

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

Euclydes Vieira Neto (ISECENSA) euclydes@censanet.com.br

André Soares Velasco (IFF) asvelasco@iff.edu.br

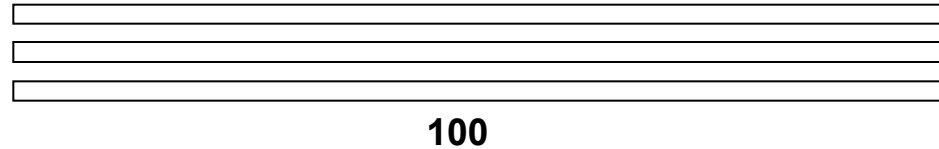
Geraldo Galdino de Paula Junior (UENF) galdino@uenf.br

XLV SBPO – SETEMBRO DE 2013

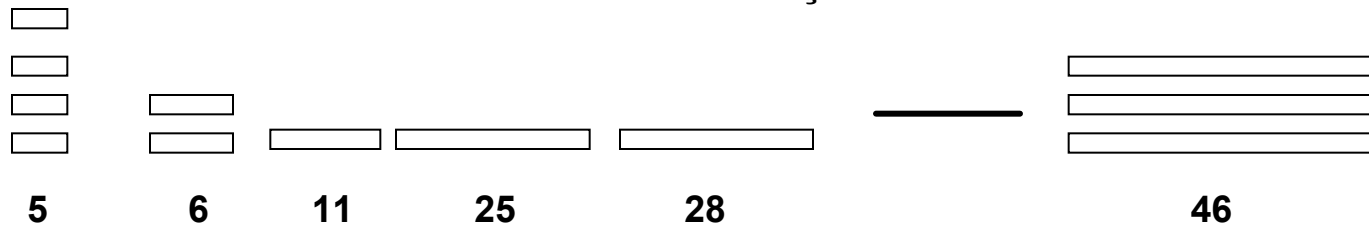
ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

O PROBLEMA UNIDIMENSIONAL

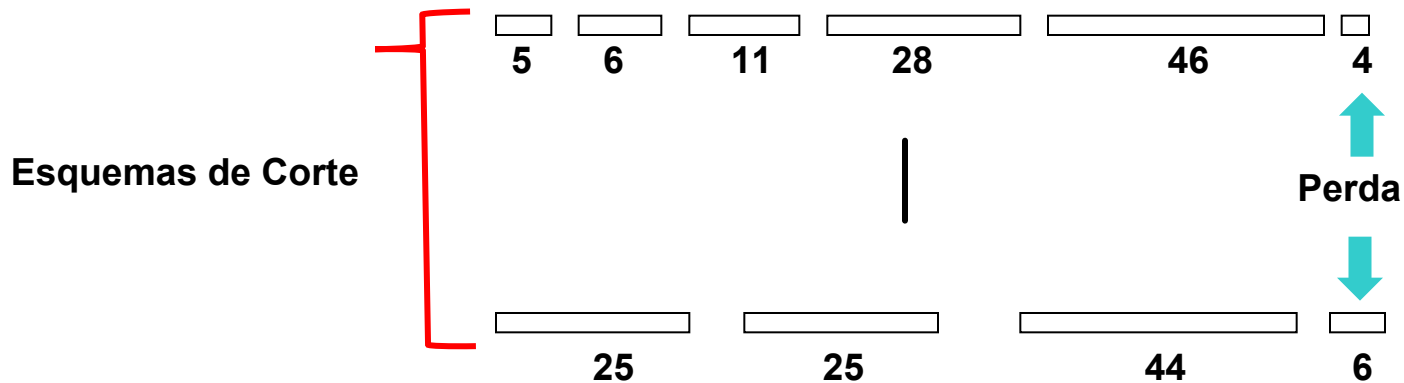
Barras Padrão em Estoque



Ordem de Produção



Solução



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

FORMULAÇÃO

A formulação para os dois problemas poderia ser então:

Minimizar
$$Z = \sum_{j=1}^n x_j$$

Sujeito a:
$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = d_i \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$x_j \geq 0 \text{ e inteiro para } \forall j \ (j = 1, 2, \dots, n)$$

Sendo:

x_j = número de vezes que o esquema de corte j é executado

a_{ij} = número de vezes que o item i será cortado no esquema de corte j

d_i = demanda do item i

n = número de esquemas viáveis

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

METAHEURÍSTICA GRASP

Início

Ler (instância)

Processo

Enquanto (critério de parada não for satisfeito) fazer

Início

- Procedimento construir solução

- Procedimento melhorar solução

Fim

Saída

Escrever (melhor solução)

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

ALGORITMO GRASP

Procedimento de Construção da Solução Inicial

Início

Ler ($l_1, l_2, \dots, l_n, d_1, d_2, \dots, d_n, \alpha, L$); sendo ($0 < \alpha < 1$)

Faça $N := \{ 1, 2, \dots, n \}$;

Faça $S := \emptyset$;

