

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 7문항(30점)
 ◆ 총점 : 100점
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

선택형

1. 확률변수 X 가 이항분포 $B\left(2020, \frac{1}{4}\right)$ 를 따를 때, $E(X)$ 의 값은? [3.9점]

- ① 400 ② 505 ③ 5005 ④ 5050 ⑤ 8080

2. 확률변수 X 가 정규분포 $N(10, 4^2)$ 를 따를 때, $P(X \geq 2)$ 의 값은? (단, $P(|Z| \leq 2) = 0.9544$) [4.1점]

- ① 0.0228 ② 0.4544 ③ 0.4772
 ④ 0.9544 ⑤ 0.9772

3. 모평균이 72이고 모분산이 3인 모집단에서 크기가 3인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 \bar{X} 에 대하여 $E(\bar{X}) + \sigma(\bar{X})$ 의 값은? [4점]

- ① 71 ② 72 ③ $72 + \frac{1}{\sqrt{3}}$
 ④ $72 + \sqrt{3}$ ⑤ 73

4. 분산이 5인 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균의 표준편차가 0.2 미만이 되도록 하는 n 의 최솟값은? [4.2점]

- ① 46 ② 125 ③ 126 ④ 625 ⑤ 626

5. 확률변수 X 가 이항분포 $B(n, p)$ 를 따르고 $E(X) = 30, \sigma(X) = \sqrt{10}$ 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 20 ② 45 ③ 60 ④ 90 ⑤ 150

6. 확률변수 X 에 대하여 $E(X) = 50, V(X) = 25$ 일 때, $E(-2X) - \sigma(-X)$ 의 값은? [3.9점]

- ① -110 ② -105 ③ -100 ④ 75 ⑤ 102

7. 이산확률변수 X 의 확률질량함수가

$$P(X = x) = {}_{72}C_x \left(\frac{1}{3}\right)^x \left(\frac{2}{3}\right)^{72-x} \quad (x = 0, 1, 2, \dots, 72)$$

일 때, $E(X) + \sigma(-2X)$ 의 값은? [4.4점]

- ① 16 ② 28 ③ 32 ④ 40 ⑤ 88

8. 확률변수 X 는 정규분포 $N(30, 3^2)$, 확률변수 Y 는 정규분포 $N(50, 3^2)$, 확률변수 W 는 정규분포 $N(70, 3^2)$ 을 따른다. 이때, $P(X \leq 27) + P(47 \leq Y \leq 53) + P(W \geq 73)$ 의 값은? [4점]

- ① 0.02 ② 0.32 ③ 0.68 ④ 0.84 ⑤ 1

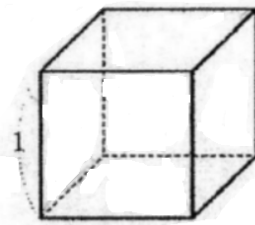
9. 각 면에 1, 2, 2, 3의 숫자가 각각 하나씩 적힌 정사면체가 있다. 이 정사면체를 던져서 바닥에 놓인 면에 적힌 숫자를 확률변수 X 라 할 때, $\sigma(-2X + 1)$ 의 값은? [4.5점]

- ① $-\sqrt{2}$ ② 0 ③ 1 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{2}$

10. -2, 0, 2의 숫자가 하나씩 적힌 3장의 카드가 들어 있는 상자에서 한 장의 카드를 임의추출할 때, 카드에 적힌 숫자를 확률변수 X 라 하자. 이 상자에서 복원추출한 크기가 2인 표본의 표본평균을 \bar{X} 라 할 때, $V\left(\frac{X}{2}\right) + P(\bar{X} = 0)$ 의 값은? [4.9점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{7}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

11. 한 모서리의 길이가 1인 정육면체에서 두 꼭짓점을 택하여 선분을 만들려고 한다. 만들어지는 선분의 길이를 확률변수 X 라 할 때, $E\left(\frac{7}{4}X^2\right) - E(7X)$ 의 값은? [4.7점]



- ① $9 - 3\sqrt{2} - \sqrt{3}$ ② $\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$
 ③ $-3\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ④ $-3\sqrt{2} - \sqrt{3}$
 ⑤ $-\sqrt{2} - 3\sqrt{3}$

12. 1, 2, 3, 4의 숫자가 각각 하나씩 적힌 공이 각각 10개, 20개, 30개, 40개가 들어 있는 주머니에서 64개의 공을 임의추출할 때, 공에 적힌 숫자의 평균을 \bar{X} 라 하자. 이때, $P(\bar{X} \leq k) = 0.0228$ 을 만족시키는 상수 k 의 값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [4.9점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

- ① -2 ② 1 ③ $\frac{11}{4}$ ④ $\frac{13}{4}$ ⑤ 5

13. 모표준편차가 σ 인 정규분포를 따르는 어느 모집단에서 표본을 임의추출하여 모평균 m 을 추정하였더니, 모평균 m 의 신뢰도 $\alpha\%$ 의 신뢰구간이 $a \leq m \leq b$ 이었다. <보기>에서 옳은 것을 고르면? [4.4점]

