



**UNICAMP**

## Circuitos de Corrente Alternada

Hugo L. Fragnito  
Gustavo S. Wiederhecker

Campinas, SP  
2011

# Sumário

<b>1</b>	<b>Experimento I - Filtros</b>	<b>4</b>
0.1	Objetivos . . . . .	4
0.2	Introdução . . . . .	4
0.2.1	Diodo demodulador ou detector . . . . .	5
0.3	Preparação . . . . .	5
0.4	Roteiro A - Circuito RC . . . . .	5
0.5	Roteiro B - Circuito RLC . . . . .	5
0.6	Relatório . . . . .	5
<b>2</b>	<b>Experimento II - Transientes</b>	<b>7</b>
0.7	Objetivos . . . . .	7
0.8	Introdução . . . . .	7
0.8.1	Diodo demodulador ou detector . . . . .	7
0.9	Preparação . . . . .	7
0.10	Roteiro A - Circuito RC . . . . .	7
0.11	Roteiro B - Circuito RLC . . . . .	7
0.12	Relatório . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Díodo semicondutor e receptor AM</b>	<b>8</b>
<b>4</b>	<b>Linhas de transmissão</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Interferômetros</b>	<b>16</b>
1	Objetivos . . . . .	16
2	Introdução . . . . .	17
2.1	Interferômetro de Michelson . . . . .	18
2.2	Interferômetro de Fabry-Perot . . . . .	20
3	Preparação . . . . .	22
4	Material . . . . .	22
5	Roteiro . . . . .	23
5.1	Alinhamento dos interferômetros . . . . .	23
5.1.1	Michelson . . . . .	24
5.2	Medida de deslocamento do espelho (Michelson & Fabry-Perot) . . . . .	25

---

5.3	Determinando o comprimento de onda de uma fonte desconhecida (Michelson & Fabry-Perot) . . . . .	26
5.4	Determinando a separação de frequência do dubleto do Sódio (Michelson & Fabry-Perot) . . . . .	27
<b>Bibliografia</b>		<b>29</b>

# Capítulo 1

## Experimento I - Filtros

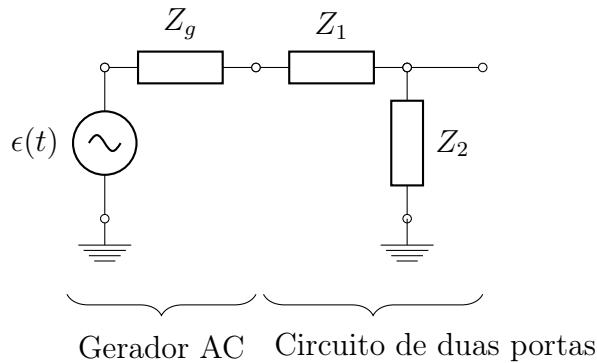


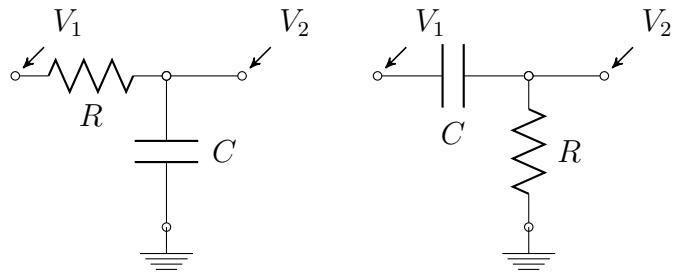
Fig. 1.1: Generic two-port circuit setup.  $Z_g$  represents the internal impedance of the AC generators,  $Z_1, Z_2$  are any generic linear circuit components. The arrows  $V_1$  and  $V_2$  indicate where we connect oscilloscope channels to the circuit.

### 0.1 Objetivos

Entender o papel ...

### 0.2 Introdução

Introduction goes here...



(a) Circuito RC com tensão de saída medida no capacitor,  $V_2 = \frac{1}{j\omega C} i$

(b) Circuito RC com tensão de saída medida no resistor,  $V_2 = Ri$

### 0.2.1 Díodo demodulador ou detector

## 0.3 Preparação

1. Calcule a função...

## 0.4 Roteiro A - Circuito RC

### Material

- Díodo de silício.

### Caracterização do circuito LC

## 0.5 Roteiro B - Circuito RLC

Nesta etapa desejamos estudar experimentalmente o fenômeno de ressonância em circuitos RLC. Iremos determinar a resposta em frequência deste circuito (amplitude e fase) e investigar suas principais características, frequência de ressonância, largura de banda e potência dissipada.

### Caracterização da curva IV do diodo

## 0.6 Relatório

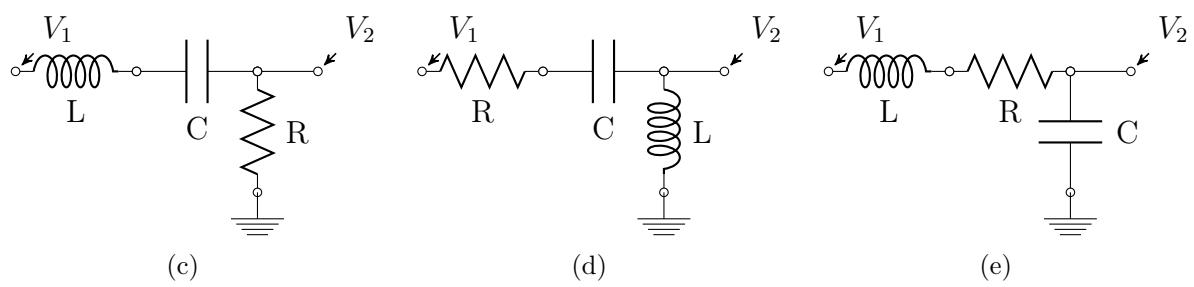


Fig. 1.2: Diferentes configurações de um filtro RLC.

# Capítulo 2

## Experimento II - Transientes

### 0.7 Objetivos

Entender o papel ...

### 0.8 Introdução

Introduction goes here...

#### 0.8.1 Diodo demodulador ou detector

### 0.9 Preparação

1. Calcule a função...

### 0.10 Roteiro A - Circuito RC

#### Material

- Díodo de silício.

#### Caracterização do circuito LC

### 0.11 Roteiro B - Circuito RLC

#### Caracterização da curva IV do diodo

### 0.12 Relatório

# Capítulo 3

## Diodo semicondutor e receptor AM

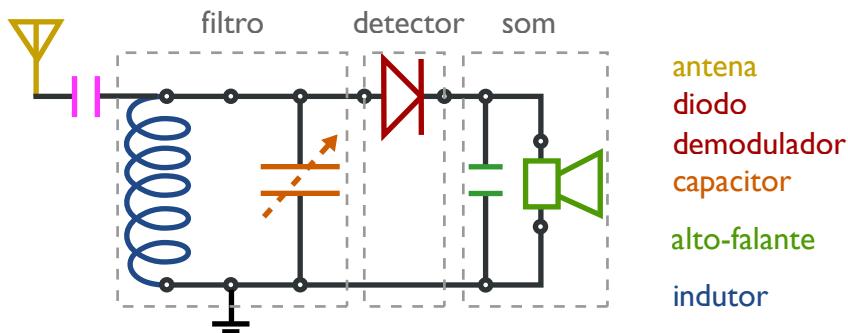


Fig. 3.1: Diagrama de um receptor de rádio AM.

### Objetivos

Entender o papel dos componentes de um receptor AM (*amplitude modulation*) e montar um receptor de ondas AM. Para tanto iremos estudar experimentalmente a curva IV (corrente-tensão) de um diodo e também a resposta do filtro de sintonia.

### Introdução

#### Diodo demodulador ou detector

A transmissão de informação por ondas de rádio é feita através da modulação de uma onda portadora (*carrier*) de alta frequência,

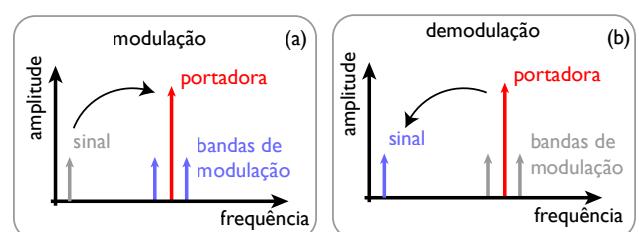


Fig. 3.2: Princípio de modulação de demodulação de um sinal.

