

선택형

1. 세 분식점 김밥천사, 어묵나라, 상어떡볶이에서 주문할 수 있는 떡볶이 종류를 나타낸 메뉴표가 다음과 같다. 떡볶이 1개를 주문하는 경우의 수를 구하면?

	김밥천사	어묵나라	상어떡볶이
떡볶이 종류	쫄볶이 라볶이 짜장떡볶이	쌀떡볶이 밀떡볶이	치즈떡볶이 로제떡볶이 튀김떡볶이

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

2. <보기> 중 함수를 표현한 것으로 옳은 것만을 있는 대로 고르면?

<보기>

(㉠)

(㉡)

(㉢)

(㉣)

(㉤)

- ① ㉠ ② ㉡, ㉢ ③ ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉤

3. 정의역이 $\{0, 1\}$ 일 때, 함수 $f(x) = 3x - 1$ 과 같은 함수는?

- ① $g(x) = |x|$ ② $g(x) = x^2$
③ $g(x) = -2x - 1$ ④ $g(x) = 3x^2 - 1$
⑤ $g(x) = 3x^2 + 1$

$f(0) = -1$

$f(1) = 2$

④ $g(0) = -1$

$g(1) = 2$

4. 세 자연수 m, n, k 은 각각 ${}_8P_m = \frac{8!}{6!}$, ${}_nC_2 = {}_nC_3$, $k! = 24$ 을 만족한다고 할 때, $m + n + k$ 의 값은?

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

(㉠) ${}_8P_m = \frac{8!}{6!} = 8 \cdot 7$

$\therefore m = 2$

(㉡) $n = 2 + 3 = 5$

(㉢) $k! = 24 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

$k = 4$

5. $x \neq 0, x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여 등식

$$\frac{ax+1}{x^2-x} + \frac{2}{x-1} = \frac{x+b}{x^2-x}$$
가 성립할 때, 상수 $a-b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

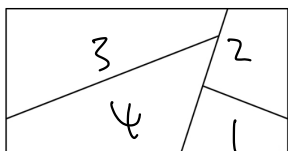
$$\frac{ax+1+2x}{x^2-x} = \frac{x+b}{x^2-x}$$

$$a+2=1, b=1$$

$$a=-1$$

$$\therefore a-b = -1-1 = -2$$

6. 그림 같은 네 개의 영역을 빨강, 주황, 노랑, 초록의 4가지 색으로 구분하여 칠하려고 한다. 네 개의 영역에 모두 다른 색을 칠하는 경우의 수는?



- ① 4 ② 12 ③ 16 ④ 24 ⑤ 72

7. 무리식 $\sqrt{-x^2+3x-2} + \frac{1}{\sqrt{2x-3}}$ 의 값이 실수가 되도록 하는 실수 x 의 값의 범위는?

- ① $x \leq 1$ ② $\frac{3}{2} < x \leq 2$
③ $x \geq 3$ ④ $\frac{3}{2} \leq x \leq 2$
⑤ $1 \leq x \leq 2$

$$\therefore -x^2+3x-2 \geq 0$$

$$x^2-3x+2 \leq 0$$

$$\frac{1}{x-3}$$

$$1 \leq x \leq 2$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x \leq 2$$

8. $\alpha \leq x \leq \beta$ 에서 함수 $y = -\sqrt{2x-4} - 1$ 의 최댓값이 -3, 최솟값이 -5일 때, 상수 α, β 의 값은?

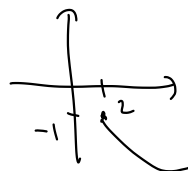
- ① $\alpha=2, \beta=5$ ② $\alpha=3, \beta=5$
③ $\alpha=3, \beta=6$ ④ $\alpha=4, \beta=7$
⑤ $\alpha=4, \beta=10$

감소함수 이므로

$$y = -\sqrt{2(x-2)} - 1$$

$$\text{최솟값} = f(\beta) = -5$$

$$\text{최댓값} = f(\alpha) = -3$$



$$\therefore -\sqrt{2\beta-4} - 1 = -5$$

$$\beta = 10$$

$$-\sqrt{2\alpha-4} - 1 = -3$$

$$\alpha = 4$$

9. 창체 시간에 남학생 4명, 여학생 3명이 각각 '나의 꿈과 진로 희망'과제를 발표하려고 한다. 7명의 학생이 발표 순서를 정할 때, 남학생과 여학생이 교대로 발표하는 경우의 수는?

