

# SCP-S 2022 模拟赛

## 一、单项选择题（共 15 题，每题 2 分，共计 30 分；每题有且仅有一个正确选项）

1.  $(14122)_8 =$

- A.  $(44544)_6$
- B.  $(110001010010)_2$
- C.  $(6326)_{10}$
- D.  $(8477)_9$

【答案】D

2. 一张未经压缩的  $1024 \times 512$  像素的 BMP 图像，压缩为 JPG 后图像大小是 64KB，压缩比为 8 : 1，该图像的颜色至多

- A. 8 色
- B. 256 色
- C. 16 位色
- D. 24 位色

【答案】B

【解析】设位深度为  $x$ ，则  $\frac{1024 \times 256 \times x}{64 \times 8 \times 1024} = \frac{1}{8}$ ，解得  $x = 8$ ，故为 8 位色， $2^8 = 256$  色

3. Linux 中查看当前路径使用的命令是

- A. pwd
- B. ps
- C. mv
- D. fin

【答案】A

4. 以下关于 C++ 语法说法正确的是

- A. template 后可接函数
- B. list 只能沿一个方向遍历
- C. 交换两个 unordered\_multimap 不可以使用 swap()
- D. 一个名为 s 的 set 执行一次 `lower_bound(s.begin(), s.end(), value)` 的时间复杂度是  $O(\log n)$  的

【答案】A

【解析】list 可沿 2 个方向遍历，故 B 错误；stl 中的容器都自带 swap 函数，故 C 错误；set 查询正确写法应为 `s.lower_bound(value)`，上述写法是  $O(n)$  的，故 D 错误。

5. 下列关于计算机的说法正确的是

- A. 迄今为止没有一个中国国籍的人获得过图灵奖
- B. 计算机最早运用于过程控制
- C. 图灵奖的建立标志着信息论研究的开端
- D. 冯·诺依曼提出的计算机硬件设备中有控制器

【答案】D

【解析】姚期智是至今唯一——一个中国国籍获得图灵奖的人，故A错误；计算机最早运用于数值计算（和军事研究），故B错误；人们通常将香农于1948年10月发表于《贝尔系统技术学报》上的论文《通信的数学理论》作为现代信息论研究的开端；故C错误；冯·诺依曼提出的计算机硬件设备由存储器、运算器、控制器、输入设备、输出设备五部分构成，故D正确。

6. 以下属于解释型语言的是

- A. Java
- B. C++
- C. 汇编语言
- D. VB

【答案】A

【解析】C++、VB属于编译型语言，汇编属于低级语言。

7. 有一个算法，满足 $T(n) = 3T(\frac{n}{3}) + n^2$ ，其时间复杂度为

- A.  $O(n^2 \log_3 n)$
- B.  $O(n^2 \log_2 n)$
- C.  $O(n^2)$
- D. 以上都不对

【答案】C

【解析】主定理易证

8. 有一颗二叉树，中序遍历为DBGEHACF，后序遍历为DGHEBFCA，则前序遍历为

- A. ABCDEFGH
- B. ABDEGHCF
- C. ABDEFGHC
- D. ABDEGHFC

【答案】B

9. 现任 ccf 秘书长是

- A. 杜子德
- B. 图灵
- C. 王选
- D. 唐卫清

【答案】D

10. 你正在打怪兽，每次攻击在 $[5, 15]$ 中随机，怪物的防御在 $[0, 10]$ 中随机，当且仅当攻击大于防御时会造成攻击-防御的伤害，一次伤害的期望。

- A.  $\frac{120}{23}$
- B.  $\frac{175}{8}$
- C.  $\frac{125}{24}$
- D.  $\frac{175}{24}$

【答案】C

【解析】设a为当前造成的伤害，分 $[5, 10]$ 、 $(10, 15]$ 两部分计算，显然两者概率相等。

$a \in [5, 10]$ 时，有 $\frac{a}{10}$ 的概率造成伤害，造成伤害的期望为 $\frac{a}{2}$ 。所以这部分期望 $\frac{\int_5^{10} \frac{a}{10} \times \frac{a}{2}}{5} = \frac{35}{12}$

