Foto: Cees Bol

6

OPTIMIZACIÓN POR ENJAMBRE DE PARTÍCULAS CON RESTRICCIONES

OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (I)

Planta	Tiempo de producción por lote, horas — Producto 1	Tiempo de producción por lote, horas — Producto 2	Tiempo de producción disponible a la semana, horas
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	\$3 000	\$5 000	

OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (II)

	Tiempo de producción por lote, horas		
	Producto		
Planta	1	2	Tiempo de producción disponible a la semana, horas
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	\$3 000	\$5 000	

$$Z = 3x_1 + 5x_2$$

OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (III)

Planta	Tiempo de producción por lote, horas — Producto 1	Tiempo de producción por lote, horas — Producto 2	Tiempo de producción disponible a la semana, horas
1	1	0	4
2	0	2	12
3	3	2	18
Ganancia por lote	\$3 000	\$5 000	

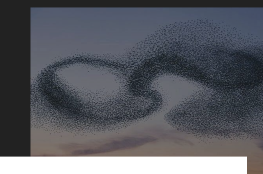
$$\text{Maximizar} \quad Z = 3x_1 + 5x_2,$$

sujeta a las restricciones

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad &\leq 4 \\ 2x_2 &\leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 18 \end{aligned}$$

y

$$x_1 \geq 0, \qquad x_2 \geq 0.$$



OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (IV)

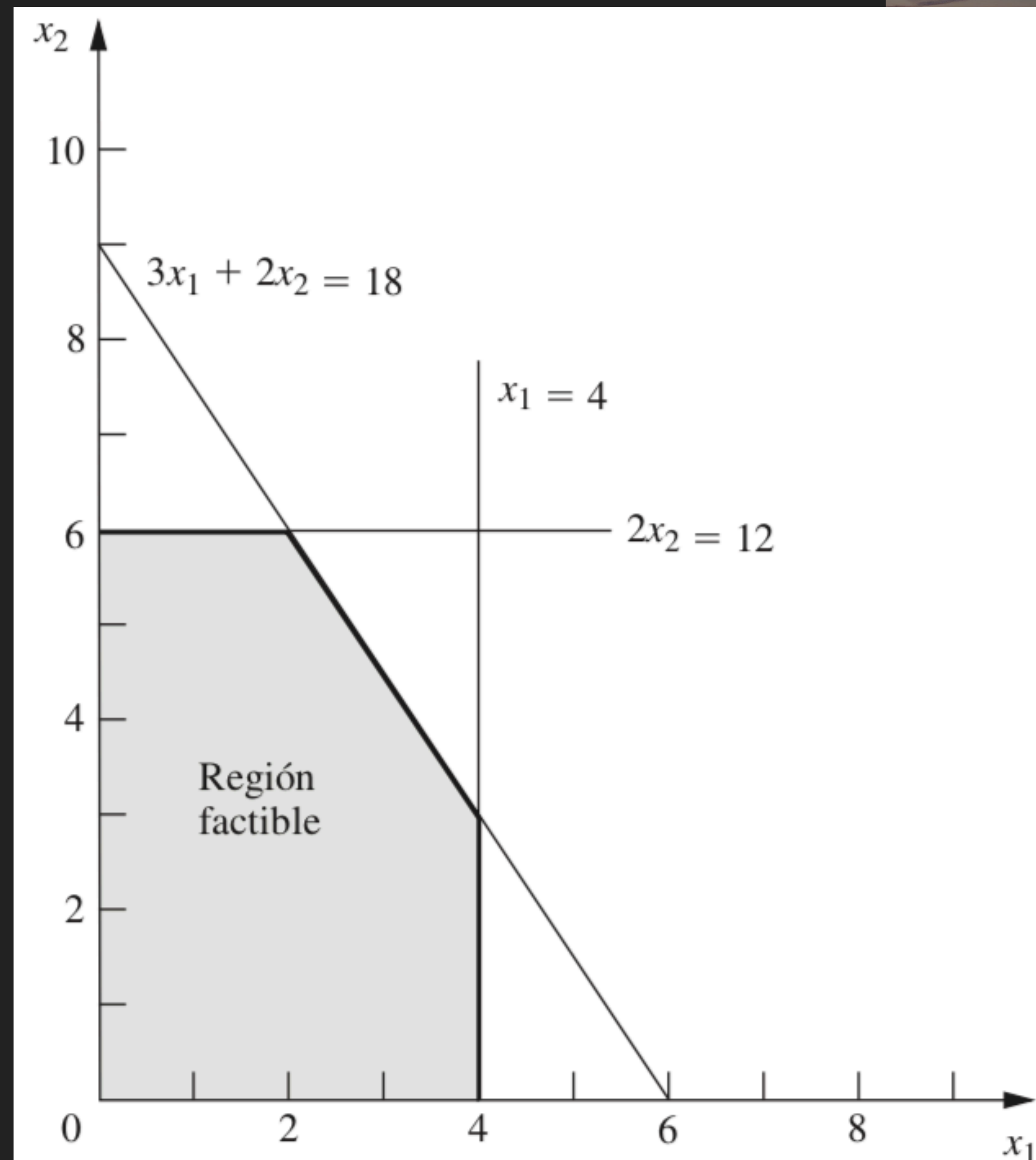
Maximizar $\quad Z = 3x_1 + 5x_2,$

sujeta a las restricciones

$$
\begin{aligned}
x_1 \qquad\quad &\leq 4 \\
2x_2 &\leq 12 \\
3x_1 + 2x_2 &\leq 18
\end{aligned}
$$

y

$$x_1 \geq 0, \qquad x_2 \geq 0.$$



OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (V)

