UNICAMP

Circuitos de Corrente Alternada

Hugo L. Fragnito
Gustavo S. Wiederhecker

Campinas, SP
2011

Sumário

1 Experimento I - Filtros

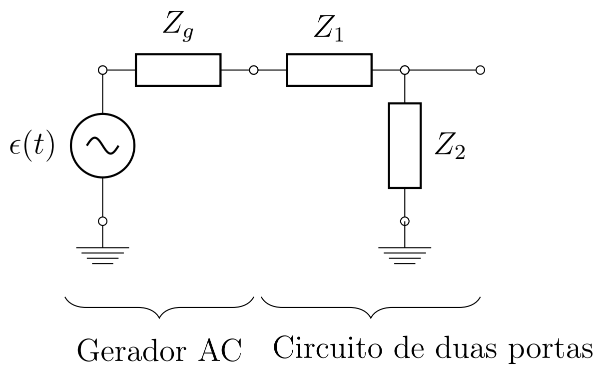


Fig. 1: Generic two-port circuit setup. Z_g represents the internal impedance of the AC generators, Z_1, Z_2 are any generic linear circuit components. The arrows V_1 and V_2 indicate where we connect oscilloscope channels to the circuit.

1.1 Objetivos

Entender o papel ...

1.2 Introdução

Introduction goes here...

1.2.1 Diodo demodulador ou detector

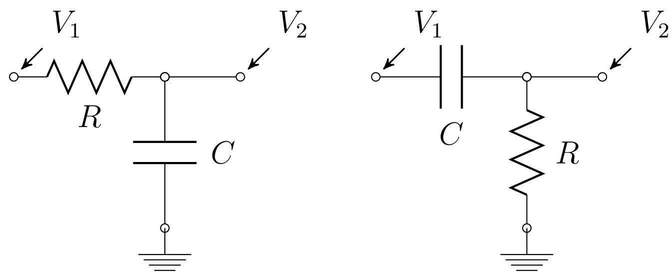
1.3 Preparação

1. Calcule a função...

1.4 Roteiro A - Circuito RC

Material

- Diodo de silício.



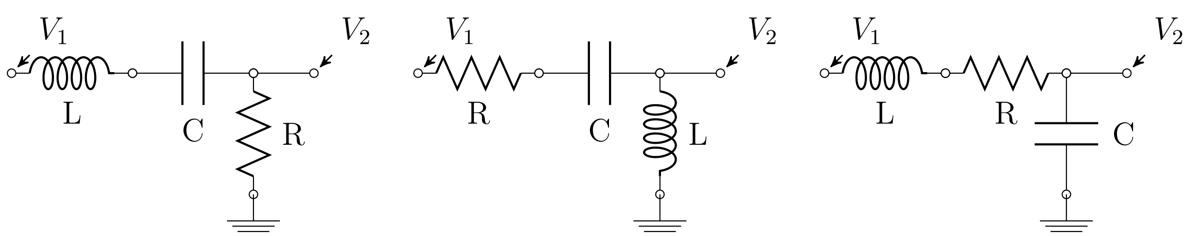
(a) Circuito RC com tensão de saída medida no capacitor, $V_2 = \frac{1}{j\omega C}i$

(b) Circuito RC com tensão de saída medida no resistor, $V_2 = Ri$

Caracterização do circuito LC

1.5 Roteiro B - Circuito RLC

Nesta etapa desejamos estudar experimentalmente o fenômeno de ressonância em circuitos RLC. Iremos determinar a resposta em frequência deste circuito (amplitude e fase) e investigar suas principais características, frequência de ressonância, largura de banda e potência dissipada.



(c) (d) (e)

Fig. 2: **Diferentes configurações de um filtro RLC**.

Caracterização da curva IV do diodo

1.6 Relatório

2 Experimento II - Transientes

2.1 Objetivos

Entender o papel ...

2.2 Introdução

Introduction goes here...

2.2.1 Diodo demodulador ou detector

2.3 Preparação

1. Calcule a função...

2.4 Roteiro A - Circuito RC

Material

- Diodo de silício.

Caracterização do circuito LC

2.5 Roteiro B - Circuito RLC

Caracterização da curva IV do diodo

2.6 Relatório

3 Diodo semicondutor e receptor AM

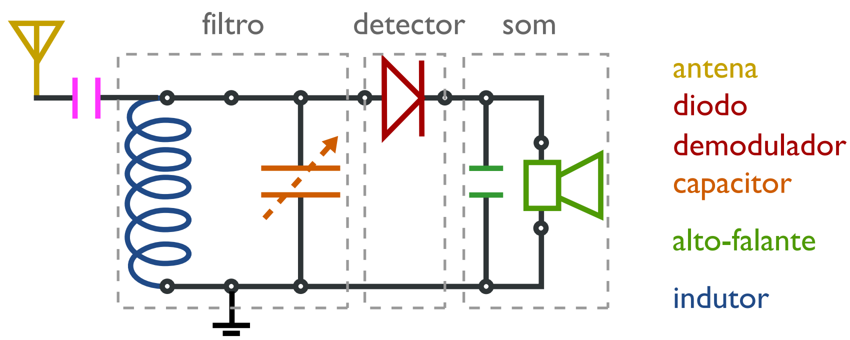


Fig. 3: **Diagrama de um receptor de rádio AM**.

Objetivos

Entender o papel dos componentes de um receptor AM (*amplitude modulation*) e montar um receptor de ondas AM . Para tanto iremos estudar experimentalmente a curva IV (corrente-tensão) de um diodo e também a resposta do filtro de sintonia.

Introdução

Diodo demodulador ou detector

A transmissão de informação por ondas de rádio é feita através da modulação de uma onda portadora (*carrier*) de alta frequência, $0.8 < f_c < 1.1$ MHz para AM (*amplitude modulation*) ou $88 < f_c < 105$ MHz para FM (*frequency modulation*), com o sinal de audio que deseja ser transmitido, tipicamente com frequência entre 20 Hz e 10 KHz. Na figura 5 ilustramos estes dois tipos de modulação. A modulação permite que a a informação seja transmitida através de uma portadora em uma frequência mais alta que a frequência do sinal; na frequência da portadora espera-se melhores características de propagação, i.e., menor atenuação, dispersão. Também é possível utilizar outro tipo de onda, por exemplo, ondas eletromagnéticas para transmitir a informação, por

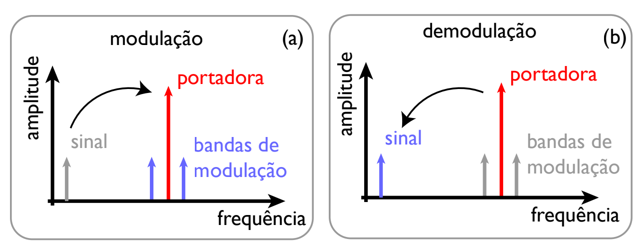


Fig. 4: Princípio de modulação de demodulação de um sinal.

exemplo, rádios AM exploram a alta refletividade da ionosfera para para transmitir ondas eletromagnéticas por longas distâncias.