$a \in (10, 15]$ 时, 伤害为期望攻击 - 期望防御 =  $\frac{25}{2} - 5 = \frac{15}{2}$

故伤害期望为  $\frac{125}{24}$

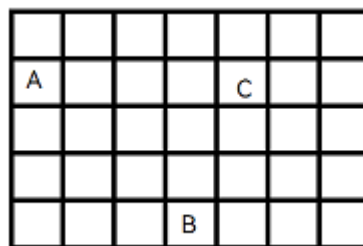
11. 以下哪种排序算法是稳定的

- A. 快速排序
- B. 希尔排序
- C. 堆排序
- D. 计数排序

【答案】D

【解析】稳定性是指相等的元素经过排序之后相对顺序是否发生了改变。上述排序中只有计数排序是稳定的。

12. 一只马（众所周知，马走日）从以下哪个点开始，可以跳遍下图这半张棋盘，每个点只经过一次，并且最后一步跳回起点？



- A. A点
- B. B点
- C. C点
- D. 以上都不行

【答案】D

【解析】可以数出图上一共有35个格点，对所有的点进行黑白染色，相邻的点颜色不同，若点A为白色，则B、C都为白色，共有17个白点，18个黑点，由于马走日字型，走的颜色黑白交替，则不可能从一个白点出发走完整张图

13. 一个 $n$ 个点的笛卡尔树每个点的平均深度期望为

- A.  $2 \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} + 1$
- B.  $2 \sum_{i=1}^n \frac{n-i+1}{i} - 1$
- C.  $\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{i} + 1$
- D.  $\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \frac{n-i+1}{i} - 1$

【答案】D

【解析】根据期望线性，其平均深度就是每个点深度期望求和最后乘上 $\frac{1}{n}$ 。

而 $E(dep_u) = \sum_v v$ 是 $u$ 祖先的概率

考虑什么情况下 $j$ 是 $i$ 的父亲

其实就是 $j$ 为 $[j, i]$ 的区间最值，概率为 $\frac{1}{|j-i+1|}$

所以

$$\begin{aligned}
 ans &= \frac{\sum_{i=1}^n (\sum_{j=1}^i \frac{1}{j}) + (\sum_{j=1}^{n-i+1} \frac{1}{j}) - 1}{n} \\
 &= 2 \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \frac{1}{j} \\
 &= \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \frac{n-i+1}{i} - 1
 \end{aligned}$$

14. 三个点组成一个三角形 ABC，有一个小猴子开始在 A 点上，每次随机往与当前点相邻的一个点跳过去，求期望多少次跳到 B 点。

- A. 1
- B. 1.5
- C. 2
- D. 3

【答案】C

【解析】设需要跳  $x$  次，容易列出  $x = \frac{1}{2} \times 1 + \frac{1}{2} \times (1 + x)$ ，解得  $x = 2$

15. 2021 年的 IOI 是第几届

- A. 30
- B. 31
- C. 32
- D. 33

【答案】D

二、阅读程序（程序输入不超过数组或字符串定义的范围；判断题正确填√，错误填×；除特殊说明外，判断题 2 分，选择题 3 分，共计 40 分）

（1）阅读以下程序，完成第 16~21 题。

```

1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  int main() {
4      int n; cin>>n;
5      double x=1;
6      while (fabs(x*x-n)>=0.5) x=(x+1.0*n/x)/2;
7      printf("%d\n", (int)x);
8      return 0;
9  }

```

保证读入的  $n$  为  $\text{int}$  范围内的正整数，无前导 0

· 判断题

- 16. (1.5分) 当输入为 20 时输出为 5
- 17. (1.5分) 输出的答案不可能为 0
- 18. 若第 5 行改为  $x=n$  则还会输出和原来一样的结果
- 19. 输出的答案有可能超过  $n$

· 选择题

20. 若输入的数的长度为  $len$  , 则输出的长度为

- A.  $len$
- B.  $\left\lfloor \frac{len}{2} \right\rfloor$
- C.  $\left\lceil \frac{len}{2} \right\rceil$
- D.  $\left\lfloor \sqrt{len} \right\rfloor$

