

◆ 전체 : 선택형 15문항(70점), 서답형 7문항(30점)

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. $x+y=2$, $xy=-1$ 일 때, x^3+y^3 의 값은? [3.4점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

$$\begin{aligned} x^3+y^3 &= (x+y)(x^2-xy+y^2) \\ &= 2 \cdot (x^2+y^2-t) \\ &= 2 \cdot (6-t) \\ &= 14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+y)^2 &= x^2+y^2+2xy \\ 2^2 &= x^2+y^2+2(-1) \\ \therefore x^2+y^2 &= 6 \end{aligned}$$

2. 다항식 x^3-2x^2+ax+2 이 일차식 $x-1$ 로 나누어떨어지도록 하는 상수 a 의 값은? [3.2점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

인수정리에 의하여

$$\begin{aligned} 1-2+a+2 &= 0 \\ a &= -1 \end{aligned}$$

3. 이차방정식 $3x^2-2x+9=0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta(\alpha+\beta)$ 의 값은? [3.2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\alpha+\beta = -\frac{-2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\alpha\beta = \frac{9}{3} = 3$$

$$\therefore \alpha\beta(\alpha+\beta) = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$$

4. 등식 $\frac{4+3i}{1+2i} = a+bi$ 를 만족시키는 두 실수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [3.9점]

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

$$\begin{aligned} &\frac{4+3i}{1+2i} \cdot \frac{1-2i}{1-2i} \\ &= \frac{10-5i}{1+4} \\ &= 2-i \end{aligned}$$

$$\therefore a+b = 2-1 = 1$$

5. 다항식 $2x^4-3x^2-x+10$ 을 다항식 x^2-x+3 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 하자. $Q(0)$ 의 값은? [4.6점]

- ① -9 ② -7 ③ -5 ④ -3 ⑤ -1

$$\begin{array}{r} 2x^2+2x-7 \\ x^2-x+3 \overline{) 2x^4-3x^2-x+10} \\ \underline{2x^4-2x^3+6x^2} \\ 2x^3-9x^2-7x \\ \underline{2x^3-2x^2+6x} \\ -7x^2-11x+10 \\ \underline{-7x^2+7x-21} \\ -14x+31 \end{array}$$

$$\therefore Q(x) = 2x^2+2x-7$$

$$Q(0) = -7$$

수치대입법

6. x 의 값에 관계없이 등식

$$2x^2 - x + a = b(x+1)(x-1) + c(x+1)$$

이 항상 성립한다. $a+b+c$ 의 값은? [4.3점]

- ① -2 ② 0 ③ 2 ④ 4 ⑤ 6

$$\text{ㄱ) } x = -1 \text{ 때}$$

$$2 + 1 + a = 0$$

$$a = -3$$

$$\text{ㄴ) } x = 1 \text{ 때}$$

$$2 - 1 - 3 = 2c$$

$$c = -1$$

$$\text{ㄷ) } x = 0 \text{ 때}$$

$$-3 = -b - 1$$

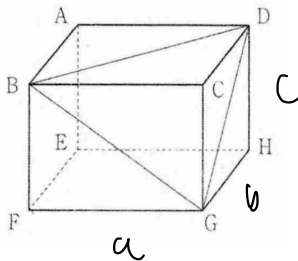
$$b = 2$$

$$\therefore a+b+c$$

$$= -3 + 2 - 1$$

$$= -2$$

7. 그림과 같이 모든 모서리의 길이의 합이 40인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다. $\overline{BG}^2 + \overline{GD}^2 + \overline{DB}^2 = 40$ 일 때, 직육면체의 겉넓이는? [4.8점]



- ① 40 ② 50 ③ 60 ④ 70 ⑤ 80

$$\text{ㄱ) } a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 + a^2 = 40$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 20$$

$$\text{ㄴ) } 4(a+b+c) = 40$$

$$a+b+c = 10$$

$$\text{ㄷ) 겉넓이} = 2(ab + bc + ca)$$

$$= (a+b+c)^2 - (a^2 + b^2 + c^2)$$

$$= 100 - 20 = 80$$

8. 다항식 $P(x) = x^3 - 2x^2 + ax - 3$ 을 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 5일 때, $P(x)$ 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 나머지는?

