

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(70점), 단답형 3문항(10점),
서술형 3문항(20점)
- ◆ 총점 : 100점
- ◆ 배점은 문항별로 다릅니다. 문항 끝에 있는 □ 안
의 배점을 참고하시기 바랍니다.

선택형

1. 직선 $3x+4y+5=0$ 과 점 $(2,1)$ 사이의 거리를 구하면?

- ① 11 ② 9 ③ 7 ④ 5 ⑤ 3

2. 원 $x^2+y^2=2$ 를 x 축의 방향으로 -5 만큼,
 y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 원의 방정식이
 $(x+a)^2+(y+b)^2=2$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

3. $A = \{\emptyset, 1, 2, \{2, 3\}\}$ 에 대하여 옳지 않은 것은?

- ① $\{2\} \subset A$ ② $3 \in A$ ③ $\{2, 3\} \in A$
④ $\emptyset \in A$ ⑤ $\emptyset \subset A$

4. 점 $(8, -2)$ 를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 3 만큼 평행이동한 점의 좌표가 $(3, b)$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① -2 ② -3 ③ -4 ④ -5 ⑤ -6

5. 점 $(-3, 4)$ 를 y 축에 대하여 대칭이동한 후, 원점에
대하여 대칭이동하였다. 다시 직선 $y = x$ 에 대해
대칭이동한 점의 좌표는?

- ① $(-4, -3)$ ② $(-3, -4)$
③ $(3, 4)$ ④ $(-3, 4)$
⑤ $(4, -3)$

풀이

① $d: (2, 1) \quad 3x+4y+5=0$

$$d = \frac{|3 \cdot 2 + 4 \cdot 1 + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$$

② $(x+5)^2 + (y-2)^2 = 2$

$$\therefore a+b = 5-2 = 3$$

③ A 의 원소: $\emptyset, 1, 2, \{2, 3\}$ (하나의 원소)

④ $(8, -2) \xrightarrow{x, a} (8+a, 1)$

$$= (3, b)$$

$$\therefore a = -5, b = 1$$

$$\therefore a+b = -5+1 = -4$$

⑤ $(-3, 4) \xrightarrow{y\text{축 대칭}} (3, 4) \xrightarrow{원점에 대칭} (3, -4)$
 $\xrightarrow{y=x\text{ 대칭}} (-4, -3)$

6. 어느 반 학생 25명 중에서 봉사활동 장소로 농촌봉사 활동을 선택한 학생은 15명, 양로원 봉사활동을 선택한 학생이 10명, 봉사활동에 참여하지 않는 학생이 2명일 때, 순수하게 농촌 봉사활동만 선택한 학생의 수를 구하면?

- ① 7 ② 9
③ 11 ④ 13
⑤ 15

7. 직선 $2x + y - 1 = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 직선이 $y = ax + 1$ 과 수직이 되었다. $y = ax + 1$ 의 x 절편을 구하면?

- ① 4 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ 0

8. 두 조건 $p: 3 \leq x < 7$, $q: x \leq a$ 에 대하여 명제 $\sim p \rightarrow q$ 의 역이 참이 되도록 하는 자연수 a 의 값을 모두 더하면?

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

9. $x > 0$, $y > 0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $(2x + 3y) \left(\frac{2}{x} + \frac{3}{y} \right) \geq 25$

② $x + 1 + \frac{2}{x} \geq 2\sqrt{2} + 1$

③ $x + \frac{1}{x} \geq 2$

④ $\frac{2y}{x} + \frac{3x}{y} \geq 2\sqrt{6}$

⑤ $(x + 2y) \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} \right) \geq 10$

10. 두 직선 $3x + 4y = 0$, $4x - 3y + 2 = 0$ 이 만나서 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식을 $y = mx + n$ 이라 하자. $m + n$ 의 값은? (단, m 은 양수)