Processo

Enquanto ($N \neq \emptyset$) fazer

Início

$\beta := \{\text{maior } l_i \text{ onde } i \in N\}$

$R := \{ i \in N : l_i \geq \alpha\beta \}$

$K := \text{Randon} (R)$

Se ($S \cup \{ K \}$ é viável) então

Início

$S := S \cup \{ K \}$;

$N = N - \{ K \}$;

Fim

Fim;

Escrever (S);

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

CONSTRUÇÃO DE SOLUÇÕES PELO GRASP-1D

| | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| Comprimento | 70 | 41 | 33 | 26 | 15 | 7 | 6 | 2 |
| Demanda | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Barra Padrão = 100 $\alpha = 0,7$

$\beta = 70$ $R = \{ l_i \geq 49 \} = \{ 70 \}$

Escolha = 70 $esq_1 = (1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

perda = 30 T1

$\beta = 26$ $R = \{ l_i \geq 18,2 \} = \{ 26 \}$

Escolha = 26 T2 $esq_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$

perda = 4 T1

$\beta = 2$ $R = \{ l_i \geq 1,4 \} = \{ 2 \}$

Escolha = 2 T2 $esq_1 = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 1)$

perda = 2 T1

Executar 1 vezes atualizar demanda

| | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| Comprimento | 70 | 41 | 33 | 26 | 15 | 7 | 6 | 2 |
| Demanda | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

$$41 + 33 + 15 + 7 + 6 = 102$$

| | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| Comprimento | 70 | 41 | 33 | 26 | 15 | 7 | 6 | 2 |
| Demanda | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

Barra Padrão = 100 $\alpha = 0,5$

$\beta = 70$ $R = \{ l_i \geq 35 \} = \{ 70, 41 \}$

Escolha = 41 $esq_1 = (0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0)$

perda = 59 T1

$\beta = 33$ $R = \{ l_i \geq 16,5 \} = \{ 33, 26 \}$

Escolha = 26 T2 $esq_1 = (0, 1, 0, 1, 0, 0, 0, 0)$

perda = 33 T1

$\beta = 33$ $R = \{ l_i \geq 16,5 \} = \{ 33 \}$

Escolha = 33 T2 $esq_1 = (0, 1, 1, 1, 0, 0, 0, 0)$

perda = 0 T1

Executar 1 vezes atualizar demanda

| | | | | | | | | |
|-------------|----|----|----|----|----|---|---|---|
| Comprimento | 70 | 41 | 33 | 26 | 15 | 7 | 6 | 2 |
| Demanda | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |

$$70 + 15 + 7 + 6 + 2 = 100$$

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

BUSCA LOCAL – MELHORIA DA SOLUÇÃO INICIAL

- PASSO 1** Selecionar alguns esquemas de corte, particionando a solução inicial;
- PASSO 2** Transformar os esquemas de corte selecionados em um subproblema;
- PASSO 3** Resolver o subproblema gerado no passo 2 utilizando um algoritmo exato, relaxando a integridade das variáveis;
- PASSO 4** Anexar parte da solução gerada no passo 3 à solução inicial particionada do passo 1;
- PASSO 5** Construir esquemas para atender a demanda não atendida, anexando à solução inicial particionada do passo 1;

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

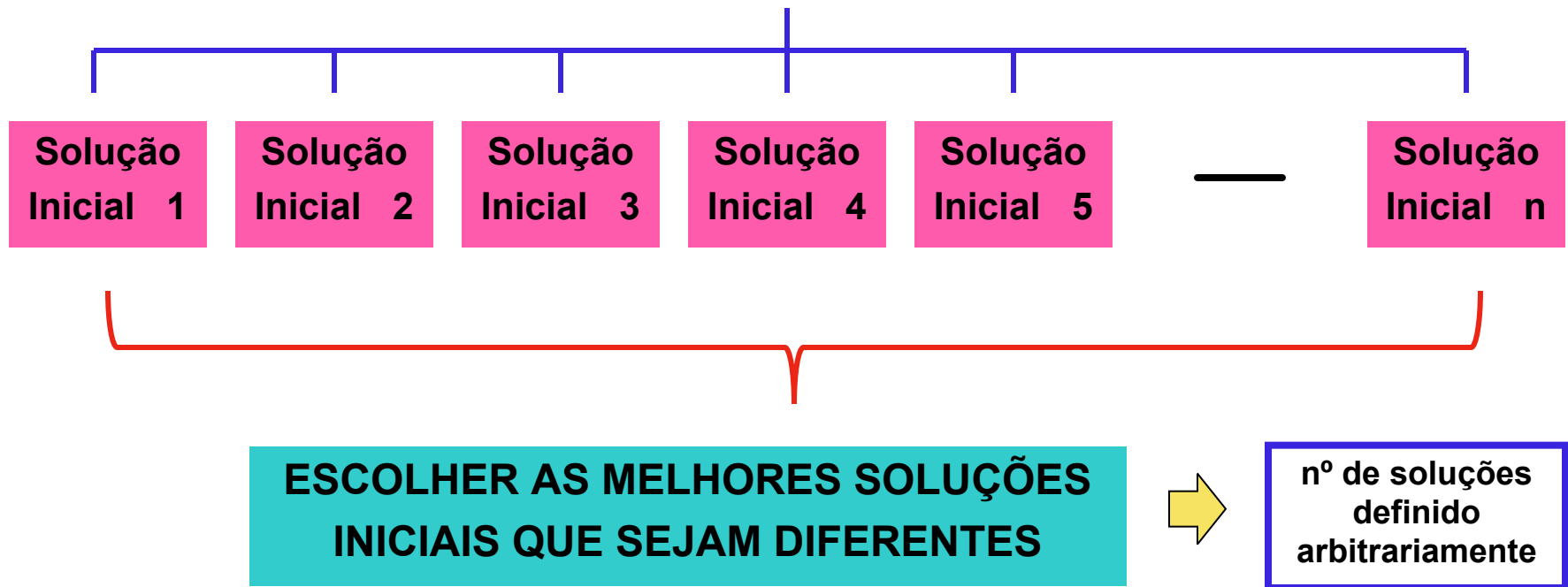
ALGORITMO PARA SELEÇÃO DOS ESQUEMAS (GRASP-1D)