[4.6점]

- ① -10 ② -9 ③ -8 ④ -7 ⑤ -6

$$\text{ㄱ) } P(2) = 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 2a - 3 = 5$$

$$2a = 8$$

$$a = 4$$

$$\text{ㄴ) } P(-1) = (-1)^3 - 2 \cdot (-1)^2 + a(-1) - 3$$

$$= -1 - 2 - 4 - 3$$

$$= -10$$

9. 최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x), Q(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $P(1) + Q(2)$ 의 값은? [5.8점]

<조건>

$$(가) P(x)Q(x) = (x^2 + 2)(x^2 + 3) + 3$$

$$(나) P(1) > Q(1)$$

- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$$\text{ㄱ) } x^4 + 5x^2 + 6 + 3$$

$$= x^4 + 5x^2 + 9$$

$$= x^4 + 6x^2 + 9 - x^2$$

$$= (x^2 + 3)^2 - x^2$$

$$= (x^2 + x + 3)(x^2 - x + 3)$$

$$\text{ㄴ) } P(1) = 1 + 1 + 3 = 5$$

$$Q(1) = 1 - 1 + 3 = 3$$

$$\therefore Q(2) = 2^2 - 2 + 3 = 5$$

$$\therefore P(1) + Q(2) = 5 + 5 = 10$$

10. 복소수 $z = k(1-i) + 1 + 2i$ 에 대하여 z^2 이 실수가 되도록 하는 실수 k 값의 합은? (단, $i = \sqrt{-1}$) [5.1점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

* let $z = a+bi$
 $z^2 = a^2 - b^2 + 2abi$
 $\therefore z^2$ 이 실수 $\Rightarrow ab = 0$

i) $z = (1+k) + (2-k)i$
 $ab = 0$ 이므로
 $(1+k)(2-k) = 0$
 $\therefore k = -1$ or 2
 \therefore 답: $-1+2 = 1$

오답지.

11. <보기>에서 옳은 것을 있는 대로 고른 것은? [5.4점]

<보기>

㉠. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = -3$ ㉡. $\sqrt{2}\sqrt{-5} = -\sqrt{10}$
 ㉢. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = -2$ ㉣. $\frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{-2}$

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣
 ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

㉠. $\sqrt{3}i \sqrt{3}i = -3$
 ㉡. $\sqrt{2}\sqrt{5}i = \sqrt{10}i \neq \sqrt{-10}$
 ㉢. $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{-2}} = \sqrt{4}(-i) = -2i$
 ㉣. $\frac{\sqrt{6}i}{\sqrt{3}} = \sqrt{2}i = \sqrt{-2}$

12. 두 다항식 $f(x), g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $-a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [5.6점]

<조건>

(가) $g(x) = xf(x) + 3x$
 (나) $g(x) + (x^2 - 2)f(x) = x^3 + ax^2 - 5x + b$

- ① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

(가) $g(x) = x(f(x) + 3)$
 (나) $x f(x) + 3x + (x^2 - 2)f(x) = x^3 + ax^2 - 5x + b$
 $(x^2 + x - 2)f(x) = x^3 + ax^2 - 8x + b$
 $\therefore f(x)$: 일차식

i) $x = 1$ 대입
 $0 = 1 + a - 8 + b$
 ii) $x = -2$ 대입
 $0 = -8 + 4a + 16 + b$
 $0 = 3a + 15$
 $\therefore a = -5, b = 12$

$\therefore -a + b = -(-5) + 12 = 17$

✓9월.

13. 이차방정식 $3x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\frac{2(\beta^2 - \beta + 2)}{\alpha} + \frac{2(\alpha^2 - \alpha + 2)}{\beta}$ 의 값은? [5.6점]
- ① $\frac{28}{27}$ ② $\frac{40}{27}$ ③ $\frac{64}{27}$ ④ $\frac{87}{27}$ ⑤ $\frac{98}{27}$

i) $3\alpha^2 - 2\alpha + 3 = 0$

$2(\alpha^2 - \alpha) = -\alpha^2 - 3$

ii) $\alpha + \beta = \frac{2}{3}$, $\alpha\beta = 1$

$\therefore \frac{2(\beta^2 - \beta) + 4}{\alpha} + \frac{2(\alpha^2 - \alpha) + 4}{\beta}$

$= \frac{-\beta^2 - 3 + 4}{\alpha} + \frac{-\alpha^2 - 3 + 4}{\beta}$

$= \frac{1 - \beta^2}{\alpha} + \frac{1 - \alpha^2}{\beta}$

$= \frac{\beta - \beta^3 + \alpha - \alpha^3}{\alpha\beta}$

$\alpha + \beta = \frac{2}{3}$
 $\alpha^2 + \beta^2 = -\frac{14}{9}$

$= \alpha + \beta - (\alpha + \beta)(\alpha^2 - \alpha\beta + \beta^2)$

$= \frac{2}{3} - \frac{2}{3}(-\frac{14}{9} - 1)$

$= \frac{2}{3}(1 + \frac{14}{9} + 1)$

$= \frac{2}{3} \cdot \frac{32}{9}$

$= \frac{64}{27}$

14. 두 자연수 a, b 에 대하여 이차함수 $f(x) = a(x-3)(x-b)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(1)$ 의 값은? [5.1점]

<조건>

(가) $f(0) = 12$

(나) x 값의 범위가 $x < 3$ 일 때, $f(x) > 0$ 이다.

