

FFC2077解析

1. 不解释

2. B 显卡, CD 是 CPU, A 是我瞎编的

3. A是在 window 控制台的命令, B 是g++编译, C是我瞎编的

4. 计算器

5. 7 个点最多 21 条边, 去除树的 6 条边显然不行, 同理可得最小有 8 个点

6. 分别计算表达式的值即可, 发现 BCD 均为 `FALSE` 而 A 为 `TRUE`

7. 枚举 ξ 分别为 1, 2, 3 的概率, 即

$$P(\xi = 1) = \frac{C(3, 1) * C(10, 3)}{C(13, 4)} = \frac{360}{715}$$

$$P(\xi = 2) = \frac{C(3, 2) * C(10, 2)}{C(13, 4)} = \frac{135}{715}$$

$$P(\xi = 3) = \frac{C(3, 3) * C(10, 1)}{C(13, 4)} = \frac{10}{715}$$

$$E(\xi) = P(\xi = 1) \times 1 + P(\xi = 2) \times 2 + P(\xi = 3) \times 3$$

$$E(\xi) = \frac{360}{715} + \frac{270}{715} + \frac{30}{715} = \frac{660}{715} = \frac{660}{715} = \frac{132}{143} = \frac{12}{13}$$

8. 枚举选了几个废品, 除以总方案数, 答案是

$$\frac{1 \times C_3^1 \times C_{10}^3 + 2 \times C_3^2 \times C_{10}^2 + 3 \times C_3^3 \times C_{10}^1}{C_{13}^4}$$

9. 转换为前缀表达式为 `+/abc-de`, 然后转化出中缀表达式 `a/b*c+(d-e)` 算出值为 `-1`

10. 由于 $T(n) = 3T(\frac{n}{4}) + n \log_2 n$

我们可以根据主定理的形式, $T(n) = aT(\frac{n}{b}) + f(n)$

那么带入得到 $a = 3, b = 4, f(n) = n \log_2 n$

那么基准函数为 $\Theta(n^{\log_4 3}) \approx \Theta(n^{0.8})$

而 $f(n) = n \log_2 n$ 显然比 $\Theta(n^{0.8})$ 强, $\epsilon = 0.1$ 时依旧比 $n^{0.8}$ 大

再看看是否满足 $af(\frac{n}{b}) \leq cf(n)$

$$\text{得到 } \frac{3}{4}n \log_2 \frac{n}{4} \leq \frac{3}{4}n \log_2 n$$

$\therefore \exists c < 1$ 所以 $T(n) = \Theta(f(n)) = \Theta(n \log_2 n)$

11. 生成函数, 不过可以分类讨论 (cdx表演!)

12. 模拟即可。

13. 这题主要考验了选手是否会 `Kruskal`, 首先进行一次边的排序, 复杂度 $O(n)$

然后枚举每条边, 每次都要查询两个端点, 个别的会进行合并

总的复杂度应该为 $O(n + m\alpha + n\alpha) \rightarrow O(m\alpha)$

14. 模拟一下 dij 求最短路方案数的过程。

15. 先手赢的情况不存在，证明：

如果你拿先手必胜，设你最优策略是拿第 i 行的第 j 个子。

现在你换后手，那么另一个人开局策略有：

1. 不拿第 i 行。就当成是你先拿了第 i 行的第 j 个然后它拿了这个位置，你正常跟它博弈。
2. 拿第 i 行 $< j$ 列。就当成是你先拿了第 i 行的第 j 个然后它拿了这个位置。
3. 拿第 i 行 $> j$ 列。你直接拿走第 i 行第 j 个，相当于你先手。

