

◆ 전체 : 선택형 15문항(70점) 서답형 6문항(30점)

◆ 총점 : 100점

◆ 배점 : 문항 옆에 배점 표시

선택형

1. 정적분 $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} dx$ 의 값은? [3.5점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

2. 정적분 $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2\sec^2 x + \cos x) dx$ 의 값은? [3.7점]

- ① 1 ② $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ 2 ④ $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

3. 정적분 $\int_0^1 xe^x dx$ 의 값은? [3.8점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ e ⑤ $e+1$

4. 모든 실수 x 에서 연속인 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x} & (x > 1) \\ 2x & (x < 1) \end{cases}$$

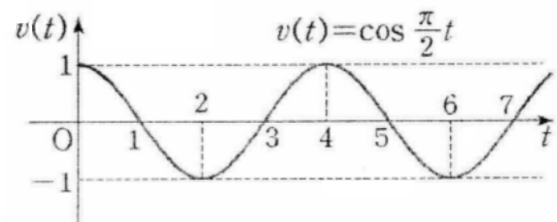
이다. $f(4) = 10$ 일 때, $f(-2)$ 의 값은? [4.3점]

- ① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

5. 열린 구간 $(-\pi, \pi)$ 에서 방정식 $\sin x = kx$ 가 서로 다른 세 실근을 갖게 되는 상수 k 의 값을 고르면? [4.6점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

6. 아래 그림은 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 속도 $v(t) = \cos \frac{\pi}{2}t$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은? [4.6점]



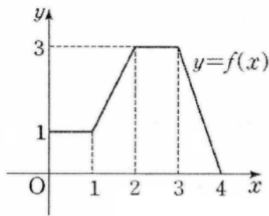
- ① $t=5$ 일 때, 점 P 의 위치는 $\frac{2}{\pi}$ 이다.
 ② $t=0$ 에서 $t=4$ 까지 위치의 변화량은 0이다.
 ③ $0 < t < 7$ 에서 점 P 가 원점을 3 번 통과하였다.
 ④ $0 < t < 7$ 에서 점 P 는 운동 방향을 4번 바꾸었다.
 ⑤ 점 P 가 $t=1$ 에서 $t=3$ 까지 움직인 거리와 $t=4$ 에서 $t=6$ 까지 움직인 거리는 같다.

7. 곡선 $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ ($-1 \leq x \leq 1$) 의 길이를 구하면?

[4.6점]

- ① $\frac{1}{2}\left(e - \frac{1}{e}\right)$ ② $e - \frac{1}{e}$ ③ e ④ $e + \frac{1}{e}$ ⑤ $e + 1$

8. 아래 그림은 $0 \leq x \leq 4$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프이다. 이때, 정적분 $\int_0^2 f(2x)dx$ 의 값은? [4.7점]



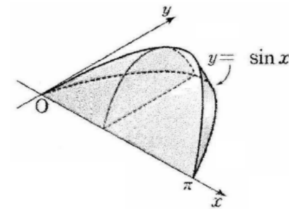
- ① $\frac{26}{3}$ ② 8 ③ $\frac{15}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{15}{4}$

9. 다음 등식을 만족시키는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(2\pi)$ 의 값은? (단, $f(0) = 0$) [4.7점]

$$\int x^2 \sin 2x dx = f(x) + \int x \cos 2x dx$$

- ① $-2\pi^2$ ② $-\pi^2$ ③ 0 ④ π^2 ⑤ $2\pi^2$

10. 아래 그림과 같이 곡선 $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) 와 x 축으로 둘러싸인 도형을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 반원일 때, 이 입체도형의 부피는? [4.8점]



- ① $\frac{\pi^2}{16}$ ② $\frac{\pi^2}{8}$ ③ $\frac{\pi^2}{4}$ ④ $\frac{\pi^2}{2}$ ⑤ π^2

11. 함수 $f(x) = x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 a 만큼,
 y 축 방향으로 b 만큼 평행이동 하였더니 함수 $y = g(x)$
 의 그래프가 되었다.

$g(0) = 0$ 이고 $\int_a^{2a} g(x)dx - \int_0^a f(x)dx = 8$ 일 때,
 a^3 의 값은? [4.8점]

- ① -8 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 8

12. 연속함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,
 $\int_0^a \{f(2x) + f(2a-x)\}dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.)
 [5.1점]

<조 건>

(가) 모든 실수 x 에 대하여 $f(a-x) = f(a+x)$

(나) $\int_0^a f(x)dx = 8$

- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수

$f(x) = \frac{x}{x^2+1}$, $g(x) = 4\sin^2 x - 4\sin x$ 에 대하여 함수
 $(f \circ g)(x)$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M-m$
 의 값은? [5.4점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

14. 곡선 $y = a \cos x$ ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $a > 0$) 와 x 축, y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 곡선 $y = \sin x$ 가 이등분할 때, 상수 a 의 값은? [5.6점]

- ① $\frac{2}{3}$ ② 1 ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

15. 반지름의 길이가 1인 원주 위를 n 등분하여 각각의 분점을 P_k ($k = 1, 2, \dots, n$) 라 할 때,

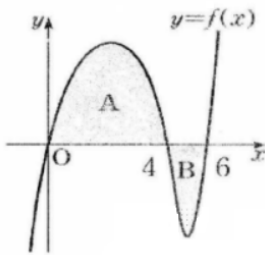
$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} (\overline{P_1 P_2} + \overline{P_1 P_3} + \dots + \overline{P_1 P_n})$ 의 값은? [5.8점]

- ① $\frac{1}{\pi}$ ② $\frac{3}{2\pi}$ ③ $\frac{2}{\pi}$ ④ $\frac{3}{\pi}$ ⑤ $\frac{4}{\pi}$

서답형

단답형 1. 수직선 위를 움직이는 점 P 의 시각 t 에서의 위치를 x 라고 하면 $x = t^2 - \ln(t+1)$ 이다. 점 P 의 $t=2$ 에서의 속도를 구하시오. [4점]

단답형 2. 아래 그림과 같이 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 세 점의 x 좌표는 각각 0, 4, 6이다. 곡선 $y = f(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 두 부분 A, B 의 넓이가 각각 8, 2일 때, 정적분 $\int_0^3 f(2x)dx$ 의 값을 구하시오. [5점]



단답형 3. 함수 $f(x)$ 가 $f(x) = \int_0^x \frac{e^t}{1+e^t} dt$ 일 때, $(f \circ f)(a) = \ln 10$ 을 만족시키는 실수 a 의 값을 구하시오. [5점]

단답형 4. 연속함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \frac{\pi}{2} \int_1^{x+1} f(t) dt \text{ 이다. } f(1) = 1 \text{ 일 때,}$$

$$\pi^2 \int_0^1 x f(x+1) dx \text{ 의 값을 구하시오. [6점]}$$

서술형 1. 다음 곡선 위의 주어진 점에서의 접선의 방정식을 구하는 풀이과정과 답을 쓰시오. [4점]

$$y = \ln|x|, \quad (e^2, 2)$$

서술형 2. 두 함수 $f(x) = ax^2$ ($a > 0$), $g(x) = \ln x$ 의 그래프가 한 점 P 에서 만나고, 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 P 에서의 접선의 기울기와 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 P 에서의 접선의 기울기가 서로 같다. 두 곡선 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 와 x 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하는 풀이과정과 정답을 서술하시오. [6점]