

1. 构造 Jacobi 迭代如下，并设初值为 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 1$ ：

$$\begin{cases} x_1^{(n+1)} = \frac{-x_2^{(n)} + 2}{3} \\ x_2^{(n+1)} = \frac{-x_1^{(n)} + 1}{2} \end{cases}$$

计算结果如图， $x_1 = 0.599$ ， $x_2 = 0.199$

```
>> A=[3,1;1,2];b=[2,1]';x0=[1,1]';emg=10^-3;
>> Jacobimethod(A,b,x0,100,emg)

ans =

    0.5998
    0.1998
```

```
function [x,k] = Jacobimethod(A,b,x0,N,emg)
n=length(A);
x1=zeros(n,1);x2=zeros(n,1);
x1=x0;k=0;
r=max(abs(b-A*x1));
while r>emg
    for i=1:n
```

构造 Gauss-Seidel 迭代如下，并设初值为 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 1$ ：

$$\begin{cases} x_1^{(n+1)} = \frac{-x_2^{(n)} + 2}{3} \\ x_2^{(n+1)} = \frac{-x_1^{(n+1)} + 1}{2} \end{cases}$$

迭代结果如图， $x_1 = 0.599$ ， $x_2 = 0.200$

```
>> A=[3,1;1,2];b=[2,1]';x0=[1,1]';emg=10^-3;
>> Gaussmethod(A,b,x0,100,emg)

ans =

    0.5998
    0.2001
```

```
function [x,k] = Gaussmethod(A,b,x0,N,emg)
n=length(A);
x1=zeros(n,1);x2=zeros(n,1);
x1=x0;
r=max(abs(b-A*x1));
k=0;
while r>emg
```

- 2.1 构造 Jacobi 迭代如下，并设初值为 $x_1 = 1$ ， $x_2 = 1$ ， $x_3 = 1$ ：

$$\begin{cases} x_1^{(n+1)} = -x_3^{(n)} + 5 \\ x_2^{(n+1)} = x_1^{(n)} - 7 \\ x_3^{(n+1)} = \frac{x_1^{(n)} + 2x_2^{(n)} + 17}{3} \end{cases}$$

迭代结果如图， $x_1 = 2$ ， $x_2 = -5$ ， $x_3 = 3$

```
>> A=[1, 0, 1;-1, 1, 0;1, 2, -3];b=[5, -7, -17]';x0=[1, 1, 1]';emg=10^-5;
>> Jacobimethod(A, b, x0, 1000, emg)
```

ans =

```
2.0000
-5.0000
3.0000
```

但 Gauss-Seidel 的迭代效果不好,在 10 万次迭代后仍未满足精度要求,迭代失败。

2.2 构造 Gauss-Seidel 迭代如下,并设初值为 $x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=1$:

$$\begin{cases} x_1^{(n+1)} = -0.5x_2^{(n)} - 0.5x_3^{(n)} \\ x_2^{(n+1)} = -0.5x_1^{(n+1)} - 0.5x_3^{(n)} + 0.5 \\ x_3^{(n+1)} = -0.5x_1^{(n+1)} - 0.5x_2^{(n+1)} - 2.5 \end{cases}$$

迭代结果为 $x_1=1$, $x_2=2$, $x_3=-4$

但 Jacobi 迭代效果不好,在 10 万次迭代后仍未满足精度要求,迭代失败。

2.3 构造超松弛迭代如下,并设初值为 $x_1=1$, $x_2=1$, $x_3=1$:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1^{(n+1)} = -\frac{3}{4}x_2^{(n)} + 4 \\ \tilde{x}_2^{(n+1)} = -\frac{3}{4}x_1^{(n+1)} + \frac{1}{4}x_3^{(n)} + 5 \\ \tilde{x}_3^{(n+1)} = \frac{1}{4}x_2^{(n+1)} - 3 \\ x_i^{(n+1)} = \omega\tilde{x}_i^{(n+1)} + (1-\omega)x_i^{(n)}, i=1,2,3 \end{cases}$$

迭代结果为 $x_1=1.5$, $x_2=\frac{10}{3}$, $x_3=-\frac{13}{6}$

```
>> A=[4, 3, 0;3, 4, -1;0, -1, 4];b=[16, 20, -12]';x0=[1, 1, 1]';emg=10^-5;w=1.25;
>> SORmethod(A, b, x0, 100, emg, w)

ans =

1.5000
3.3333
-2.1667

>>
```

```
8- while r>emg
9-     for i=1:n
10-         sum=0;
11-         for j=1:n
12-             if j>=i
13-                 sum=sum+A(i, j)*x1(j);
14-             else
15-                 if j<i
16-                     sum=sum+A(i, j)*x2(j);
17-                 end
18-             end
19-             x2(i)=x1(i)+w*(b(i)-sum)/A(i, i);
20-         end
```