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{5}{7}$ ④ $\frac{6}{7}$ ⑤ 1

풀이

$$\textcircled{6} \quad 25 = n(\frac{y}{x}) + n(\frac{x}{y}) - n(\frac{y}{x} \cap \frac{x}{y})$$

$$= 15 + 10 - n(\frac{y}{x} \cap \frac{x}{y})$$

$$\therefore n(\frac{y}{x} \cap \frac{x}{y}) = 2$$

$$\therefore n(\frac{y}{x} - \frac{x}{y}) = n(\frac{y}{x}) - n(\frac{y}{x} \cap \frac{x}{y})$$

$$= 15 - 2 = 13$$

$$\textcircled{7} \quad 2x + y - 1 = 0 \xrightarrow{\text{y축대칭}} -2x + y - 1 = 0$$

$$m = 2$$

$$\therefore a = -\frac{1}{m} = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$0 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$\therefore x = 2$$

$$\textcircled{8} \quad \begin{array}{c} p \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} q \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} a \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} 3 \\ \text{---} \end{array} \quad \begin{array}{c} 7 \\ \text{---} \end{array}$$

$$p \rightarrow \sim p$$

$$\therefore a < 3$$

$$\therefore a: 1 + 2 = 3$$

$$\textcircled{9} \quad \textcircled{1} \quad 4 + 9 + 6 \cdot \left(\frac{2}{x} + \frac{x}{y} \right) \geq 13 + 6 \cdot 2 \sqrt{\frac{2}{x} \cdot \frac{x}{y}} \quad (\text{AM-GM})$$

$$= 25$$

② ~ ④ 동일

$$\textcircled{5} \quad 1 + 4 + 2 \left(\frac{y}{x} + \frac{x}{y} \right) \geq 5 + 2 \cdot 2 \sqrt{\frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y}} \quad (\text{AM-GM})$$

$$= 9$$

$$\textcircled{10} \quad \frac{|3x + 4y|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|4x - 3y + 2|}{\sqrt{4^2 + 3^2}}$$

$$\textcircled{1} \quad 4x - 3y + 2 = 3x + 4y \quad \textcircled{2} \quad 4x - 3y + 2 = -3x - 4y$$

$$x - 7y + 2 = 0$$

$$7x + y + 2 = 0$$

$$y = \frac{1}{7}x + \frac{2}{7}$$

$$\therefore m = \frac{1}{7}, n = \frac{2}{7} \quad \therefore m + n = \frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

11. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 와 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 자연수 k 의 합은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

12. 전체집합 $A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대해 <보기>를 모두 만족하는 집합 X 의 부분집합 X 의 개수를 구하면?

<보기>

ㄱ. $n(X) \geq 2$

ㄴ. 집합 X 의 모든 원소의 곱은 5의 배수이다.

ㄷ. 집합 X 는 집합 A 의 진부분집합이다.

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

13. 세 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 7 \text{의 양의 배수}\}$

$B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 } 6 \text{과 서로소인 자연수}\}$

$C = \{x \mid x \text{는 } 3 \leq x \leq 9 \text{인 정수}\}$ 에 대하여

$(A \cup B) \cap C$ 의 모든 원소의 합은?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

14. 다음 중 참인 명제는?

- ① 자연수 n 이 소수이면 n^2 는 홀수이다.
 ② 실수 x, y 에 대하여 xy 가 유리수이면 x 와 y 는 유리수이다.
 ③ $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 이고 $y \neq 0$ 이다.
 ④ 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 < 0$ 이다.
 ⑤ 어떤 실수 x 에 대하여 $x^2 = x - 3$ 이다.

풀이

⑪ $d: (0,0) \quad x - y + k = 0$
 $d = \frac{|k|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} < 2 = r$

$-2\sqrt{2} < k < 2\sqrt{2}$

\therefore 답: $1 + 2 = 3$

⑫ \therefore 5는 분해소인.

$A = \{3, 4, 5, 6, 7\}$
 $\begin{matrix} 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ x & x & o & x & x \end{matrix}$

ㄱ. 90000 배제

ㄴ. XXXXX 배제

$\therefore 2^5 - 2 = 14$

⑬ $A = \{1, 14\}$

$B = \{1, 5, 7, 11, 13\}$

$C = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$A \cup B = \{1, 5, 7, 11, 13, 14\}$

\therefore 답: $5 + 7 = 12$

⑭ ① 반례) $n=2$

② 반례) $x=y=\sqrt{2}$

③ $\frac{1}{2}$

④ 거짓

⑤ $x^2 - x + 3 = 0$

$b = 1 - 12 = -11 < 0$

\therefore 해는 X

15. 두 조건 p, q 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요충분조건인 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