21. 当输入为 123 时输出为多少

- A. 10
- B. 11
- C. 12
- D. 13

【答案】  $\times\sqrt{\times}CA$

【解析】

容易结束时  $x \times x - n \leq 0.5$  发现题目让我们求平方根下取整

1)  $\left\lfloor \sqrt{20} \right\rfloor = 5$

2) 正整数平方根下取整还为正整数

3)  $x$  一开始等于1或 $n$ 运算一次后 $x$ 的值相同, 并且若 $n>1$ 第一次做完不会退出,  $n=1$ 时 $x=1$ 和 $x=n$ 相同

4) 正整数平方根不可能超过自己

5) 平方根的长度为除以2上取整

6) 计算平方根下取整, 把选项带进去即可

(2) 阅读以下程序, 完成第 22~27 题。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  inline int read() {
4      int x = 0, f = 1; char c = getchar();
5      while (c < '0' || c > '9') {if (c == '-') f = -f; c = getchar();}
6      while (c >= '0' && c <= '9') {x = (x << 3) + (x << 1) + (c ^ 48); c = getchar();}
7      return x * f;
8  }
9  typedef long long LL;
10 const int N = 2e5 + 5;
11 int n, m, k, ans;
12 int a[N];
13 multiset <int> S;
14 inline void solve() {
15     n = read(); m = read(); k = read();
16     for (int i = 1; i <= n; i++) S.insert(read());
17     for (int i = 30; ~i; i--) {
18         if (S.size() < k) break;
19         int x = 1 << i; LL cnt = 0;
20         auto it = S.lower_bound(x), tmp = it;
21         vector <int> Now;
22         for (; it != S.end(); it++) Now.push_back(*it);
23         if (Now.size() < k) {
24             it = tmp;
```

```

25         while (Now.size() < k) {
26             --it;
27             Now.push_back(*it);
28         }
29     }
30     for (int p : Now) if (p < x) cnt += x - p;
31     if (m < cnt) {
32         for (int p : Now) {
33             if (p < x) continue;
34             S.erase(S.find(p));
35             S.insert(p & (x - 1));
36         }
37         continue;
38     }
39     ans |= x; m -= cnt;
40     while (S.size()) S.erase(S.begin());
41     for (int p : Now) {
42         int u;
43         if (p < x) u = 0;
44         else u = (x - 1) & p;
45         S.insert(u);
46     }
47 }
48 printf("%d\n", ans);
49 }
50 int main() {
51     int _ = 1;
52     while (--) solve();
53     return 0;
54 }

```

保证读入的数都是非负整数且都小于等于  $2^{30}$ 。

#### · 判断题

22. (1.5分) 如果读入的  $n$  超过  $2 \times 10^5 + 5$ ，会出现数组越界的情况
23. 第 20 行中 `S.lower_bound(x)` 改为 `S.find(x)` 后程序不会出错
24. 第 22 行中 `it != S.end()` 改为 `it != (++S.rbegin())` 后程序不会出错
25. 第 40 行中 `while (S.size()) S.erase(S.begin())` 改为 `S.clear()` 后程序不会出错

#### · 选择题

26. 若读入数据如下，则输出的结果为

1	4 8 2
2	1 2 4 8

- A. 10
- B. 15
- C. 11
- D. 16

27. 若读入数据如下，则输出的结果为

```
1 | 31 4 2
2 | 1 2 4 8 ..... 536870912 1073741824
```

- A. 4
- B. 2147483647
- C. 1073741824
- D. 8

【答案】xxx√AD

【解析】

题目来源:[Link](#)。

- 1.根本没用到数组。直到我搬题的时候才发现a数组没有被使用。
- 2.改为 `S.find(x)` 后如果没有找到会返回 `S.end()`。
- 3.`S.rbegin()` 的类型为 `reverse_iterator<_Rb_tree_const_iterator<int>>` , 不能直接与作为 `_Rb_tree_const_iterator<int>` 的 `S.end()` 作比较, 否则会出现编译错误, 另外, `S.rbegin()` 相当于翻转了整个 `multiset` , 所以当 `S.rbegin()++` 时返回的不是 `S.end()`。
- 4.第 40 行起到的是清空 `multiset` 的作用。
- 5.手动模拟即可。
- 6.发现 `m` 不够大所以在 `i` 枚举到 3 之前都会进入第 31 行的 `if` , 当 `i` 为 3 的时候 `multiset` 中不为 0 的元素只有 `1 2 4 8`。发现此时 `m` 足够大, 答案或上 8。之后 `m` 变为 0 , 不再操作。

(3) 阅读以下程序, 完成第 28~32 题。

