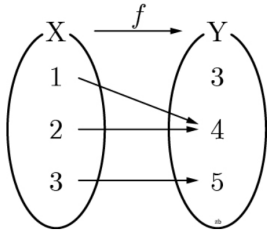


선택형

1. 두 집합 $X = \{1, 2, 3\}$, $Y = \{3, 4, 5\}$ 에 대하여 함수 $f: X \rightarrow Y$ 가 그림과 같을 때, 함수 f 의 치역의 모든 원소의 합은?



- ① 8 ☒ ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$$3+4+5=9$$

2. 서로 다른 주사위 2개를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 4이상 5이하인 모든 경우의 수는?

- ☒ ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

ㄱ) 합이 4일 때

ㄴ) 합이 5일 때

$(1, 3) (2, 2) (3, 1) (1, 4) (2, 3) (3, 2) (4, 1)$

$\therefore 1+2=3$

3. 무리식 $\frac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$ 을 간단히 하면?

- ① \sqrt{x} ② $\sqrt{x+1}$
☒ ③ $2\sqrt{x+1}$ ④ x
 ⑤ $2x$

$$\frac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}} + \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}$$

$$= 2\sqrt{x+1}$$

4. 실수에서 정의된 세 함수 f, g, h 에 대하여 f 는 항등함수, g 는 상수함수, $h(x) = f(x) - g(x)$ 이다. $f(3) = g(2)$ 일 때, $h(8)$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ☒ ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$$f(3) = 3 = g(2)$$

$$\therefore f(x) = x, \quad g(x) = 3$$

$$\therefore h(8) = f(8) - g(8)$$

$$= 8 - 3$$

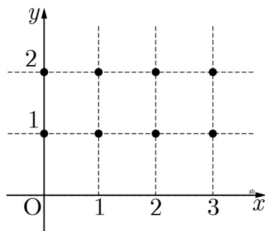
$$= 5$$

5. 똑같은 볼펜 3자루와 서로 다른 연필 2자루를 서로 다른 주머니 5개에 담는 방법의 수는? (단, 각 주머니에는 오직 하나의 볼펜 또는 연필만을 담을 수 있다.)

- ① 10 ② 20 ③ 60 ④ 90 ⑤ 120

$$5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$$

6. 좌표평면 위에 8개의 점이 그림과 같이 놓여있을 때, 8개의 점 중 일부를 선택하여 만들 수 있는 사각형 중 직사각형이 아닌 사각형의 개수는?



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

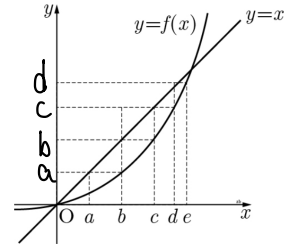
$8C_4 - 2 \times 4C_4 - 2 \times 4 \times 4C_3 - 6$

 $= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} - 2 - 32 - 6$

 $= 10 - 40$

 $= 30$

7. 두 함수 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프가 다음 그림과 같고 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, 모든 점선은 x 축 또는 y 축에 평행하다.)



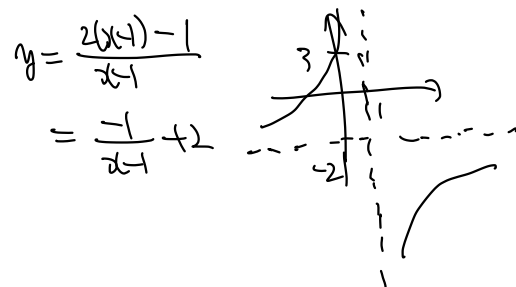
<보기>

- ㉠ $(f \circ f)(c) = a$ $f(f(a)) = f(b) = a$
 ㉡ $(f \circ g)(b) = a$ $(f \circ g)(a) = x$
 ㉢ $(g \circ g)(a) = d$ $f(f(b)) = f(c) = b$
 ㉤ $(f \circ g \circ f)(d) = c$ $f(d) = c$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢
 ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢
 ⑤ ㉡, ㉣

