

선택형

1. 5명의 학생 중 대표 1명과 부대표 1명을 정하는 방법의 수를 구하면?

- ① 5      ② 8      ③ 15      ④ 20      ⑤ 36

$${}_5P_2 = 5 \cdot 4 = 20$$

2. 다음 중 가장 큰 값을 구하면?

- ①  ${}_7C_3$       ②  ${}_6C_3$       ③  ${}_{10}C_2 - {}_9C_1$   
④  ${}_5C_5$       ⑤  $4!$

①  $\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35$       ②  $\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 20$       ③  $\frac{10 \cdot 9}{2 \cdot 1} - 9 = 36$

④ 1      ⑤  $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$

3. 유리함수  $y = \frac{2}{x-1} + 3$ 은 점  $(a, b)$ 에 대하여 대칭이라 할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① -3      ② -1      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

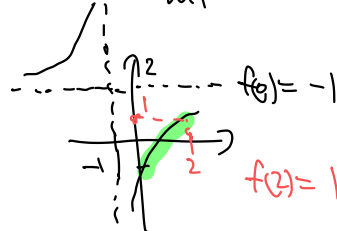
$$a=1 \quad b=3$$

$$\therefore a+b = 1+3 = 4$$

4. 함수  $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ 의  $0 \leq x \leq 2$ 에서의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

$$f(x) = \frac{2x+1-3}{x+1} = \frac{-3}{x+1} + 2$$



$$\therefore f(0) + f(2) = -1 + 1 = 0$$

5.  $f(x) = \frac{kx+1}{2x-1}$ 에 대하여  $f(x) = f^{-1}(x)$ 이기 위한 실수  $k$ 의 값을 구하면?

- ① -2      ② 1      ③ 3      ④ 5      ⑤ 7

$$f^{-1}(y) = \frac{y+1}{2y-k} = \frac{kx+1}{2x-1} = f(x)$$

$$\therefore k=1$$

\* 유리함수 역함수 공식.

$$f(x) = \frac{ax+b}{cx+d} \quad \left( \begin{array}{l} \text{b} \neq d \\ \text{a} \neq c \end{array} \right)$$

$$f^{-1}(y) = \frac{dy+b}{cy-a}$$

6. 숫자 0, 1, 2, 3, 4가 쓰여 있는 5장의 카드 중에 3장을 배열하여 세 자리 정수를 만들 때, 3의 배수인 경우의 수를 구하면?

- ① 20      ② 24      ③ 28      ④ 45      ⑤ 60

각 자릿수 더해서 3의 배수

i) 0, 1, 2 일때  $3 \mid -2 = 4$  0이 앞에 있을 때 제외

ii) 0, 2, 4 일때  $3 \mid -2 = 4$

iii) 1, 2, 3 일때  $3 \mid = 6$

iv) 2, 3, 4 일때  $3 \mid = 6$

7. 영어 단어 bravo를 재배열하여 만든 단어 중에서 b보다 a가 앞에 오는 단어의 개수를 구하면?

- ① 120      ② 100      ③ 90      ④ 80      ⑤ 60

$$\frac{5!}{2!} = 5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$$

$\rightarrow a, b$  각각 바뀌는 경우 제외

8.  $\frac{3c}{a+2b} = \frac{a}{2b+3c} = \frac{2b}{3c+a} = k$ 을 만족하는 실수  $k$ 의 값의 합을 구하면?

- ①  $\frac{3}{2}$       ② 1      ③  $\frac{1}{2}$       ④ 0      ⑤  $-\frac{1}{2}$

$$3c = k(a+2b)$$

$$a = k(2b+3c)$$

$$2b = k(3c+a)$$

$$a+2b+3c = k(2a+4b+6c)$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ or } 0$$

$$\therefore \frac{1}{2} + 0 = \frac{1}{2}$$

9.  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{2}{(x+1)(x+3)} + \frac{3}{(x+3)(x+6)} + \frac{4}{(x+6)(x+10)}$   
 $= \frac{10}{ax^2+bx}$ 을 만족하는 실수  $a, b$ 에 대하여  $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 11      ② 10      ③ 9      ④ 8      ⑤ 7

$$\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{\overset{3}{x+3} + 2x}{x(x+1)(x+3)} + \frac{\overset{1}{3x+30} + 4x+12}{(x+3)(x+6)(x+10)}$$

$$= \frac{\overset{10}{3x+30} + 11x}{x(x+1)(x+10)}$$

$$= \frac{10}{x^2+10x}$$

$$\therefore a+b = 1+10 = 11$$

10.  $x = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} + \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$ 의 값을 구하면?