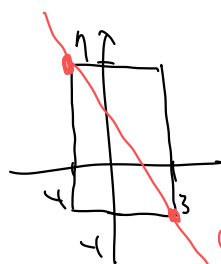
- ① 24 ② 120 ③ 144 ④ 240 ⑤ 288

남 여 남 여 남 여 남

$$4! \times 3! = 144$$

10. 두 집합 $X = \{x | -1 \leq x \leq 3\}$, $Y = \{y | -1 \leq y \leq 7\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 함수 $f(x) = ax+b$ 가 역함수를 가질 때, 두 상수 a, b 의 곱 ab 는? (단, $a < 0$)

- ① -10 ② -6 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6



$$f: (3, -1) \quad (-1, 7)$$

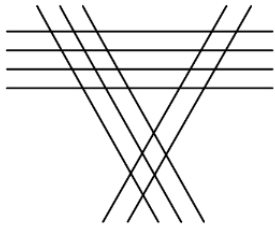
$$y+1 = \frac{y+1}{-4-3}(x-3)$$

$$y = -2(x-3) - 1$$

$$= -2x + 5$$

$$\therefore ab = -2 \cdot 5 = -10$$

11. 그림과 같이 각각 평행한 4개, 3개, 2개의 직선이 있다. 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의 개수는?



- ① 11 ② 18 ③ 23 ④ 27 ⑤ 31

$$\begin{aligned}
 & 3 \times 4 \times 3 + 2 \times 3 \times 2 + 1 \times 2 \times 1 \\
 &= 18 + 6 + 3 \\
 &= 27
 \end{aligned}$$

12. 함수 $f(x) = x + 2$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^2(x) = (f \circ f)(x)$, $f^3(x) = (f \circ f \circ f)(x) \dots$ 일 때, $f^{2021}(0)$ 의 값은?

- ① 256 ② 512 ③ 1024 ④ 2021 ⑤ 4042

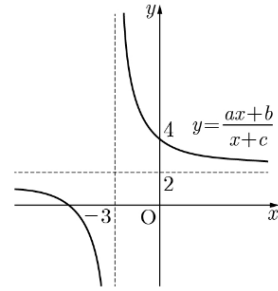
$$f^1(0) = f(0) = 0 + 2 = 2$$

$$f^2(0) = f(f(0)) = 2 + 2 = 4$$

\vdots

$$f^{2021}(0) = 2 \times 2021 = 4042$$

13. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?



- ① 15 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

$$y = \frac{k}{x+3} + 2 \quad \text{점 } (0, 4) \text{ 대입}$$

$$4 = \frac{k}{3} + 2$$

$$k = 6$$

$$\begin{aligned}
 \therefore y &= \frac{6}{x+3} + 2 \\
 &= \frac{2(x+3) + 6}{x+3} = \frac{2x+12}{x+3}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore a+b+c &= 2+12+3 \\
 &= 17
 \end{aligned}$$

14. 함수 $y = \frac{6x-1}{3x-1}$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \neq \frac{1}{3} \text{인 실수}\}$ 이다. ○

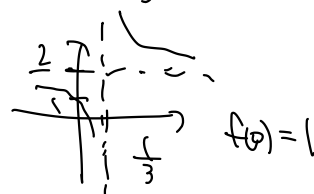
- ② 치역은 $\{y \mid y \neq 2 \text{인 실수}\}$ 이다. ○