- Selecionar quatro esquemas da solução inicial $S_{inicial}$ da seguinte forma:
- a) o esquema com a maior comprimento de perda;
 - b) o esquema que gera o maior comprimento de perda pelo seu uso (comprimento da perda x nº execuções);
 - c) o esquema que contém o maior número de peças;
 - d) o esquema que gera o maior número de peças pelo uso (número de peças x nº execuções);
- Criar grupo de esquemas G_1 formado pelos esquemas selecionados.

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

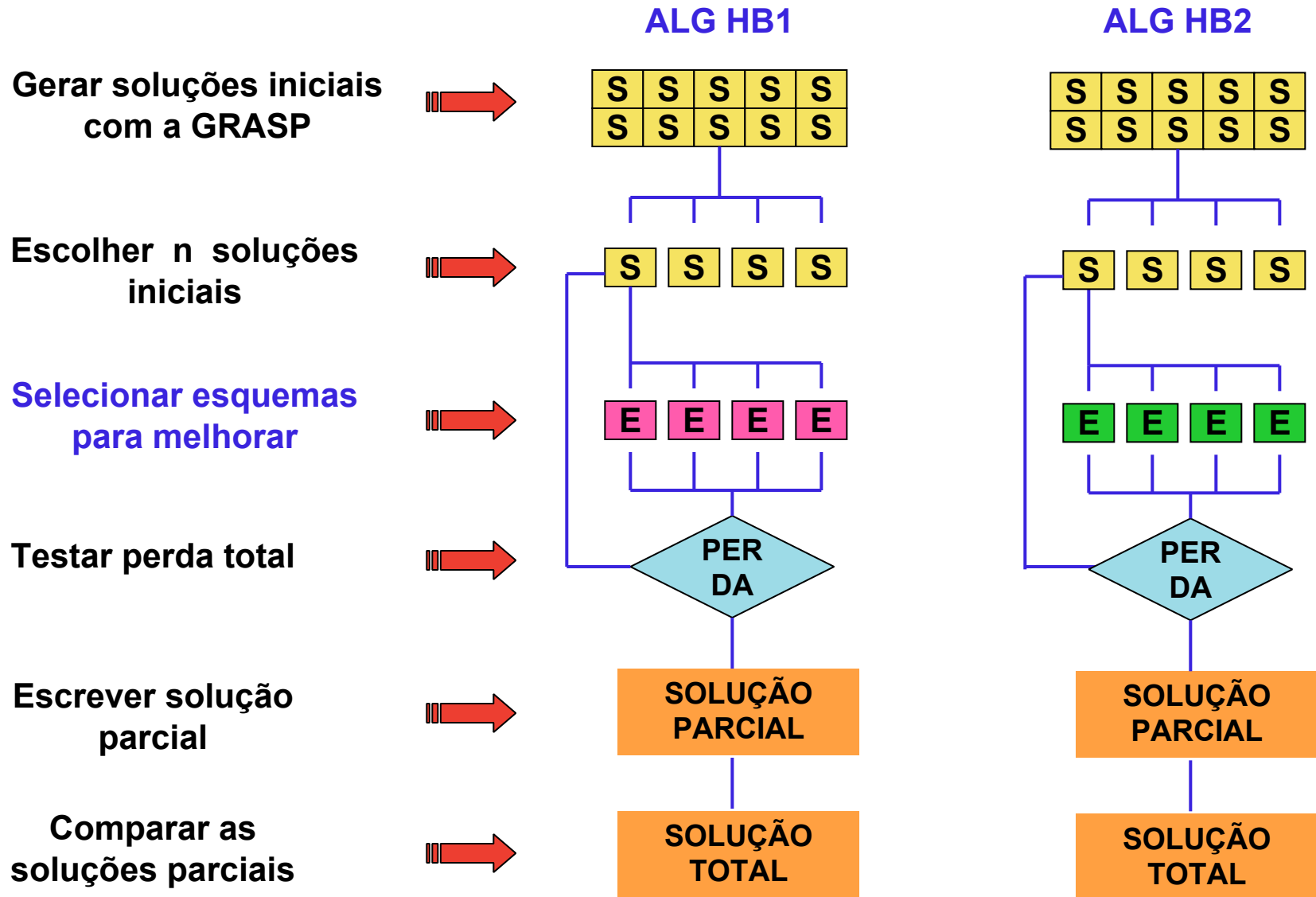
ALGORITMOS ALG HB1 E ALG HB2

PROCEDIMENTO CONSTRUIR SOLUÇÕES DA GRASP



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

CARACTERÍSTICAS ALG HB1 E ALG HB2



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

ALGORITMO PARA SELEÇÃO DOS ESQUEMAS (ALG HB1)

- Selecionar quatro esquemas da solução inicial $S_{inicial}$ da seguinte forma:
