

- ◆ 전체 : 선택형 13문항(60점), 서답형 7문항(40점)
 ◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시
 ◆ 선택형은 답안 카드에 컴퓨터용 사인펜으로 정확히 마킹하고, 서답형은 반드시 검정볼펜으로 기입하시오.

선택형

1. 다음 중 수렴하는 수열이 아닌 것은?

- ① $\left\{ \frac{1}{n+3} \right\}$ ② $\left\{ \frac{(-1)^n}{n+1} \right\}$
 ③ $\left\{ \left(\frac{3}{4} \right)^n + \left(-\frac{4}{3} \right)^n \right\}$ ④ $\left\{ \sin \frac{n}{2}\pi + \cos \frac{n+1}{2}\pi \right\}$
 ⑤ $\left\{ \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)} \right\}$

2. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1^3 + 2^3 + \cdots + n^3}{n(1^2 + 2^2 + \cdots + n^2)}$ 의 극한값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

3. n 이 자연수일 때, 함수 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} - 2}{x^{2n} + 2}$ 에 대하여 다음 <보기> 중 옳은 것을 있는 대로 고른 것은?

<보 기>

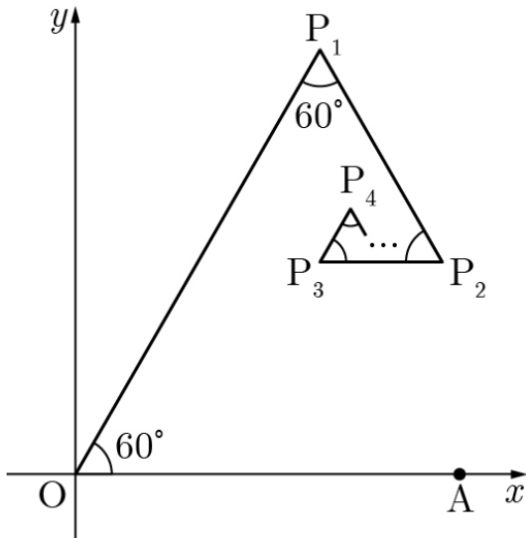
- ㄱ. $|x| > 1$ 일 때, $f(x)$ 의 값은 항상 0이다.
 ㄴ. $|x| < 1$ 일 때, $f(x)$ 의 값은 항상 -1이다.
 ㄷ. $f(1) = 0$
 ㄹ. $y = f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 연속이다.

- ① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄹ ③ ㄴ, ㄷ
 ④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

4. 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 1$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n = 2$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} (3a_n - 2b_n)$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 다음 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{OP_1} = 1$, $\overline{P_1P_2} = \frac{1}{2}$, $\overline{P_2P_3} = \left(\frac{1}{2}\right)^2, \dots, \overline{P_nP_{n+1}} = \left(\frac{1}{2}\right)^n, \dots$ 이고 $\angle AOP_1 = 60^\circ, \angle OP_1P_2 = 60^\circ, \angle P_1P_2P_3 = 60^\circ, \dots, \angle P_nP_{n+1}P_{n+2} = 60^\circ, \dots$ 가 되도록 점 $P_n (n = 1, 2, 3, \dots)$ 을 만든다. 점 P_n 의 좌표를 (a_n, b_n) 이라고 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ 의 값은?



- ① $\frac{3+2\sqrt{3}}{5}$
 ③ $\frac{5+3\sqrt{3}}{9}$
 ⑤ $\frac{7+4\sqrt{3}}{13}$

- ② $\frac{4+2\sqrt{3}}{7}$
 ④ $\frac{6+3\sqrt{3}}{11}$

6. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n} - \frac{3n+4}{n+1} \right) = 1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$ 의 값은?