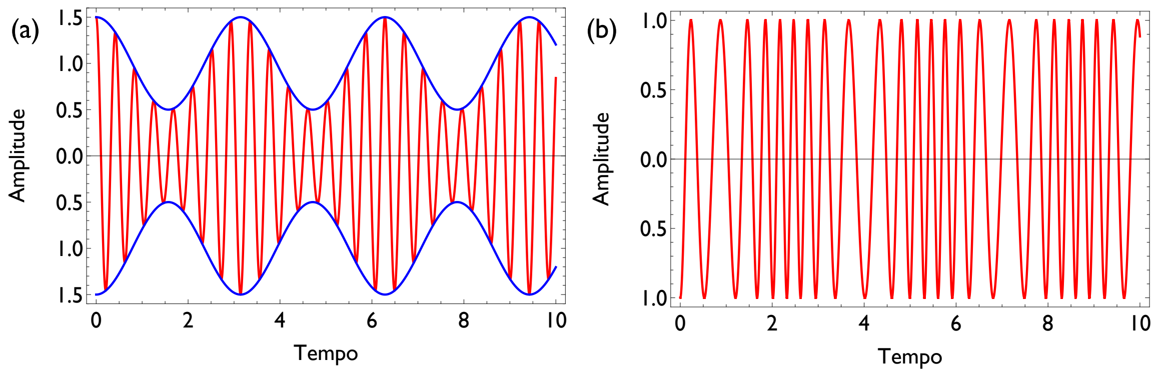


Fig. 5: **Modulação de ondas**. (a) Modulação de amplitude (AM), $A(t) = (1 + \delta\cos[\Omega t])\cos[\omega_c t]$. (b) Modulação de frequência (FM), $A(t) = \cos[\omega_c t + \delta\cos[\Omega t]]$

Antena

Quando uma onda eletromagnética com frequência f_c e comprimento de onda $\lambda = c/f_c$ incide sobre uma antena, um dipolo oscilante é induzido na antena. O dipolo induzio gera uma corrente no circuito no qual a antena está conectada. Para que a excitação do dipolo seja eficiente na mesma, é importante que o comprimento da antena L seja, aproximadamente, uma fração inteira do comprimento de onda. No nosso laboratório $L \approx 17$ m, aproximadamente, $\lambda/10$ para as frequências de rádio AM.

Filtro ressonante

Como existem diversas estações de rádio AM, é necessário também filtrar o sinal recebido pela antena. Para tanto utilizaremos um circuito LC em paralelo, como mostra a Fig. 3, este filtro funciona como um passa-banda, selecione a estação de rádio que desejamos ouvir.

Diodo demodulador ou detector

Da mesma forma que modulamos a portadora para transmitir o sinal é necessário demodular a onda recebida para podermos escutá-la no alto-falante. Este é o papel do diodo neste circuito, devido a sua curva IV não-linear este componente recupera o sinal de audio que foi modulado na onda portadora.

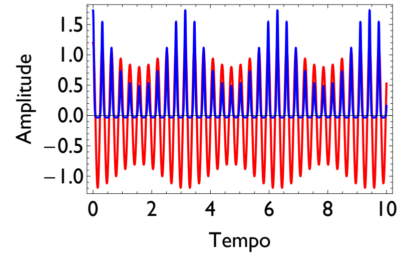


Fig. 6: **Demodulação por um diodo**

Preparação

1. Calcule a função de trasferência $H(\omega)$ do filtro LC mostrado na figura 3. Mostre que a transmitância ($|H|^2$) é dada por $T(\omega) = \frac{L^2\omega^4 C_{in}^2}{(L\omega^2(C_{in}+C_v)-1)^2}$.

2. Qual é a frequência de ressonância deste filtro?

3. Assumindo que o indutor possui $L = 62\mu$H e o capacitor variável pode variar entre 30 pf $< C_v <$ 350 pf, calcule a faixa de frequências que este filtro poderá sintonizar. Descubra na internet quais rádios de Campinas estão nesta faixa.

4. Assuma que a curva IV de um diodo pode ser aproximada pela expressão $i(t) = a_1 v(t) + a_2 v^2(t)$, onde a_1 e a_2 são constantes. Calcule a corrente quando a tensão for na forma $v(t) = v_0(1 + m(t))\cos[\omega_c t]$. Mostre que existe um termo proporcional à $m(t)$. Pense no que acontece com os demais termos ao passar pelo capacitor do alto-falante?

Material

- Diodo de silício.

- Diodo de germânio tipo Schotky (Nunca aplicar um sinal do gerador neste diodo, ele é sensível e pode queimar!).

- Indutor e capacitor sintonizável (30 pf $< C_v <$ 350 pf) (Estes componentes já estão montados!).

- Resistores: 1k Ω.

Roteiro

Caracterização do circuito LC

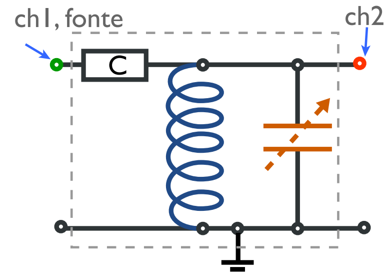


Fig. 7: **Esquema do circuito para caracterizar o filtro LC**. Utilize o gerador de funções no canal 1.

Para caracterizar o filtro iremos utilizar a montagem da Fig. 7. Acople o sinal do gerador no terminal **verde** do filtro, meça o sinal de saída no terminal **vermelho**. Estime a frequência de ressonância esperada e depois encontre-a experimentalmente para 4 diferentes posições das placas do capacitor sintonizável. Com a maior capacitância possível, meça 10 pontos das amplitudes V_{pp1}/V_{pp2} na faixa de 50 KHz em torno da ressonância. No relatório estime a largura de banda do filtro.

Caracterização da curva IV do diodo

Em teoria poderíamos medir a curva IV de um diodo simplesmente introduzindo um resistor R em série com o diodo. A queda de tensão no resistor seria proporcional à corrente, portanto $I = V_R/R$. Para obter V_D basta medirmos a queda de tensão no diodo. Contudo, no laboratório precisamos conectar o canal 1 do osciloscópio entre os terminais do diodo e o canal 2 entre os terminais de resistor. Como o terra de ambos canais é o mesmo, tal conexão implicaria no resistor (ou o diodo) em curto-circuito, portanto a queda de tensão medida seria nula. Para resolver este problema de aterramento iremos explorar o transformador de tensão pois neste o enrolamento primário (conectado à rede elétrica) está isolado do secundário (conectado ao circuito), consequentemente podemos impor um ponto de terra entre o resistor e o diodo, como ilustra a Fig. 8[1]. Como invertemos o sentido que estamos medindo a tensão no resistor, é também necessário **inverter** o sinal do canal 2 do osciloscópio.

1. Monte o circuito da Fig. 8.

2. No modo YT do osciloscópio centralize ambas (canais 1 e 2) ondas em $Y = 0$ e e grave no seu cartão de memória.

3. No modo XY salve 2 versões da curva IV, uma em que a curva toda possa ser visualizada (ajuste as escalas horizontais e vertical) e outra em que a origem (próximo de $V_R = 0, V_D = 0$) esteja ampliada.

No seu relatório inclua as três curvas. Para as curvas IV indique a escala vertical como corrente em mA e o eixo horizontal em V. Extraia destas curvas a corrente de saturação e também a inclinação da curva dI/dV, para polarização reversa ($V < 0$) e três pontos distintos para polarização direta ($V > 0$). Calcule a resistência diferencial nestes pontos $R = (dI/dV)^{-1}$

[1]Note que se fizéssemos esta conexão utilizando o gerador sem o transformador, o resistor conectado ao terminal central do indutor estaria em curto-circuito.