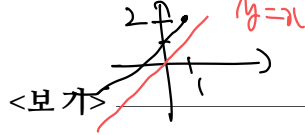
8. 유리함수 $y = \frac{2x-3}{x-1}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x | x \neq 1 \text{인 실수}\}$ 이다. ○
 ② x 축과의 교점은 $(\frac{3}{2}, 0)$ 이다. ○
 ③ 그래프는 제 3사분면을 지나지 않는다. X
 ④ 점 $(1, -2)$ 와 대칭이다. ○
 ⑤ 평행이동하여 유리함수 $y = -\frac{1}{x}$ 와 겹쳐진다. ○



$$f(x) = -\sqrt{-(x-1)} + 2$$

9. 무리함수 $f(x) = -\sqrt{-x+1} + 2$ 와 그래프에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, $f^{-1}(x)$ 는 $f(x)$ 의 역함수)



ㄱ. 정의역은 $\{x|x \leq -1\}$ 이다. ○

ㄴ. 치역은 $\{f(x)|f(x) \leq 2\}$ 이다. ○

ㄷ. 그래프와 제 1,2,3사분면을 지난다. ○

ㄹ. $f(x)$ 와 $f^{-1}(x)$ 의 그래프는 한 점에서 만난다. ○

① ㄱ, ㄷ

② ㄴ, ㄷ

③ ㄴ, ㄹ

④ ㄱ, ㄴ, ㄷ

⑤ ㄴ, ㄷ, ㄹ

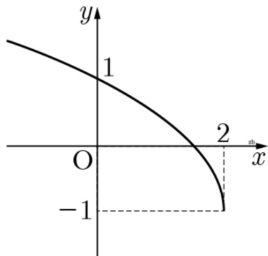
$$2. -\sqrt{-(x-1)} + 2 = x$$

$$-x+1 = (x-2)^2$$

$$0 = x^2 - 3x + 3$$

$0 < 0$ 이므로 안됨.

10. 무리함수 $f(x) = \sqrt{ax+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은? (단, a, b, c 는 상수)



① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

$$y = \sqrt{a(x-2)} - 1 \quad (a < 0)$$

$$1 = \sqrt{-2a} - 1 \quad \downarrow (0,1) \text{ 지점}$$

$$4 = -2a$$

$$a = -2$$

$$\therefore y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$$

$$= \sqrt{-2x+4} - 1$$

$$\therefore a+b+c = -2+4-1 = 1$$

11. 두 집합 $A = \{(x, y) | y = \frac{x+1}{x-2}\}$, $B = \{(x, y) | y = mx+1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일 때, 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m \leq 0$

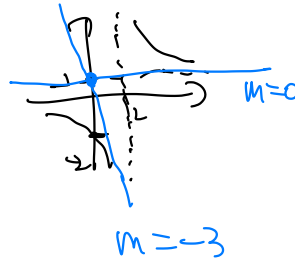
② $-3 < m < 0$

③ $0 \leq m \leq 3$

④ $0 < m \leq 3$

⑤ $-3 \leq m \leq 3$

$$\begin{aligned} \text{ii) } y &= \frac{x-2+3}{x-2} \\ &= \frac{3}{x-2} + 1 \end{aligned}$$



$$\text{ii) } \frac{3}{x-2} + 1 = mx+1$$

$$0 = mx^2 - 2m(-3)$$

$$0/4 = m^2 + 3m = 0$$

$$m(m+3) = 0$$

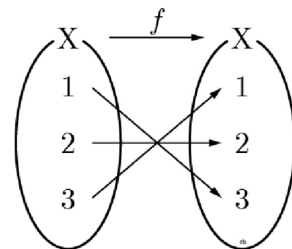
$$\therefore m = 0 \text{ or } -3$$

$$(\because m < 0)$$

$$\therefore -3 < m \leq 0$$

정답은 ①

12. 다음 그림과 같은 함수 $f: X \rightarrow X$ 에서 $f^1 = f$, $f^2 = f \circ f$, $f^3 = f \circ f^2$, ..., $f^{n+1} = f \circ f^n$ (n 은 자연수)으로 정의할 때, $f^{2021}(2) + f^{2022}(1)$ 의 값은?



① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

$$\text{ii) } f^1(1) = 2$$

$$f^2(1) = f(2) = 1$$

$$3$$

$$1$$

$$\vdots$$

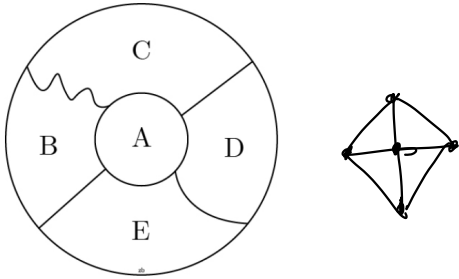
$$f^{2021}(1) = 1$$

$$\text{ii) } f^{2021}(2) = 2$$

$$\therefore f^{2021}(2) + f^{2022}(1)$$

$$= 2 + 1 = 3$$

13. 다음 그림의 A, B, C, D, E 5개의 영역을 서로 다른 4개의 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠하는 모든 방법의 수는?
(단, 4가지 색을 모두 사용하지 않아도 된다.)



- ① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 120

$$* P(C_n, x) = (x-1)^n + (-1)^n (x-1)$$

$$\text{let } P(A) = 4$$

$$x=3 \quad n=4 \quad \text{이므로}$$

$$4 \times ((3-1)^4 + (-1)^4 (3-1))$$

$$= 12$$

B=0일때

$$4(3-2)(2-1)$$

$$+ 3-2(1-1)$$

B≠0일때

처음 4개는 이동한 방법으로 고등대항은

B=0, B≠0 일때로 나누어서 풀자.

14. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & (x \geq 0) \\ -x^2+1 & (x < 0) \end{cases}, g(x) = x|x|$$

에서 $(g \circ f)(1) + (g \circ f)^{-1}(-9)$ 의 값은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

$$(g \circ f)(1) = g(3) + f^{-1}(g^{-1}(-9)) \quad \left(\begin{array}{l} \because \text{let } g^{-1}(-9) = a \\ g(a) = -9 \\ a = -3 \end{array} \right)$$

$$= 9 + f^{-1}(-3)$$

$$= 9 - 2$$

$$= 7$$

$$\left(\begin{array}{l} \because \text{let } f^{-1}(-3) = b \\ f(b) = -3 \\ -b^2 + 1 = -3 \\ b = -2 (\because b < 0) \end{array} \right)$$

15. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족시키는 X 에서 X 로의 함수 f 의 개수는?

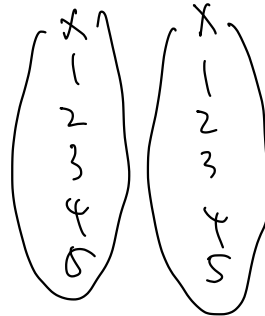
<조건>

(가) 함수 f 는 일대일 대응이다.

(나) 정의역 X 는 오직 한 원소 n 에 대하여

$$|f(n+3) - f(n)| = 3 \text{이다.}$$

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 32 ⑤ 40



i) $n=1$ 일때

$$\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 4 & 4 \end{array}$$

2가지.

$$\therefore 2 \cdot (3! - 2) = 8$$

ii) $n=2$ 일때

$$\begin{array}{cc} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{array} \quad \begin{array}{cc} 2 & 2 \\ 5 & 5 \end{array}$$

2가지

$$\therefore 2 \cdot (3! - 2) = 8$$

* (나) 조건은

중복여 관계만 반쪽.

$$\therefore \text{답: } 8 + 8 = 16 \text{가지.}$$

서답형

단답형 1. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 의 역함수가 $f^{-1} = ax + b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수)

$$x = 2f^{-1}(x) - 3$$

$$f^{-1}(x) = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

$$\therefore a + b = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$$

단답형 2. 부모님과 자녀 4명으로 이루어진 가족이 있다. 자녀는 쌍둥이 두 명과 쌍둥이가 아닌 다른 두 아이로 구성되어 있다. 6명의 가족이 일렬로 줄을 설 때, 부모님 사이에는 오직 쌍둥이 중 한 명만 있도록 줄을 서는 방법의 수를 구하시오.