- ③ 그래프는 모든 사분면을 지난다. × 3사분면 안지나

- ④ 그래프가 점 $(\frac{1}{3}, 2)$ 에 대하여 대칭이다. ○

- ⑤ 그래프가 직선 $3x+3y-7=0$ 에 대하여 대칭이다. ○

$$\begin{aligned}
 y &= \frac{2x - \frac{1}{3}}{x - \frac{1}{3}} \\
 &= \frac{2(x - \frac{1}{3}) + \frac{1}{3}}{x - \frac{1}{3}} \\
 &= \frac{\frac{1}{3}}{x - \frac{1}{3}} + 2
 \end{aligned}$$



$$\textcircled{5} \quad l_1: (\frac{1}{3}, 2) \quad m=1$$

$$y-2 = 1 \cdot (x - \frac{1}{3})$$

$$y = x + \frac{5}{3}$$

$$l_2: (\frac{1}{3}, 2) \quad m=-1$$

$$y-2 = -1 \cdot (x - \frac{1}{3})$$

$$y = x - \frac{1}{3}$$

15. 함수 $f(x) = \frac{x+3}{1-2x}$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가 $f(g(x)) = g(f(x)) = x$ 을 만족시킬 때, $g(-3)$ 의 값은?

- ① $\frac{6}{5}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ 5 ⑤ 10

$$f(x) = \frac{x+3}{-2x+1} \quad \text{부.자}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+3}{-2x-1} = g(x)$$

$$\therefore g(-3) = \frac{3+3}{6-1} = \frac{6}{5}$$

16. 집합 $X = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 세 함수 f, g, h 가 다음 <조건>을 모두 만족시킬 때, $f(1) + g(1) + h(1)$ 의 값은?

<조건>

(가) f, g, h 가 각각 일대일 대응, 상수함수, 항등함수 중 하나씩 대응된다.

(나) $h(3) + h(2) = h(1)$

(다) $h(2) = f(2) = 1$

(라) $f(1) \times f(2) = f(3)$

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$(가) \quad h(3) + h(2) = h(1) \\ 2 + 1 = 3 \quad \therefore h: \text{일대일 대응}$$

$$(다) \quad f(2) = 1 \quad \therefore f: \text{상수함수} \\ (\because \text{항등함수가 아니므로})$$

$\therefore g: \text{항등함수}$

$$\therefore f(1) + g(1) + h(1) = 1 + 1 + 3 = 5$$

17. 한 고등학교 방송부에서 발라드 음악 4곡과 힙합 음악 5곡 중에서 서로 다른 5곡을 선택하여 점심시각에 들려주려고 한다. 발라드 음악을 2곡 이상 선택하는 경우의 수는?

- ① 60 ② 72 ③ 105 ④ 120 ⑤ 210

$$\therefore 2C_2 + 3C_2 + 4C_2 = 1 - 0C_2 - 1C_2$$

$$\begin{aligned} & 4C_5 - 4C_0 \times 5C_0 - 4C_1 \times 5C_4 \\ &= \frac{4! \times 1!}{1! \times 3!} - 21 \\ &= 126 - 21 \\ &= 105 \end{aligned}$$

서답형

단답형 1. 두 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ -x^2 & (x < 0) \end{cases}$, $g(x) = x+1$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)^{-1}(2) + (f \circ f^{-1})(3)$ 의 값을 구하시오.

$$\begin{aligned} \therefore (f^{-1} \circ g)^{-1}(2) &= (g^{-1} \circ f)(2) \\ &= g^{-1}(4) \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\therefore (f \circ f^{-1})(3) = 3$$

$$\therefore 3 + 3 = 6$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{let } g^{-1}(4) = a \\ g(a) = 4 \\ a+1 = 4 \\ a = 3 \end{array} \right)$$

단답형 2. 함수 $y = \frac{-2x-5}{x+3}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 함수 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 겹쳐진다고 할 때, 상수 p, q 의 값을 각각 구하시오.

$$y = \frac{-2(x+3)+1}{x+3}$$

$$= \frac{1}{x+3} - 2$$

$$y = \frac{1}{x} \xrightarrow{(x, -2)} y = \frac{1}{x+3} - 2$$

$$\therefore p = 3, q = 2 \quad (\because \text{반대로 평행이동})$$

단답형 4. 두 함수 $f(x) = \frac{1}{1988}x - 2021$ 와 $g(x) = 3x - 1$ 에 대하여 $(f \circ (g \circ f)^{-1})(x)$ 를 구하시오.