```
1 | #include <bits/stdc++.h>
2 | #define int long long
3 |
4 | using namespace std;
5 |
6 | int read() {
7 |     int x=0, f=0; char c=getchar();
8 |     while (!isdigit(c)) f|=c=='-', c=getchar();
9 |     while (isdigit(c)) x=(x<<3)+(x<<1)+(c^48), c=getchar();
10 |    return f ? -x : x;
11 | }
12 |
13 | const int N=1e5+10;
14 | int n, l, r, len1, len2, x[N], y[N];
15 | vector<int> g1[N], g2[N];
16 |
17 | int query1(int x, int y1, int y2) {
18 |     if (x>len1) return 0;
19 |     int ans1=0, ans2=0;
20 |     ans1=upper_bound(g1[x].begin(), g1[x].end(), y2)-g1[x].begin();
21 |     ans2=lower_bound(g1[x].begin(), g1[x].end(), y1)-g1[x].begin();
22 |     return ans1 - ans2;
23 | }
24 |
25 | int query2(int x, int y1, int y2) {
```

```

26     if (x>len2 || !g2[x].size()) return 0;
27     int ans1=0, ans2=0;
28     ans1=upper_bound(g2[x].begin(), g2[x].end(), y2)-g2[x].begin();
29     ans2=lower_bound(g2[x].begin(), g2[x].end(), y1)-g2[x].begin();
30     return ans1 - ans2;
31 }
32
33 int sum(int s) {
34     if (s==0) return 0;
35     int ans=0;
36     for (int i=1; i<=n; i++)
37         for (int j=1; j*j<=s; j++) {
38             int len=s/j;
39             ans+=query1(x[i]+j, y[i]+1, y[i]+len);
40             ans+=query2(y[i]+j, x[i]+sqrt(s)+1, x[i]+len);
41         }
42     return ans;
43 }
44
45 signed main() {
46     n=read(), l=read(), r=read();
47     for (int i=1; i<=n; i++) {
48         x[i]=read(), y[i]=read();
49         g1[x[i]].push_back(y[i]);
50         g2[y[i]].push_back(x[i]);
51         len1=max(len1, x[i]);
52         len2=max(len2, y[i]);
53     }
54     for (int i=1; i<=len1; i++) sort(g1[i].begin(), g1[i].end());
55     for (int i=1; i<=len2; i++) sort(g2[i].begin(), g2[i].end());
56     printf("%lld\n", sum(r)-sum(l-1));
57     return 0;
58 }

```

保证输入的所有数为 $\leq 10000$ 的正整数

#### · 判断题

28. ( 1.5分 ) 若删除第34行程序依然正确
29. 若删除第18行的!g1[x].size()条件程序依然正确
30. 该代码的时间复杂度为 $O(n\sqrt{l}\log n)$
31. sum 函数的返回值可能为 $\frac{n(n+1)}{2}$

#### · 选择题

32. 当输入如下时，输出为