Ouvindo o rádio

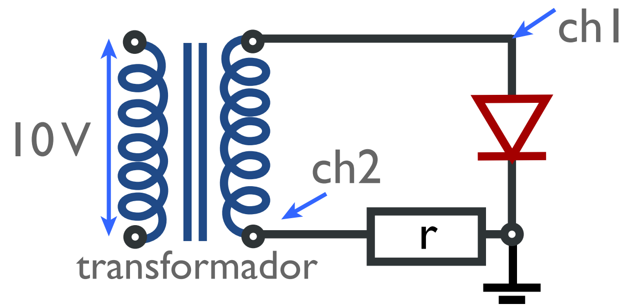


Fig. 8: **Esquema do circuito para caracterizar a curva IV**. Utilize o transformador de 9 V de saída e $R = 1K\Omega$ e um diodo de silício **(encapsulamento preto!)**.

Chegou finalmente o momento de ouvirmos alguma música (ou notícias). Monte o circuito da Fig. 3 utilizando como detetor o diodo schotky. A motivo de usarmos este diodo, ao invés do diodo de silício, é que a tensão crítica na qual este diodo deixa passar corrente ($V_0 \approx 30$ mV) é muito menor que o diodo de silício ($V_0 \approx 700$ mV). Isto o torna ideal para demodular sinais de pequena amplitude, como o que recebemos da antena. Muito cuidado com este diodo pois ele é sensível e não temos muitos sobrando. Descreva no relatório quais rádios você consegui sintonizar. Em Campinas existem duas rádios nesta faixa de frequências, a rádio Central e a rádio Bandeirantes

4 Linhas de transmissão

Objetivos

Estudar experimentalmente o funcionamento de uma linha de transmissão e determinar a impedância característica, o coeficiente de reflexão e a velocidade de propagação de pulsos.

Material

- Cabo coaxial RG-58U (ou cabo de par trançado ou cabo de antena de TV) de comprimento (conhecido) x $\approx$ 100 m.
- Acoplador BNC "T"
- Gerador de pulsos de duração menor que 1 μs. No lugar de um gerador de pulsos pode ser utilizado um gerador de funções de pelo menos 2 MHz com duty-cycle variável (por exemplo, o Tektronix CFG 250): Selecione o modo de onda quadrada e ajuste o duty-cycle ao mínimo.
- Osciloscópio de pelo menos 50 MHz
- Resistores: 10, 22, 33, 47, 56, 75, 100, 220, 330 e 470 Ω.

Roteiro

1. Monte o circuito da figura 9a). Ajuste a taxa de repetição de pulsos em 500 kHz ou menos e a duração do pulso entre 100 e 200 ns. Se não tiver um gerador de pulsos, pode utilizadar um gerador de funções de 2 MHz com duty-cycle variável (por exemplo, o Tektronix CFG 250): ajuste a frequência em 1 MHz ou menos; selecione o modo de onda quadrada e ajuste o duty-cycle ao mínimo. No canal 1 do osciloscópio verá o pulso de entrada e o refletido . No canal 2 verá o pulso no fim da linha (utilize um cabo curto para ligar Z_T ao canal 2). Para uma melhor estabilidade, utilize o sinal de sincronismo do gerador para disparar o osciloscópio pelo canal 3 (o sincronismo com o canal 1 também funciona bem).
2. Meça o atraso temporal entre o pulso lançado e o refletido e determine a velocidade de propagação do pulso. (Utilize o comprimento medido, L, escrito na etiqueta do cabo). Compare este resultado com a velocidade a luz! Quanto é o índice de refração, n, do

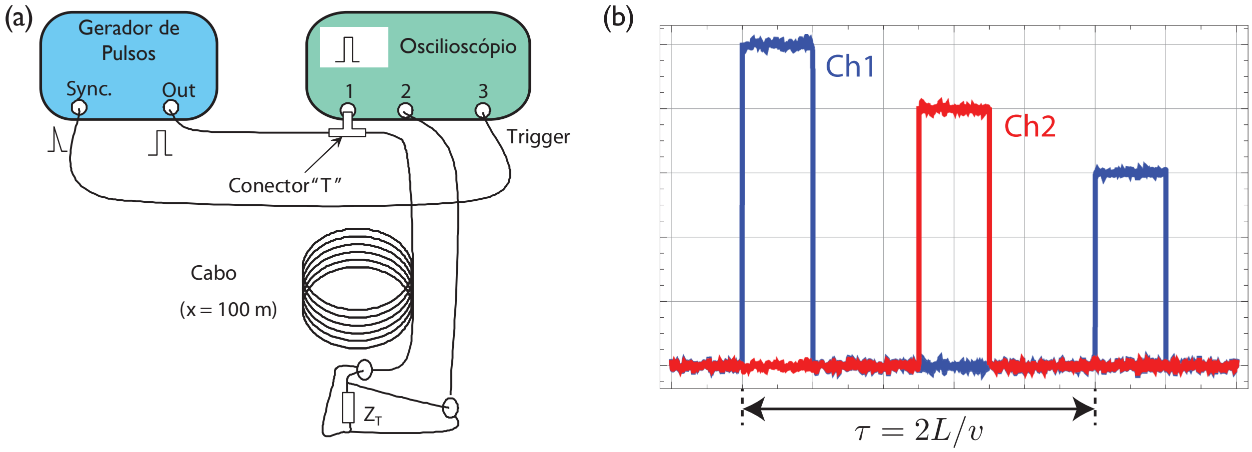


Fig. 9: a) Esquema de montagem. b) Pulsos observados no osciloscópio quando a linha não é terminada ($Z_T = \infty$).

dielétrico do cabo? Quanto é a constante dielétrica relativa ($\epsilon_r \equiv= \epsilon/\epsilon_0 = n^2$). Com este valor de n você poderia medir o comprimento de um cabo idêntico com L desconhecido.

3. Para valores fixos de amplitude ($V_0 = V^+(0)$), duração e periodicidade do pulso, meça a amplitude do pulso de retorno $V_r = V^-(2L)$ para vários valores de Z_T (utilize resistores fixos, não a resistência de décadas) entre 10 e 330 Ω, inclusive para o caso $Z_T = 0$ (curto circuito) e $Z_T = \infty$ (circuito aberto). Construa uma tabela com os valores de Z_T e do coeficiente de reflexão normalizado $\rho_n = V_R/V_0$. O pulso refletido se deve anular quando $Z_T = Z_0$. Determine, assim, Z_0 experimentalmente. Utilize resistores em série e/ou em paralelo para obter mais valores de Z_T. Por exemplo, para obter 75 Ω (o valor nominal de Z_0 do cabo coaxial de TV a cabo) utilize dois de 150 Ω em paralelo.

4. Aumente a duração do pulso gradualmente até alguns microssegundos e veja se entende o que acontece no osciloscópio.

5. Se $Z_T = \infty$ o pulso refletido tem amplitude $V_0 \exp(-\alpha L)$. Utilizando este fato, determine o coeficiente de atenuação ? (expresse o resultado em dB/100m: $\alpha[\mathrm{dB}/100\mathrm{m}] = 10^3\alpha[\mathrm{m}^{-1}]/\log(10) \approx 434\alpha[\mathrm{m}^{-1}]$).