$0.8 < f_c < 1.1$  MHz para AM (*amplitude modulation*) ou  $88 < f_c < 105$  MHz para FM (*frequency modulation*), com o sinal de audio que deseja ser transmitido, tipicamente com frequência entre 20 Hz e 10 KHz. Na figura 3.3 ilustramos estes dois tipos de modulação.

A modulação permite que a informação seja transmitida através de uma portadora em uma frequência mais alta que a frequência do sinal; na frequência da portadora espera-se melhores características de propagação, i.e., menor atenuação, dispersão. Também é possível utilizar outro tipo de onda, por exemplo, ondas eletromagnéticas para transmitir a informação, por exemplo, rádios AM exploram a alta refletividade da ionosfera para transmitir ondas eletromagnéticas por longas distâncias.

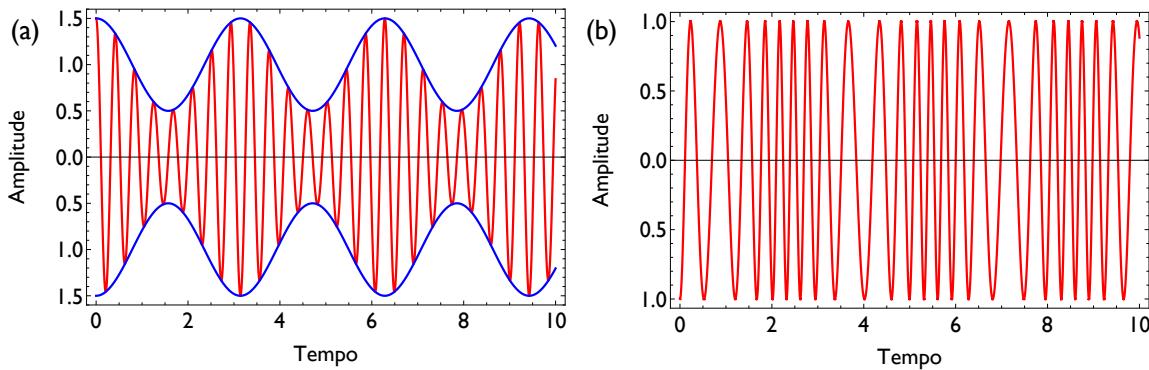


Fig. 3.3: **Modulação de ondas.** (a) Modulação de amplitude (AM),  $A(t) = (1 + \delta \cos[\Omega t]) \cos[\omega_c t]$ . (b) Modulação de frequênci(a),  $A(t) = \cos[\omega_c t + \delta \cos[\Omega t]]$

## Antena

Quando uma onda eletromagnética com frequência  $f_c$  e comprimento de onda  $\lambda = c/f_c$  incide sobre uma antena, um dipolo oscilante é induzido na antena. O dipolo induzido gera uma corrente no circuito no qual a antena está conectada. Para que a excitação do dipolo seja eficiente na mesma, é importante que o comprimento da antena  $L$  seja, aproximadamente, uma fração inteira do comprimento de onda. No nosso laboratório  $L \approx 17$  m, aproximadamente,  $\lambda/10$  para as frequências de rádio AM.

## Filtro ressonante

Como existem diversas estações de rádio AM, é necessário também filtrar o sinal recebido pela antena. Para tanto utilizaremos um circuito LC em paralelo, como mostra a Fig. 3.1, este filtro funciona como um passa-banda, selecione a estação de rádio que desejamos ouvir.

## Diodo demodulador ou detector

Da mesma forma que modulamos a portadora para transmitir o sinal é necessário demodular a onda recebida para podermos escutá-la no alto-falante. Este é o papel do diodo neste circuito, devido a sua curva IV não-linear este componente recupera o sinal de audio que foi modulado na onda portadora.

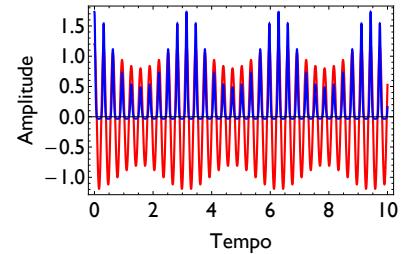


Fig. 3.4: Demodulação por um diodo

## Preparação

- Calcule a função de transferência  $H(\omega)$  do filtro LC mostrado na figura 3.1. Mostre que a transmitância ( $|H|^2$ ) é dada por  $T(\omega) = \frac{L^2\omega^4C_{in}^2}{(L\omega^2(C_{in}+C_v)-1)^2}$ .
- Qual é a frequência de ressonância deste filtro?
- Assumindo que o indutor possui  $L = 62\mu\text{H}$  e o capacitor variável pode variar entre  $30 \text{ pf} < C_v < 350 \text{ pf}$ , calcule a faixa de frequências que este filtro poderá sintonizar. Descubra na internet quais rádios de Campinas estão nesta faixa.
- Assuma que a curva IV de um diodo pode ser aproximada pela expressão  $i(t) = a_1v(t)+a_2v^2(t)$ , onde  $a_1$  e  $a_2$  são constantes. Calcule a corrente quando a tensão for na forma  $v(t) = v_0(1 + m(t)) \cos[\omega_c t]$ . Mostre que existe um termo proporcional à  $m(t)$ . Pense no que acontece com os demais termos ao passar pelo capacitor do alto-falante?

## Material

- Díodo de silício.

- Díodo de germânio tipo Schotky (Nunca aplicar um sinal do gerador neste díodo, ele é sensível e pode queimar!).
- Indutor e capacitor sintonizável ( $30 \text{ pf} < C_v < 350 \text{ pf}$ ) (Estes componentes já estão montados!).
- Resistores:  $1\text{k } \Omega$ .

## Roteiro

### Caracterização do circuito LC

Para caracterizar o filtro iremos utilizar a montagem da Fig. 3.5. Acople o sinal do gerador no terminal **verde** do filtro, meça o sinal de saída no terminal **vermelho**. Estime a frequência de ressonância esperada e depois encontre-a experimentalmente para 4 diferentes posições das placas do capacitor sintonizável. Com a maior capacidade possível, meça 10 pontos das amplitudes  $V_{pp1}/V_{pp2}$  na faixa de 50 KHz em torno da ressonância. No relatório estime a largura de banda do filtro.

### Caracterização da curva IV do diodo

Em teoria poderíamos medir a curva IV de um diodo simplesmente introduzindo um resistor  $R$  em série com o diodo. A queda de tensão no resistor seria proporcional à corrente, portanto  $I = V_R/R$ . Para obter  $V_D$  basta medirmos a queda de tensão no diodo. Contudo, no laboratório precisamos conectar o canal 1 do osciloscópio entre os terminais do diodo e o canal 2 entre os terminais de resistor. Como o terra de ambos canais é o mesmo, tal conexão implicaria no resistor (ou o diodo) em curto-circuito, portanto a queda de tensão medida seria nula. Para resolver este problema de aterramento iremos explorar o transformador de tensão pois neste o enrolamento primário (conectado à rede elétrica) está isolado do secundário (conectado ao circuito), consequentemente podemos impor um ponto de terra entre o resistor e o diodo, como ilustra a Fig. 3.6<sup>1</sup>. Como invertemos o sentido que estamos medindo a tensão no resistor, é também necessário **inverter** o sinal do canal 2 do osciloscópio.

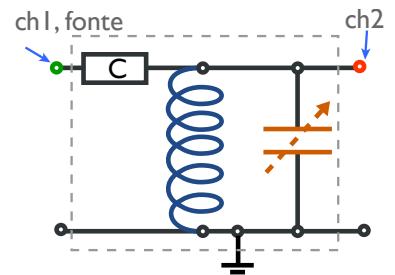


Fig. 3.5: Esquema do circuito para caracterizar o filtro LC. Utilize o gerador de funções no canal 1.

<sup>1</sup>Note que se fizéssemos esta conexão utilizando o gerador sem o transformador, o resistor conectado ao terminal central do indutor estaria em curto-circuito.

1. Monte o circuito da Fig. 3.6.
2. No modo  $YT$  do osciloscópio centralize ambas (canais 1 e 2) ondas em  $Y = 0$  e grave no seu cartão de memória.
3. No modo  $XY$  salve 2 versões da curva IV, uma em que a curva toda possa ser visualizada (ajuste as escalas horizontais e vertical) e outra em que a origem ( $V_R = 0, V_D = 0$ ) esteja ampliada.