```

1  4 1 100
2  1 1
3  1 2
4  2 1
5  2 2

```



- A. 0
- B. 1
- C. 2
- D. 4

33. 当输入第一行为 `n 3 7` ( $n \geq 3$ ), 且第  $i \in [2, n+1]$  行输入为 `i i`, 则输出应为

- A.  $n$
- B.  $n - 2$
- C.  $2n$
- D.  $2n - 2$

【答案】 `√√××BB`

【解析】

原题：AT1004

我们首先要搞懂题目在让我们求什么，容易发现读入了  $n$  个坐标  $x, y$ 。

发现输出是  $sum(r) - sum(l - 1)$ ，容易想到前缀和，就是小于等于  $r$  的答案减去小于  $l$  的答案，说明题目让我们求的是在  $[l, r]$  之间的答案

先看 query1，发现是在查询很坐标为  $x$  时，纵坐标  $> y2$  的个数减去  $\geq y1$  的个数，即纵坐标在  $[y1, y2]$  之间的点的个数，query2同理。

理解 query 后容易发现  $sum(x)$  求的是两个点的围成的面积  $\leq x$  的点对数，并且保证一个点在另一个点的右上方

所以题目让我们求得时两点构成的面积在  $[l, r]$  之间的答案，并且一个点在另一个点的右上方，然后题目做起来就很简单了

1. 当  $s = 0$  时，第二重循环不会被做到，相当于直接返回  $ans = 0$
2. 若 vector 为空，则两次查询都会返回  $g1.end()$ ，相减任为 0
3. 复杂度应为  $O(n\sqrt{r} \log n)$
4. 查询的是点对的个数，最多  $\frac{n(n-1)}{2}$  对点对
5. 直接带入即可（知道代码求什么的话一眼就可看出答案）
6. 构成的面积要在  $[3, 7]$  之间，特殊的点坐标使两点之间面积为  $(i - j)^2$ ，应为坐标为正数，所以满足条件的点对只有  $[i, i + 2]$ ，共  $n - 2$  对。

### 三、完善程序（每小题 3 分，共计 30 分）

（1）你要前往bobo之乡。前往bobo之乡的路上有 $n$ 段路，每段路的路况由三个数 $s_i, k_i, v'_i$ 表示，分别为长度、风阻系数和风速( $v'_i < 0$ 表示逆风)。

你以 $v$ 的速度通过第 $i$ 段路要花费 $E = s_i \times k_i \times (v - v'_i)^2$ 的能量。

你初始有 $Eu$ 的能量，问到达bobo之乡最快要多久？

**提示：**先假设每段路用 0 能量，每次找到性价比最高的消耗能量，容易发现最后各路段性价比会相同。而性价比即为  $E(v)/t(v)$  的导数。因其单调递减，二分查找这个导数即可。

```
1 #include <cstdio>
2 #include <cstring>
3 #include <cmath>
4 #include <algorithm>
5 #include <iostream>
6 #define enter putchar('\n')
```

```

7  #define space putchar(' ')
8  using namespace std;
9  typedef long long ll;
10 template <class T>
11 void read(T &x){
12     char c;
13     bool op = 0;
14     while(c = getchar(), c < '0' || c > '9')
15         if(c == '-') op = 1;
16     x = c - '0';
17     while(c = getchar(), c >= '0' && c <= '9')
18         x = x * 10 + c - '0';
19     if(op == 1) x = -x;
20 }
21 template <class T>
22 void write(T x){
23     if(x < 0) putchar('-'), x = -x;
24     if(x >= 10) write(x / 10);
25     putchar('0' + x % 10);
26 }
27
28 const int N = 10005, INF = 0x3f3f3f3f;
29 int n;
30 double E, s[N], k[N], u[N];
31
32 double getv(double x, int i){
33     double l = max(u[i], double(0)), r = 100005, mid;
34     int cnt = 60;
35     while(cnt--){
36         mid = (l + r) / 2;
37         if(_____ (34) _____ > -s[i]) l = mid;
38         else r = mid;
39     }
40     mid = (l + r) / 2;
41     return (l + r) / 2;
42 }
43 double calc(double x){
44     double sum = 0;
45     for(int i = 1; i <= n; i++){
46         double v = getv(x, i);
47         sum += _____ (35) _____;
48     }
49     return sum;
50 }
51
52 int main(){
53
54     scanf("%d%lf", &n, &E);
55     for(int i = 1; i <= n; i++){
56         scanf("%lf%lf%lf", &s[i], &k[i], &u[i]), k[i] *= _____ (36) _____;
57         double l = _____ (37) _____, r = 0, mid;
58         int cnt = 100;
59         while(cnt--){
60             mid = (l + r) / 2;
61             if(calc(mid) <= E) l = mid;

```

