

- ◆ 전체 : 선택형 16문항(70점) 서답형 5문항(30점)
- ◆ 총점 : 100점
- ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
- ◆ 교육과정상 선행 출제된 문항 없음

선택형

1. 정적분  $\int_1^2 (x + 1)dx$ 의 값은? [3점]
- ①  $\frac{1}{2}$     ② 1    ③  $\frac{3}{2}$     ④ 2    ⑤  $\frac{5}{2}$

$$\left[ \frac{x^2}{2} + x \right]_1^2 = 2 + 2 - \left( \frac{1}{2} + 1 \right)$$

$$= 3 - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{5}{2}$$

2.  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - 1$ 의 그래프 개형을 그리기 위한 과정 중 옳지 않은 것은? [3.5점]
- ① 도함수  $f'(x)$ 를 구하면  $f'(x) = 4x^3 - 12x^2 + 8x$  ○
- ②  $f'(x)$ 의  $x$ 절편은 0, 1, 2이다.  $= 4x(x-1)(x-2)$  ○
- ③  $f(x)$ 와  $x$ 축의 교점은 3개이다. ○
- ④  $f(x)$ 는  $x = 1$ 에서 극대가 되고 극댓값은 0이다. ○
- ⑤ 구간  $[0, 1]$ 에서 함수는 감소한다. ✕ 증가.

$x$	0	1	2
$f(x)$	-1	0	-1
$f'(x)$	0	+	-

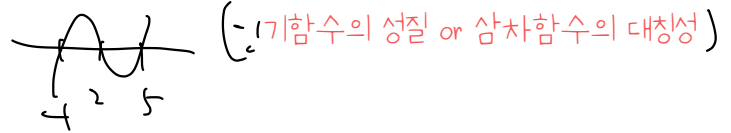
3.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x-1} \int_1^x (t^3 + 3t - 1)dt$ 의 값은? [3.6점]
- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

Let  $f(x) = x^3 + 3x - 1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = f'(1) = f'(1) = 1 + 3 - 1 = 3$$

4. 곡선  $y = (x - k)(x - 2)(x - 5)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 두 도형의 넓이가 서로 같을 때, 상수  $k$ 의 값은? (단,  $k < 2$ ) [3.7점]

- ① -5    ② -3    ③ -1    ④ 0    ⑤ 1



5.  $x \geq 0$ 일 때, 부등식  $x^3 - 3x^2 \geq k$ 가 성립하도록 하는  $k$ 의 값의 범위는? [3.9점]

- ①  $k \leq 2$     ②  $k \leq 0$     ③  $k \leq -4$     ④  $k \leq -5$     ⑤  $k \leq -7$

Let  $f(x) = x^3 - 3x^2 - k$

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$$

$$f(x) = 8 - 12 - k \geq 0 \Rightarrow -4 \geq k$$

$x$	0	2
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	↑	↓

6. 모든 실수  $x$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 의 도함수가

$$f'(x) = \begin{cases} 4x - 1 & (x < 2) \\ 3x^2 + 1 & (x \geq 2) \end{cases} \text{ 이고 } f(1) = 0 \text{ 일 때, } f(3) \text{의}$$

값은? [4점]

- ① 35    ② 32    ③ 30    ④ 27    ⑤ 25

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x + C_1 & (x < 2) \\ x^3 + x + C_2 & (x \geq 2) \end{cases}$$

i)  $f(1) = 2 - 1 + C_1 = 0 \Rightarrow C_1 = -1$     ii)  $f(3) = 3^3 + 3 + C_2 = 27 + 3 - 5 = 25$

iii)  $f(2^-) = 8 - 2 - 1 = 5$     iv)  $f(2^+) = 8 + 2 + C_2 = 5 \Rightarrow C_2 = -5$

$$C_2 = -5$$

7. 곡선  $y = -x^2 + 2x$ 와  $x$ 축 및 두 직선  $x = 1$ ,  $x = 3$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이는? [4.2점]

- ① 1    ② 2    ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{4}{3}$     ⑤  $\frac{10}{3}$



$$\begin{aligned} & \int_1^2 (-x^2 + 2x) dx + \int_2^3 (-x^2 + 2x) dx \\ &= \left[ -\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_1^2 + \left[ -\frac{x^3}{3} + x^2 \right]_2^3 \\ &= -\frac{8}{3} + 4 - \left( -\frac{1}{3} + 1 \right) \\ &\quad + \left( -\frac{27}{3} + 9 \right) - \left( -\frac{8}{3} + 4 \right) \\ &= 1 - 5 \\ &= 2 \end{aligned}$$