- ①  $\sqrt{2}$     ② 0    ③  $-\sqrt{2}$     ④  $-2\sqrt{2}$     ⑤  $-3\sqrt{2}$

$$\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{x+2\sqrt{x}+1+x-2\sqrt{x}+1}{x-1}$$

$$= \frac{2(x+1)}{x-1}$$

$$= \frac{2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}}{\frac{-2}{\sqrt{2}+1}}$$

$$= -\sqrt{2}$$

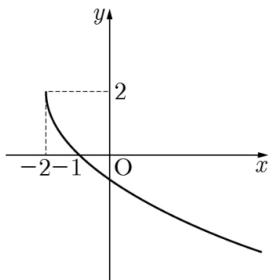
$$x+1 = \frac{\sqrt{2}-1+\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}+1}$$

$$= \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$$

$$x-1 = \frac{\sqrt{2}-1-\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$$

$$= \frac{-2}{\sqrt{2}+1}$$

11. 함수  $y = a\sqrt{bx+2} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수  $a, b, c$ 에 대하여  $a+b+c$ 의 값을 구하면?



- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

$$y = -\sqrt{a(x+2)} + 2 \quad \downarrow (-1, 0) \text{을}$$

$$0 = -\sqrt{a} + 2$$

$$a = 4$$

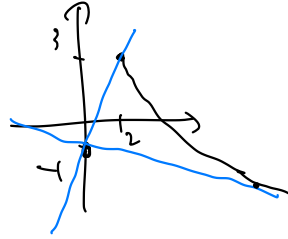
$$\therefore y = -\sqrt{4(x+2)} + 2$$

$$= -2\sqrt{x+2} + 2$$

$$\therefore a+b+c = -2+1+2 = 1$$

12. 함수  $y = -\sqrt{x-2} + 3$ 의 그래프와  $y = mx - 1$ 이 만나지 않도록 하는 자연수  $m$ 의 최솟값은?

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5



$$\therefore -\sqrt{x-2} + 3 = mx - 1$$

$$m < 0 \text{ 이므로 계상 제외}$$

$$\text{①) } y = mx - 1 \quad \downarrow (2, 3) \text{을}$$

$$3 = 2m - 1$$

$$m = 2$$

$$\therefore \text{정답은 } m_{\min} = 3$$

13. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때,  $f: X \rightarrow X$ 인 일대일대응  $f$  중에서  $f(k) \neq k$ , ( $k = 1, 2, 3, 4$ )을 만족하는 함수  $f$ 의 개수를 구하면?

- ① 9    ② 10    ③ 11    ④ 12    ⑤ 13

$$\text{정답: } 0, 1, 2, (9), 44$$

14. 함수  $f(x) = \sqrt{3x-5} + 1$ 의 역함수를  $g(x)$ 라고 할 때,  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 의 그래프의 두 교점의 좌표의 합을 구하면?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

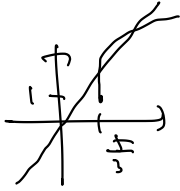
$$\sqrt{3x-5} + 1 = x$$

$$3x-5 = x^2 - 2x + 1$$

$$0 = x^2 - 5x + 6$$

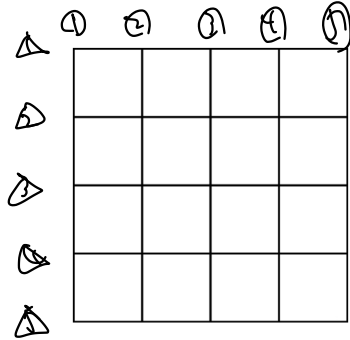
$$\frac{2}{-3}$$

$$\therefore x = 2 \text{ or } 3$$



서답형

단답형 1. 다음 그림은 작은 정사각형 16개로 이루어진 도형이다. 사각형 중 정사각형이 아닌 직사각형의 개수를 구하시오.



$$5 \times 5 \times 5 - (4 \times 4 + 3 \times 3 + 2 \times 2 + 1 \times 1)$$

$$= 100 - 30$$

$$= 70$$

15. 0부터 6까지 7개의 숫자 중에서 4개를 택하여 만든 네 자리 자연수에서 천의 자리 숫자를  $a$ , 백의 자리 숫자를  $b$ , 십의 자리 숫자를  $c$ , 일의 자리 숫자를  $d$ 라 할 때,  $a \geq b > c > d$ 를 만족하는 자연수의 개수를 구하면?

- ①  ${}_8C_3$       ②  ${}_8C_4$       ③  ${}_9C_2$       ④  ${}_9C_3$       ⑤  ${}_9C_4$

$a, b, c, d$  순서 정해짐  $\Rightarrow$  순서대로 배열

i)  $a=b$  일때      ii)  $a \neq b$  일때

$${}_7C_3$$

$${}_7C_4$$

$$\therefore {}_7C_3 + {}_7C_4 = {}_8C_4$$

\*작은 정사각형 16개

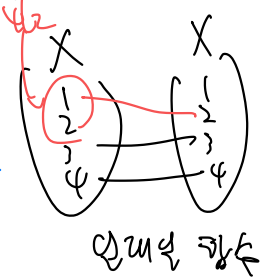
단답형 2. 집합  $X = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow X$ 중에서 치역의 원소가 3개인 함수의 개수를 구하시오.