No seu relatório inclua as três curvas. Para as curvas IV indique a escala vertical como corrente em mA e o eixo horizontal em V. Extraia destas curvas a corrente de saturação e também a inclinação da curva  $dI/dV$ , para polarização reversa ( $V < 0$ ) e três pontos distintos para polarização direta ( $V > 0$ ). Calcule a resistência diferencial nestes pontos  $R = (dI/dV)^{-1}$

### Ouvindo o rádio

Chegou finalmente o momento de ouvirmos alguma música (ou notícias). Monte o circuito da Fig. 3.1 utilizando como detetor o diodo schotky. A motivo de usarmos este diodo, ao invés do diodo de silício, é que a tensão crítica na qual este diodo deixa passar corrente ( $V_0 \approx 30$  mV) é muito menor que o diodo de silício ( $V_0 \approx 700$  mV). Isto o torna ideal para demodular sinais de pequena amplitude, como o que recebemos da antena. Muito cuidado com este diodo pois ele é sensível e não temos muitos sobrando. Descreva no relatório quais rádios você consegui sintonizar. Em Campinas existem duas rádios nesta faixa de frequências, a rádio Central e a rádio Bandeirantes

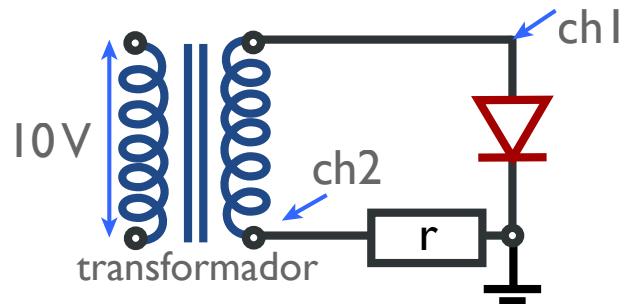


Fig. 3.6: Esquema do circuito para caracterizar a curva IV. Utilize o transformador de 9 V de saída e  $R = 1K\Omega$  e um diodo de silício (encapsulamento preto!).

# Capítulo 4

## Linhas de transmissão

### Objetivos

Estudar experimentalmente o funcionamento de uma linha de transmissão e determinar a impedância característica, o coeficiente de reflexão e a velocidade de propagação de pulsos.

### Material

- Cabo coaxial RG-58U (ou cabo de par trançado ou cabo de antena de TV) de comprimento (conhecido)  $x \approx 100$  m.
- Acoplador BNC "T"
- Gerador de pulsos de duração menor que  $1 \mu\text{s}$ . No lugar de um gerador de pulsos pode ser utilizado um gerador de funções de pelo menos 2 MHz com duty-cycle variável (por exemplo, o Tektronix CFG 250): Selecione o modo de onda quadrada e ajuste o duty-cycle ao mínimo.
- Osciloscópio de pelo menos 50 MHz
- Resistores: 10, 22, 33, 47, 56, 75, 100, 220, 330 e  $470 \Omega$ .

### Roteiro

1. Monte o circuito da figura 4.1a). Ajuste a taxa de repetição de pulsos em 500 kHz ou menos e a duração do pulso entre 100 e 200 ns. Se não tiver um gerador de pulsos, pode utilizarizar um gerador de funções de 2 MHz com duty-cycle variável (por exemplo,

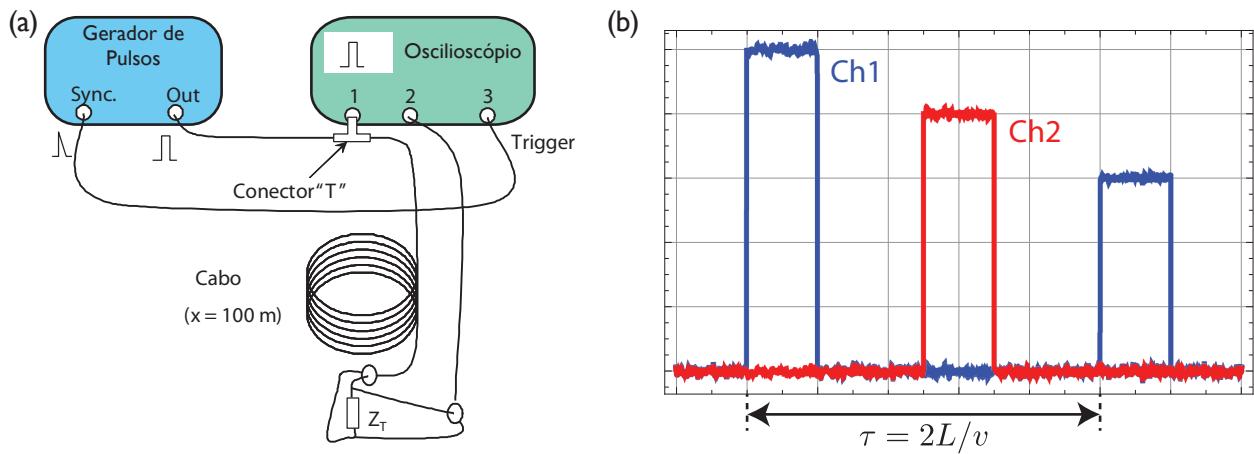


Fig. 4.1: a) Esquema de montagem. b) Pulses observed on the oscilloscope when the line is not terminated ( $Z_T = \infty$ ).

o Tektronix CFG 250): ajuste a frequência em 1 MHz ou menos; selecione o modo de onda quadrada e ajuste o duty-cycle ao mínimo. No canal 1 do osciloscópio verá o pulso de entrada e o refletido. No canal 2 verá o pulso no fim da linha (utilize um cabo curto para ligar  $Z_T$  ao canal 2). Para uma melhor estabilidade, utilize o sinal de sincronismo do gerador para disparar o osciloscópio pelo canal 3 (o sincronismo com o canal 1 também funciona bem).

2. Meça o atraso temporal entre o pulso lançado e o refletido e determine a velocidade de propagação do pulso. (Utilize o comprimento medido, L, escrito na etiqueta do cabo). Compare este resultado com a velocidade a luz! Quanto é o índice de refração, n, do dielétrico do cabo? Quanto é a constante dielétrica relativa ( $\epsilon_r \equiv \epsilon/\epsilon_0 = n^2$ ). Com este valor de n você poderia medir o comprimento de um cabo idêntico com L desconhecido.
3. Para valores fixos de amplitude ( $V_0 = V^+(0)$ ), duração e periodicidade do pulso, meça a amplitude do pulso de retorno  $V_r = V^-(2L)$  para vários valores de  $Z_T$  (utilize resistores fixos, não a resistência de décadas) entre 10 e 330  $\Omega$ , inclusive para o caso  $Z_T = 0$  (curto circuito) e  $Z_T = \infty$  (circuito aberto). Construa uma tabela com os valores de  $Z_T$  e do coeficiente de reflexão normalizado  $\rho_n = V_r/V_0$ . O pulso refletido se deve anular quando  $Z_T = Z_0$ . Determine, assim,  $Z_0$  experimentalmente. Utilize resistores em série e/ou em paralelo para obter mais valores de  $Z_T$ . Por exemplo, para obter 75  $\Omega$  (o valor nominal de  $Z_0$  do cabo coaxial de TV a cabo) utilize dois de 150  $\Omega$  em paralelo.

4. Aumente a duração do pulso gradualmente até alguns microssegundos e veja se entende o que acontece no osciloscópio.
5. Se  $Z_T = \infty$  o pulso refletido tem amplitude  $V_0 \exp(-\alpha L)$ . Utilizando este fato, determine o coeficiente de atenuação ? (expresse o resultado em dB/100m:  $\alpha[\text{dB}/100\text{m}] = 10^3\alpha[\text{m}^{-1}]/\log(10) \approx 434\alpha[\text{m}^{-1}]$ ).
6. Meça o atraso e a amplitude entre o pulso lançado e o pulso refletido (com  $Z_T = 0$ ) para um cabo diferente do utilizado nos itens anteriores . Dispomos de cabos de rede de par trançado, ou UTP, cabo coaxial para TV a cabo e cabo coaxial de instrumentação RG-58 — veja a Fig. 4.2. Calcule o valor do índice de refração  $n$  e  $\alpha$ ) Compare os coeficientes de atenuação obtidos para os diferentes cabos (quanto menor é  $\alpha$ , melhor sua qualidade).