```

62     else r = mid;
63 }
64 mid = (l + r) / 2;
65 double ans = 0;
66 for(int i = 1; i <= n; i++)
67     ans += _____(38)_____;
68 printf("%.10lf\n", ans);
69
70 return 0;
71 }

```

34. A.  $2 * k[i] * x * mid * mid * (mid - u[i])$

B.  $k[i] * x * mid * mid * (mid - u[i])$

C.  $2 * k[i] * x * mid * (mid - u[i])$

D.  $k[i] * x * mid * (mid - u[i])$

35. A.  $k[i] * (v - u[i]) * (v - u[i])$

B.  $k[i] * v * v$

C.  $2 * k[i] * (v - u[i]) * (v - u[i])$

D.  $2 * k[i] * v * v$

36. A.  $i$

B.  $k[i]$

C.  $s[i]$

D.  $u[i]$

37. A.  $INF$

B.  $-INF$

C.  $1$

D.  $-1$

38. A.  $s[i] * k[i]$

B.  $s[i]$

C.  $s[i] * k[i] / \text{getv}(mid, i)$

D.  $s[i] / \text{getv}(mid, i)$

【答案】

AACBD

【解析】

注意到一个性质：随着花费能量增加，性价比会越来越低。

这样的话，只要按照上面这种贪心策略，时时刻刻在性价比最高的路段花费能量（并使它的性价比降低），最后达到最优解时，**各路段性价比会一样**。

这个性价比是什么呢？如果我们对每段路画出一个  $t-E$  函数图象，表示该路段需要的时间  $t^{**}$  与 **花费的能量  $E$**  的函数关系，那么花费一定能量  $e$  之后的“性价比”是什么呢？就是函数图像上横坐标为  $e$  处切线的斜率——导数。

那么最优解就满足——**各路段导数一样！**

同时，这个公共导数（是负的）绝对值越小（性价比越低），所需能量越多，总时间越小。

于是二分这个导数，求出每段速度，以此求出所需能量，和手里的总能量比较一下，就可以二分得到答案了！

以上是思路。现在开始数学。

要求出每段导数关于 $v$ 的关系。

对于一段路来说

$$dE/dt$$

$$=(dv/dt)/(dv/dE)$$

$$=2k(v-v')$$

$$=-2kv^2(v-v')s$$

然后二分公共导数 $x$ ，对于每段路解方程 $-2kv^2(v-v')s=x$ （可二分）得到 $v$ ，进而求出需要的能量。

(2) yb 有  $n$  颗星星，每颗星星都有一个明亮度  $A_i$ 。yb 时常想知道一个区间  $[l, r]$  内所有星星的明亮度的总和是多少。但是星星是会眨眼的，所以星星的明亮度是会变化的。有的时候，下标为  $y, y+x, y+2x, y+3x, \dots, y+kx$ （ $k$  为最大的整数使  $y+kx \leq n$ ）的星星的明亮度会增加  $z$ 。保证  $y \leq x$ 。

yb 是数学大神，所以请回答她的询问。答案要对  $10^9 + 7$  取模。

**提示：**按照  $x$  的大小进行根号分治。（代码中为了卡常所以阈值没有赋为  $\sqrt{n}$ ）。

**注意：**本题中对加法取模请使用 add 函数。

```
1  #include <bits/stdc++.h>
2  using namespace std;
3  inline int read() {
4      int x = 0, f = 1; char c = getchar();
5      while (c < '0' || c > '9') {if (c == '-') f = -f; c = getchar();}
6      while (c >= '0' && c <= '9') {x = x * 10 + (c ^ 48); c = getchar();}
7      return x * f;
8  }
9  inline void write(int x) {
10     char Buf[11];
11     int tot = 0;
12     while (x) {
13         Buf[++tot] = x % 10 ^ 48;
14         x /= 10;
15     }
16     for (int i = tot; i; i--) putchar(Buf[i]);
17 }
18 const int N = 2e5 + 5, M = 455, mod = 1e9 + 7;
19 int n;
20 int a[N];
21 inline void add(int &x, int y) {
22     x += y;
23     if (x >= mod) x -= mod;
24 }
25 class abcdefg {
26 private:
27     const int T = 125;
28     int block;
```