- a) o esquema com a maior comprimento de perda;
 - b) o esquema que gera o maior comprimento de perda pelo seu uso (comprimento da perda x nº repetições);
 - c) o esquema que contém o maior número de peças;
 - d) o esquema que gera o maior número de peças pelo uso (número de peças x nº repetições).
- Criar grupo de esquemas G_1 formado pelos esquemas selecionados.

ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

ALGORITMO PARA SELEÇÃO DOS ESQUEMAS (ALG HB2)

→ Calcular o comprimento equivalente (C_e) da Perda Total Percentual em uma barra padrão e selecionar:

a) os esquemas de corte da Solução Inicial onde o comprimento da perda no esquema é maior que o comprimento equivalente (C_e);

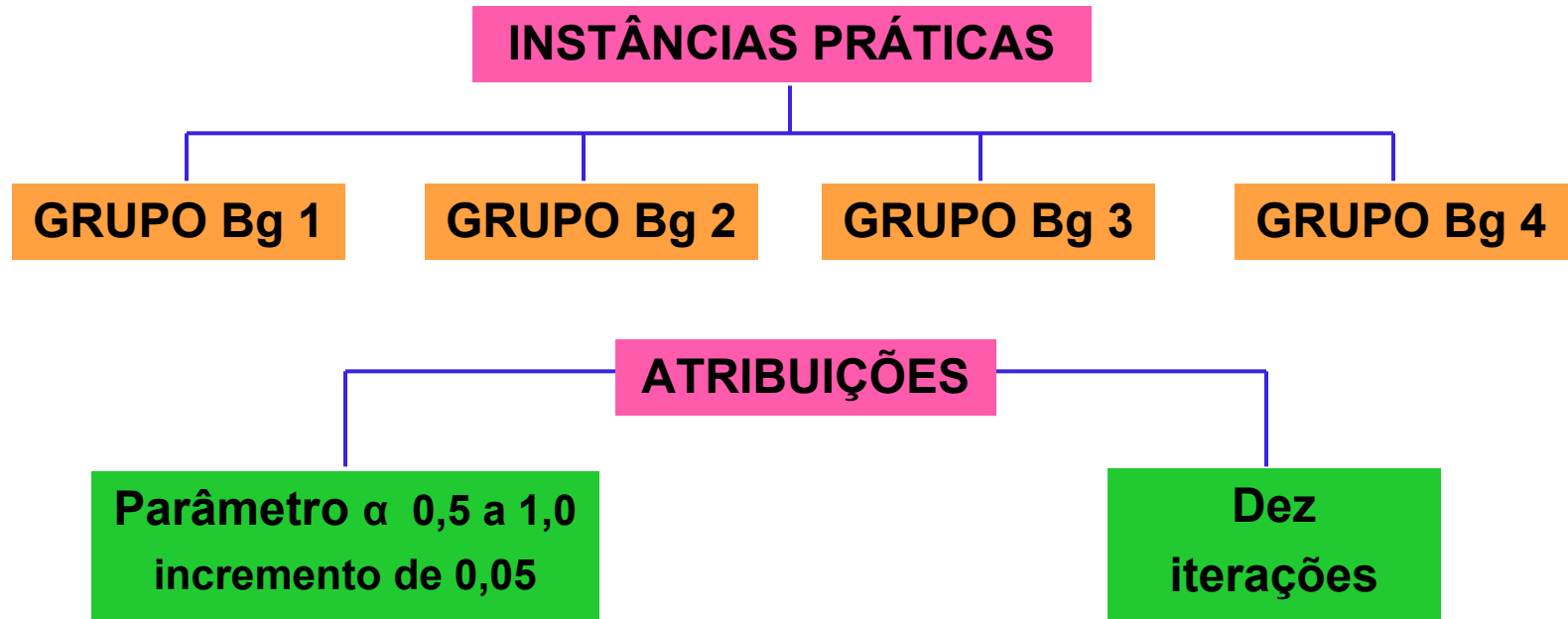
b) o esquema que gera o maior número de peças quando usado;

c) o esquema que contém o maior número de peças;

→ Criar grupo de esquemas G_1 formado pelos esquemas selecionados.