2개의 원소 3개를 만들

$${}_4C_2 \times {}_4P_3$$

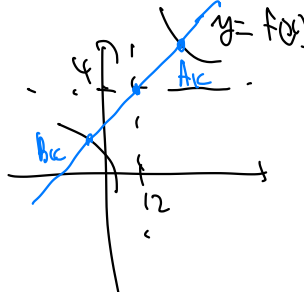
$$= 6 \times 24$$

$$= 144$$



**서술형 1.** 자연수  $k$ 에 대하여 유리함수  $f(x) = \frac{4x+p}{x-2}$  (단,  $p > -8$ 인 실수)와 직선  $y = k(x-2) + 4$ 가 만나는 교점을  $A_k, B_k$ 라 하자.  $A_k$ 의  $x$ 좌표를  $a_k$ ,  $B_k$ 의  $x$ 좌표를  $b_k$ 라 할 때,  $(a_1 + b_1) + (a_2 + b_2) + \dots + (a_{12} + b_{12})$ 의 값을 구하시오.

$$f(x) = \frac{4(x-2) + 8 + p}{x-2}$$

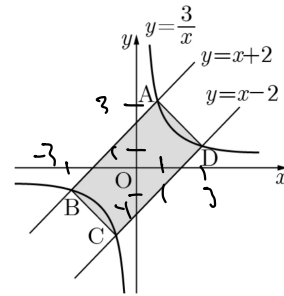
$$= \frac{8+p}{x-2} + 4$$


2개의 교점이므로  $\frac{a_k + b_k}{2} = 2$

$$a_k + b_k = 4 \quad (k=1, 2, \dots, 12)$$

$\therefore$   $\therefore 12(a_k + b_k) = 48$

**서술형 2.** 다음 그림과 같이 함수  $f(x) = \frac{3}{x}$ 에 대하여 직선  $y = x+2$ 와 만나는 두 점을  $A, B$ 라 하고, 직선  $y = x-2$ 와 만나는 두 점을  $C, D$ 라 하자. 네 점  $A, B, C, D$ 로 이루어진 직사각형의 넓이를 구하시오.



i)  $\frac{3}{x} = x+2$

$$0 = x^2 + 2x - 3$$

$$3 \quad -1$$

$$x = 1 \text{ or } -3$$

$$y = 3 \text{ or } -1$$

ii)  $\frac{3}{x} = x-2$

$$0 = x^2 - 2x - 3$$

$$-3 \quad 3$$

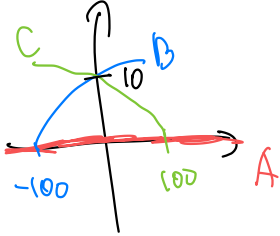
$$x = -1 \text{ or } 3$$

$$y = -3 \text{ or } 1$$

$$\therefore AD = 2\sqrt{2} \quad AB = 4\sqrt{2}$$

$$\therefore S = 2\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 16$$

**서술형 3.** 세 집합  $A = \{(x, y) | y = 0\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = \sqrt{x+100}\}$ ,  $C = \{(x, y) | y = \sqrt{-x+100}\}$  에 대하여  $X = A \cap B$ ,  $Y = A \cap C$ ,  $Z = B \cap C$ 라 할 때, 집합  $X, Y, Z$ 의 원소를 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하시오.



$$\therefore S = \frac{1}{2} (100 + 100) \cdot 10$$

$$= \textcircled{1000}$$

**서술형 4.** 1부터 6까지의 숫자가 쓰여진 6장의 카드가 있다. 이 중에서 세 장을 차례로 배열하여 3자리 자연수를 만들 때, 3의 배수의 개수를  $a$ , 5의 배수의 개수를  $b$ 라 하자.  $a - b$ 의 값을 구하시오.

$$i) \quad 1, 2, 3 \text{ 2번 } 3!$$

$$1, 2, 6 \text{ 2번 } 3!$$

$$1, 3, 5 \text{ 2번 } 3!$$

$$2, 3, 4 \text{ 2번 } 3!$$

$$2, 4, 6 \text{ 2번 } 3!$$

$$1, 5, 6 \text{ 2번 } 3!$$

$$3, 4, 5 \text{ 2번 } 3!$$

$$\therefore a = 3! \times 7$$

$$= 42$$

$$ii) \quad \boxed{\begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}} \text{ 5 이므로}$$

$$b = 5P_2 = 20$$

$$\therefore a - b = 42 - 20 = \textcircled{22}$$