8. 좌표가 3인 점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $t$ 에서는 속도가  $v(t) = 3t^2 + 5t - 9$  일 때, 시각  $t = 2$ 에서 점  $P$ 의 위치는? [4.3점]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 5    ⑤ 15

$$\begin{aligned} x(2) &= x(0) + \int_0^2 v(t) dt \\ &= 3 + \left[ t^3 + \frac{5}{2}t^2 - 9t \right]_0^2 \\ &= 3 + 8 + 10 - 18 \\ &= 3 \end{aligned}$$

9. 모든 실수  $x$ 에서 연속인 함수  $f(x)$ 에 대하여 <보기>에서 항상 옳은 것의 개수는? [4.4점]

<보기>

①  $\frac{d}{dx} \left\{ \int f(x) dx \right\} = \int \left\{ \frac{d}{dx} f(x) \right\} dx$      $\int_0^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx = \int_0^2 f(x) dx$      $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ 이다.

②  $f(-x) = -f(x)$ 이면  $\int_{-2}^2 f(x) dx = 0$ 이다.

③  $\int_{-1}^3 |f(x)| dx = \left| \int_{-1}^3 f(x) dx \right|$

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 0개

2. ex) , (set f(x): 기함수.)

$$\int_{-1}^1 |f(x)| dx > 0$$

$$\left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| = 0$$

10. 다음을 만족하는 다항함수  $f(x)$  중 다른 것은? [4.5점]

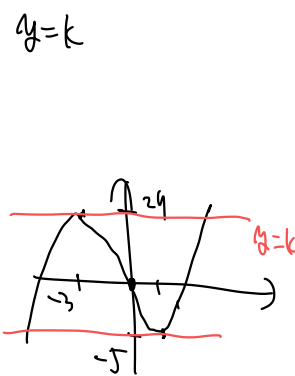
- ①  $\int f(x) dx = x^2 + 2x + C$  ( $C$ 는 적분상수)  $\checkmark$
- ②  $f'(x) = 2$ ,  $f(-1) = 0$   $\checkmark$
- ③  $\int (x+1)^2 dx + \int (-x^2 + 1) dx = \int f(x) dx$   $\checkmark$
- ④  $\int_1^x f(t) dt = (x+1)(x-3)$   $\times$   $f(x) = 2x-2$
- ⑤  $\int f(x) dx = xf(x) - x^2$ ,  $f(1) = 4$   $\checkmark$

①, ②, ③, ⑤  $f(x) = 2x+2$

11. 곡선  $y = x^3 + 3x^2 - 6x$ 와 직선  $y = 3x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 모든 실수  $k$ 의 값의 합은? [4.7점]

- ① -15    ② -1    ③ 8    ④ 12    ⑤ 22

$$\begin{aligned} \text{let } f(x) &= x^3 + 3x^2 - 6x \\ f'(x) &= 3x^2 + 6x - 6 \\ &= 3(x+1)(x-1) \end{aligned}$$



$$\therefore k = 24 \text{ or } -5$$

$$f(-1) = -24 + 24 + 6 = 6$$

$$f(1) = 1 - 6 + 6 = 1$$

$$\therefore k = 24 - 5 = 19$$

12. 곡선  $y = x^2 - 5x + 7$ 과 직선  $y = -x + 4$ 로 둘러싸인 도형의 넓이는? [5점]

- ①  $\frac{2}{3}$     ②  $\frac{4}{3}$     ③  $\frac{16}{3}$     ④  $\frac{94}{3}$     ⑤  $\frac{112}{3}$

$$\begin{aligned} x^2 - 5x + 7 &= -x + 4 \\ 0 &= x^2 - 4x + 3 \\ &= (x-1)(x-3) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} S &= \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx \\ &= \left[ -\frac{x^3}{3} + 2x^2 - 3x \right]_1^3 \\ &= -9 + 18 - 9 \\ &\quad - \left( -\frac{1}{3} + 2 - 3 \right) \\ &= \left( \frac{4}{3} \right) \end{aligned}$$

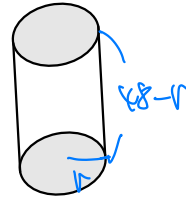
\* 포물선으로 둘러싸인 도형의 넓이 공식.



$$\begin{aligned} S &= \frac{|a|(b-a)^3}{6} \\ &= \frac{1 \cdot (3-1)^3}{6} = \left( \frac{4}{3} \right) \end{aligned}$$

13. 밑면의 반지름의 길이와 높이의 합이 48cm인 원기둥의 부피가 최대일 때, 원기둥의 밑면의 반지름의 길이는? [5.1점]

