

ABSCHLUSSPROJEKT

Digitale Signalverarbeitung 2 (263033)

PRÜFER

PROF. DR.-ING. RAOUL DANIEL ZÖLLNER

AUTOREN:

RUDI KNODEL

195232

GUSTAV WILLIG

197332

JONAS BRUCKNER

197325

WINTERSEMESTER 2017/2018

Inhaltsverzeichnis

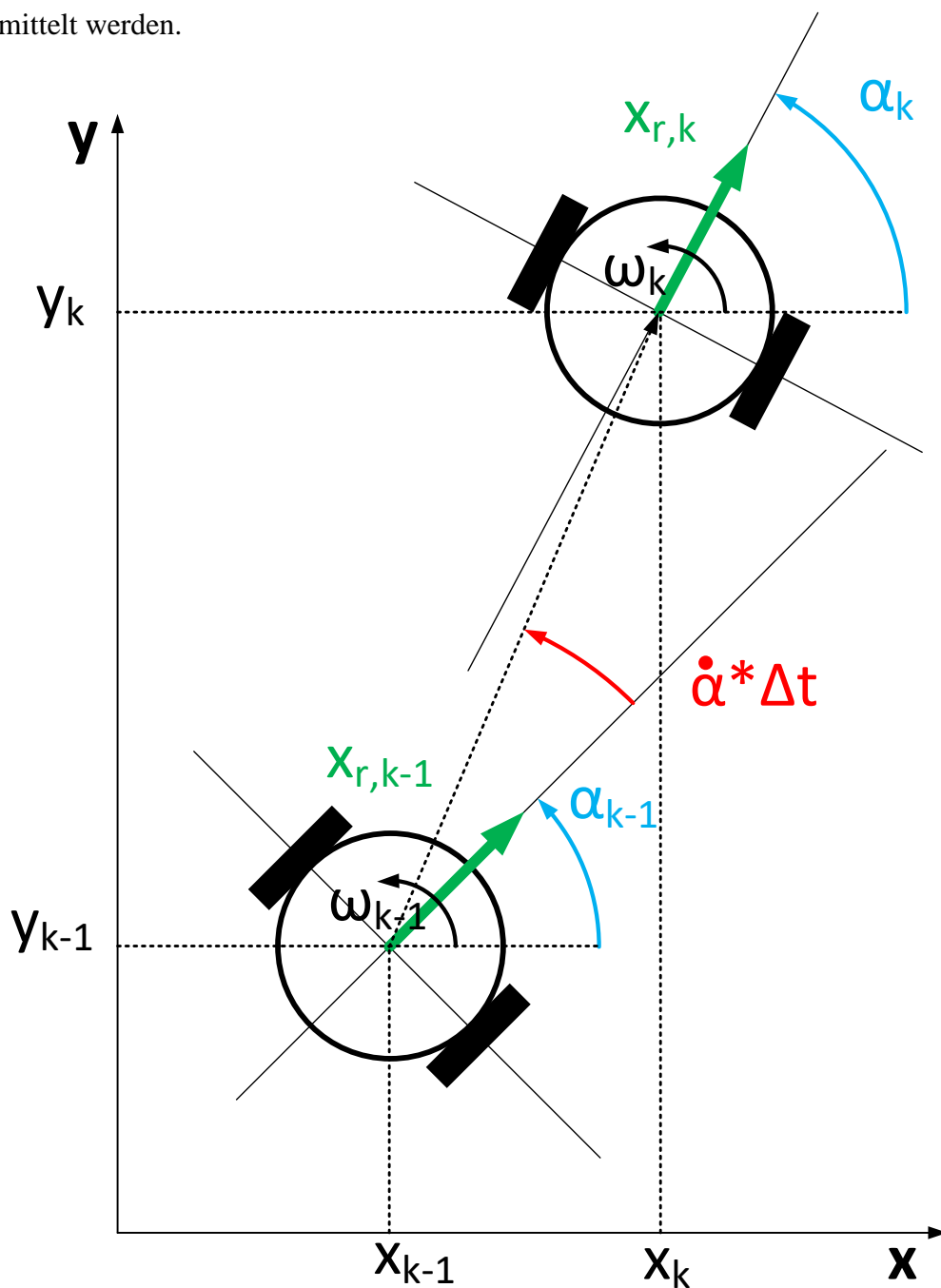
Aufgabenstellung	A
Vorstellung des Projekts.....	A
Gedankenexperiment zum Messupdate mit den Winkelsensoren.....	F

Aufgabenstellung

Im Rahmen der Mastervorlesung „Digitale Signalverarbeitung 2“ soll ein Kalman-Filter bearbeitet werden, um die aus der Vorlesung gewonnenen theoretischen Erkenntnisse praktisch anzuwenden. Die Bearbeitung der Projektaufgabe erfolgte in MATLAB, da die Gruppenmitglieder hier bereits einige Vorkenntnisse mitbringen.