6. Meça o atraso e a amplitude entre o pulso lançado e o pulso refletido (com $Z_T = 0$) para um cabo diferente do utilizado nos itens anteriores . Dispomos de cabos de rede de par trançado, ou UTP, cabo coaxial para TV a cabo e cabo coaxial de instrumentação RG-58

— veja a Fig. 10. Calcule o valor do índice de refração n e α) Compare os coeficientes de atenuação obtidos para os diferentes cabos (quanto menor é α, melhor sua qualidade).

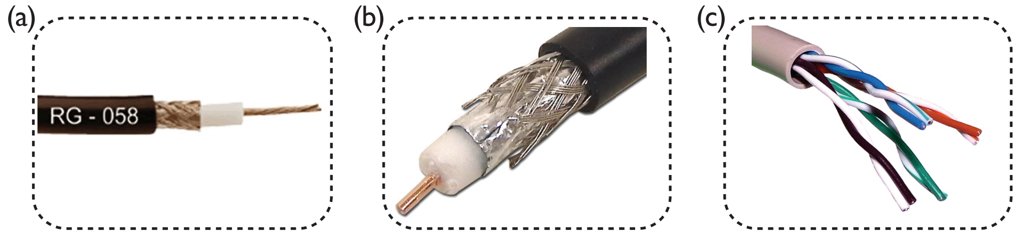


Fig. 10: (a) Cabo de instrumentação (RG-58). (b) Cabo de TV a cabo (CATV: Cable TV). (c) Cabo de par trançado para redes de informática (UTP - Unshielded Twisted Pair).

5 Interferômetros

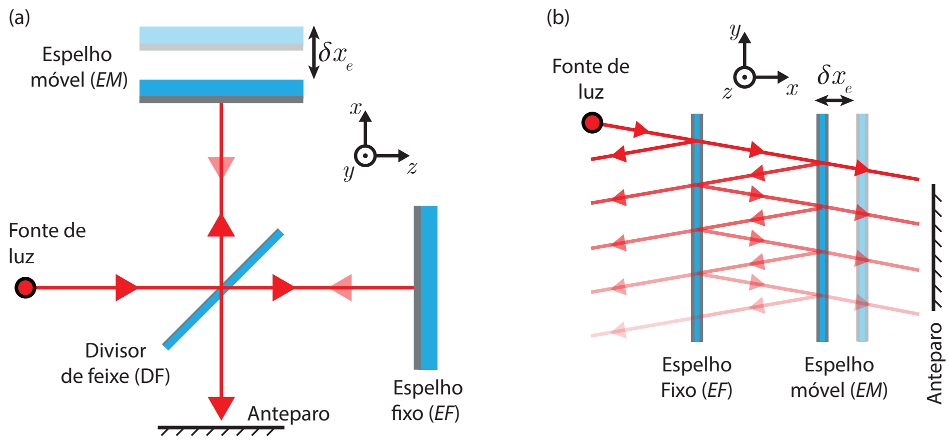


Fig. 5.1: **Diagrama e exemplos de duas importantes classes de interferômetros ópticos.** (a,d) Esquema de um interferômetro de Michelson (a) e de Fabry-Perot (d). O espelho EM está preso a um parafuso micrométrico e pode ter sua posição controlada com precisão submicrométrica. (b,e) Intensidade óptica observada em um ponto do anteparo quando varia-se a posição do espelho. Em (e), as diferentes curvas representam inteferômetros Fabry-Perot montados com espelhos de diferentes refletivdades R. (c,f,g) Distribuição transversal de intensidade observada no anteparo quando o interferômetros estão alinhados.

Objetivos

Entender os princípios e aplicações de interferômetros ópticos e utilizá-los tanto para medir deslocamentos nanométricos como para desvendar o conteúdo espectral de uma lâmpada de vapor metálico. Nesta aplicação o interferômetro nos revelará a natureza quântica desta fonte de luz. Em particular exploraremos dois tipos de interferômetro, Michelson e Fabry-Perot, cujos diagramas esquemáticos estão ilustrados na Fig. 5.1.

Introdução

A interferência é um fenômeno comumente observado quando trata-se de ondas, o caso eletromagnético (ou óptico) é apenas um exemplo. A inteferência óptica ocorre quando duas fontes de luz com uma diferença de fase bem definida se sobrepõe no espaço, esta sobreposição define uma padrão de intensidade da luz que oscila no espaço. A explícita dependência destas oscilações com a diferença de fase entre as duas ondas torna a interferência uma poderosa ferramenta para se medir distâncias. Para compreender quantitativamente este fenômeno recorremos ao princípio da superposição, segundo o qual o campo elétrico (ou magnético) resultante em um dado ponto do espaço é a soma linear entre o campo gerado por todas as fontes eletromagnéticas das vizinhanças, algumas bastante distantes. Em favor da simplicidade, consideremos o campo total gerado por duas fontes de luz em um ponto de observação de um anteparo qualquer,

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r},t) = \boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r},t) + \boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r},t), \tag{5.1}$$

sendo que $(\boldsymbol{r})$ denota a posição no anteparo. Note que as duas fontes mencionadas acima podem ser duas fontes independentes, ou a reflexão especular de uma mesma fonte; geralmente este é o caso nos interferômetros, veja o esquema ilustrado nas Fig. 5.1(a,d). As principais consequências da interferência são notadas quando detectamos o campo eletromagnético em um dado ponto de observação. A frequência óptica é tão alta, $\omega/2\pi \approx 300 \times 10^{12}$ Hz que não conseguimos detectar a variação do campo elétrico diretamente, como acontece em frequências baixas na qual pode-se usar um osciloscópio. Nestas frequências, entretanto, a energia dos fótons é tão grande (> 1 eV) que eles podem ser absorvidos pelas transições eletrônicas de um átomo, molécula ou material semicondutor. No olho humano os fótons são absorvidos por moléculas, já nos fotodetectores eles são absorvidos por materiais semicondutores (Si,Ge,GaAs, etc). Portanto o que observamos a olho nu é a média temporal da intensidade do campo eletromagnético[2],

$$\langle I \rangle = \propto |\boldsymbol{E}|^2 = \boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{E}^* = |\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r},t)|^2 + |\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r},t)|^2 + \underbrace{2\Re\left(\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r},t)\cdot\boldsymbol{E}_2^*(\boldsymbol{r},t)\right)}_{\text{termo de interferência}}, \tag{5.2}$$

Inteferômetros são instrumentos que exploram este fenômeno ondulatório para diversas aplicações, entre elas podemos destacar,

- Medidas de distância de alta precisão (até 10^{-21} m já foram demonstradas em detectores de ondas gravitacionais)
- Medidas de comprimento de onda de fontes de luz
- Medidas de planicidade de superfícies

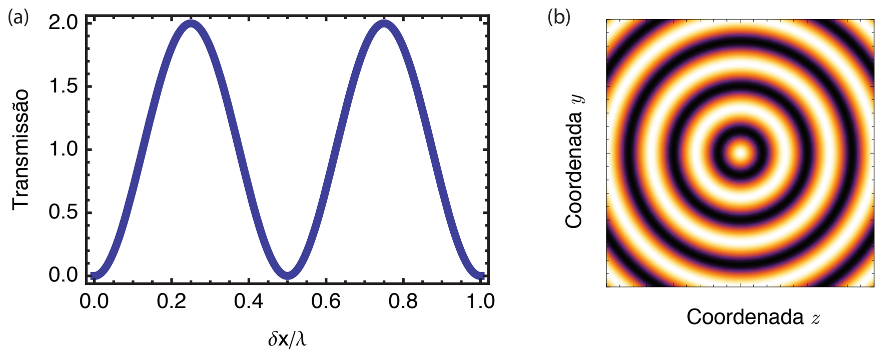


Fig. 5.2: **Transmitânica de um interferômetro de Michelson com luz monocromática.** (a) Intensidade óptica observada em um ponto do anteparo quando varia-se a posição do espelho. (b) Distribuição transversal de intensidade observada no anteparo quando o interferômetros estão alinhados.