Maximizar $\quad Z = 3x_1 + 5x_2,$

sujeta a las restricciones

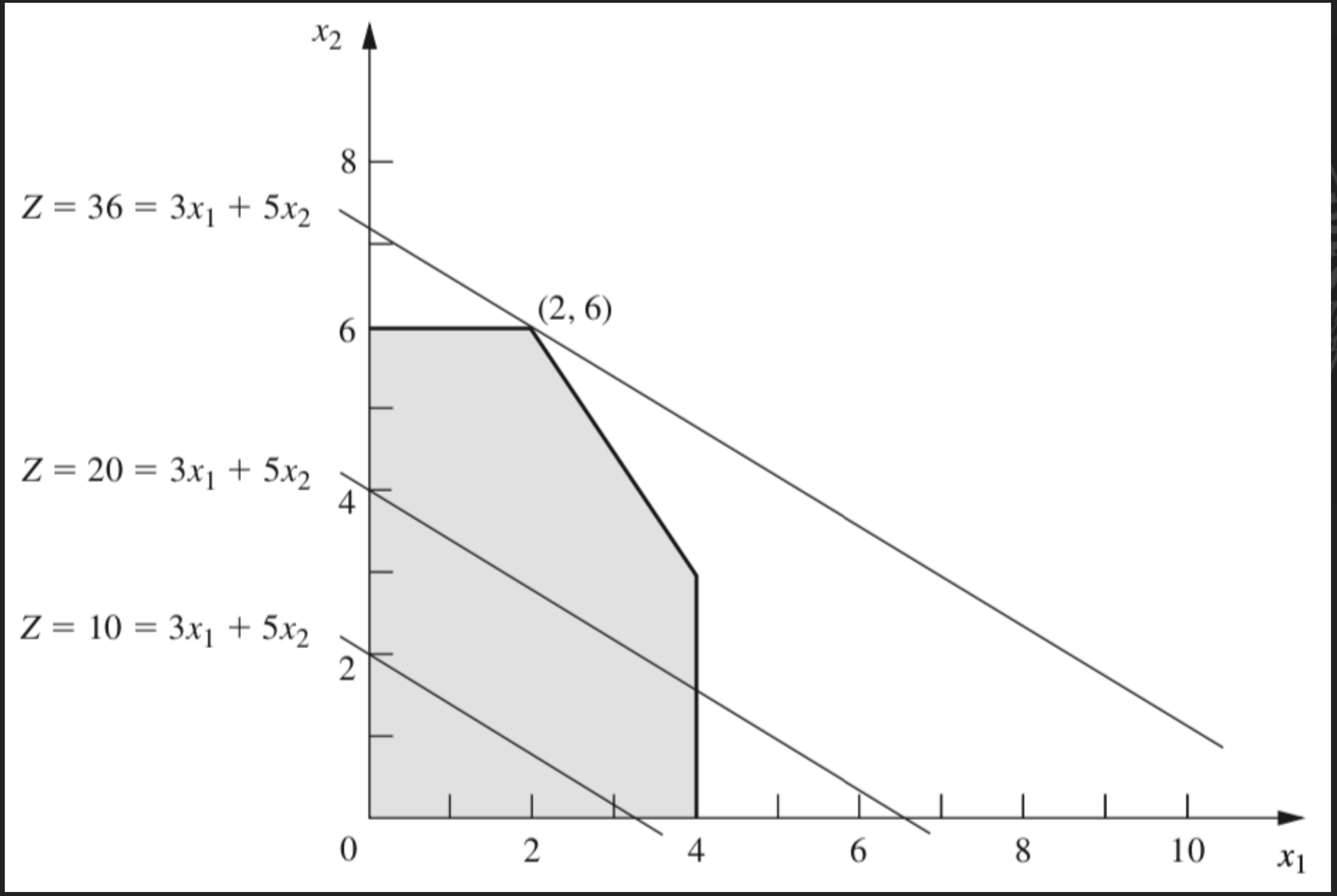
$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad &\leq 4 \\ 2x_2 &\leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 18 \end{aligned}$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

