'(2) = 4$
- ㄹ. 함수 $f(x) = |x + 1|$ 은 $x = -1$ 에서 연속이지만 미분가능하지 않다.
- ㅁ. $f(x) = |x|$ 는 닫힌구간 $[-1, 1]$ 에서 롤의 정리가 성립한다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ, ㄹ ③ ㄴ, ㄹ, ㅁ
- ④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

12. $f(x) = \begin{cases} x^3 + ax^2 + 1 & (x \geq -1) \\ bx + 2 & (x < -1) \end{cases}$ 으로 정의된 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에서 미분가능할 때, $a - b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [3.0점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

13. 함수 $f(x) = x^2 + 4x$ 에 대하여 닫힌구간 $[-3, 2k]$ 에서 평균값 정리를 만족시키는 상수의 값이 $\frac{k}{2}$ 일 때, k 의 값은? [4.4점]

- ① $-\frac{3}{2}$ ② -1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

14. 함수 $f(x) = -x^2 + 6x$ 에 대하여 닫힌구간 $[0, 6]$ 에서 롤의 정리를 만족시키는 상수 c 의 값은? [2.8점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

15. 점 $(-4, -2)$ 에서 곡선 $y = x^2 + 4x - 1$ 에 그은 접선 중에서 기울기가 가장 큰 접선이 x 축과 만나는 점을 A , y 축과 만나는 점을 B 라고 할 때, \overline{AB} 의 길이는? [5.6점]

- ① $5\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{14}$ ③ $8\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{130}$ ⑤ $2\sqrt{33}$

16. 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 $f(1) = 1$, $f'(1) = 2$ 을 만족시키고 $g(x) = (x^3 + 2x + 1)f(x)$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3.9점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x^3 + 1} = 1$ 일 때,
 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+3h) - f(-1-h)}{h}$ 의 값은? [4.6점]
- ① 6 ② 9 ③ 12 ④ 15 ⑤ 18

18. 최고차항의 계수가 1이고 $f(-1) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가
 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{(x-2)\{f'(x)\}^2} = \frac{1}{4}$ 을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [5.7점]
- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{5}{2}$

서답형

단답형 1. 다음은 사잇값의 정리에 대한 설명이다. 빈칸 안에 들어갈 말을 각각 쓰시오. [총 4점, 각각 2점]

사잇값의 정리란

:함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 (가) 이고

$f(a) \neq f(b)$ 일 때, $f(a)$ 와 $f(b)$ 사이의 임의의 k 에 대하여

(나) ($a < c < b$)인 c 가 적어도 하나 존재한다.

단답형 2. 곡선 $y = 2x^2 - 2x - 1$ 에 접하고 기울기가 2인 직선의 방정식을 구하시오. [3.0점]

단답형 3. 함수 $f(x)$ 가 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 연속이고 열린구간 (a, b) 에서 미분가능하며, 열린구간 (a, b) 의 모든 x 에 대하여 $f'(x) = 0$ 이면 닫힌구간 $[a, b]$ 에서 상수함수임을 보이는 과정을 서술하시오. [6.0점]

서술형 1. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} \frac{x-3}{2|x-3|} & (x \neq 3) \\ \frac{1}{2} & (x = 3) \end{cases}$, $g(x) = 3x^2$

에 대하여 $\lim_{x \rightarrow -1+} (f \circ g)(x) - \lim_{x \rightarrow 2-} f(x)$ 의 값을 구하는 풀이과정을 서술하시오. [5.0점]

서술형 3. 두 다항함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.
곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(3, g(3))$ 에서의 접선의 방정식을 구하는 풀이과정을 서술하시오. [8.0점]

$$(가) \ g(x) = x^2 f(x) + 8$$

$$(나) \ \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - g(x)}{x - 3} = 2$$

서술형 2. 민정이는 $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x+1}$ 의 값을 다음과 같이 구하였다. 민정이의 계산과정에서 처음으로 잘못된 부분의 기호를 쓰고, 바르게 고쳐 풀이하는 과정과 답을 서술하시오. [4.0점]

민정이의 풀이
:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2+1}}{x+1} \stackrel{㉠}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{\sqrt{3x^2+1}}{x}}{\frac{x+1}{x}} \stackrel{㉡}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{\frac{3x^2+1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}}$$

$$\stackrel{㉢}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3+\frac{1}{x^2}}}{1+\frac{1}{x}} \stackrel{㉣}{=} \sqrt{3}$$