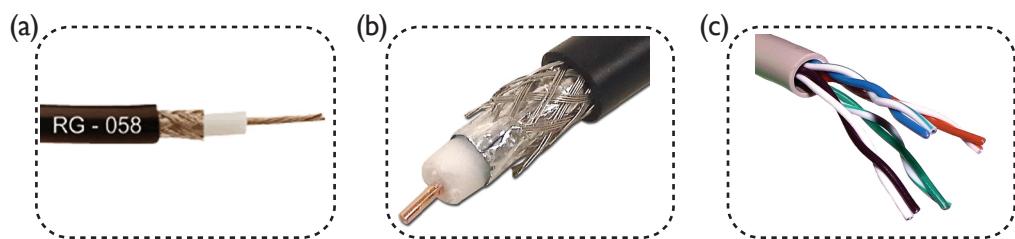


Fig. 4.2: (a) Cabo de instrumentação (RG-58). (b) Cabo de TV a cabo (CATV: Cable TV). (c) Cabo de par trançado para redes de informática (UTP - Unshielded Twisted Pair).

# Capítulo 5

## Interferômetros



Fig. 5.1: **Detector de ondas gravitacionais LIGO - *Light Interferometer Gravitational Observatory*.** No LIGO, cada braço do interferômetro de Michelson possui 2 km de extensão. Dentro de cada braço situa-se um interferômetro de Fabry-Perot. A luz fica percorre centenas de vezes cada um dos braços antes de se interferirem no espelho divisor.

## 1 Objetivos

Entender os princípios e aplicações de interferômetros ópticos e utilizá-los tanto para medir deslocamentos nanométricos como para desvendar o conteúdo espectral de uma lâmpada de vapor metálico. Nesta aplicação o interferômetro nos revelará a natureza quântica desta fonte de luz. Em particular exploraremos dois tipos de interferômetro, Michelson e Fabry-Perot, cujos diagramas esquemáticos estão ilustrados na Fig. 5.1.

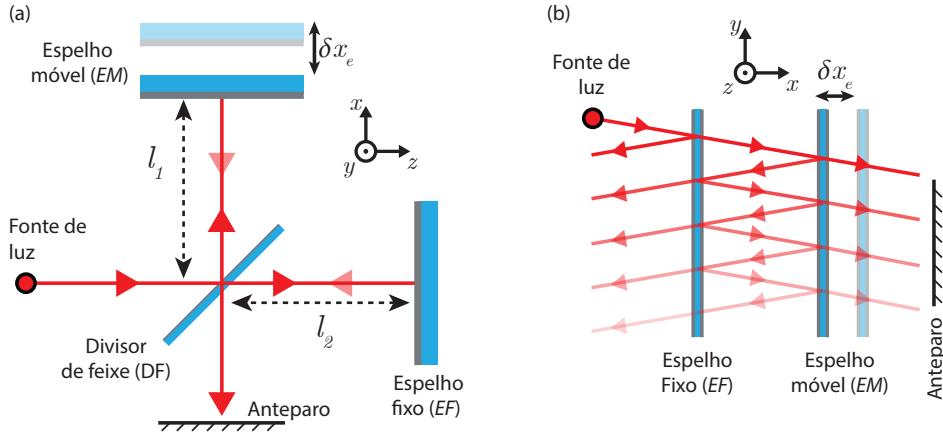


Fig. 5.1: **Diagrama e exemplos de duas importantes classes de interferômetros ópticos.** (a,d) Esquema de um interferômetro de Michelson (a) e de Fabry-Perot (d). O espelho *EM* está preso a um parafuso micrométrico e pode ter sua posição controlada com precisão submicrométrica. (b,e) Intensidade óptica observada em um ponto do anteparo quando varia-se a posição do espelho. Em (e), as diferentes curvas representam interferômetros Fabry-Perot montados com espelhos de diferentes refletividades *R*. (c,f,g) Distribuição transversal de intensidade observada no anteparo quando o interferômetro está alinhado.

## 2 Introdução

A interferência é um fenômeno comumente observado quando trata-se de ondas, o caso eletromagnético (ou óptico) é apenas um exemplo. A interferência óptica ocorre quando duas fontes de luz com uma diferença de fase bem definida se sobrepõem no espaço, esta sobreposição define uma padrão de intensidade que oscila no espaço. A explícita dependência destas oscilações com a diferença de fase entre as duas ondas torna a interferência uma poderosa ferramenta para se medir distâncias. Para compreender quantitativamente este fenômeno recorremos ao princípio da superposição, segundo o qual o campo elétrico (ou magnético) resultante em um dado ponto do espaço é a soma linear entre o campo gerado por todas as fontes eletromagnéticas das vizinhanças, algumas bastante distantes. Em favor da simplicidade, consideremos o campo total gerado por duas fontes de luz em um ponto de observação de um anteparo qualquer,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) + \mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t), \quad (5.1)$$

sendo que  $(\mathbf{r})$  denota a posição no anteparo. Note que as duas fontes supostas acima podem ser independentes, ou a reflexão espelhada de uma mesma fonte; geralmente este é o caso nos interferômetros, veja o esquema ilustrado nas Fig. 5.1(a,d). As principais consequências da

interferência são notadas quando detectamos o campo eletromagnético em um dado ponto de observação. A frequência óptica é tão alta,  $\omega/2\pi \approx 300 \times 10^{12}$  Hz que não conseguimos detectar a variação do campo elétrico diretamente, como acontece em frequências baixas na qual pode-se usar um osciloscópio. Nestas frequências, entretanto, a energia dos fótons é tão grande ( $> 1$  eV) que eles podem ser absorvidos pelas transições eletrônicas de um átomo, molécula ou material semicondutor. No olho humano os fótons são absorvidos por moléculas, já nos fotodetectores eles são absorvidos por materiais semicondutores (Si,Ge,GaAs, etc). Portanto, o que observamos a olho nu é a média temporal da intensidade do campo eletromagnético<sup>1</sup>,

$$\langle I \rangle = \propto |\mathbf{E}|^2 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* = |\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t)|^2 + |\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t)|^2 + \underbrace{2\Re(\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{E}_2^*(\mathbf{r}, t))}_{\text{termo de interferência}}, \quad (5.2)$$

Inteferômetros são instrumentos que exploram este fenômeno ondulatório para diversas aplicações, entre elas podemos destacar,

- Medidas de distância de alta precisão (até  $10^{-21}$  m já foram demonstradas em detectores de ondas gravitacionais, como mostrado na Fig. 5.1)
- Medidas de precisão do comprimento de onda de fontes de luz e absorção de moléculas.
- Medidas de planicidade de superfícies

## 2.1 Inteferômetro de Michelson

No inteferômetro de Michelson<sup>2</sup>, ilustrado na Fig. 5.1(a), o feixe de luz é dividido e recombinado utilizando um único divisor de feixes. Portanto as duas fontes de luz que causam a interferência são os reflexos da fonte de luz nos espelhos *EM* e *EF*. O campo elétrico no ponto de observação terá duas contribuições,

$$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}, t) = E_1 \exp[i(kx_1 - \omega t)] \mathbf{e}_1 \quad (5.3)$$

$$\mathbf{E}_2(\mathbf{r}, t) = E_2 \exp[i(kx_2 - \omega t)] \mathbf{e}_2 \quad (5.4)$$

---

<sup>1</sup>Nesta notação  $E_1$  e  $E_2$  representam a amplitude complexa dos campos eletromagnéticos, análoga à representação de fasores.

<sup>2</sup>Inventado por Albert Abraham Michelson e utilizado no famoso experimento de Michelson-Morley para testar a existência do Éter. Visite a página do grupo de detecção de ondas gravitacionais da universidade de Birmingham <http://www.gwoptics.org/processing/michelson01/> para ter uma experiência interativa com o inteferômetro de Michelson.