① -6

② -4

③ 0

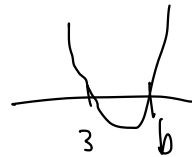
④ 4

⑤ 6

(가) $f(0) = 3ab = 12$

$ab = 4$

(나) $a > 0$ 이므로

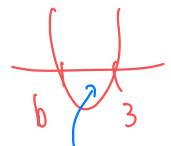


$\therefore b = 4, a = 1$

$\therefore f(x) = (x-3)(x-4)$

$f(1) = -2 \cdot (-3) = 6$

$\therefore b < 3$ 이면



$f(x) < 0$ 일

15. x 에 대한 이차함수 $y = -x^2 + 3kx + (k+1)(k-1)$ 의 그래프가 x 축과 한 점에서 만나도록 하는 모든 실수 k 값의 곱은? [5.4점]

① $-\frac{4}{13}$

② $-\frac{1}{8}$

③ 0

④ $\frac{1}{8}$

⑤ $\frac{4}{13}$

$D = (3k)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (k+1)(k-1)$

$= 9k^2 + 4(k^2 - 1)$

$= 13k^2 - 4 = 0$

$\therefore k = \pm \sqrt{\frac{4}{13}}$

$\therefore k : \sqrt{\frac{4}{13}} \cdot \left(-\sqrt{\frac{4}{13}}\right) = -\frac{4}{13}$

서답형

단답형 1. 다항식 $(2a-1)(4a^2+2a+1)$ 을 전개하시오. [3점]

$$(2a)^3 - 1^3 = 8a^3 - 1$$

단답형 2. $7i^2 + 6i^3 + 5i^4 + 4i^5 + 3i^6 + 2i^7 = a + bi$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, a, b 는 실수이다.) [3점]

$$\begin{aligned} & -7 - 6i + 5 + 4i - 3 - 2i \\ & = -5 - 4i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore a - b &= -5 - (-4) \\ &= (-1) \end{aligned}$$

단답형 3. 이차식 $2x^2 - 4x + 7$ 을 복소수의 범위에서 인수분해하시오. [4점]

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 14}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}i}{2}$$

$$\left(x - \frac{2 + \sqrt{10}i}{2}\right) \left(x - \frac{2 - \sqrt{10}i}{2}\right)$$

서술형 1. 좌표평면에서 직선 $y = 3x + m - 4$ 가 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프와 만나도록 하는 모든 자연수 m 의 개수를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [5점]

$$-x^2 + 3x + 4 = 3x + m - 4$$

$$0 = x^2 + m - 8$$

$$b/4 = 0 - (m - 8) \geq 0$$

$$8 \geq m$$

$$\therefore m_{\text{개}} = 8$$

서술형 2. 등식

$$(1+i)z + 3i\bar{z} = 8 - 3i$$

을 만족시키는 복소수 z 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

(단, \bar{z} 는 z 의 켈레복소수이다.) [5점]

$$\text{let } z = a + bi$$

$$(1+i)(a+bi) + 3i(a-bi) = 8 - 3i$$

$$a-b + (a+b)i + 3ai + 3b = 8 - 3i$$

$$\therefore \begin{cases} a+2b = 8 \\ 4a+b = -3 \end{cases}$$

$$8a+2b = -6$$

$$7a = -14$$

$$\therefore a = -2, b = 5$$

$$\therefore z = -2 + 5i$$

서술형 3. 두 다항식 A, B에 대하여

$$A+B = -x^2 - 2xy + 2y^2$$

$$A-B = 5x^2 - 4xy - y^2$$

일 때, $2(2A-B) - (A-3B)$ 를 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오.

[4점]

$$i) 2A = 4x^2 - 6xy + 2y^2$$

$$A = 2x^2 - 3xy + \frac{1}{2}y^2$$

$$ii) 2B = -6x^2 + 2xy + 3y^2$$

$$B = -3x^2 + xy + \frac{3}{2}y^2$$

$$\therefore 3A+B = 6x^2 - 9xy + \frac{3}{2}y^2$$

$$-3x^2 + xy + \frac{3}{2}y^2$$

$$= 3x^2 - 8xy + 3y^2$$

서술형 4. 최고차항의 계수가 1인 사차다항식 $P(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

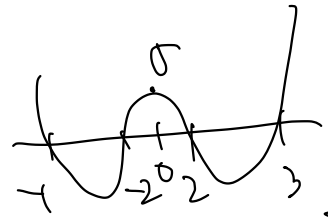
<조건>

$$(가) P(0) = 5$$

$$(나) P(-1) = P(-2) = P(2) = P(3)$$

다항식 $P(x)$ 를 $x+3$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 할 때, $Q(1)$ 의 값을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [6점]

$$P(x) = (x+3)Q(x) + R$$



$$\text{let } P(x) = (x+1)(x+2)(x-2)(x-3) + k$$

$$P(0) = 12 + k = 5$$

$$k = -7$$

$$\therefore P(x) = (x+1)(x+2)(x-2)(x-3) - 7$$

나머지 정리에 의해

$$R = P(-3) = -2 \cdot (-1) \cdot (-5) \cdot (-6) - 7$$

$$= 60 - 7$$

$$= 53$$