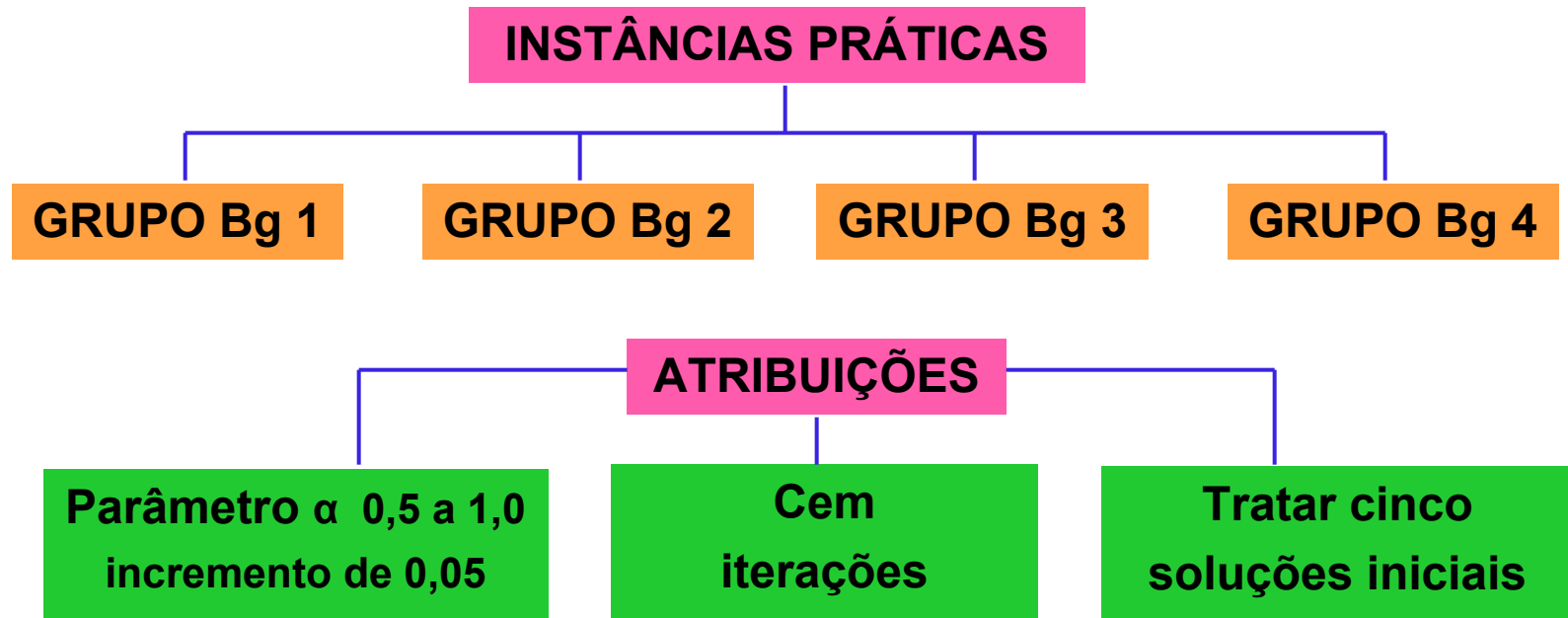
ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

TESTES COMPUTACIONAIS (GRASP-1D)



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

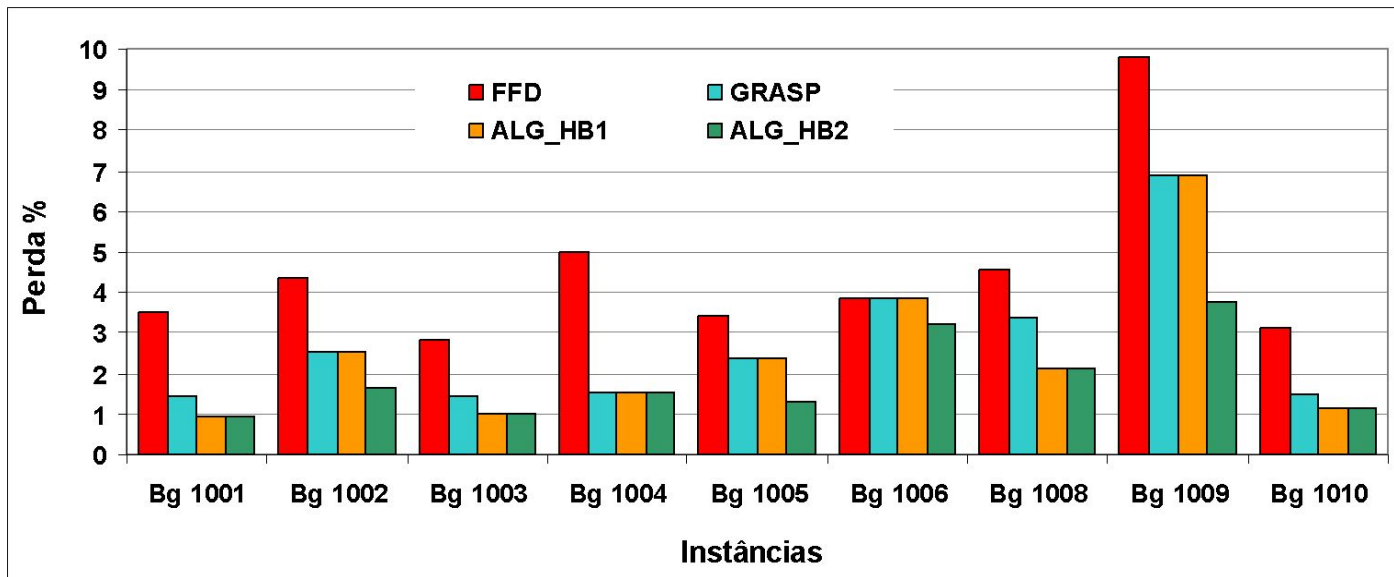
TESTES COMPUTACIONAIS (ALG HB1/ALG HB2)