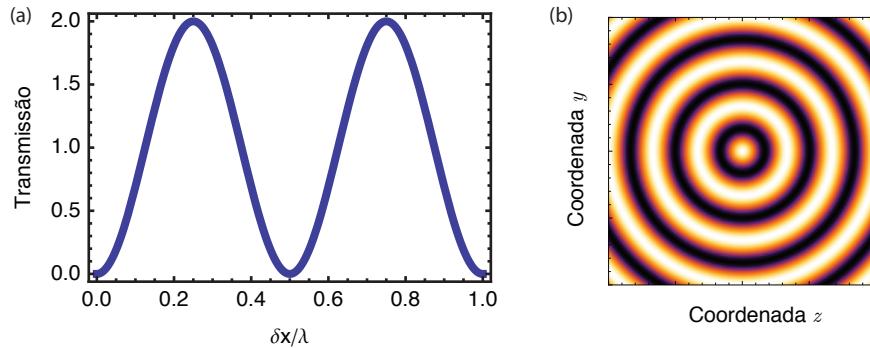


Fig. 5.2: **Transmitânea de um interferômetro de Michelson com luz monocromática.** (a) Intensidade óptica observada em um ponto do anteparo quando varia-se a posição do espelho. (b) Distribuição transversal de intensidade observada no anteparo quando o interferômetros estão alinhados.

Os termos ao final das equações representam as amplitudes ( $E_{1,2}$ ) e as polarizações dos campos ( $\mathbf{e}_{1,2}$ ). No nosso experimento é uma excelente aproximação assumir que as polarizações são idênticas<sup>3</sup>,  $\mathbf{e}_{1,2} = \mathbf{e}$ . O divisor de feixe ( $DF$ ) utilizado também é simétrico (50%) e portanto  $E_{1,2} = E_0/\sqrt{2}$ , sendo que  $E_0$  é a amplitude do campo eletromagnético da fonte. Os argumentos das exponenciais complexas das Eqs. 5.3, 5.4 são os mais importantes no nosso estudo e representam a fase da onda eletromagnética;  $\omega = 2\pi/T$  é a frequência temporal da onda, sendo  $T$  o período temporal da onda. Analogamente,  $k = 2\pi/\lambda$  é denominado o número de onda e representa a frequência espacial da onda, sendo  $\lambda$  o período espacial da onda (ou comprimento de onda). Os termos  $x_1$  e  $x_2$  levam em consideração as diferentes distâncias percorridas pelo feixe de luz após incidir no divisor de feixe ( $DF$ ), portanto,  $x_1 = 2l_1$  e  $x_2 = 2l_2$ , conforme indica a figura Fig. 5.1(a). A intensidade no anteparo, analogamente à equação 5.2, será dada por

$$I(x) \propto \mathbf{E} \cdot \mathbf{E}^* = |E|^2(1 + \Re(\exp(i2k\delta x))), \quad (5.5)$$

sendo que  $\delta x = (l_1 - l_2)$  é a diferença de distância entre os dois caminhos ortogonais do interferômetro. A Eq. 5.5 define a transmitância do interferômetro de Michelson ( $T_M$ ) e pode ser escrita na forma,

$$\frac{\langle I \rangle}{I_0} \equiv T_M = 1 + \cos(2k\delta x), \quad (5.6)$$

<sup>3</sup>Neste experimento não se utiliza nenhum componente capaz de "girar" a polarização dos campos. Como ambos feixes originam-se de uma única fonte é razoável assumir que possuem a mesma polarização.

sendo que  $I_0 \propto E_0^2$  é a intensidade do feixe de entrada. O comportamento da função  $1 + \cos(2k\delta x)$  é mostrado na Fig. 5.2. Note que o período desta função será  $\Lambda = 2\pi/(2k) = \lambda/2$ , isto significa que ao deslocar o espelho móvel por uma distância de  $\lambda/2$ , o padrão de interferência se deslocará por uma franja completa. Se utilizarmos um laser vermelho ( $\lambda \approx 633$  nm), seremos capazes de identificar com precisão deslocamentos da ordem de  $\delta x \approx 315 \times 10^{-9}$  m ! Outro aspecto importante é que esta variação espacial da intensidade, como função da posição do  $EM$ , será observada para qualquer ponto transversal do anteparo (veja Fig. 5.2(b)). Note que a oscilação transversal do padrão de interferência, mostrado na figura 5.2(b), está relacionado à simetria cilíndrica das lentes utilizadas neste experimento e só pode ser observado no formato ilustrado quando o interferômetro está perfeitamente alinhado.

## 2.2 Interferômetro de Fabry-Perot

No interferômetro de Fabry-Perot, dois espelhos parcialmente refletores são dispostos paralelamente, conforme indica a Fig. 5.1(d). A luz proveniente da fonte, ao incidir sobre o primeiro espelho (espelho fixo) é parcialmente transmitida e parcialmente refletida. A fração transmitida propaga-se até o segundo espelho e também sofre reflexão e transmissão parcial. Devido ao paralelismo entre os espelhos, o feixe refletido pelo segundo espelho sofre múltiplas reflexões entre os dois espelhos, originando diversos feixes que irão se sobrepor no anteparo<sup>4</sup>. A refletividade dos espelhos é um fator fundamental para o Fabry-Perot, ela determina efetivamente quantas vezes o feixe percorrerá a distância entre os espelhos. Em contraste com o interferômetro de Michelson, no qual se sobrepõe a luz percorrida por dois caminhos ópticos, no caso do Fabry-Perot, observa-se a sobreposição de múltiplos caminhos.

É fácil deduzir qual será o padrão de interferência no FP, basta calcularmos os múltiplos campos que serão refletidos entre os espelhos e contribuirão para o campo total transmitido. Para simplificar consideremos o caso de incidência normal e espelhos idênticos, conforme ilustrado na Fig. 5.3(a). Denominamos o coeficiente de transmissão dos campos por  $t$  e o de reflexão por  $r$ . A energia transmitida é dada por  $T = |t|^2$  e a refletida por  $R = |r|^2$ , assumimos que não existem perdas entre os espelhos ou entre eles, de forma que a energia total é conservada, i.e.,  $T^2 + R^2 = 1$ . A ausência de perdas entre os espelhos implica que o efeito da propagação entre os espelhos é simplesmente introduzir uma fase adicional ao campo ( $e^{i\phi}$ ) sendo que  $\phi = kl$  com  $k = 2\pi/\lambda$  e  $l$  representando a distância entre os espelhos. Portanto os

---

<sup>4</sup>Um exemplo infantil do Fabry-Perot pode ser encontrada em salas de espelhos típicas de parques de diversão, nestas observamos várias cópias da nossa própria imagem.

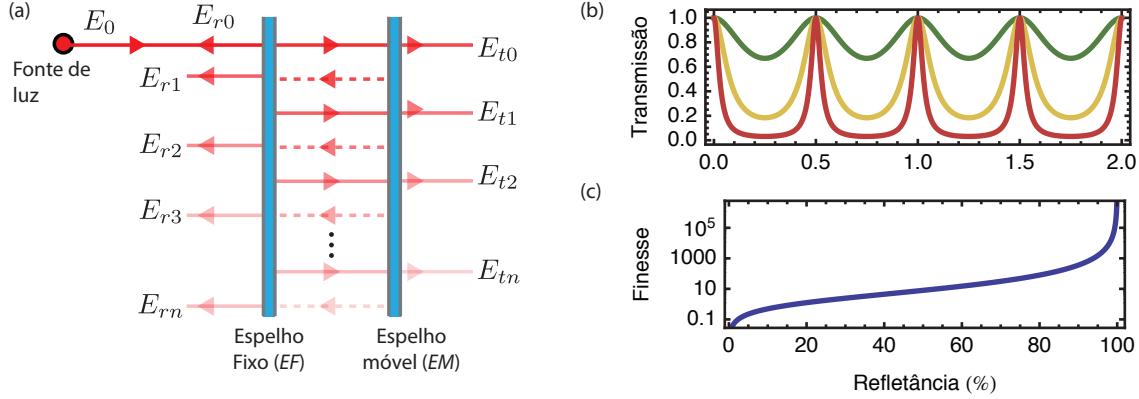


Fig. 5.3: **Esquema de reflexões e transmitância de um Fabry-Perot.** (a) Esquema de múltiplas reflexões em um Fabry-Perot. O deslocamento vertical dos feixes tem o intuito de simplificar os campos que contribuem para reflexão ( $E_r$ ) dos campos que contribuem para a transmissão ( $E_t$ ). (b) Intensidade óptica observada em um ponto do anteparo quando varia-se a posição do espelho. Em (e), as diferentes curvas representam interferômetros Fabry-Perot montados com espelhos de diferentes refletividades  $R = (20, 40, 70)\%$ .