Vorstellung des Projekts

Auf Basis eines Kalman-Filter soll der aktuelle Ort eines Fahrzeuges mit Differenzialantrieb ermittelt werden.



Der State Vektor \mathbf{x} sieht dabei folgendermaßen aus.

$$\vec{\mathbf{x}} = \begin{pmatrix} m \\ m \\ m/s \\ m/s \\ m/s \\ rad \\ rad/s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_t \\ y_t \\ \dot{x}_t \\ \dot{y}_t \\ \dot{x}_{R,t} \\ \alpha_{R,t} \\ \dot{\alpha}_{R,t} \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} \dot{x}_{R,t-1} \cdot \Delta t \cdot \cos(\alpha_{t-1} + \dot{\alpha}_{t-1} \cdot \Delta t) + x_{t-1} \\ \dot{x}_{R,t-1} \cdot \Delta t \cdot \sin(\alpha_{t-1} + \dot{\alpha}_{t-1} \cdot \Delta t) + y_{t-1} \\ \dot{x}_{R,t-1} \cdot \cos(\alpha_{t-1} + \dot{\alpha}_{t-1} \cdot \Delta t) \\ \dot{x}_{R,t-1} \cdot \sin(\alpha_{t-1} + \dot{\alpha}_{t-1} \cdot \Delta t) \\ \dot{x}_{R,t-1} \\ \dot{\alpha}_{t-1} \cdot \Delta t + \alpha_{R,t-1} \\ \dot{\alpha}_{R,t-1} \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} x_t &= \dot{x}_{t-1} \cdot \Delta t + x_{t-1} \\ \theta &= \dot{\alpha}_{t-1} \cdot \Delta t + \alpha_{t-1} \end{aligned}$$

Linearisierung in der Jacobi-Matrix ergibt die Systemmatrix \mathbf{F} :

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta t \cdot \cos(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & -\dot{x}_R \cdot \Delta t \cdot \sin(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & -\Delta t^2 \cdot \ddot{x}_R \cdot \sin(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \Delta t \cdot \sin(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & \dot{x}_R \cdot \Delta t \cdot \cos(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & \Delta t^2 \cdot \ddot{x}_R \cdot \cos(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & -\dot{x}_R \cdot \sin(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & -\Delta t \cdot \ddot{x}_R \cdot \sin(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & \dot{x}_R \cdot \cos(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) & \Delta t \cdot \ddot{x}_R \cdot \cos(\alpha + \dot{\alpha} \cdot \Delta t) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Q-Matrix (Konstante)

$$\mathbf{Q}(\Delta t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \frac{\pi}{180} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \frac{\pi}{180} \end{pmatrix}.$$

Kovarianzmatrix P (Initialisiert werden nur die Diagonalen)

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix}
 \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{x\dot{x}} & \sigma_{x\dot{y}} & \sigma_{x\dot{x}_R} & \sigma_{x\alpha_R} & \sigma_{x\dot{\alpha}_R} \\
 \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{y\dot{x}} & \sigma_{y\dot{y}} & \sigma_{y\dot{x}_R} & \sigma_{y\alpha_R} & \sigma_{y\dot{\alpha}_R} \\
 \sigma_{\dot{x}x} & \sigma_{\dot{x}y} & \sigma_{\dot{x}\dot{x}} & \sigma_{\dot{x}\dot{y}} & \sigma_{\dot{x}\dot{x}_R} & \sigma_{\dot{x}\alpha_R} & \sigma_{\dot{x}\dot{\alpha}_R} \\
 \sigma_{\dot{y}x} & \sigma_{\dot{y}y} & \sigma_{\dot{y}\dot{x}} & \sigma_{\dot{y}\dot{y}} & \sigma_{\dot{y}\dot{x}_R} & \sigma_{\dot{y}\alpha_R} & \sigma_{\dot{y}\dot{\alpha}_R} \\
 \sigma_{\dot{x}_R x} & \sigma_{\dot{x}_R y} & \sigma_{\dot{x}_R \dot{x}} & \sigma_{\dot{x}_R \dot{y}} & \sigma_{\dot{x}_R \dot{x}_R} & \sigma_{\dot{x}_R \alpha_R} & \sigma_{\dot{x}_R \dot{\alpha}_R} \\
 \sigma_{\alpha_R x} & \sigma_{\alpha_R y} & \sigma_{\alpha_R \dot{x}} & \sigma_{\alpha_R \dot{y}} & \sigma_{\alpha_R \dot{x}_R} & \sigma_{\alpha_R \alpha_R} & \sigma_{\alpha_R \dot{\alpha}_R} \\
 \sigma_{\dot{\alpha}_R x} & \sigma_{\dot{\alpha}_R y} & \sigma_{\dot{\alpha}_R \dot{x}} & \sigma_{\dot{\alpha}_R \dot{y}} & \sigma_{\dot{\alpha}_R \dot{x}_R} & \sigma_{\dot{\alpha}_R \alpha_R} & \sigma_{\dot{\alpha}_R \dot{\alpha}_R}
 \end{pmatrix}$$