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

Comparativo das perdas percentuais das instâncias do grupo BG 1

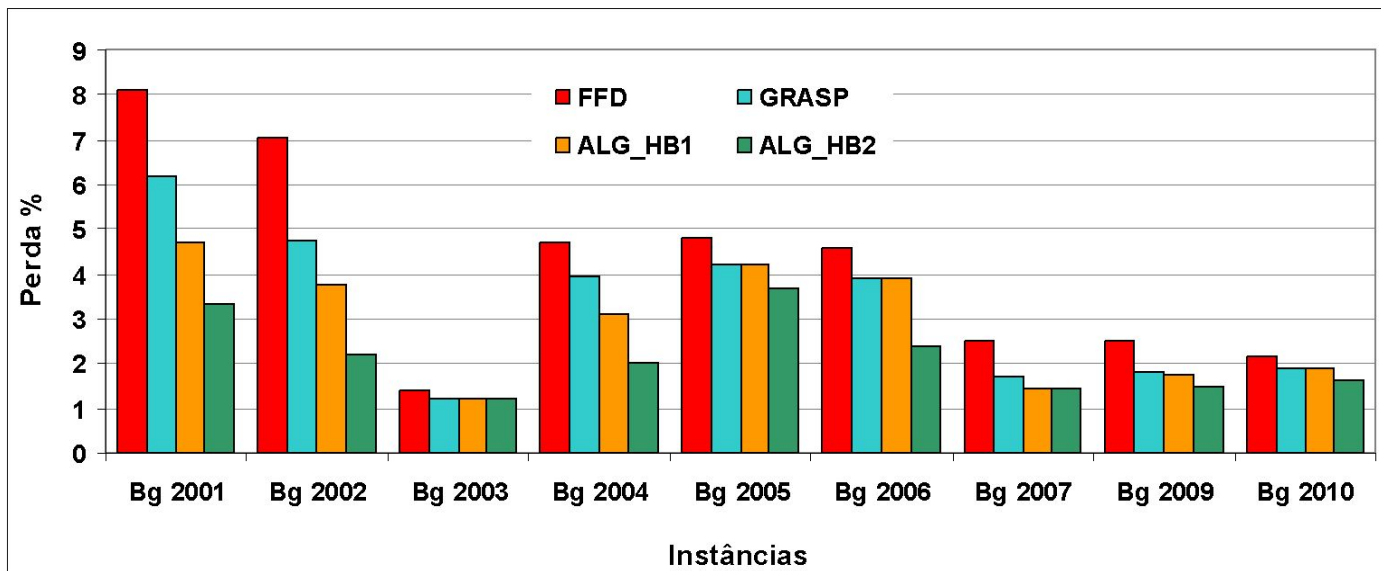
| Código | m | simplex | FFD | | GRASP | | | | ALGOL HB1 | | | | ALGOL HB2 | | | |
|---------|----|--------------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|
| | | total barras | total barra | perda (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) |
| Bg 1001 | 8 | 185.99 | 192 | 3.51 | 188 | 1.45 | 7 | 58.69 | 187 | 0.93 | 8 | 73.50 | 187 | 0.93 | 6 | 73.50 |
| Bg 1002 | 14 | 209.70 | 216 | 4.34 | 212 | 2.54 | 8 | 41.47 | 212 | 2.54 | 5 | 41.47 | 210 | 1.61 | 6 | 62.90 |
| Bg 1003 | 15 | 206.97 | 213 | 2.83 | 210 | 1.44 | 7 | 49.12 | 209 | 0.97 | 6 | 65.72 | 209 | 0.97 | 4 | 65.72 |
| Bg 1004 | 9 | 54.95 | 57 | 5.00 | 55 | 1.55 | 8 | 69.00 | 55 | 1.55 | 4 | 69.00 | 55 | 1.55 | 4 | 69.00 |
| Bg 1005 | 18 | 181.05 | 186 | 3.43 | 184 | 2.38 | 7 | 30.61 | 184 | 2.38 | 6 | 30.61 | 182 | 1.31 | 3 | 61.81 |
| Bg 1006 | 8 | 145.50 | 147 | 3.86 | 147 | 3.86 | 7 | 0.00 | 147 | 3.86 | 3 | 0.00 | 146 | 3.20 | 3 | 17.10 |
| Bg 1008 | 12 | 77.85 | 81 | 4.56 | 80 | 3.37 | 7 | 26.10 | 79 | 2.15 | 5 | 52.85 | 79 | 2.15 | 3 | 52.85 |
| Bg 1009 | 10 | 30.00 | 32 | 9.80 | 31 | 6.89 | 7 | 29.69 | 31 | 6.89 | 4 | 29.69 | 30 | 3.78 | 6 | 61.43 |
| Bg 1010 | 21 | 291.78 | 301 | 3.11 | 296 | 1.47 | 7 | 52.73 | 295 | 1.14 | 8 | 63.34 | 295 | 1.14 | 6 | 63.34 |