sucessivos campos transmitidos, indicados na Fig. 5.3 são dados por [1],

$$\begin{aligned}
 m & \quad E_{t_m} \\
 0 & \quad t^2 r^0 \exp i\phi \\
 1 & \quad t^2 r^2 \exp i3\phi \\
 2 & \quad t^2 r^4 \exp i5\phi \\
 \cdot & \quad \cdot \\
 \cdot & \quad \cdot \\
 n & \quad t^2 r^{2n} \exp i(2n + 1)\phi
 \end{aligned}$$

O campo eletromagnético total será dado pela soma,

$$E_t = \sum_{m=0}^{\infty} E_{t_m} = E_0 t^2 \exp i\phi \sum_{m=0}^{\infty} (r^2 e^{i2\phi})^m = \frac{t^2}{r^2 e^{i\Delta} - 1}, \quad (5.7)$$

sendo que definimos  $\Delta \equiv 2\phi = 2kl$ , representando a diferença de fase acumulada por cada feixe de luz ao dar uma volta completa na cavidade. Na última igualdade usamos que  $|r| < 1$  e portanto a soma é uma série geométrica convergente de razão ( $r^2 e^{i\Delta} < 1$ ). A intensidade da

luz transmitida pelo par de espelhos é simplesmente

$$\langle I \rangle \propto |E_t|^2 = E_0^2 \frac{T^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\Delta)} = E_0^2 \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\Delta)}. \quad (5.8)$$

A equação 5.8 pode ser escrita de uma forma mais simplificada em termos da importante quantidade denominada *finesse*,  $F \equiv 4R/(1 - R)^2$ . Dividindo a Eq. 5.8 por  $(1 - R)^2$  e usando relações trigonométricas obtemos a seguinte expressão,

$$\frac{\langle I \rangle}{I_0} \equiv T_{FP} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\Delta}{2})}, \quad (5.9)$$

sendo que  $I_0 \propto E_0^2$  é a intensidade do feixe de entrada e  $T$  é a transmitância do interferômetro. A razão  $F/\pi$  quantifica, aproximadamente, quantas voltas o feixe de luz percorreu na cavidade. Na figura 5.3(b) mostramos o comportamento da transmitância do FP, dado pela Eq. 5.9, para diferentes valores da refletância dos espelhos. Na figura 5.3(c) mostramos como a *finesse* aumenta quando varia-se a refletividade dos espelhos, note que para espelhos altamente reflectores a luz pode dar milhares de voltas na cavidade<sup>5</sup>. **Note que a função  $T_{FP}$  será máxima sempre que  $\Delta = 2kl = 2m\pi$  ( $m \in \mathbb{Z}$ ), ou seja, neste aspecto o Fabry-Perot é idêntico ao Michelson, notaremos um máximo de interferência sempre que espelho móvel deslocar-se por uma distância de  $\lambda/2$ .**

### 3 Preparação

- Assuma  $\lambda = 633$  nm e grafique simultaneamente as transmitâncias do interferômetros, dadas pelas Eqs. 5.5 e 5.9 como função da posição do espelho. Reflita sobre as semelhanças e diferenças, altere os parâmetros envolvidos. Qual deles pode medir deslocamento com mais precisão, em quais condições? (Pense sobre a derivada  $dT/d(\delta x)$ )
- Revise os capítulos 35 e 40 do volume 4 do livro Fundamentos da Física [2].

### 4 Material

- Lasers de He-Ne ( $\lambda_{HeNe} = 632,82 \pm 0,05$ ), Lâmpada de sódio.

<sup>5</sup>No detector de ondas gravitacionais (LIGO),

- Lâmina difusora de luz.
- Objetivas de microscópio para expansão do feixe do laser.

## 5 Roteiro

**Antes de prosseguir é importante ressaltar aspectos de segurança pessoal, assim como dos equipamentos utilizados.** Tome sempre os cuidados abaixo durante o experimento.

- Nunca aponte o feixe de luz laser na direção de um colega.
- Nunca olhe diretamente para a luz do laser ou qualquer reflexão da mesma.
- Todos os membros do grupo devem tirar relógios, anéis e pulseiras que possam refletir luz.
- Manuseie com muito cuidado os componentes, lâmpadas, lasers, prismas, etc. Em muitos casos eles custam vários milhares de reais e merecem ser tratados com zelo.

Em resumo este experimento será desenvolvido em quatro etapas que são detalhadas abaixo,

1. Alinhamento dos interferômetros, seção 5.1.
2. Medidas de deslocamento e calibração, seção 5.2.
3. Medida do comprimento de onda de uma lâmpada de Sódio (Na), seção 5.3.
4. Medida do doubleto da lâmpada de Na, seção 5.4.

### 5.1 Alinhamento dos interferômetros

Para que os belos aspectos da interferência óptica possam ser apreciados é necessário que o interferômetro seja alinhado. Entende-se por alinhamento a condição na qual os feixes ópticos, refletidos nos diferentes caminhos do interferômetro, se sobreponham no anteparo. A maneira mais rápida de obter esta condição é incidir o laser diretamente (sem nenhuma lente ao longo do caminho) sobre o interferômetro e observar as imagens formadas na parede. Tipicamente observa-se diversas imagens e é preciso entender a origem de cada uma delas antes de prosseguir com o alinhamento. Cada interferômetro, Michelson, ou Fabry-Perot, possui suas peculiaridades, abaixo destacamos pontos relevantes de cada um deles,

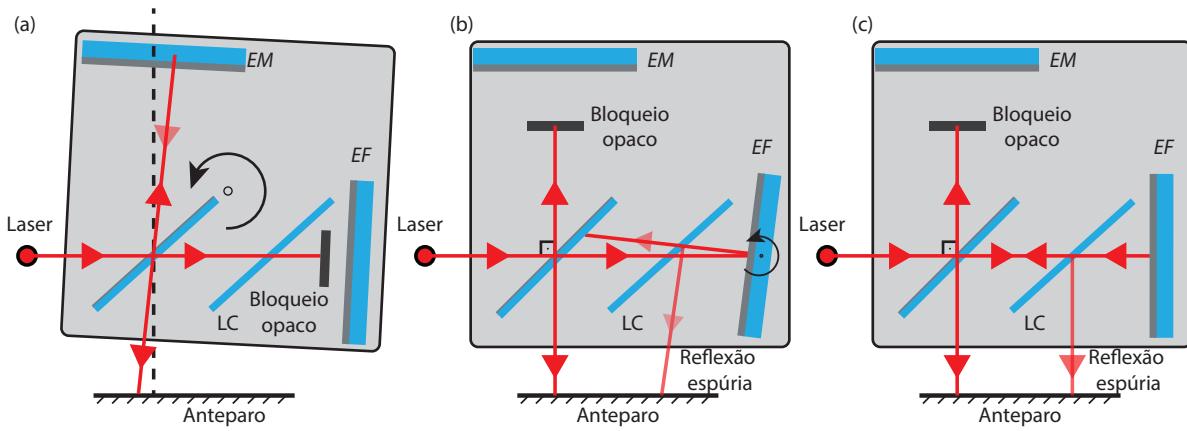


Fig. 5.4: **Sequência de alinhamento do Michelson.** (a) Bloqueie o feixe que atinge o espelho fixo, gire e reposicione a base do interferômetro de forma a ter o feixe do laser ortogonal ao feixe que sai em direção ao anteparo. Preste atenção à polia do motor que deve ficar tensionada ao final desta etapa. (b) Bloqueie o feixe que atinge o espelho fixo, ajuste os parafusos laterais do espelho fixo e faça com que o feixe refletido coincida com feixe refletido pelo espelho móvel (desbloqueie o feixe para verificar que ambos estão se sobrepondo). Note que a lâmina compensadora (LC) sempre produz uma reflexão espúria do feixe que retorna do espelho fixo.

### 5.1.1 Michelson

1. Posicione o laser na horizontal e oriente seu feixe paralelamente às laterais da mesa de trabalho, garante que a altura do feixe é compatível com abertura de entrada do interferômetro
2. Ajuste a base do interferômetro, conforme a Fig. 5.5(a).
3. Ajuste os parafusos laterais de espelho fixo, , conforme a Fig. 5.5(b).
4. Verifique que os feixes oriundos dos dois espelhos, *EM* e *EF*, incidem sobre o mesmo ponto no anteparo. Neste momento já é possível notar que ocorre interferência no ponto de sobreposição.
5. Adicione a lente que irá expandir o feixe e permitir a melhor visualização da interferência, conforme a Fig. 5.5(c).
6. Faça um ajuste fino nos parafusos laterais do espelho fixo e otimize a figura de interferência. Você deverá visualizar figuras de interferência similares às mostradas na figura 5.4. A condição mostrada na Fig. 5.5(a) indica que o alinhamento está perfeito. Entretanto,

é interessante sair ligeiramente desta condição para contar as franjas, por exemplo, a condição mostrada na Fig. 5.5(b) facilita a contagem das franjas.