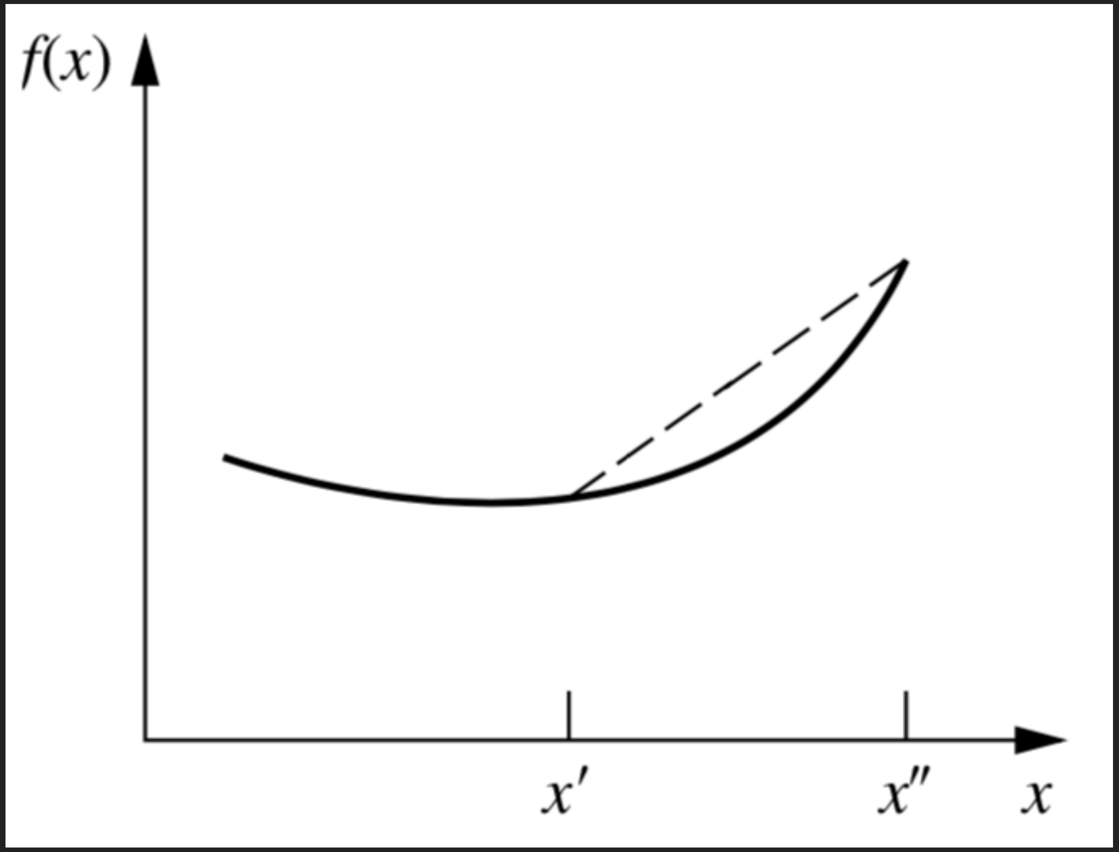
$$Z = 10 = 3x_1 + 5x_2$$

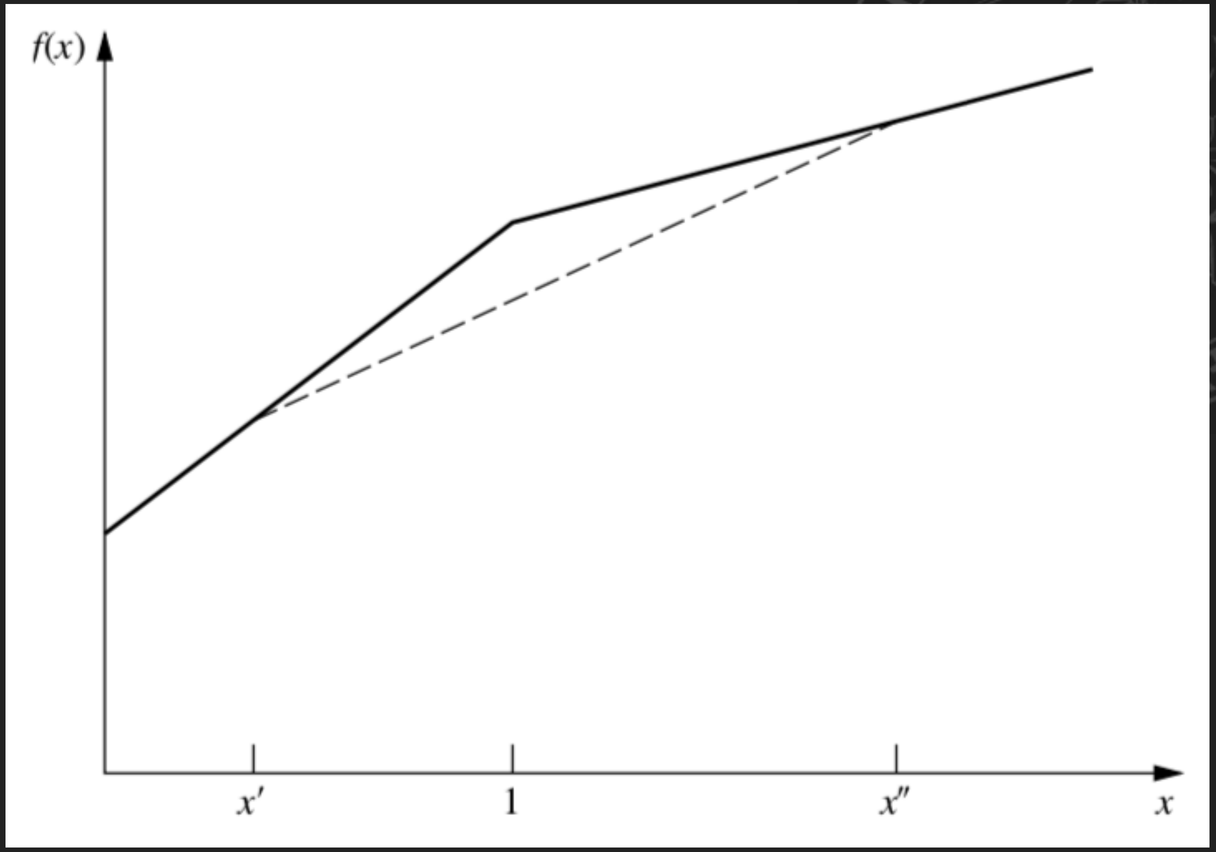
$$3x_1 + 5x_2 = 20$$



OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (VI)

- Funciones cóncavas, funciones convexas y optimalidad.





OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (VII)