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

Comparativo das perdas percentuais das instâncias do grupo BG 2

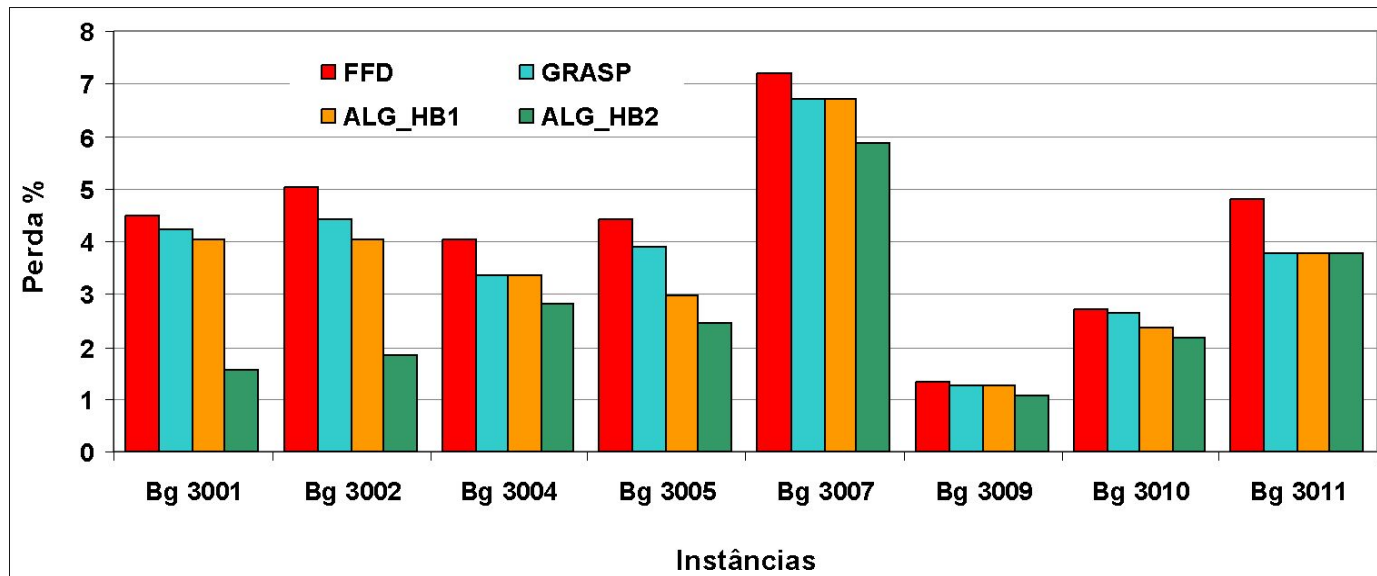
| Código | m | Simplex | FFD | | GRASP | | | | ALGOL HB1 | | | | ALGOL HB2 | | | |
|---------|----|--------------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|
| | | total barras | total barra | perda (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) |
| Bg 2001 | 28 | 1522.81 | 1608 | 8.12 | 1575 | 6.20 | 7 | 23.65 | 1550 | 4.68 | 11 | 42.36 | 1528 | 3.31 | 13 | 59.24 |
| Bg 2002 | 46 | 1458.69 | 1562 | 7.01 | 1525 | 4.76 | 7 | 32.10 | 1509 | 3.75 | 11 | 46.50 | 1485 | 2.19 | 15 | 68.76 |
| Bg 2003 | 23 | 671.85 | 680 | 1.37 | 679 | 1.23 | 8 | 10.22 | 679 | 1.23 | 4 | 10.22 | 679 | 1.23 | 4 | 10.22 |
| Bg 2004 | 23 | 349.67 | 365 | 4.71 | 362 | 3.92 | 8 | 16.77 | 359 | 3.11 | 6 | 33.97 | 355 | 2.02 | 9 | 57.11 |
| Bg 2005 | 23 | 340.29 | 346 | 4.78 | 344 | 4.22 | 7 | 11.72 | 344 | 4.22 | 5 | 11.72 | 342 | 3.66 | 7 | 23.43 |
| Bg 2006 | 23 | 695.25 | 715 | 4.55 | 710 | 3.88 | 7 | 14.73 | 710 | 3.88 | 7 | 14.73 | 699 | 2.37 | 9 | 47.91 |
| Bg 2007 | 23 | 365.57 | 371 | 2.49 | 368 | 1.69 | 7 | 32.13 | 367 | 1.43 | 5 | 42.57 | 367 | 1.43 | 6 | 42.57 |
| Bg 2009 | 46 | 1905.97 | 1954 | 2.49 | 1940 | 1.78 | 8 | 28.51 | 1939 | 1.73 | 6 | 30.52 | 1934 | 1.48 | 7 | 40.56 |
| Bq 2010 | 23 | 731.13 | 736 | 2.16 | 734 | 1.89 | 8 | 12.50 | 734 | 1.89 | 5 | 12.50 | 732 | 1.63 | 6 | 24.54 |