- ① 32    ② 28    ③ 24    ④ 20    ⑤ 16

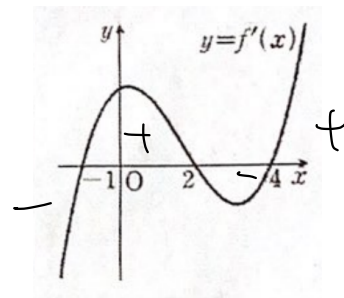


$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 (48 - r) \\ &= -\pi r^3 + 48\pi r^2 \\ V' &= -3\pi r^2 + 96\pi r \\ &= -3\pi r (r - 32) \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c} r \quad 0 \quad 32 \\ V' \quad - \quad 0 \quad + \end{array}$$

$\therefore$  부피 최대일 때  $r = 32$

14. 사차함수  $f(x)$ 의 도함수  $y = f'(x)$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같고,  $f(-1) < 0 < f(4) < f(2)$  일 때, 옳은 것을 <보기>에서 모두 고른 것은? [5.2점]



<보기>

ㄱ.  $f(5) > 0$     ㉠

ㄴ.  $f(x)$ 는  $x = 2$ 에서 극소이다.    ㄹ. 극대

ㄷ.  $y = f(x)$ 의 그래프는  $x$ 축과 서로 다른 두 점에서 만난다.    ㉡

① ㄱ

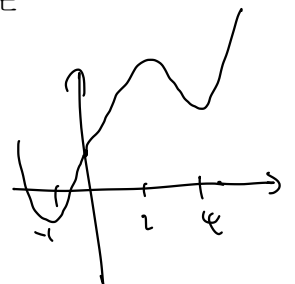
② ㄱ, ㄴ

③ ㄴ, ㄷ

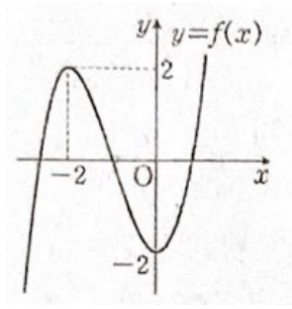
④ ㄱ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

$$\begin{array}{c} x \quad -1 \quad 2 \quad 4 \\ f(x) \quad - \quad 0 \quad + \quad 0 \end{array}$$



15. 삼차함수  $y = f(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  
 $\int_{-1}^1 f'(x)dx$ 의 값은? [5.4점]



- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

2)  $f'(-2) = f'(0) = 0$  이므로

$$f'(x) = a(x+2)$$

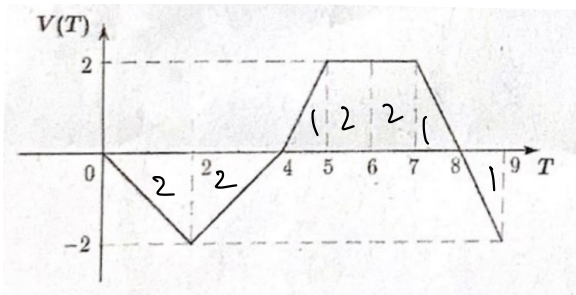
$$f(x) = \frac{a}{3}x^3 + ax^2 - 2 \quad (\because f(0) = -2)$$

3)  $2 = -\frac{8}{3}a + 4a - 2 \quad \downarrow (2, 2) \text{ 대입}$

$$12 = -8a + 4a$$

$$a = 3$$

16. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점  $P$ 의 시각  $T$ 에서의 속도  $V(T)$ 의 그래프가 아래의 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [5.5점]



- ①  $7 < T < 9$ 에서 가속도는 감소한다. X  $V' = \frac{\Delta V}{\Delta t}$   
 ②  $T = 7$ 일 때, 점  $P$ 의 위치는 1이다. O  $-2 - 2 + (1+2) = 1$   
 ③  $2 < T < 5$ 일 때, 속도는 증가한다. O  $= 1$   
 ④  $7 < T < 9$  동안 움직인 거리는 2이다. O  $|+1| = 2$   
 ⑤  $0 < T < 9$ 에서 점  $P$ 는 운동 방향을 2번 바꾼다. O

서답형

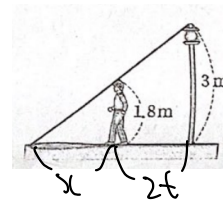
단답형 1. 아래 물음에 답하시오. [총 4점]

- (1) 부정적분  $\int 2x dx$ 를 구하시오. [2점]  
 (2)  $f'(x) = 2x$ ,  $f(0) = 1$ 을 만족하는  $f(x)$ 를 구하시오. [2점]