- Funciones cóncavas, funciones convexas y optimalidad.

FIGURA A2.4
Función estrictamente cóncava.

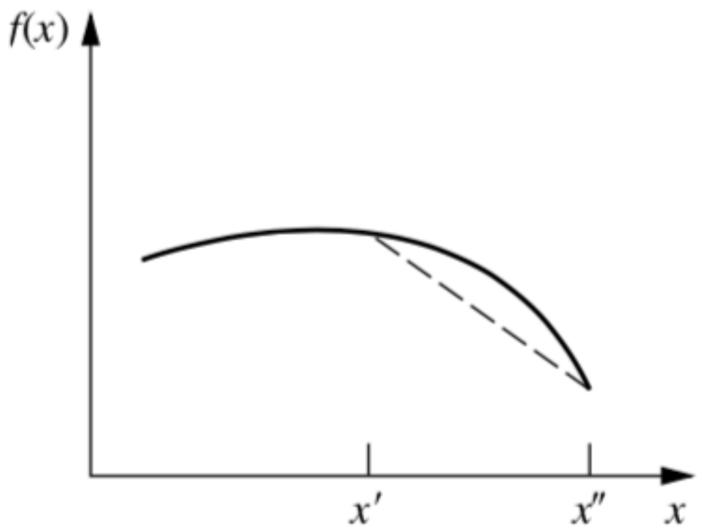


FIGURA A2.5
Función que es tanto cóncava como convexa.

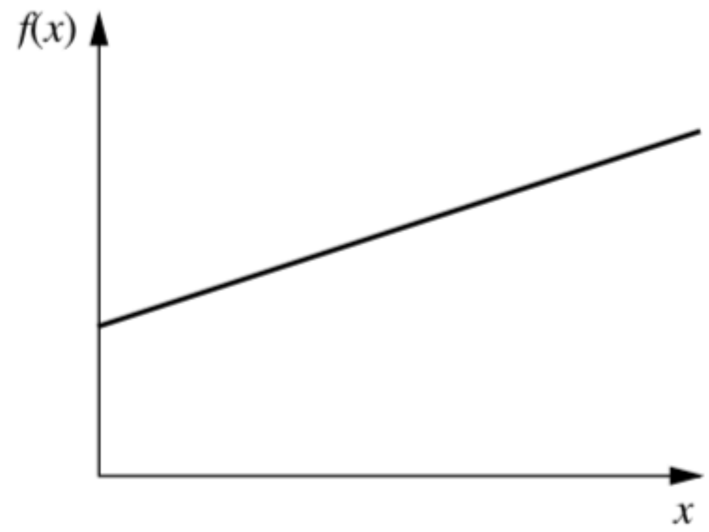
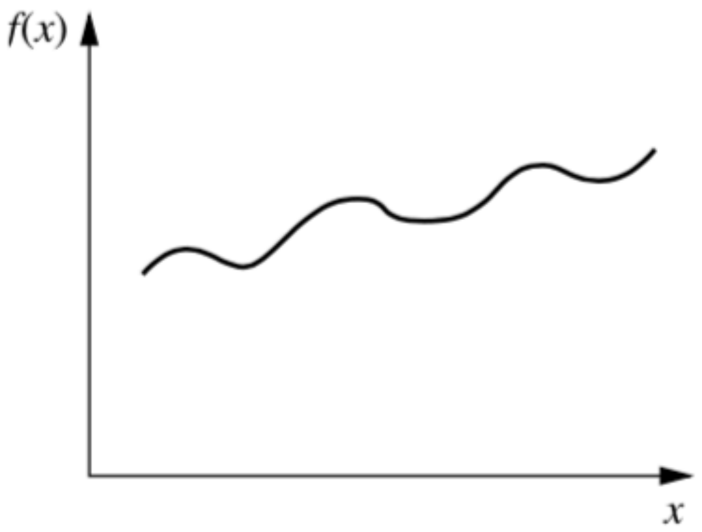


FIGURA A2.6
Función que no es cóncava ni convexa.



OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (VIII)

- **Conjunto convexo**: es una colección de puntos tales que, para cada par de puntos de la colección, el segmento rectilíneo completo que une estos dos puntos también está en la colección.

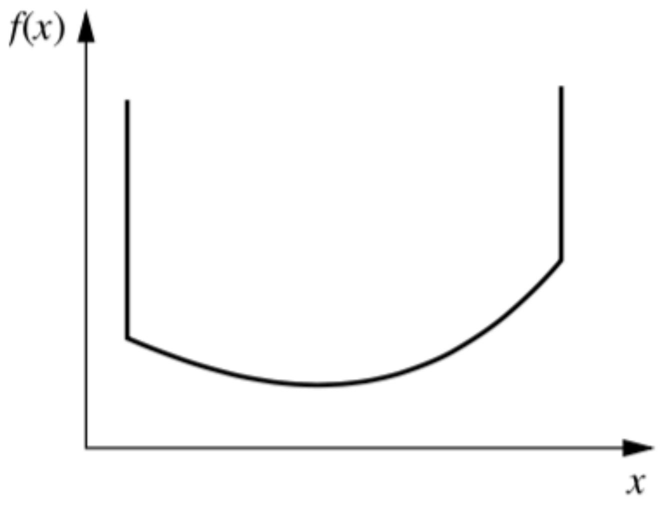


FIGURA A2.7
Ejemplo de un conjunto convexo determinado por una función convexa.

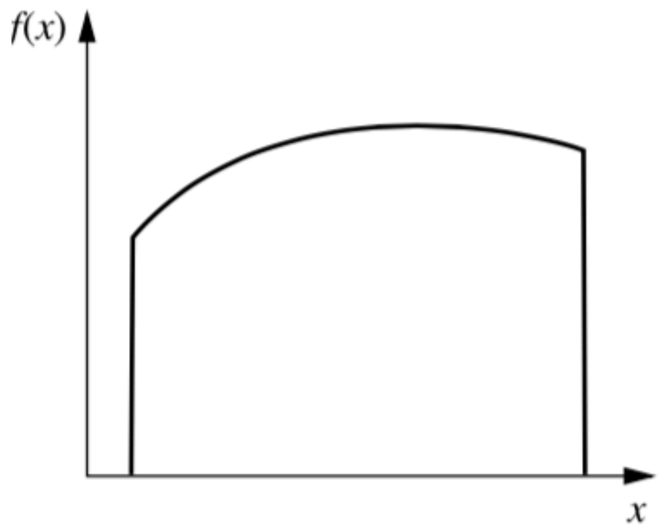


FIGURA A2.8
Ejemplo de un conjunto convexo determinado por una función cóncava.

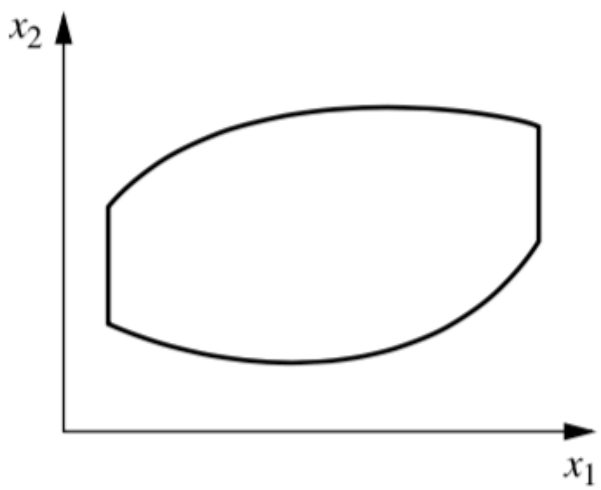
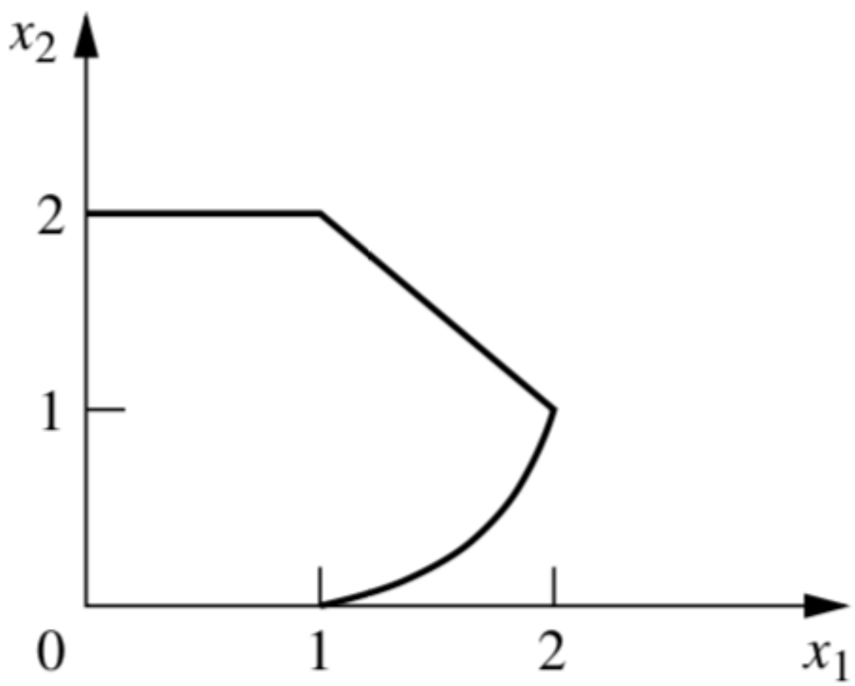