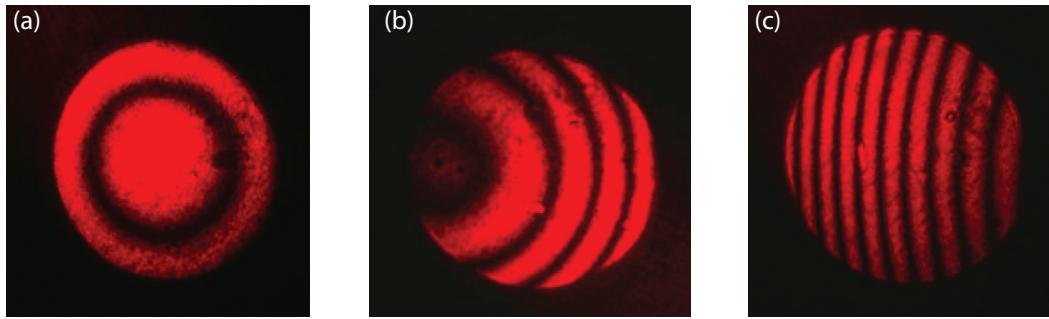


Fig. 5.5: **Figuras típicas observadas no interferômetro de Michelson.** (a) Alinhamento colinear perfeito (b) Espelho fixo ligeiramente desalinhada. (c) Espelho fixo com desalinhamento considerável. Note que qualquer uma das condições acima é suficiente para realizar o experimento, o importante é que seja possível contar a alternância das franjas à medida que o espelho móvel se desloca

## 5.2 Medida de deslocamento do espelho (Michelson & Fabry-Perot)

Nesta etapa o objetivo é usar o interferômetro para determinar o deslocamento do espelho móvel. Isto será possível pois conhecemos com precisão o comprimento de onda do laser de HeNe ( $\lambda_{\text{HeNe}} = 632,82 \pm 0,05 \text{ nm}$ ). Usaremos as franjas observadas no anteparo como nossa régua. Das equações 5.6 e 5.9 e seus respectivos gráficos, mostrados nas figuras 5.2 e 5.3, sabemos que o deslocamento do espelho ( $x_e$ ) pode ser contado em termos do número de franjas deslocadas ( $N$ ), ou seja,

$$x_e = N \frac{\lambda_{\text{HeNe}}}{2}. \quad (5.10)$$

Se considerarmos o erro na contagem de franjas de  $\delta N = 1/2$ , concluímos que a precisão absoluta da nossa medida será  $\delta x_e \approx 160 \text{ nm}$ , um número dificilmente tangível com outras técnicas de medida. Podemos utilizar esta medida associada à obtida da escala do parafuso micrométrico que aciona o espelho móvel para determinar o fator de redução da alavanca responsável por suavizar o movimento do espelho móvel  $EM$ . Se denotarmos este fator por  $R$ , podemos escrever  $x_e = R x_p$  sendo que  $x_p$  é o deslocamento do parafuso micrométrico.

Utilizando a Eq. 5.10 obtemos a relação desejada,

$$R = N \frac{\lambda_{\text{HeNe}}}{2x_p}. \quad (5.11)$$

É importante medir  $R$  com alta precisão pois as demais medidas do experimento dependerão de  $R$ , o limite último para nossa medida é dado pela precisão do comprimento de onda do laser ( $\delta\lambda/\lambda \approx 0,008\%$ ). A precisão absoluta do parafuso micrométrico é  $\delta x_p \approx 5\mu\text{m}$ , portanto se desejarmos um erro relativo comparável ao  $\delta\lambda$  do laser, deveríamos deslocar o parafuso por  $x_p \approx \delta x_p/0.008\% \approx 62,5 \text{ mm}$ . Como o valor de  $R \approx 0,2$ , a Eq. 5.11 implicaria que tal precisão requer a contagem de  $N \approx 4 \times 10^4$  franjas. Este número é impraticável com a técnica de contagem manual utilizada neste experimento e teremos que nos satisfazer com uma precisão menor. Um número de franjas razoável de se contar é  $N \approx 500$ , implicando em uma precisão relativa  $\delta N/N \approx 0,1\%$  e  $x_p = N\lambda/(2R) \approx 790\mu\text{m}$ , portanto a precisão relativa no deslocamento do espelho será  $\delta x_p/x_p \approx 1,3\%$ . Note que  $\delta x_p/x_p$  passa ser o fator dominante no erro da medida de  $R$ , **portanto é importante ler a escala do parafuso micrométrico com bastante atenção.**

### 5.3 Determinando o comprimento de onda de uma fonte desconhecida (Michelson & Fabry-Perot)

Nesta etapa o objetivo é usar o interferômetro calibrado para determinar o comprimento de onda de uma lâmpada de vapor de Sódio (Na) de baixa pressão. Nesta lâmpada os átomos de sódio (número atômico  $N_a = 11$ ) são excitados do estado fundamental (nível 1s) para um estado excitado (nível 3p) e decaem emitindo a cor amarela, correspondente à diferença de energia entre estes dois estados eletrônicos. Esta natureza quântica da luz emitida lhe confere um alto monocromatismo. Para encontrar este comprimento de onda usando os interferômetros escrevemos a Eq. 5.11 na forma,

$$\lambda_{\text{Na}} = \frac{2Rx_p}{N}. \quad (5.12)$$

O procedimento de medida é o mesmo utilizado para calibrar o interferômetro, entretanto utilizaremos a lâmpada de Na como fonte de luz. Novamente é importante questionar a precisão da medida. Se conhecemos  $R$  com precisão de  $\delta R/R \approx 1,3\%$ , queremos garantir que mediremos um número suficiente de franjas para não aumentar significativamente esta impre-

cisão, se medirmos o mesmo número de franjas medidos durante a calibração, a precisão na leitura do parafuso será também  $\delta x_p/x_p \approx 1,3\%$  e portanto podemos esperar uma precisão de  $\delta\lambda_{\text{Na}}/\lambda_{\text{Na}} \approx 3\%$ . Dois cuidados devem ser tomados durante esta medida,

- Coloque a lâmina difusora entre a lâmpada e a abertura de entrada do interferômetro, repare na diferença e reflita sobre o papel da lâmina difusora.
- Procure uma posição do parafuso na qual a visibilidade seja boa, estas acontecem imediatamente após uma região de baixa visibilidade (exploraremos a seguir a causa desta oscilação de visibilidade)

## 5.4 Determinando a separação de frequência do dbleto do Sódio (Michelson & Fabry-Perot)

Nesta etapa iremos explorar o comportamento dos interferômetros à luz bicromática.

- Analisaremos o dbleto da lâmpada de sódio (Na), medindo a separação espectral das linhas.
- Determinaremos a densidade de fluxo magnético percebido pelos elétrons da camada  $3p$  do Na.

Vocês devem ter notado durante a etapa anterior que tanto o Michelson quanto o Fabry-Perot apresentam uma mudança na visibilidade das franjas de interferência da lâmpada de Na quando o espelho móvel era deslocado. Antes de prosseguir com as medições, entenda e aprecie o fenômeno.

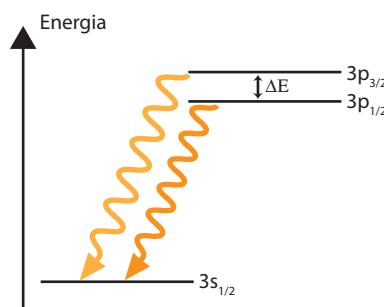


Fig. 5.6: **Níveis de energia do Sódio.** A quebra de degenerescênciā dos níveis  $3p$ , induzida pelo acoplamento spin-órbita no átomo de sódio, é responsável pelo dbleto amarelo.