(1)  $x^2 + C$

(2)  $f(x) = x^2 + 1$

단답형 2. 아래 그림과 같이 키가 1.8m인 누리가 높이가 3m인 가로등 바로 밑에서 출발하여 일직선으로 2m/s의 속도로 걸어가고 있을 때, 아래의 물음에 답하시오. [6점]



- (1) 누리가 출발한 지  $t$ 초 후의 그림자의 길이를  $x$  m라 할 때,  $x$ 를  $t$ 에 대한 식으로 나타내시오. [2점]  
 (2) 가로등 바로 밑에서 그림자 끝까지의 거리를  $f(t)$  m라 할 때,  $f(t)$ 를 구하시오. [2점]

(1)  $x: 1.8 = 1+2t: 3$

$$1.8x + 3.6t = 3x$$

$$3.6t = 1.2x$$

$$\therefore x = 3t$$

(2)  $f(t) = x + 2t = 3t + 2t = 5t$

서술형 1. 닫힌구간  $[-2, 1]$ 에서  $f(x) = 2x^3 - 6x + 2$ 의 최댓값과 최솟값을  $M, m$ 이라 할 때,  $Mm$ 을 구하시오. [5점]

$$f'(x) = 6x^2 - 6$$

$$= 6(x-1)(x+1)$$

$x$	-1	1
$f'(x)$	+	-
$f(x)$	$\nearrow$	$\searrow$

$$\therefore M = 6, m = -2$$

$$\therefore Mm = 6 \cdot (-2) = -12$$

$$f(-2) = -16 + 12 + 2 = -2$$

$$f(1) = -2 + 6 + 2 = 6$$

$$f(0) = 2 - 6 + 2 = -2$$

서술형 2.  $f(x) = 2x^3 - 6x + \int_0^2 f(t)dt$ 를 만족시키는 함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y = f(x)$ 와  $x$ 축으로 둘러싸인 넓이를 구하시오. [7점]

$$i) \text{ let } \int_0^2 f(t)dt = k$$

$$\int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 (2x^3 - 6x + k)dx$$

$$k = \left[ \frac{x^4}{2} - 3x^2 + kx \right]_0^2$$

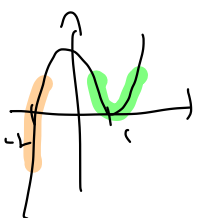
$$= 8 - 12 + 2k$$

$$\therefore k = 4$$

$$ii) f(x) = 2x^3 - 6x + 4$$

$$= 2(x-1)^2(x+2)$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 2 \ 0 \ -6 \ 4} \\ \underline{2 \ 2 \ -4 \ 0} \\ 2 \ 4 \ 0 \end{array}$$



$$\therefore S = \int_{-2}^2 (2x^3 - 6x + 4)dx$$

$$= \left[ \frac{x^4}{2} - 3x^2 + 4x \right]_{-2}^2$$

$$= \left( \frac{16}{2} - 12 + 8 \right) - \left( 8 - 12 - 8 \right)$$

$$= \frac{29}{2}$$

서술형 3. 원점을 동시에 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점  $P, Q$ 의 시각  $t$ 에서의 속도를 각각  $v_1(t), v_2(t)$ 라 하면  $v_1(t) = -2t + 1, v_2(t) = 3t^2 - 1$ 이다.  $\overline{PQ}$ 를 3:2로 외분하는 점을  $R$ 이라 할 때, 점  $R$ 이 다시 원점을 지날 때까지 점  $P$ 가 움직인 거리를 구하시오. [8점]

$$i) x_P = 0 + \int_0^t v_1(t)dt = -t^2 + t$$

$$x_Q = 0 + \int_0^t v_2(t)dt = t^3 - t$$

$$R \left( \frac{3(t^3 - t) - 2(-t^2 + t)}{3 - 2} \right)$$

$$= R(3t^3 + 2t^2 - 5t)$$

$$ii) 0 = 3t^3 + 2t^2 - 5t$$

$$= t(3t^2 + 2t - 5)$$

$$= t(3t + 5)(t - 1)$$

$$\therefore t = 1 \quad (\because t > 0)$$



$$iii) \text{ 움직인 거리} = \int_0^1 |3t^3 + 2t^2 - 5t|dt$$

$$= \int_0^1 (-3t^3 - 2t^2 + 5t)dt$$

$$= \left[ -\frac{3}{4}t^4 - \frac{2}{3}t^3 + \frac{5}{2}t^2 \right]_0^1$$

$$= -\frac{3}{4} - \frac{2}{3} + \frac{5}{2}$$

$$= \frac{-9 - 8 + 30}{12}$$

$$= \frac{13}{12}$$