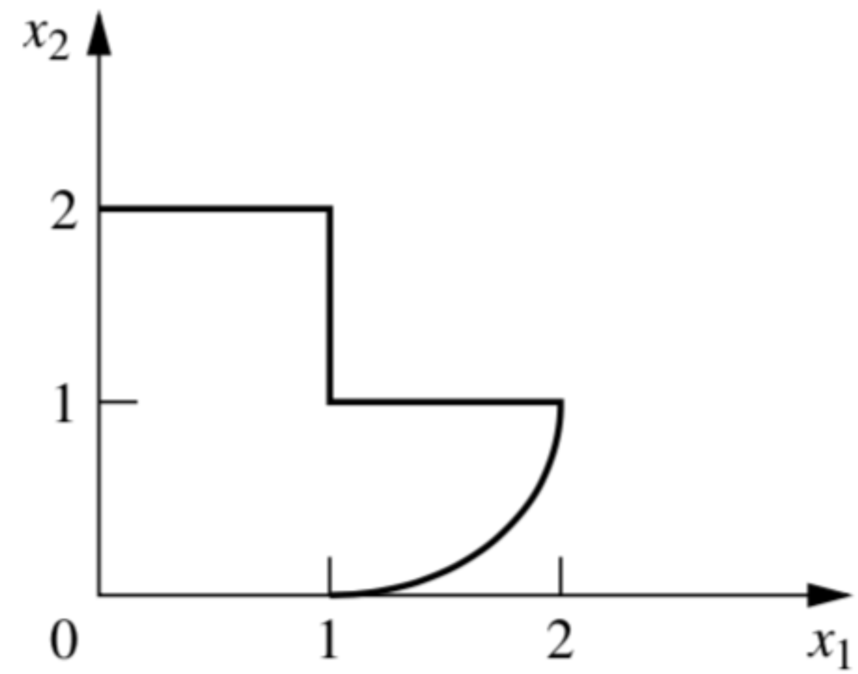
FIGURA A2.9
Ejemplo de un conjunto convexo determinado tanto por una función convexa como por una cóncava.

OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (VIII)

Ejemplo de un conjunto convexo.