Inteferômetro de Michelson

No interferômetro de Michelson[3], ilustrado na Fig. 5.1(a), o feixe de luz é divido e recombinado utilizando um único divisor de feixes. Portanto as duas fontes de luz que causam a interferências são os reflexos da fonte de luz nos espelhos EM e EF. O campo elétrico no ponto de observação terá duas contribuições,

$$\boldsymbol{E}_1(\boldsymbol{r},t) = E_1 \exp[i(kx_1 - \omega t)]\boldsymbol{e}_1 \tag{5.3}$$

$$\boldsymbol{E}_2(\boldsymbol{r},t) = E_2 \exp[i(kx_2 - \omega t)]\boldsymbol{e}_2 \tag{5.4}$$

Os termos ao final das equações representam as amplitudes ($E_{1,2}$) e as polarizações dos campos ($\boldsymbol{e_{1,2}}$). No nosso experimento é uma excelente aproximação assumir que as polarizações são idênticas[4], $\boldsymbol{e_{1,2}} = \boldsymbol{e}$. O divisor de feixe ($DF$) utilizado também é simétrico (50%) e portanto $E_{1,2} = E_0/\sqrt(2)$, sendo que E_0 é a amplitude do campo eletromagnético da fonte. Os argumentos da exponencial complexa são os mais importantes no nosso estudo e representam a fase da onda eletromagnética; $\omega = 2\pi/T$ é a frequência temporal da onda, sendo T o período temporal

[2] Nesta notação E_1 e E_2 representam a amplitude complexa dos campos eletromagnéticos, análoga à representação de fasores.

[3] Inventado por Albert Abraham Michelson e utilizado no famoso experimento de Michelson-Morley para testar a existência do Éter. Visite a página do grupo de detecção de ondas gravitacionais da universidade de Birmingham`http://www.gwoptics.org/processing/michelson01/` para ter uma experiência interativa com o inteferômetro de Michelson.

[4] Neste experimento não se utiliza nenhum componente capaz de "girar"a polarização dos campos. Como ambos feixes originam-se de uma única fonte é razoável assumir que possuem a mesma polarização.

da onda. Analogamente, $k = 2\pi/\lambda$ é denominado o número de onda e representa a frequência espacial da onda, sendo λ o período espacial da onda (ou comprimento de onda). Os termos x_1 e x_2 levam em consideração as diferentes distâncias percorridas pelo feixe de luz após incidir no divisor de feixe (DF), portanto, $x_1 = 2l_1$ e $x_2 = 2l_2$, conforme indica a figura Fig. 5.1(a). A intensidade no anteparo, analogamente à equação 5.2, será dada por

$$I(x) \propto \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{E}^* = |E|^2(1 + \Re\left(\exp(i2k\delta x)\right), \tag{5.5}$$

sendo que $\delta x = (l_1 - l_2)$ é a diferença de distância entre os dois caminhos ortogonais do interferômetro. A Eq. 5.5 define a transmitância do interferômetro de Michelson (T_M) e pode ser escrita na forma,

$$\boxed{\frac{\langle I \rangle}{I_0} \equiv T_M = 1 + \cos(2k\delta x),} \tag{5.6}$$

sendo que $I_0 \propto E_0^2$ é a intensidade do feixe de entrada. O comportamento da função $1 + \cos(2k\delta x)$ é mostrado na Fig. 5.2. **Note que o período desta função será $\Lambda = 2\pi/(2k) = \lambda/2$, isto significa que ao deslocar o espelho móvel por uma distância de $\lambda/2$, o padrão de interferência se deslocará por uma franja completa. Se utilizarmos um laser vermelho ($\lambda \approx 633$ nm), seremos capazes de identificar com precisão deslocamentos da ordem de $\delta x \approx 315 \times 10^{-9}$ m !** Outro aspecto importante é que esta variação espacial da intensidade, como função da posição do EM, será observada para qualquer ponto transversal do anteparo (veja Fig. 5.2(b)). Note que a oscilação transversal do padrão de interferência, mostrado na figura 5.2(b), está relacionado à simetria cilíndrica das lentes utilizadas neste experimento e só pode ser observado no formato ilustrado quando o interferômetro está perfeitamente alinhado.

Interferômetro de Fabry-Perot

No interferômetro de Fabry-Perot, dois espelhos parcialmente refletores são dispostos paralelamente, conforme indica a Fig. 5.1(d). A luz proveniente da fonte, ao incidir sobre o primeiro espelho (espelho fixo) é parcialmente transmitida e parcialmente refletida. A fração transmitida propaga-se até o segundo espelho e também sofre reflexão e transmissão parcial. Devido ao paralelismo entre os espelhos, o feixe refletido pelo segundo espelho sofre múltiplas reflexões ente os dois espelhos, originando diversos feixes que irão se sobrepor no anteparo[5].

[5] Um exemplo infantil do Fabry-Perot pode ser encontrada em salas de espelhos típicas de parques de diversão, nestas observamos várias cópias da nossa própria imagem.

A refletividade dos espelhos é um fator fundamental para o Fabry-Perot, ela determina efetivamente quantas vezes o feixe percorrerá a distância entre os espelhos. Em contraste com o interferômetro de Michelson, no qual se sobrepõe a luz percorrida por dois caminhos ópticos, no caso do Fabry-Perot, observa-se a sobreposição de múltiplos caminhos.

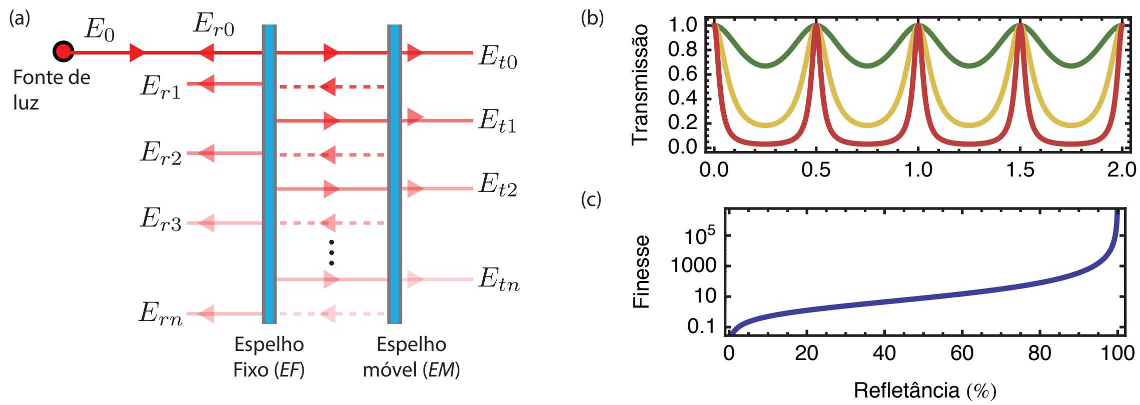


Fig. 5.3: **Esquema de reflexões e transmitância de um Fabry-Perot.** (a) Esquema de múltiplas reflexões em um Fabry-Perot. O deslocamento vertical dos feixes tem o intuito de simplificar os campos que contribuem para reflexão (E_r) dos campos que contribuem para a transmissão (E_t). (b) Intensidade óptica observada em um ponto do anteparo quando varia-se a posição do espelho. Em (e), as diferentes curvas representam inteferômetros Fabry-Perot montados com espelhos de diferentes refletivdades $R = (20, 40, 70)\%$.