<보기>

- ㉠ $p: xy=0, \quad q: x=0 \text{ or } y=0$
 ㉡ $p: A \cap B = B, \quad q: A \cup B = B \quad p: B \subset A, \quad q: A \subset B$
 ㉢ $p: B \subset A^c, \quad q: A \cap B = \emptyset$
 ㉣ $p: x^2=1, \quad q: x=1 \quad p: x=\pm 1$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢
 ③ ㉠, ㉣, ㉤ ④ ㉣, ㉤
 ⑤ ㉣, ㉤, ㉥

16. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, -6), B(4, 2)$ 에 대하여 $\angle APB = 45^\circ$ 를 만족시키는 점 P 가 있다. 서로 다른 세 점 A, B, P 를 지나는 원의 중심을 C 라 하자. 선분 OC 의 길이를 k 라 할 때, k 의 최솟값을 구하면? (단, O 는 원점이다.)

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\sqrt{5}$ ④ $\sqrt{7}$ ⑤ $\sqrt{10}$

단답형

단답형 1. 점 $(1, 2)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 접선의 방정식 중 y 축과 평행한 접선을 구하시오.

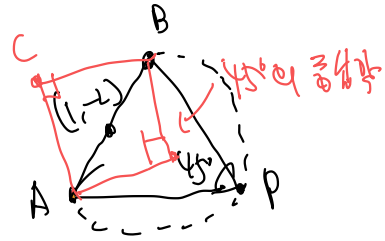
$x=1$

단답형 2. 두 점 $A(4, 5), B(-1, 10)$ 에 대하여 $\overline{AP} : \overline{BP} = 2 : 3$ 을 만족시키는 점 P 가 그리는 도형의 방정식을 구하시오.

단답형 3. 두 점 $A(1, 1), B(3, 4)$ 와 y 축 위를 움직이는 점 C 에 대하여 $\overline{AC} + \overline{BC}$ 가 최소가 되도록 하는 점 C 의 좌표를 구하시오.

㉠ $e: (1, 1) \quad m = \frac{1-4}{1-3} = \frac{3}{2}$
 $y-1 = \frac{3}{2}(x-1)$
 $y = \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}$
 $\therefore C(0, \frac{1}{4})$

풀이 16



$\therefore AB = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

㉠ $P(1, -2) \quad m = \frac{2+6}{4+2} = \frac{4}{3}$

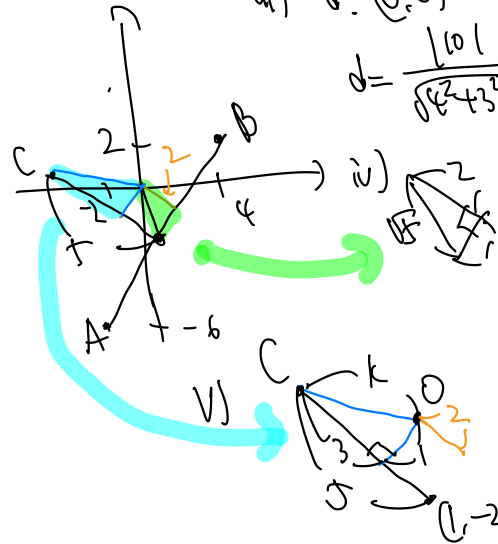
$y+2 = \frac{4}{3}(x-1)$

$3y+6 = 4x-4$

$0 = 4x - 3y - 10$

㉡ $d: (0, 0) \quad 4x - 3y - 10 = 0$

$d = \frac{|10|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$



$\therefore k = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$

㉢ $\text{let } y = mx + b$

i) $2 = m + b$

$b = 2 - m$

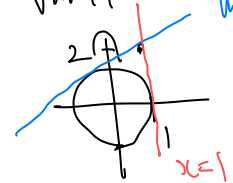
㉣ $d: (0, 0) \quad mx - y + b = 0$

$d = \frac{|b|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1 = r$

$\therefore |2-m| = \sqrt{m^2 + 1}$

$m^2 - 4m + 4 = m^2 + 1$

$m = \frac{3}{2}$



㉤ $\text{let } y = mx + b$

$\text{let } y = \left(\frac{2(-1)+3(4)}{2+3}, \frac{2(-10)+3(5)}{2+3} \right) = (2, 1)$