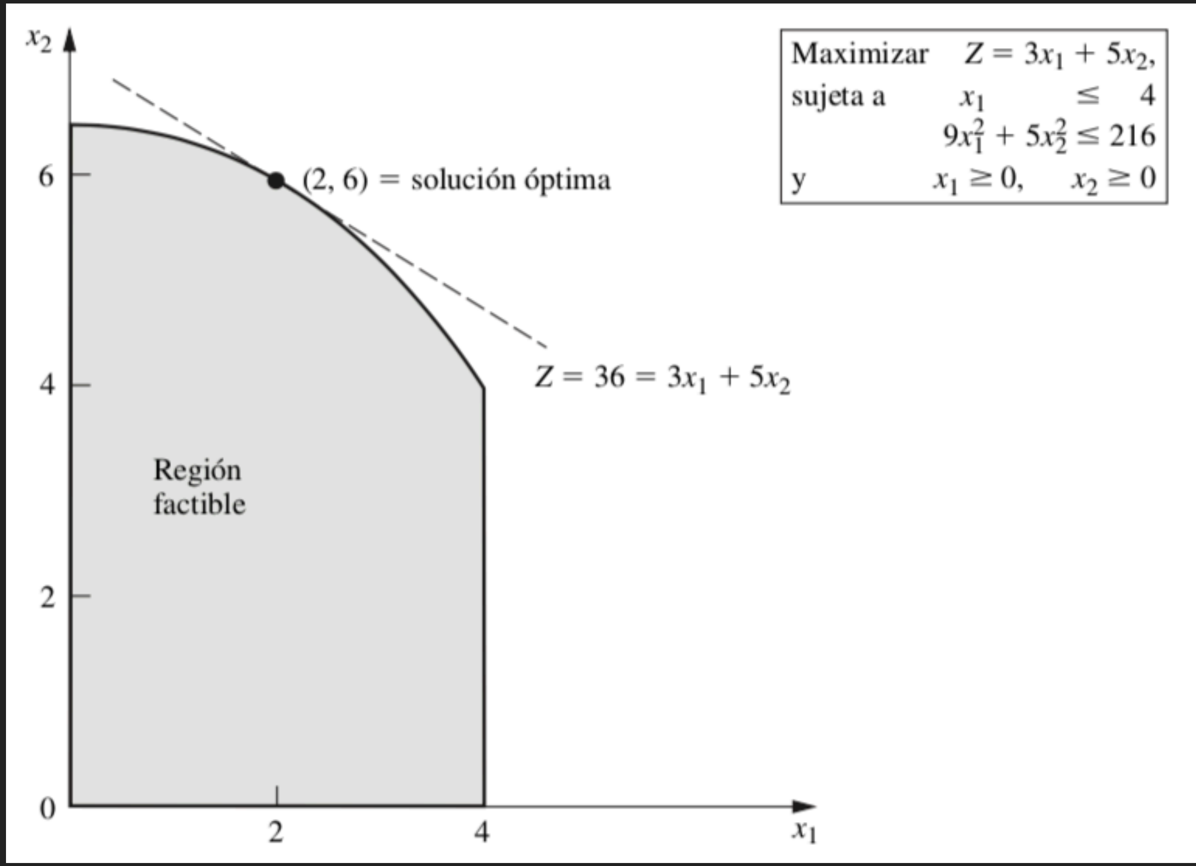


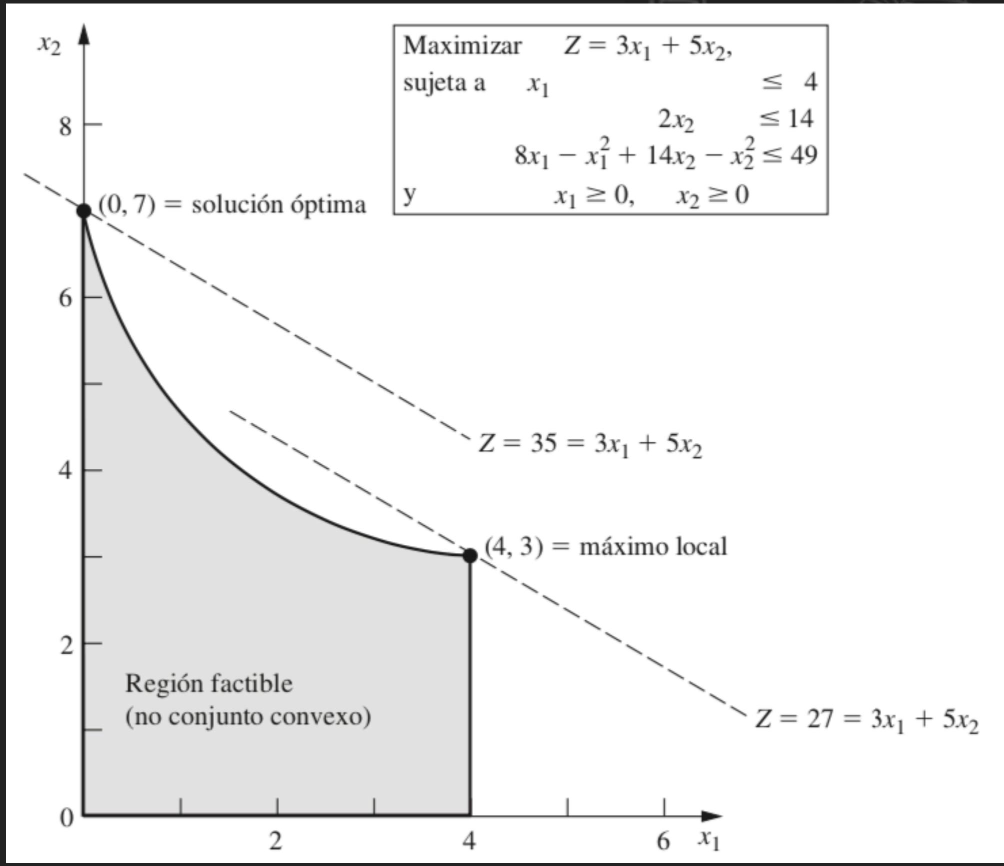
Ejemplo de un conjunto no convexo.



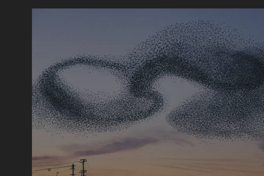
OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (VIII)

- ¿Porque es importante la convexidad en programación lineal o no lineal?
- Conjuntos convexos => cualquier solución óptima encontrada es garantizada como la mejor solución global.
- Conjuntos no convexos => pueden converger a mínimos locales que no son óptimos globales.