Prediction, Schätzung in die „Zukunft“, Zeitupdate

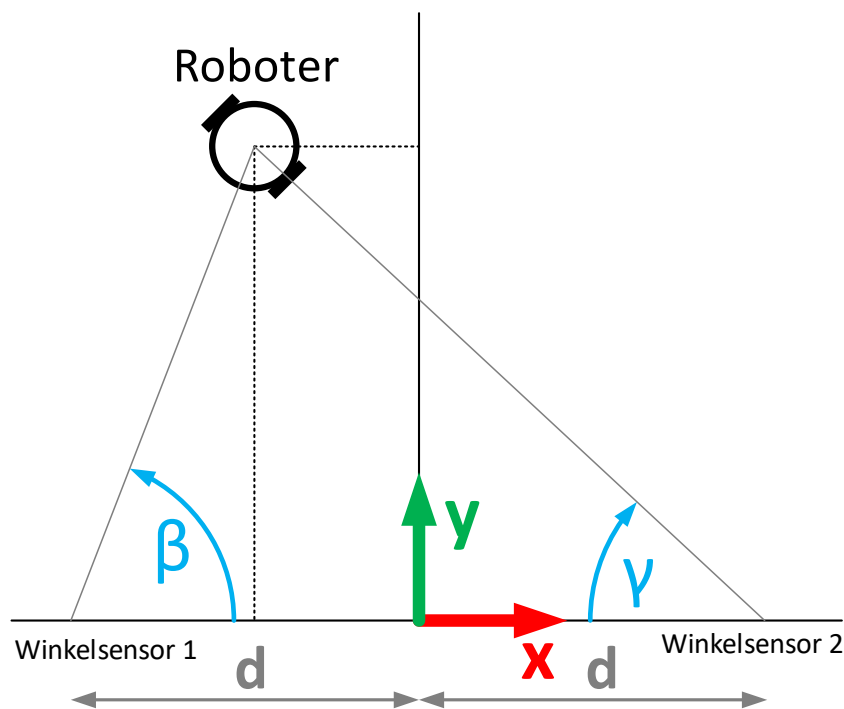
$$\mathbf{x}_k = f(\vec{\mathbf{x}}_{k-1}, \vec{\mathbf{u}}_{k-1}, \mathbf{0})$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{F}_k \cdot \mathbf{P}_{k-1} \cdot \mathbf{F}_k^T + \mathbf{Q}$$

Das Messupdate

Messupdate 1: Anhand zweier Winkelsensoren

Gemessen werden zwei Winkel mit zwei Winkelsensoren die auf der x-Achse mit dem Abstand $2 \cdot d$ zueinander angebracht werden. Das Koordinatensystem auf das referenziert wird, ist mittig zwischen den beiden Winkelsensoren definiert. Zur Berechnung der Messwerte wird der Cosinus-Satz verwendet



$$(1): \beta = \tan^{-1} \left(\frac{y}{d-x} \right)$$

$$(2): \gamma = \tan^{-1} \left(\frac{y}{d+x} \right)$$

$$h(\beta, \gamma, d) = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d \cdot (\tan(\beta) - \tan(\gamma))}{\tan(\beta) + \tan(\gamma)} \\ \frac{2d \cdot \tan(\beta) \cdot \tan(\gamma)}{\tan(\beta) + \tan(\gamma)} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = h(x, y, d) \begin{pmatrix} \tan^{-1} \left(\frac{y}{d-x} \right) \\ \tan^{-1} \left(\frac{y}{d+x} \right) \end{pmatrix}$$

Partielle Ableitungen von h nach den Elementen des State-Vektors liefert die Jakobi-Matrix der Messfunktion H :

$$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial \beta(x, y, d)}{\partial x} & \frac{\partial \beta(x, y, d)}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\partial \gamma(x, y, d)}{\partial x} & -\frac{\partial \gamma(x, y, d)}{\partial y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\frac{\partial \beta(x, y, d)}{\partial x} = \frac{y}{(d-x)^2 \cdot \left(1 + \frac{y^2}{(d-x)^2}\right)}$$

$$\frac{\partial \beta(x, y, d)}{\partial y} = \frac{1}{(d-x) \cdot \left(1 + \frac{y^2}{(d-x)^2}\right)}$$

$$-\frac{\partial \gamma(x, y, d)}{\partial x} = -\frac{y}{(d+x)^2 \cdot \left(1 + \frac{y^2}{(d+x)^2}\right)}$$

$$-\frac{\partial \gamma(x, y, d)}{\partial y} = -\frac{1}{(d+x) \cdot \left(1 + \frac{y^2}{(d+x)^2}\right)}$$