- ① 165 ② 175 ③ 185 ④ 195 ⑤ 205

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(a+3x)}{x} = b$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

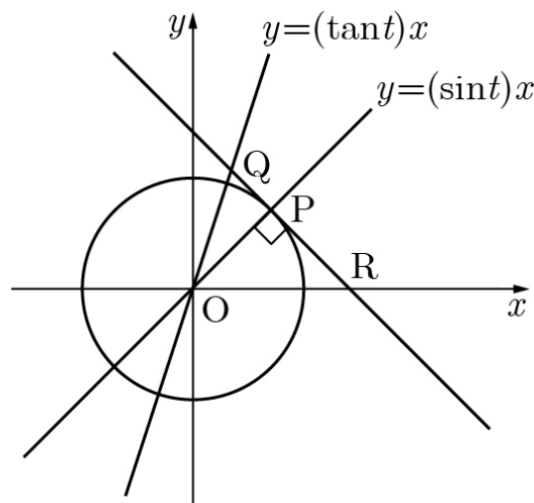
8. 함수 $f(x) = e^x(e^x - 2)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = 3$ 이 만나는 점을 P 라 할 때, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P 에서의 접선의 기울기는?

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$, $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$ 이고, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $\sin \beta = \frac{5}{13}$ 일 때, $\tan(\alpha + \beta)$ 의 값은?

- ① $\frac{56}{33}$ ② $\frac{19}{11}$ ③ $\frac{58}{33}$ ④ $\frac{59}{33}$ ⑤ $\frac{20}{11}$

10. 그림과 같이 $0 < t < \frac{\pi}{2}$ 인 실수 t 에 대하여 원 $x^2 + y^2 = t^2$ 과 두 직선 $y = (\sin t)x$, $y = (\tan t)x$ 가 만나는 점을 P 라 하고, 원 위의 점 P 에서의 접선이 직선 $y = (\tan t)x$, x 축과 만나는 점을 각각 Q, R 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 0+} \frac{\overline{PQ} \times \overline{PR}}{t^6}$ 의 값은?



- ① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

11. 함수 $f(x) = x^{\cos x}$ 에 대하여 $f'(\pi)$ 의 값은? (단, $x > 0$)

- ① $-\frac{1}{\pi^2}$ ② $-\ln \pi$ ③ 1 ④ $\ln \pi$ ⑤ $\frac{1}{\pi^2}$

12. 매개변수 t ($t > 0$)으로 나타낸 곡선 $x = \frac{2}{3}t\sqrt{t}$,
 $y = \frac{1}{2}t^2 + at$ 에 직선 $y = 2\sqrt{a}x + \frac{1}{6}$ 이 점 $\left(b, \frac{3}{2}\right)$ 에서 접할 때,
 $a+b$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

13. 함수 $f(x) = x^3 + x + 1$ 의 역함수를 $g(x)$ 라고 할 때, $g'(11)$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{11}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{13}$ ④ $\frac{1}{14}$ ⑤ $\frac{1}{15}$

서답형

단답형 1. 함수 $y = \sin x + 2 \cos x$ 를 미분하시오.

단답형 2. 함수 $y = \frac{x-1}{x^3+1}$ 에서 $y = \frac{ax^3+bx^2+1}{(x^3+1)^2}$ 일 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값을 구하시오.

서술형 1. 수렴하는 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 가 있다. 좌표평면 위의 두 점 $A_n(2a_n, 3b_n), B_n(3a_{n+1}, 4b_{n+1})$ 에 대하여 선분 A_nB_n 을 3:1로 외분하는 점을 $C_n(x_n, y_n)$ 이라 하자.

$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 1, \lim_{n \rightarrow \infty} y_n = 1$ 일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} a_nb_n$ 의 값을 구하시오.
(단, 모든 자연수 n 에 대하여 $2a_n \neq 3a_{n+1}$ 이고 $3b_n \neq 4b_{n+1}$ 이다.)

단답형 3. 음함수 표현 $e^x + e^y = 6$ 에 대하여 $x = \ln 2$ 에서 $\frac{dy}{dx}$ 의 값을 구하시오.

단답형 4. 함수 $y = e^x \sin x$ 의 이계도함수를 구하시오.

서술형 2. 양의 실수 p 가 다음 조건을 만족시킨다. 모든 p 의 값의 합을 구하시오.

<조 건>

$$(가) \lim_{n \rightarrow \infty} p^n = 0$$

$$(나) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2p^n + 4(1-p)^{n+1}}{p^{n+1} + (1-p)^n} = \frac{8}{3}$$

서술형 3. 첫째항이 a ($a \neq 0$)이고 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(a_n + 1) = 18$ 일 때, a 와 r 의 값을 구하시오.