

1、设 $f(x) = \frac{1}{x} - a$ ，由牛顿切线法解得迭代方程 $x_{n+1} = 2x_n - ax_n^2$ ，该方程的收敛解即 $\frac{1}{a}$ 。

2、题 5 中的迭代方程：

$$x_{n+1} = \frac{1}{1+x_n} \quad (1)$$

迭代过程如下 ($x_0 = 1, \varepsilon < 10^{-5}$) :

$$x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = \frac{2}{3}, x_3 = \frac{3}{5}, x_4 = \frac{5}{8}, x_5 = \frac{8}{13}, \dots, x_{11} = \frac{144}{233} \approx 0.618$$

共需要迭代 11 次。而加权平均生成迭代公式：

$$x_{n+1} = \omega x_n + (1 - \omega) \frac{1}{1+x_n} \quad (2)$$

迭代过程为 ($\omega = \frac{7}{25}, x_0 = 1, \varepsilon < 10^{-5}$) :

$$x_1 = \frac{16}{25}, x_2 \approx 0.6182, x_3 \approx 0.6180$$

可见公式 (2) 的迭代速度快得多。

3、 $x_1 = 2.7$ 有两位有效数字， $x_2 = 2.71$ 有三位有效数字， $x_3 = 2.718$ 有四位有效数字

4、算式 (5) $\frac{1}{(3+2\sqrt{2})^3}$ 最好，因为改用加法避免了减法带来的误差，相较于算式 (4) $\frac{1}{(\sqrt{2}+1)^6}$

迭代次数更少，精度更高。