Messupdate 2: Anhand eines GPS-Sensors

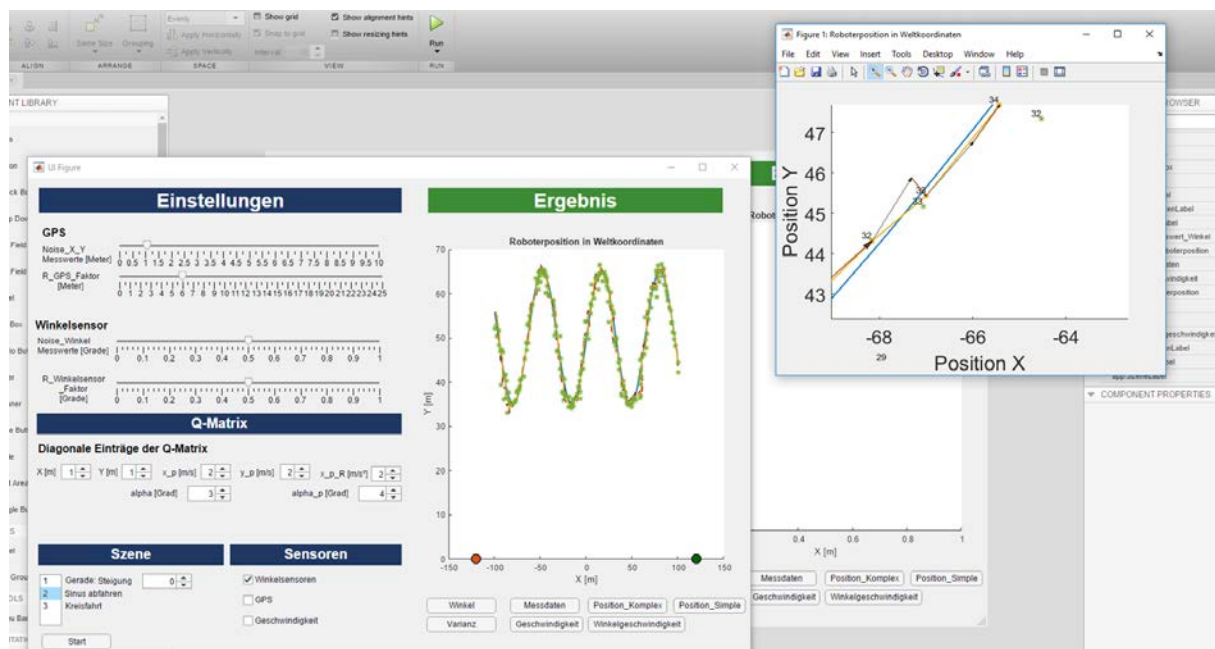
Gemessen werden die X- und Y-Position des Roboters dargestellt in den Weltkoordinaten. Bei dem GPS wird mittels drei Satelliten die Position des Roboters anhand Zeitdifferenzen ermittelt. Aufgrund der Linearität genügt ein einfacher Kalman-Filter. Weshalb keine Jacobi-Matrix ermittelt werden muss wie beim Extended Kalman Filter

$$\text{State - Vektor} = (x \quad y \quad \dot{x} \quad \dot{y} \quad \ddot{x}_R \quad \ddot{y}_R \quad \ddot{\alpha}_R)^T$$

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Erläuterung des Graphical User Interface (GUI)

Durch die GUI können die Parameter einfacher eingestellt werden. Nachfolgend wird dir GUI dargestellt. Die Intention des GUI ist gewesen möglichst schnell die Parametereinstellungen vornehmen zu können, um bei verschiedenen Parameterkonstellationen die Resultate zu sehen und durch die bessere Visualisierung aussagekräftig die Einstellungen zu validieren.



Gedankenexperiment zum Messupdate mit den Winkelsensoren

Was passiert, wenn der Roboter sich weit entfernt in y-Richtung von den Sensoren befindet. Hierbei entsteht die Problematik, dass eine kleine Winkeländerung eine große Positionsänderung bewirkt. Daraus lässt sich ableiten, dass wenn die Winkel β und γ beide groß sind zu einer großen Varianz in Y-Position führt.