OPTIMIZACIÓN CON RESTRICCIONES (IX)



- Problema de **Programación Lineal**
- **Método Simplex** (optimización con enfoque determinista)
- George Bernard Dantzig (1947)
- Software: GAMS/MINOS, XPRESS-LP, LINDO, EXCEL, PHPSimplex…

Maximizar $Z = 3x_1 + 5x_2,$

sujeta a las restricciones

$$\begin{aligned} x_1 \quad\quad &\leq 4 \\ 2x_2 &\leq 12 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 18 \end{aligned}$$

y

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

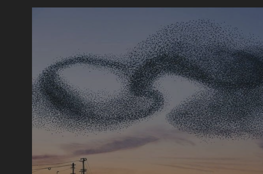
¿PORQUÉ RESOLVER PROG. LIN. CON METAHEURÍSTICAS?

- Eficiencia en problemas de alta dimensionalidad (costo computacional)
- Flexibilidad en la exploración del espacio de soluciones (violación de restricciones en metaheurísticas).
- Robustez ante cambios en el problema (incluso en el análisis de sensibilidad).
- Facilidad de Implementación.
- Optimización de problemas complejos (no solo lineales).

¿CÓMO RESOLVER PROBLEMAS DE PL CON PSO?

- PSO sin restricciones (Kennedy y Eberhart, 1995)
- PSO con restricciones
    1. Técnica de preservación de la viabilidad (Hu et al., 2003)
    2. Métodos de penalización (Coello, 2000)(Parsopoulos et al., 2002)
    3. Técnicas de reparación (Engelbrecht, 2005)
    4. Técnicas basadas en problemas multiobjetivos

TÉCNICA DE PRESERVACIÓN DE LA VIABILIDAD



- Consiste en que la experiencia recogida por las partículas inviables sea ignorada por el enjambre y por la propia partícula.
- Las partículas que sobrevuelan regiones inviables, son rápidamente devueltas al espacio factible ya que las soluciones inviables no se almacenan en la memoria.

TÉCNICA DE PRESERVACIÓN DE LA VIABILIDAD

- Ventajas
  - ✓ Garantiza una solución factible
  - ✓ Sólo requiere dos pequeñas modificaciones al algoritmo sin restricciones:
    1. La inicialización aleatoria sucesiva hasta que se genere un enjambre factible
    2. La condición de viabilidad para la actualización de las mejores experiencias.
- Desventaja
  - ✓ La inicialización aleatoria puede consumir mucho tiempo hasta conseguir una viabilidad inicial del espacio de búsqueda.

TÉCNICA DE PRESERVACIÓN DE LA VIABILIDAD

- Pseudocódigo

```
Para cada partícula:
    REPETIR:
        Inicializar la partícula hasta que satisfaga todas las restricciones
HACER:
    Para cada partícula:
        Calcular el valor de aptitud
        Si el valor de aptitud es mejor que el mejor valor de aptitud histórico
            (pBest) Y la partícula está en el espacio factible:
            Establecer el valor actual como el nuevo pBest
    Para cada partícula:
        Elegir la partícula con el mejor valor pBest
        Calcular la velocidad de la partícula según la ecuación original de PSO
        Actualizar la posición de la partícula según la ecuación original de PSO
MIENTRAS no se alcance el número máximo de iteraciones o el criterio mínimo
```

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS Y WEB

- J. Kennedy, R. Eberhart. (1995). Particle swarm optimization (in Neural Networks). Proceedings., IEEE International Conference on, vol. 4, pp. 1942 – 1948 vol.4.
- Engelbrecht, A. P. (2007). Computational intelligence: an introduction. John Wiley & Sons.
- Clerc, M. (2010). Particle swarm optimization (Vol. 93). John Wiley & Sons.
- Shi, Y., & Eberhart, R. (1998). A Modified Particle Swarm Optimizer. Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation, 1998. IEEE World Congress on Computational Intellince (Cat. No.98TH8360), Anchorage, AK, USA, 1998, pp. 69-73. DOI: 10.1109/ICEC.1998.699146.
- Bratton, D., & Kennedy, J. (2007, April). Defining a standard for particle swarm optimization. In 2007 IEEE swarm intelligence symposium (pp. 120-127). IEEE.
- Parsopoulos, K. E., & Vrahatis, M. N. (2002). Particle swarm optimization method for constrained optimization problems. Intelligent technologies–theory and application: New trends in intelligent technologies, 76(1), 214-220.
- Hu, X., Eberhart, R. C., & Shi, Y. (2003, April). Engineering optimization with particle swarm. In Proceedings of the 2003 IEEE Swarm Intelligence Symposium. SIS'03 (Cat. No. 03EX706) (pp. 53-57). IEEE.
- HILLIER, F. LIEBERMAN.(2010). Introducción a la Investigación de Operaciones.
- Coello Coello, C. A., "Use of a self-adaptive penalty approach for engineering optimization problems", Elsevier Science, Computers in Industry 41, 2000, pp. 113-127.
- Parsopoulos, K. E., and Vrahatis, M. N., "Particle Swarm Optimization Method for Constrained Optimization Problems", in Proceedings of the Euro-International Symposium on Computational Intelligence, 2002.
- Engelbrecht, A. P., "Fundamentals of Computational Swarm Intelligence", John Wiley & Sons Ltd, England, 2005.