$\text{let } y = \left(\frac{2(-1)-3(4)}{2-3}, \frac{2(-10)-3(5)}{2-3} \right) = (14, 5)$

$\therefore O: \left(\frac{2+14}{2}, \frac{1+5}{2} \right) = (8, 1)$

$r = \sqrt{(8-2)^2 + (1-1)^2} = 6$

$\therefore (x-8)^2 + (y-1)^2 = 36$

서술형

서술형 1. 명제 ' $\sqrt{2}$ 는 유리수가 아니다.'가 참임을 귀류법을 이용해서 증명하시오.

서술형 2. 다음 물음에 답하시오.

(1) $a > 0, b > 0$ 일 때, $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$ 을 증명하시오.

(2) $x > 7$ 인 실수 x 에 대해 $x + \frac{4}{x-7}$ 의 최솟값을 구하시오.

오.
[42] (1) $a+b-2\sqrt{ab} = (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$
 \therefore 증명이 됨을 알 수 있다.

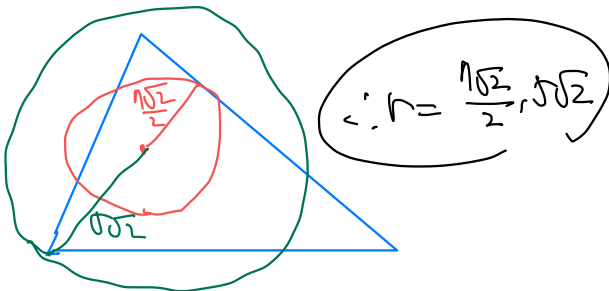
(2) $x-7 + \frac{4}{x-7} + 7 \geq 7 + 2\sqrt{(x-7) \cdot \frac{4}{x-7}}$ (\because 평균값)
 $= 11$

서술형 3. 좌표평면 위에 세 점 $A(17,0)$, $B(5,12)$, $C(5,5)$ 가 있다. 점 C 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 있다. 다음 물음에 답하시오.

(1) 점 C 에서 $\triangle OAB$ 의 세 변에 이르는 거리를 구하시오.

(2) 점 C 를 중심으로 하고 반지름의 길이가 r 인 원이 $\triangle OAB$ 와 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 r 의 값을 모두 구하시오.

[43] (2) $\frac{35}{13} = 2.xx, \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707$



풀이

[41] $\sqrt{2}$ 가 유리수라고 가정
 let $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (p, q 는 자연수)

$$2p^2 = q^2$$

$$\therefore q^2 \text{ 는 2의 배수}$$

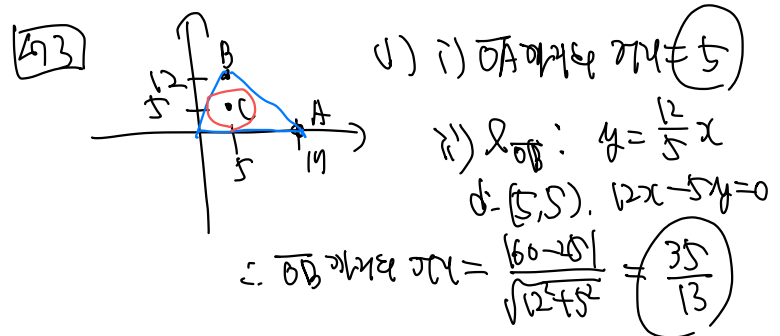
$$\text{let } q = 2k$$

$$2p^2 = 4k^2$$

$$p^2 = 2k^2$$

$$\therefore p^2 \text{ 는 2의 배수 } (p, q \text{ 가 서로소이므로})$$

위와 같이 하면 결국 무한정 갈 수 있다.



iii) AB 에 대한 거리: $(17,0)$ $m = -\frac{12}{12} = -1$

$$y - 0 = -1(x - 17)$$

$$y = -x + 17$$

$$d: (5,5) \quad x + y - 17 = 0$$

$$d = \frac{|5+5-17|}{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{1\sqrt{2}}{2}$$