对方不可能拿第 i 行第 j 列，因为颜色不一样。

也就是说，你拿先手必胜，则你拿后手也必胜。

那么考虑下面这个局面

1	1111
2	00
3	0

显然 A 赢对吧，那我们就可以找到一个思路，一个黑棋是 1 贡献，一个白棋是 -1 贡献。

不难得知，最终贡献 > 0 就是 A 赢，贡献 < 0 就是 B 赢，贡献 $= 0$ 就是后手赢。

然后考虑下面这个：

1	10
---	----

单独拎出来，显然 A 必胜，因此 $10 > 0$ 。又因为

1	10
2	0

B 必胜。因此 $10 < 1$ 。

猜测 $10 = \frac{1}{2}$ ，可以用这个：

1	10
2	10
3	0

后手赢，因此贡献为 0，所以 $10 = \frac{1}{2}$ 。

同理有 $100 = \frac{1}{4}$ ， $101 = \frac{3}{4}$ 等等。

又发现把开头的字符复制一个贡献会 $+1$ ，比如 $1100 = 100 + 1 = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$ 。原因是拿的时候必然只会拿连续段中靠后的，这样就不会白白消掉自己的棋子。

所以就可以得到贡献是 $(-1) + (2 + \frac{1}{2}) + \frac{1}{4} + (-\frac{3}{4}) + (-\frac{1}{2}) + (-\frac{1}{2}) = 0$ ，所以后手必胜。

阅读程序 T1

简单的矩阵乘法。

16. 就算是 0 后面乘法也没影响
17. 所有矩阵的 n, m 全都是 4
18. $n = 1$ 快速幂死循环
19. 算的是同一个东西，见第 21 题
20. 手算 10 项不难吧 (2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123
21. 显然。

阅读程序 T2

求的是这个东西：

$$\sum_{l=1}^n \sum_{r=l}^n \text{Max}(l, r) \oplus \text{Min}(l, r)$$

Max 表示 a_l 到 a_r 的最大值， Min 同理， \oplus 是异或。

算法是 cdx 分治， c 维护的是插入一个数，删除一个数，查询所有数和给定数的异或和。

22. 显然会影响
23. 考优先级，括号可以删
24. 数据范围只有 1000， \log 小于 16，不会影响
25. 60 行会执行，56 行不会
26. 分治 $n \log n$ ， c 数组还有一个 \log
27. 稍微算一下。

阅读程序 T3

28. 第一行和第二行都为第二类斯特林数，但是第二行的在 $s2[i-1][j] * j$ 处未取模，所以会出现负数，**错误**。
29. `func1` 代表的是相当于给定 n 个相同的球，放进 m 个不同的盒子，不可以有空盒的方案数。而非可以有空盒，**错误**。
30. `func3` 和 `func4` 由 `auto` 推导，后接 `lambda` 表达式，返回值和两个参数均为 `int` 故类型为 `std::function<int(int, int)>`，**正确**。
31. `s` 为第二类斯特林数，**错误**。
32. 直接模拟即可，选择 **C**。
33. 数据范围较小，直接手算，枚举 $m \in [1, 4]$ 算出其最大值为 7，选择 **D**。

完善程序T1

很多人可能都不会树状数组求区间 \max ，实际上是可以做到的。

单点修改的时候多加一个数组维护每一个点的值。

查询 l 到 r 的最大值时候分情况：

- 如果 c_r 维护的区间，也就是 $r - \text{lowbit}(r)$ 到 r 的左端点 $r - \text{lowbit}(r)$ 在 l 右边，直接正常跳即可。
- 否则将 r 减一， r 的这一位用多开的数组直接更新答案。

完善程序T3

rt 是所有询问点在以宝藏位置为根的 LCA, s 是宝藏。

44. 答案最大值是 n , 一共 $n \times n!$ 个方案, 所以初值是 $n^2 \times n!$

45. 可以确定 rt 是所有询问点在以宝藏位置为根的 LCA 的条件: (rt 被选或者 rt 的至少两个子树里有点被选) 并且 rt 的宝藏所在的子树里没有点被选。

46. 如果 s 和 rt 相同, 只要 rt 被选或者 rt 的至少两个子树里有点被选就可以。

47. 如果 fas 的子树里有两个或以上和 s 深度相同的, 即使知道 rt 是 LCA 也没法判断。

48. 如果 rt 的某个儿子的子树里有和 s 的深度相同的 (且 s 不在这棵子树中) 时这个子树里必须选点。

如果要详细的解析, 我可以讲评的时候讲一讲 (