<보 기>

- ㄱ. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기가 작을수록 $b-a$ 의 값은 작아진다.
- ㄴ. 표본의 크기가 일정할 때, 신뢰도를 낮게 하면 $b-a$ 의 값은 작아진다.
- ㄷ. 신뢰도를 낮추면서 표본의 크기를 크게 하면 $b-a$ 의 값은 커진다.
- ㄹ. 신뢰도가 일정할 때, 표본의 크기를 4배로 늘리면 $b-a$ 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

14. 어느 고등학교 학생들이 1년 동안 읽는 책의 양의 평균 6권이고 표준편차가 2권인 정규분포를 따른다고 한다. 이 고등학교 학생 중에서 임의로 1명을 택할 때, 이 학생이 1년 동안 읽는 책의 양이 3권 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하면? [4.5점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.6826 ③ 0.8413
- ④ 0.8664 ⑤ 0.9332

15. 두 확률변수 X 와 Y 는 <조건>을 만족시킨다.

<조 건>

- 확률변수 X 는 이항분포 $B\left(n, \frac{1}{5}\right)$ 를 따른다.
- 확률변수 Y 는 정규분포 $N(30, \sigma^2)$ 를 따른다.
- $E(3X) = 2E(Y)$
- $V(X) = 4V(Y)$

아래의 표준정규분포표를 이용하여 $P(Y \geq 32)$ 의 값을 구하면? [4.7점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

- ① 0.0228 ② 0.0668 ③ 0.1587
- ④ 0.3085 ⑤ 0.3413

16. 확률변수 X 는 정규분포 $N(m, 3^2)$ 를 따른다. 확률변수 X 의 확률밀도함수 $f(x)$ 가 <조건>을 만족시킬 때, 자연수 m 의 값은? [4.9점]

<조 건>

- $f(10) > f(24)$
- $f(5) < f(25)$

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

서답형

단답형 1. 지문을 읽고 괄호 ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤에 해당하는 용어를 순서대로 쓰시오.

- (㉠): 조사의 대상이 되는 집단 전체를 조사하는 것
 (㉡): 조사의 대상이 되는 집단 전체에서 일부분만을 뽑아서 조사하는 것
 (㉢): 조사하기 위하여 뽑은 모집단의 일부분
 (㉣): 모집단에 속하는 각 대상이 같은 확률로 추출되도록 하는 방법
 (㉤): (㉢) 으로부터 얻은 자료를 이용하여 모집단의 평균이나 표준편차와 같이 잘 알지 못하는 값을 추측하는 것

단답형 2. 정규분포 $N(m, 7^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 49인 표본을 임의추출하였더니 표본의 평균이 80이었다. 이때, 모평균 m 을 신뢰도 99%로 추정하시오.
 (단, $P(|Z| < 2.58) = 0.99$) [2.5점]

단답형 3. 어느 공장에서 생산되는 아령의 무게는 표준편차가 5 g인 정규분포를 따른다. 모평균을 신뢰도 95%로 추정할 때, 모평균과 표본평균의 차가 0.2 g 이하가 되기 위한 표본의 크기의 최솟값을 구하시오.
 (단, $P(|Z| < 1.96) = 0.95$) [2.5점]

서술형 1. 어느 공장에서 생산된 제품 A의 무게는 평균이 125 g 이고 표준편차가 0.3 g 인 정규분포를 따른다고 한다. 제품 A의 무게가 124.7 g 이상 125.3 g 이하일 때 합격품으로 처리한다. 이 공장에서 생산된 제품 A 20000 개 중에서 합격품의 개수의 기댓값을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [5점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

서술형 2. 어느 회사에서 생산한 샴푸의 불량률이 20%라 한다. 이 회사가 생산한 22500개의 샴푸 중에서 정상제품이 18060 개 이상일 확률을 아래의 표준정규분포표를 이용하여 구하시오. [5점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.3413
2.0	0.4772
3.0	0.4987

서술형 3. 정규분포 $N(m, 10^2)$ 을 따르는 모집단에서 크기가 n 인 표본을 임의추출할 때, 표본평균과 모평균의 차이가 0.1 이하일 확률이 0.803이다. 이때, 아래의 표준정규분포표를 이용하여 \sqrt{n} 의 값을 구하시오. [5점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.98	0.3365
1.29	0.4015
1.72	0.4573

서술형 4. 어느 고등학교 학생들의 1회고사 시험 성적을 분석한 결과, 수학 점수 X 는 평균 80점, 표준편차가 2점인 정규분포를 따르고, 국어 점수 Y 는 평균 92점, 표준편차가 4점인 정규분포를 따름을 알게 되었다. 수학에서 78점 이상 k 점 이하를 받은 학생과 국어에서 k 점 이상 96점 이하를 받은 학생의 비율이 같을 때, 상수 k 의 값을 구하시오. [5점]