É fácil deduzir qual será o padrão de interferência no FP, basta calcularmos os múltiplos campos que serão refletidos entre os espelhos e contribuirão para o campo total transmitido. Para simplificar consideremos o caso de incidência normal e espelhos idênticos, conforme ilustrado na Fig. 5.3(a). Denominamos o coeficiente de transmissão dos campos por t e o de reflexão por r. A energia trasmitida é dada por $T = |t|^2$ e a refletida por $R = |r|^2$, assumimos que não existem perdas entre nos espelhos ou entre eles, de forma que a energia total é conservada, i.e., $T^2 + R^2 = 1$. A ausência de perdas entre os espelhos implica que o efeito da propagação entre os espelhos é simplesmente introduzir uma fase adicional ao campo ($e^{i\phi}$) sendo que $\phi = kl$ com $k = 2\pi/\lambda$ e l representando a distância entre os espelhos. Portanto os sucessivos campos transmitidos, indicados na Fig. 5.3 são dados por,

m	E_{t_m}
0	$t^2 r^0 \exp i\phi$
1	$t^2 r^2 \exp i3\phi$
2	$t^2 r^4 \exp i5\phi$
.	.
.	.
.	.
n	$t^2 r^{2n} \exp i(2n+1)\phi$

O campo eletromagnético total será dado pela soma,

$$E_t = \sum_{m=0}^{\infty} E_{t_m} = E_0 t^2 \exp i\phi \sum_{m=0}^{\infty} \left(r^2 e^{i2\phi}\right)^m = \frac{t^2}{r^2 e^{i\Delta} - 1}, \tag{5.7}$$

sendo que definimos $\Delta \equiv 2\phi = 2kl$, representando a diferença de fase acumulada por cada feixe de luz ao dar uma volta completa na cavidade. Na última igualdade usamos que $|r| < 1$ e portanto a soma é uma série geométrica convergente de razão ($r^2 e^{i\Delta} < 1$). A intensidade da luz transmitida pelo par de espelhos é simplesmente

$$\langle I \rangle \propto |E_t|^2 = E_0^2 \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R\cos(\Delta)} = E_0^2 \frac{(1-R)^2}{1 + R^2 - 2R\cos(\Delta)}. \tag{5.8}$$

A equação 5.8 pode ser escrita de uma forma mais simplificada em termos da importante quantidade denominada *finesse*, $F \equiv 4R/(1-R)^2$. Dividindo a Eq. 5.8 por $(1-R)^2$ e usando relações trigonométricas obtemos a seguinte expressão,

$$\boxed{\frac{\langle I \rangle}{I_0} \equiv T_{FP} = \frac{1}{1 + F\sin^2(\frac{\Delta}{2})},} \tag{5.9}$$

sendo que $I_0 \propto E_0^2$ é a intensidade do feixe de entrada e T é a transmitância do interferômetro. A razão F/π quantifica, aproximadamente, quantas voltas o feixe de luz percorreu na cavidade. Na figura 5.3(b) mostramos o comportamento da transmitância do FP, dado pela Eq. 5.9, para diferentes valores da refletância dos espelhos. Na figura 5.3(c) mostramos como a *finesse* aumenta quando varia-se a refletividade dos espelhos, note que para espelhos altamente refletores a luz pode dar milhares de voltas na cavidade[6]. **Note que a função T_{FP} será máxima sempre que $\Delta = 2kl = 2m\pi$ ($m \in \mathcal{Z}$), ou seja, neste aspecto o Fabry-Perot é idêntico**

[6]No detector de ondas gravitacionais (LIGO),

ao Michelson, notaremos um máximo de interferência sempre que espelho móvel deslocar-se por uma distância de $\lambda/2$.

Preparação

1. Assuma $\lambda = 633$ nm e grafique simultaneamente as transmitâncias do interferômetros, dadas pelas Eqs. 5.5 e 5.9 como função da posição do espelho. Reflita sobre as semelhanças e diferenças, altere os parâmetros envolvidos. Qual deles pode medir deslocamento com mais precisão, em quais condições? (Pense sobre a derivada $dT/d(\delta x)$)

Material

- Lasers de He-Ne ($\lambda_{\mathrm{HeNe}} = 632,82 \pm 0,05$), Lâmpada de sódio.
- Lâmina difusora de luz.
- Objetivas de microscópio para expansão do feixe do laser.

Roteiro

Antes de prosseguir é importante ressaltar aspectos de segurança pessoal, assim como dos equipamentos utilizados. Tome sempre os cuidados abaixo durante o experimento.

- Nunca aponte o feixe de luz laser na direção de um colega.
- Nunca olhe diretamente para a luz do laser ou qualquer reflexão da mesma.
- Todos os membro do grupo devem tirar relógios, anéis e pulseiras que possam refletir luz.
- Manuseie com muito cuidado os componentes, lâmpadas, lasers, prismas, etc. Em muitos casos eles custam vários milhares de reais e merecem ser tratados com zelo.

Em resumo este experimento será desenvolvido em quatro etapas que são detalhadas abaixo,

1. Alinhamento dos interferômetros
2. Medidas de deslocamento e calibração
3. Medida do comprimento de onda de uma lâmpada de Sódio (Na)
4. Medida do dubleto da lâmpada de Na.

Alinhamento dos interferômetros

Para que os belos aspectos do interferência óptica possam ser apreciados é necessário que o interferômetro seja alinhado. Entende-se por alinhamento a condição na qual os feixes ópticos, refletidos nos diferentes caminhos do interferômetro, se sobrepõem no anteparo. A maneira mais rápida de obter esta condição é incidir o laser diretamente (sem nenhuma lente ao longo do caminho) sobre o inteferômetro e observar as imagens formadas na parede. Tipicamente observa-se diversas imagens e é preciso entender a origem de cada uma delas antes de prosseguir com o alinhamento. Cada inteferômetro, Michelson, ou Fabry-Perot, possui suas peculiaridades, abaixo destacamos pontos relevantes de cada um deles,