A origem deste comportamento está associada a existência de dois níveis de energia muito próximos do estado excitado do Na, o nível ( $3p_{1/2}$  e  $3p_{3/2}$ ). Em razão do elétron desemparelhado no nível  $3s$  do Na, o momento magnético de spin deste estado é não nulo, o que o permite interagir com o campo magnético gerado pelo movimento orbital do elétron; este fenômeno é denominado acoplamento spin-órbita [2].. O resultado prático é que a luz emitida pelo Na não é tão pura quanto parece, na verdade ela é composta de dois amarelos ligeiramente distintos. Os interferômetros permitem-nos observar esta sutileza quântica do Na. A separação de energia entre os níveis pode ser estimada calculando a energia desta interação,

$$\Delta E = g m_B B, \quad (5.13)$$

sendo que  $m_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$  é o magneton de Bohr, que representa o momento magnético associado à órbita eletrônica,  $g \approx 2$  é o fator de Landé do elétron, e  $B$  é a densidade de fluxo magnético. A relação entre a separação de energia e a separação entre os comprimentos de onda da luz pode ser deduzido lembrando que a energia do fóton é dada por  $E = h\nu = hc/\lambda$ , sendo que  $h$  é a constante de Planck. Tomando o diferencial, obtemos  $\Delta E = (-E/\lambda)\Delta\lambda$ , portanto pode-se calcular a densidade de fluxo magnético experimentada pelo elétron no núcleo átomo de sódio.

Para entender a resposta do interferômetro sob estas condições, basta considerarmos a intensidade total emitida por estas duas cores nas expressões 5.9 e 5.6. Como a excitação dos níveis  $3p_{1/2}$  e  $3p_{3/2}$  é devido à corrente elétrica, este processo é totalmente incoerente e a intensidade resultante é uma soma das intensidades de cada transição<sup>6</sup>. No caso do Michelson temos (eq. 5.6),

$$\frac{\langle I \rangle}{I_0} = T_{M_1} + T_{M_2} = 2 + \cos(2k_1\delta x) + \cos(2k_2\delta x). \quad (5.14)$$

Se definirmos a soma e a diferença entre os números de onda na forma,

$$\bar{k} \equiv \frac{k_1 + k_2}{2} = \pi \left( \frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right), \quad (5.15)$$

$$\delta k \equiv k_1 - k_2 = 2\pi \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right), \quad (5.16)$$

---

<sup>6</sup>Caso existisse alguma relação de fase bem definida entre a emissão das diferentes transições, teríamos que somar os campos elétricos e a intensidade iria exibir termos de interferência entre as diferentes emissões.

é fácil mostrar que a intensidade pode ser escrita na forma,

$$T_{MC} = 2 [1 + \cos(2\bar{k}x) \cos(\delta kx)] \quad (5.17)$$

Como a diferença entre os comprimentos de onda é muito pequena, fazemos  $\lambda_{1,2} = \bar{\lambda} \pm \delta\lambda/2$ . Neste caso  $\bar{k} \approx 2\pi/\bar{\lambda}$  e  $\delta k \approx 2\pi\delta\lambda/\bar{\lambda}^2$ . No caso do Fabry-Perot, usamos a eq. 5.9 para a intensidade da luz emitida por cada transição,

$$\frac{\langle I \rangle}{I_0} = \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\Delta_1}{2})} + \frac{1}{1 + F \sin^2(\frac{\Delta_2}{2})} = \frac{2 + F[\sin^2(\frac{\Delta_1}{2}) + \sin^2(\frac{\Delta_2}{2})]}{[1 + F \sin^2(\frac{\Delta_1}{2})][1 + F \sin^2(\frac{\Delta_2}{2})]} \quad (5.18)$$

Empregando as mesmas definições 5.16 usadas no caso do Michelson, a intensidade no Fabry-Perot será dada por,

$$T_{FP} = \frac{2 + F[1 - \cos(2\bar{k}x) \cos(\delta kx)]}{[1 + F \sin^2(k_1 x)][1 + F \sin^2(k_2 x)]} \quad (5.19)$$

Note que a função  $\cos(2\bar{k}x) \cos(\delta kx)$  aparece nas equações 5.17 e 5.19. A importância da mesma é que ela define a escala de variação espacial mais lenta para ambos interferômetros. Na Figura 5.7 comparamos o comportamento das funções dadas pelas equações 5.19 e 5.17 em traços azuis translúcidos. As curvas em verde e vermelho representam as funções individuais, dadas pelas equações 5.8 e 5.6. Na cor cinza é evidenciada a função  $1 \pm \cos(\delta kx)$  cujo meio-período é dado por,

$$\Lambda = \frac{\pi}{\delta k} = \frac{\bar{\lambda}^2}{2\delta\lambda} \quad (5.20)$$

Conclui-se portanto que ao transladarmos o espelho por uma distância equivalente a um período completo de oscilações das franjas, poderemos calcular a separação espectral dos níveis de energia do Na. **Repare durante o experimento, qual dos interferômetros permite a determinação mais precisa do período  $\Lambda$ .** Note que  $\Lambda$  corresponde ao deslocamento de espelho, ainda é necessário converter este deslocamento para a leitura do parafuso micrométrico, usando a relação  $x_e = Rx_p$ .

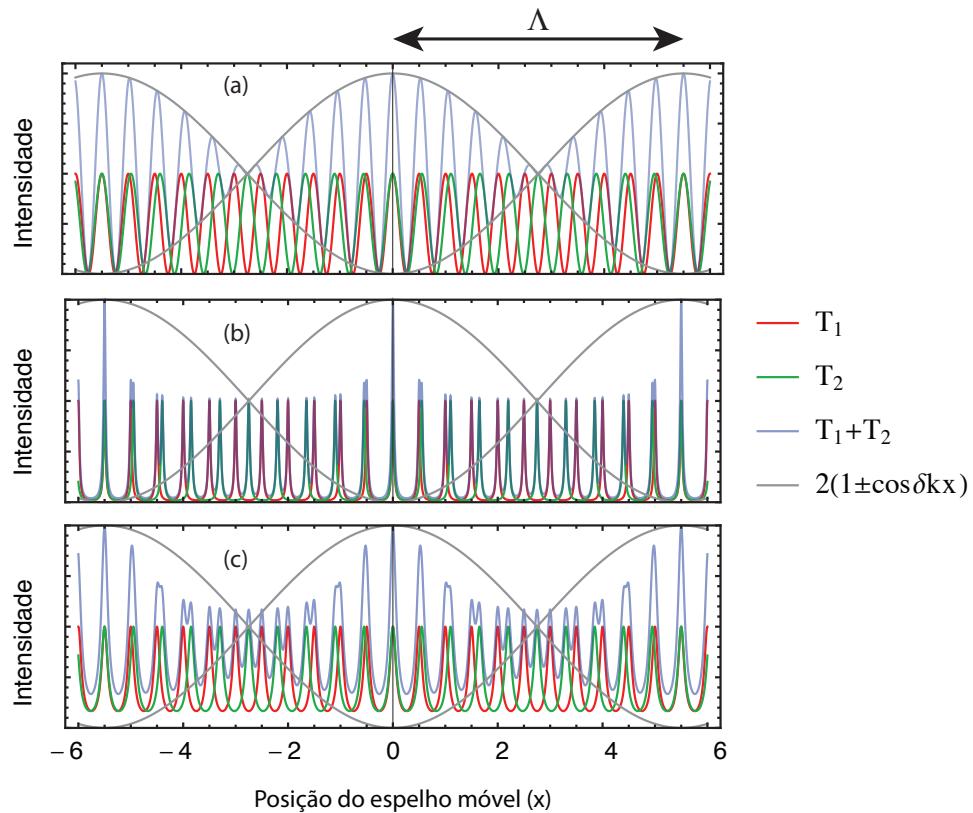


Fig. 5.7: **Interferência com luz bicromática.** (a) Padrão de interferência observado no interferômetro de Michelson. (b) Interferência observada no Fabry-Perot com  $F = 50$ . (c) Interferência observada no Fabry-Perot com  $F = 5$ . Note a coincidência dos máximos de intensidade em ambos interferômetros. Neste gráfico foram usados  $\bar{\lambda} = 1$  e  $\delta\lambda = 0.1$ . O meio-período de oscilação lenta é indicado por  $\Lambda$ .

# Bibliografia

- [1] Grant R Fowles. *Introduction to modern optics*. Holt, Rinehart and Winston, New York, 2d ed edition, 1975.
- [2] Jearl Walker, David Halliday, and Robert Resnick. *Fundamentals of physics*. Wiley, Hoboken, NJ, 8th ed. edition, 2008.