

# 1 Zusammenfassung

Dieses Dokument beschreibt, wie eine (kündbare) Zero Kupon Struktur für Bewertungszwecke äquivalent als FRN + (callable) Accreting Swap aufgefasst werden kann.

Dabei muss zu jedem Zahltermin der Strukturseite des Swaps das Nominal der FRN dem Nominal des Swaps angepasst werden, um eine korrekte Bewertung über den Zeitverlauf zu gewährleisten.

Das Verfahren ist sowohl anwendbar auf Zero Strukturen, die einen festen Kupon zahlen, als auch auf solche mit strukturiertem Kupon.

In Murex ist derzeit lediglich die Variante mit festem Kupon abbildbar.

## 2 Abbildung der Zero Struktur als FRN + Accreting Swap

Die Zerostruktur hat zu Beginn  $t(0)$  ein Nominal von  $N(0) = N$ .

Zu den Zeitpunkten  $t(1), \dots, t(n)$  erhöht sich das Nominal um den jeweiligen Kupon:

$$N(i) = N(i-1) \times (1 + C(i)), i = 1, \dots, n$$

Im Falle eines fixen Kupons ist  $C(i) = c$  eine feste Zahl, z.B.  $c=6\%$  (der Einfachheit halber sei der day count fraction hier genau 1). Das weitere ist aber auch auf strukturierte Kupons anwendbar, z.B.  $C(i) = \max(5\% - \text{CMS10Y}, 0)$  o.ä.

Die einzige Zahlung der Struktur erfolgt zum Zeitpunkt  $t(n)$ , die Höhe ist dann  $N(n)$ . Falls die Struktur zum Zeitpunkt  $t(i)$  gekündigt wird, beträgt die Rückzahlung  $N(i)$ .

Der Dirty Preis der Struktur ergibt sich zu einem beliebigen Bewertungszeitpunkt  $t$ ,  $t(k) < t \leq t(k+1)$  für ein geeignetes  $k$  (und  $k=0$  für  $t=t(0)$ ), als Summe der NPVs

- einer FRN mit (über die Laufzeit festem) Nominal  $N(k)$ , deren Zahlfrequenz ein Vielfaches der Zahlfrequenz der Struktur ist (z.B. FRN 6m für einen Zero Struktur mit jährlichen Kupons)

- eines Accreting Swaps. Das Nominal des Swaps zum Zeitpunkt  $t(i)$  (bzw. zum Fixingzeitpunkt der Legs) entspricht  $N(i)$ . Die Fundingzahlungen erfolgen zu dergleichen Zeitpunkten wie die Zahlungen der FRN, aber auf dem sich erhöhenden Nominal. Die Strukturzahlungen des Swaps ergeben sich als  $C(i) \times N(i-1)$ .

Nachweis:

Wir gehen für den Nachweis davon aus, dass wir die Struktur long sind, d.h. die FRN long sind und die Receiver-Seite des Swaps einnehmen. Der Nachweis überträgt sich aber direkt auf eine short Position. Welche Partei das Kündigungsrecht hat, spielt für die Darstellung keine Rolle.

Eine Kündigung des Swaps zu einem Zeitpunkt  $t(i)$  lässt nur die FRN zurück, die zu diesem Zeitpunkt  $N(i)$  wert ist. Mithin entspricht die Kündigung des Swaps genau der Kündigung der Struktur.

Die Libor Zahlungen der FRN auf dem Nominal  $N(k)$  (positiv) zusammen mit den Libor Zahlungen des Funding Legs des Swaps (negativ) sind 0 wert.

Jede noch ausstehende Strukturzahlung des Swaps  $C(i) \times N(i-1)$ ,  $i=k+1, \dots, n$  (positiv) stellt zusammen mit den Fundingzahlungen (negativ) bei  $t > t(i)$  auf den Anteil des Swap-Nominals  $C(i) \times N(i-1)$ , um den sich das Swap Nominal bei  $t(i)$  erhöht, bis auf eine Zahlung (negativ) in Höhe von  $C(i) \times N(i-1)$  bei  $t(n)$  bzw. zum Kündigungstermin selbst eine Floating Rate Note mit Nominal  $C(i) \times N(i-1)$  dar. Mithin sind diese Zahlungen genau so viel wert, wie eine (positive) Zahlung von  $C(i) \times N(i-1)$  bei  $t(n)$  bzw. zum Kündigungstermin.

D.h. insgesamt ist der Wert von FRN und Swap gleich dem Wert der Nominalzahlung  $N(k)$  der FRN bei  $t(n)$  bzw. zum Kündigungstermin plus der Summe der Zahlungen  $C(i) \times N(i-1)$ ,  $i=k+1, \dots, n$  bei  $t(n)$  bzw. zum Kündigungstermin, d.h. (für Rückzahlung bei  $t(n)$ ):

$$N(k) + C(k+1) \times N(k) + C(k+2) \times N(k+1) + \dots + C(n) \times N(n-1) =$$

$$N(k) \times (1 + C(k+1)) + C(k+2) \times N(k+1) + \dots + C(n) \times N(n-1) =$$

$$N(k+1) + C(k+2) \times N(k+1) + \dots + C(n) \times N(n-1) = \dots =$$

$$N(n-1) + C(n) \times N(n-1) = N(n)$$

Mithin ist FRN und Swap zusammen genau so viel Wert wie die Zero Struktur.