① ② ③ ④

부모님 ① 아 ② ③ ④

$$2! \times 2! \times 4! = 96$$

부모님 2명, 자녀 4명

서술형 1. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$f(x) = |x + 3| - 2ax$ 가 일대일대응이 되도록 하는 상수 a 의 값의 범위를 구하시오.

i) $x \geq -3$ 일 때

$$\begin{aligned} f(x) &= x + 3 - 2ax \\ &= (-2a + 1)x + 3 \end{aligned}$$

ii) $x < -3$ 일 때

$$\begin{aligned} f(x) &= -x - 3 - 2ax \\ &= (-1 - 2a)x - 3 \end{aligned}$$

가역적이려면 양수이거나 음수이므로

$$\begin{aligned} \text{ㄱ) } -2a > 0 \quad \text{and} \quad -1 - 2a > 0 \\ -\frac{1}{2} > a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ㄴ) } -2a < 0 \quad \text{and} \quad -1 - 2a < 0 \\ a > -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore a < -\frac{1}{2} \quad \text{or} \quad a > -\frac{1}{2}$$

V92라

서술형 2. 두 유리함수 $y = \frac{x-5}{x+2}$, $y = \frac{bx+3}{x-a}$ 의 그래프의 점근선으로 둘러싸인 부분의 넓이가 17일 때, <조건>을 이용하여 점근선의 방정식과 자연수 a, b 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

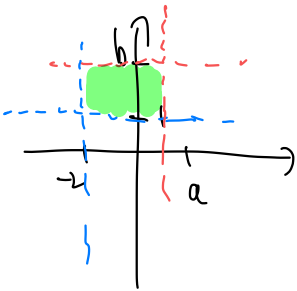
<조건>

분모와 분자가 모두 일차식인 유리함수의 그래프는

$$y = \frac{k}{k-p+q} \quad (k \neq 0) \text{의 꼴로 변형할 수 있다.}$$

$$y = \frac{k}{x-p} + q$$

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad y &= \frac{x+2-11}{x+2} & y &= \frac{b(x-a)+ab+3}{x-a} \\ &= \frac{-11}{x+2} + 1 & &= \frac{ab+3}{x-a} + b \end{aligned}$$



$$\text{ii)} \quad S = (a+2)(b-1) = 17$$

$a, b \in \mathbb{N}$ 이므로 (부정방정식 풀이 이용)

$$\begin{cases} a+2=17 \\ b-1=1 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} a+2=1 \\ b-1=17 \end{cases}$$

$$a+2=1 \Rightarrow a=-1 \quad (\text{제거})$$

$$\therefore a+2=17, \quad b-1=1$$

$$a=15, \quad b=2$$

서술형 3. 알파벳 a, a, b, c, d, e 가 적힌 6장의 카드를 일렬로 배열할 때, a 가 적힌 카드가 서로 이웃하지 않도록 배열하는 방법의 수를 조합을 이용하여 구하시오. (단, 풀이과정에 조합이 쓰이는 이유를 반드시 서술할 것)

6개 중 a가 들어갈 2개 선택

$$\binom{6}{2} \times \binom{4}{1} - 5! \quad b, c, d, e \text{ 배열}$$

$$= \left(\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} - 5 \right) \cdot 4!$$

$$= 240$$

※ 위 풀이는 좌측과 동등, 같은 것이 많은 문제, 여기서 각기 다른 한대.