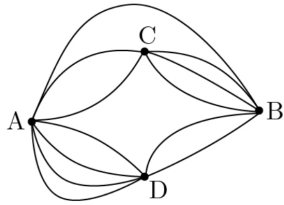
$$(f \circ (g \circ f)^{-1})(x) = (f \circ (f^{-1} \circ g^{-1}))(x)$$

$$= g^{-1}(x)$$

$$= \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\left(\begin{array}{l} \because g(x) = 3x - 1 \\ x = 3g^{-1}(x) - 1 \quad \textcircled{1} \\ g^{-1}(x) = \frac{1}{3}(x+1) \end{array} \right)$$

단답형 3. 그림과 같이 A지점에서 B지점으로 가는 길이 있다. 같은 지점을 두 번 지나지 않고 A지점에서 출발하여 B지점으로 가는 방법의 수를 구하시오.



$$\textcircled{1}) A \rightarrow B \quad \textcircled{2}) A \rightarrow C \rightarrow B$$

$$1 \times 2 \quad 2 \times 3 = 6 \text{ 가 2.}$$

$$\textcircled{3}) A \rightarrow D \rightarrow B$$

$$4 \times 2 = 8 \text{ 가 2}$$

$$\therefore 1 + 6 + 8 = \textcircled{15}$$

단답형 5. 함수 $f(x) = \sqrt{3x+k} + \frac{1}{2}$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, 두 함수 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서만 만난다. 두 교점 사이의 거리가 $3\sqrt{2}$ 가 되도록 하는 상수 k 의 값을 구하시오.

$$i) \sqrt{3x+k} + \frac{1}{2} = x$$

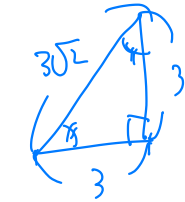
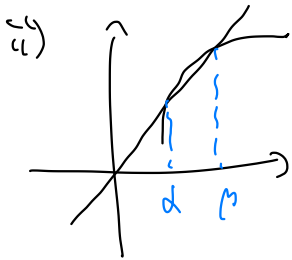
$$3x+k = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

$$0 = x^2 - 4x + \frac{1}{4} - k$$

$$\Leftrightarrow 0 = x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta$$

$$\therefore \alpha + \beta = 4 \quad \dots (1)$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{4} - k$$



$$\therefore \beta - \alpha = 3 \quad \dots (2)$$

①, ② 정리

$$\alpha + \beta = 4$$

$$-\alpha + \beta = 3$$

$$\beta = \frac{1}{2} \quad \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore k &= \frac{1}{4} - \alpha\beta = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= -\frac{6}{4} \\ &= -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

단답형 6. 여덟 개의 문자 a, b, c, d, e, f, g, h 중에서 c, d, e, f 를 포함하여 서로 다른 6개 문자를 뽑아 일렬로 나열할 때, d 와 f 가 양 끝에 있고, c 와 e 가 이웃하지 않는 경우의 수를 구하시오.

$$\begin{aligned} & \begin{array}{ccccc} & c & e & & \\ d & & & & f \end{array} \\ & \downarrow f \text{ 양쪽} \\ & 4! \times 2 \times (4! - 3! \times 2!) \\ & \left(\begin{array}{l} a, b, g, h \text{ 3개} \\ 2! \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} c, e \text{ 1개} \\ \text{이웃한 경우} \end{array} \\ & = 12 \times (2 \cdot 6) = 144 \end{aligned}$$