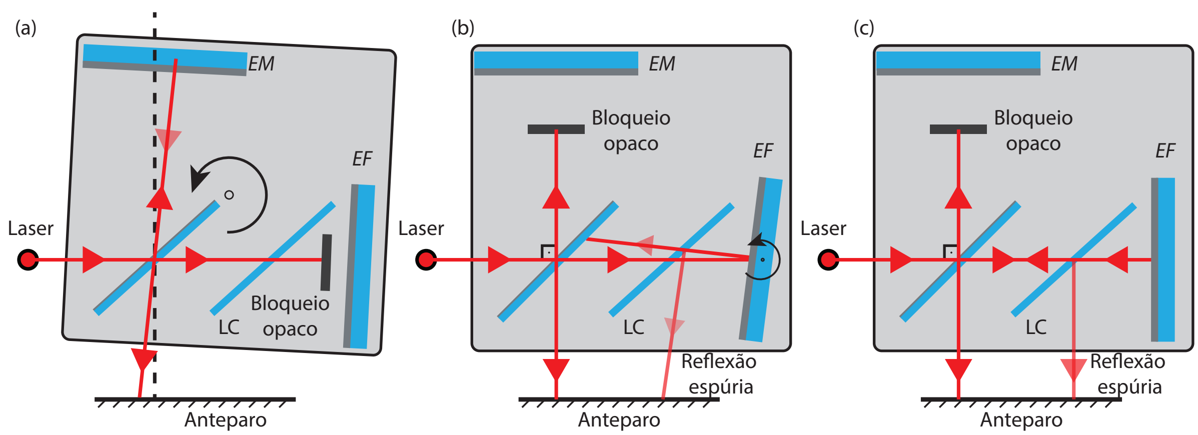


Fig. 5.4: **Sequência de alinhamento do Michelson.** (a) Bloqueie o feixe que atinge o espelho fixo, gire e reposicione a base do interferômetro de forma a ter o feixe do laser ortogonal ao feixe que sai em direção ao anteparo. Preste atenção à polia do motor que deve ficar tensionada ao final desta etapa. (b) Bloqueie o feixe que atinge o espelho fixo, ajuste os parafusos laterais do espelho fixo e faça com que o feixe refletido coincida com feixe refletido pelo espelho móvel (desbloqueie o feixe para verificar que ambos estão se sobrepondo). Note que a lâmina compensadora (LC) sempre produz uma reflexão espúria do feixe que retorna do espelho fixo.

Michelson

1. Posicione o laser na horizontal e oriente seu feixe paralelamente às laterais da mesa de trabalho, garante que a altura do feixe é compatível com abertura de entrada do interferômetro

2. Ajuste a base do interferômetro, conforme a Fig. 5.5(a).

3. Ajuste os parafusos laterais de espelho fixo, , conforme a Fig. 5.5(b).

4. Verifique que os feixes oriundos dos dois espelhos, EM e EF, incidem sobre o mesmo ponto no anteparo. Neste momento já é possível notar que ocorre interferência no ponto de sobreposição.

5. Adicione a lente que irá expandir o feixe e permitir a melhor visualização da interferência, conforme a Fig. 5.5(c).

6. Faça um ajuste fino nos parafusos laterais do espelho fixo e otimize a figura de interferência. Você deverá visualizar figuras de interferência similares às mostradas na figura 5.4. A condição mostrada na Fig. 5.4(a) indica que o alinhamento está perfeito.

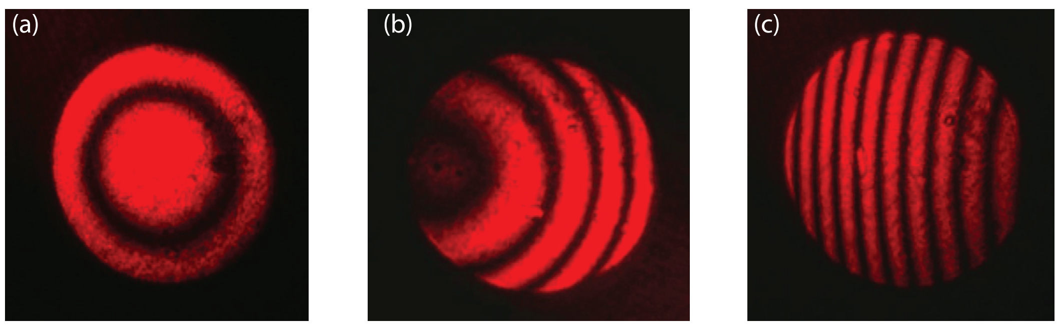


Fig. 5.5: **Figuras típicas observadas no interferômetro de Michelson.** (a) Alinhamento colinear perfeito (b) Espelho fixo ligeiramente desalinhada. (c) Espelho fixo com desalinhamento considerável. Note que qualquer uma das condições acima é suficiente para realizar o experimento, o importante é que seja possível contar a alternância das franjas à medida que o espelho móvel se desloca

Medida de deslocamento do espelho (Michelson & Fabry-Perot)

Nesta etapa o objetivo é usar o interferômetro para determinar o deslocamento do espelho móvel. Isto será possível pois conhecemos com precisão o comprimento de onda do laser de HeNe ($\lambda_{\text{HeNe}} = 632,82 \pm 0,05$ nm). Usaremos as franjas observadas no anteparo como nossa régua. Das equações 5.6 e 5.9 e seus respectivos gráficos, mostrados nas figuras 5.2 e 5.3, sabemos que o deslocamento do espelho (x_e) pode ser contado em termos do número de franjas deslocadas (N), ou seja,

$$\boxed{x_e = N\frac{\lambda_{\text{HeNe}}}{2}.} \tag{5.10}$$

Se considerarmos o erro na contagem de franjas de $\delta N = 1/2$, concluímos que a precisão absoluta da nossa medida será $\delta x_e \approx 160$ nm, um número dificilmente tangível com outras técnicas de medida. Podemos utilizar esta medida associada à obtida da escala do parafuso micrométrico que aciona o espelho móvel para determinar o fator de redução da alavanca responsável por suavizar o movimento do espelho móvel EM. Se denotarmos este fator por R, podemos escrever $x_e = R\ x_p$ sendo que x_p é o deslocamento do parafuso micrométrico. Utilizando a Eq. 5.10 obtemos a relação desejada,

$$\boxed{R = N\frac{\lambda_{\text{HeNe}}}{2x_p}.} \tag{5.11}$$

É importante medir R com alta precisão pois as demais medidas do experimento dependerão de R, o limite último para nossa medida é dado pela precisão do comprimento de onda do laser ($\delta\lambda/\lambda \approx 0,008\%$). A precisão absoluta do parafuso micrométrico é $\delta x_p \approx 5\mu$m, portanto se desejarmos um erro relativo comparável ao $\delta\lambda$ do laser, deveríamos deslocar o parafuso por $x_p \approx \delta x_p/0.008\% \approx 62,5$ mm. Como o valor de $R \approx 0,2$, a Eq. 5.11 implicaria que tal precisão requer a contagem de $N \approx 4 \times 10^4$ franjas. Este número é impraticável com a técnica de contagem manual utilizada neste experimento e teremos que nos satisfazer com uma precisão menor. Um número de franjas razoável de se contar é $N \approx 500$, implicando em uma precisão relativa $\delta N/N \approx 0,1\%$ e $x_p = N\lambda/(2R) \approx 790\mu$m, portanto a precisão relativa no deslocamento do espelho será $\delta x_p/x_p \approx 1,3\%$. Note que $\delta x_p/x_p$ passa ser o fator dominante no erro da medida de R, **portanto é importante ler a escala do parafuso micrométrico com bastante atenção**.