```

29     int bel[N], l[M], r[M], sum[M], pre[M][M], suf[M][M];
30     inline int getsum(int L, int R) {
31         int p = bel[L], q = bel[R], res = 0;
32         if (p == q) {
33             for (int i = L; i <= R; i++) add(res, a[i]);
34             return res;
35         }
36         for (int i = L; i <= r[p]; i++) add(res, a[i]);
37         for (int i = l[q]; i <= R; i++) add(res, a[i]);
38         for (int i = p + 1; i < q; i++) add(res, sum[i]);
39         return res;
40     }
41 public:
42     inline void init() {
43         block = sqrt(n);
44         for (int i = 1; i <= block; i++) {
45             l[i] = r[i - 1] + 1;
46             r[i] = i * block;
47             for (int j = l[i]; j <= r[i]; j++) bel[j] = i;
48             for (int j = l[i]; j <= r[i]; j++) add(sum[i], a[j]);
49         }
50         if (r[block] != n) {
51             r[++block] = n;
52             _____(39)_____
53             for (int j = l[block]; j <= r[block]; j++) bel[j] = block;
54             for (int j = l[block]; j <= r[block]; j++) add(sum[block], a[j]);
55         }
56     }
57     inline void change(int x, int y, int z) {
58         if (_____ (40) _____) {
59             for (int i = y; i <= n; i += x) add(sum[bel[i]], z);
60             for (int i = y; i <= n; i += x) add(a[i], z);
61             return;
62         }
63         for (_____ (41) _____) add(pre[x][i], z);
64         for (int i = 1; i <= y; i++) add(suf[x][i], z);
65     }
66     inline int query(int l, int r) {
67         int res = getsum(l, r), nm = min(n, T);
68         for (int x = 1; x <= nm; x++) {
69             int p = (l - 1) / x + 1, q = (r - 1) / x + 1;
70             if (p == q) {
71                 add(res, pre[x][r - (q - 1) * x]);
72                 add(res, _____ (42) _____);
73             }
74             else {
75                 add(res, _____ (43) _____);
76                 add(res, pre[x][r - (q - 1) * x]);
77                 add(res, suf[x][l - (p - 1) * x]);
78             }
79         }
80         return res;
81     }
82 } B;
83 int main() {

```

```

84     n = read(); int q = read();
85     for (int i = 1; i <= n; i++) a[i] = read();
86     B.init();
87     while (q--) {
88         int op = read(), x = read(), y = read();
89         if (op & 1) B.change(x, y, read());
90         else {
91             write(B.query(x, y));
92             putchar('\n');
93         }
94     }
95     return 0;
96 }

```

39. \_\_\_\_\_
40. \_\_\_\_\_
41. \_\_\_\_\_
42. \_\_\_\_\_
43. \_\_\_\_\_

#### 【答案】

1. `l[block] = r[block - 1] + 1` , 也可以直接计算 ;
2. `x > T` ;
3. `int i = y; i <= x; i++` ;
4. `mod - pre[x][l - 1 - (p - 1) * x]` ;
5. `1LL * pre[x][x] * (q - p - 1) % mod` 或将 `pre[x][x]` 改为 `suf[x][1]`。

#### 【解析】

这题本来想放到分块课件里的。

大于  $\sqrt{n}$  时暴力加，使用分块维护。

小于  $\sqrt{n}$  时考虑题目性质，由于  $y \leq x$ ，相当于每次修改的位置以  $x$  为周期，对  $x$  取模相等。

令  $b_{i,j}$  表示周期为  $i$  起始点为  $j$  的和。

令  $pre_{i,j} = \sum_{k=1}^j b_{i,k}$ ，即前缀和，同理维护后缀和  $suf_{i,j}$ 。

查询的时候枚举周期大小，分两种情况，一种情况为两者处于同一周期，另一种情况为不同周期。

同一个周期可以用前缀和转化为区间的形式。

不同周期可以采用类似分块的思想，中间的周期可以直接计算，左侧用后缀和，右侧用前缀和，这题就做完了。

第一空比较明显，预处理最后一块的左端。

第二空发现下面 `query` 函数中 `pre` 的第一维永远小于等于  $T$ 。

第三空为预处理前缀和，由于加的下标为  $y$ ，应该从  $y \rightarrow x$ 。

第四空根据前缀和的写法不难得知，但注意不加 `mod` 会导致 `res` 变负数。

第五空上面讲了。