Determinando o comprimento de onda de uma fonte desconhecida (Michelson & Fabry-Perot)

Nesta etapa o objetivo é usar o interferômetro calibrado para determinar o comprimento de onda de uma lâmpada de vapor de Sódio (Na) de baixa pressão. Nesta lâmpada os átomos de sódio (número atômico $N_a = 11$) são excitados do estado fundamental (nível 1s) para um estado excitado (nível 3p) e decaem emitindo a cor amarela, correspondente à diferença de energia entre estes dois estados eletrônicos. Esta natureza quântica da luz emitida lhe confere um alto monocromatismo. Para encontrar este comprimento de onda usando os interferômetros escrevemos a Eq. 5.11 na forma,

$$\boxed{\lambda_{\mathrm{Na}} = \frac{2Rx_p}{N}}. \tag{5.12}$$

O procedimento de medida é o mesmo utilizado para calibrar o interferômetro, entretanto utilizaremos a lâmpada de Na como fonte de luz. Novamente é importante questionar a precisão da medida. Se conhecemos R com precisão de $\delta R/R \approx 1,3\%$, queremos garantir que mediremos um número suficiente de franjas para não aumentar significativamente esta imprecisão, se medirmos o mesmo número de franjas medidos durante a calibração, a precisão na leitura do parafuso será também $\delta x_p/x_p \approx 1,3\%$ e portanto podemos esperar uma precisão de $\delta\lambda_{\mathrm{Na}}/\lambda_{\mathrm{Na}} \approx 3\%$. Dois cuidados devem ser tomados durante esta medida,

- Coloque a lâmina difusora entre a lâmpada e a abertura de entrada do interferômetro, repare na diferença e reflita sobre o papel da lâmina difusora.
- Procure uma posição do parafuso na qual a visibilidade seja boa, estas acontecem imediatamente após uma região de baixa visibilidade (exploraremos a seguir a causa desta oscilação de visibilidade)

Determinando a separação de frequência do dubleto do Sódio (Michelson & Fabry-Perot)

Nesta etapa iremos como os interferômetros respondem à luz bicromática. Vocês devem ter notada durante a etapa anterior que tanto o Michelson quanto o Fabry-Perot apresentam uma mudança na visibilidade das franjas de interferência da lâmpada de Na quando deslocamos o espelho móvel.

A origem deste comportamento está associada a existência de dois níveis de energia muito próximos do estado estado excitado do Na, o nível ($3p_{1/2}$ e $3p_{3/2}$). Em razão do elétron desemparelhado no nível $3s$ do Na, o momento magnético de spin deste estado é não nulo, o que o permite interagir com o campo magnético gerado pelo movimento orbital do elétron; este fenômeno é denominado acoplamento spin-órbita. O resultado prático é que a luz emitida pelo Na não é tão pura quanto parece, na verdade ela é composta de dois amarelos ligeiramente distintos. Os interferômetros permitem-nos observar esta sutileza quântica do Na. A separação de energia entre os níveis pode ser estimada calculando a energia desta interação,

$$\Delta E = g m_B B, \tag{5.13}$$

sendo que $m_B = 9.27 \times 10^{-24}$ é o magneton de Bohr, que representa o momento magnético associado à orbita eletrônica, $g \approx 2$ é o fator de Landé do elétron, e B é a densidade de fluxo magnético. A relação entre a separação de energia e a separação entre os comprimentos de onda da luz pode ser deduzido lembrando que a energia do fóton é dada por $E = h\nu = hc/\lambda$, sendo que h é a constante de Planck. Tomando o diferencial, obtemos $\Delta E = (E/\lambda)\Delta\lambda$, portanto pode-se calcular a densidade de fluxo magnético experimentada pelo elétron no núcleo átomo de sódio.

Para entender a resposta do interferômetro sob estas condições, basta considerarmos a intensidade total emitida por estas duas cores nas expressões 5.9 e 5.6. Como a excitação dos níveis $3p_{1/2}$ e $3p_{3/2}$ é devido à corrente elétrica, este processo é totalmente incoerente e as intensidade resultante pode ser simplesmente somada.

$$\frac{\langle I \rangle}{I_0} = T_{M_1} + T_{M_2} = 2 + \cos(2k_1\delta x) + \cos(2k_2\delta x). \tag{5.14}$$

É fácil mostrar que esta soma pode ser reescrita na forma,

$$T = 2\left[1 + \cos(\bar{k}x)\cos\left(\frac{\delta k}{2}x\right)\right]. \tag{5.15}$$

sendo que $\bar{k} = 2\pi/(1/\lambda_1 + 1/\lambda_2)$ e $\delta k = 2\pi(1/\lambda_1 - 1/\lambda_2)$. Na figura XX graficamos o comportamento da função Como a diferença entre os comprimentos de onda é muito pequena, fazemos $\lambda_{1,2} = \bar{\lambda} \pm \delta\lambda/2$. Neste caso $\bar{k} \approx 2\pi/\bar{\lambda}$ e $\delta k \approx 2\pi\delta\lambda/\lambda^2$.

Dedução FP Primeiramente ajusta-se o comprimento da cavidade para que dois aneis estejam na mesma posição radial, neste caso temos,

$$2L_0 = m_1\lambda_1 \tag{5.16}$$

$$2L_0 = m_2\lambda_2 \tag{5.17}$$

Agora varia-se o comprimento da cavidade até que esta coincidência se repita, ou seja,

$$2L_0 + 2\delta L = (m_1 + \delta m_1)\lambda_1 \tag{5.18}$$

$$2L_0 + 2\delta L = (m_2 + \delta m_2)\lambda_2 \tag{5.19}$$

conforme as equações indicam, permitimos também que os inteiros m_1, m_2 de alterem para $m_1 + \delta m_1$ e $m_2 + \delta m_2$. Podemos agora usar as Eqs. 1,2 para as quantidades $2L_0$ e reescrever:

$$2\delta L = \delta m_1 \lambda_1 \tag{5.20}$$

$$2\delta L = \delta m_2 \lambda_2. \tag{5.21}$$

Ou seja,

$$\delta m_1 \lambda_1 = \delta m_2 \lambda_2 \tag{5.22}$$

Agora escrevemos $\lambda_1 = \lambda_2 + \delta\lambda$ e substituímos na Eq. 7, portanto,

$$\delta m_1 (\lambda_2 + \delta\lambda) = \delta m_2 \lambda_2 \Rightarrow \delta\lambda = \lambda_2 (\frac{\delta m_2 - \delta m_1}{\delta m_1}) \tag{5.23}$$

Como $\delta m_{1,2} \in \mathbb{Z}$, podemos escrever $\delta m_2 - \delta m_1 = k$, sendo $k \in \mathbb{Z}$, portanto,

$$\delta\lambda = \lambda_2 \frac{k}{\delta m_1} \tag{5.24}$$

Usando a Eq. 5, chegamos à conclusão que

$$\delta\lambda = \lambda_2 \lambda_1 \frac{k}{2\delta L} \Rightarrow \delta\lambda \approx \bar{\lambda}^2 \frac{k}{2\delta L} \tag{5.25}$$

sendo que $\bar{\lambda} = (\lambda_1 + \lambda_2)/2$ é o comprimento de onda médio do dubleto. A constante inteira k é escolhido no experimento quantos períodos de repetição aconteceram, como em um paquímetro Vernier. Note que se contarmos k, o denominador δL também será maior e portanto o resultado final não depende de quantos períodos foram contados.