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

Comparativo das perdas percentuais das instâncias do grupo BG 3

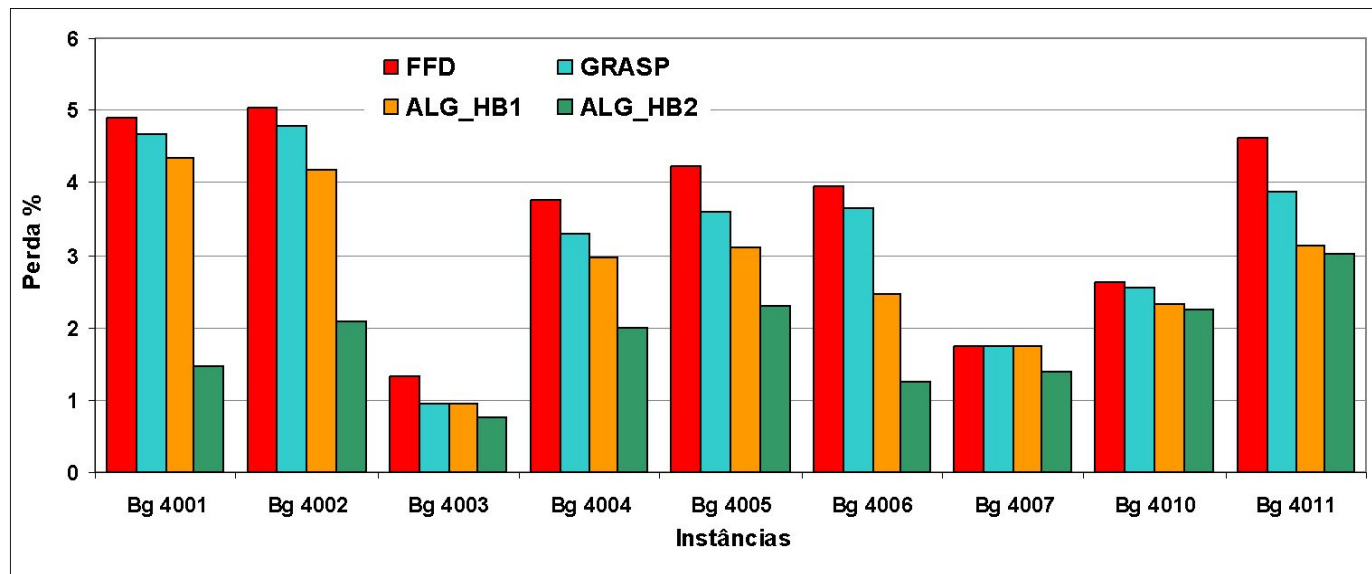
| Código | m | Simplex | FFD | | GRASP | | | | ALGOL HB1 | | | | ALGOL HB2 | | | |
|---------|----|--------------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|
| | | total barras | total barra | perda (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) |
| Bg 3001 | 49 | 2023.46 | 2113 | 4.49 | 2107 | 4.22 | 7 | 6.01 | 2103 | 4.04 | 10 | 10.02 | 2050 | 1.56 | 16 | 65.26 |
| Bg 3002 | 68 | 1987.01 | 2088 | 5.03 | 2075 | 4.43 | 8 | 11.93 | 2066 | 4.02 | 11 | 20.08 | 2020 | 1.83 | 40 | 63.62 |
| Bg 3004 | 37 | 529.92 | 551 | 4.05 | 547 | 3.35 | 8 | 17.28 | 547 | 3.35 | 6 | 17.28 | 544 | 2.81 | 6 | 30.62 |
| Bg 3005 | 34 | 510.63 | 534 | 4.43 | 531 | 3.89 | 7 | 12.19 | 526 | 2.97 | 11 | 32.96 | 523 | 2.42 | 9 | 45.37 |
| Bg 3007 | 34 | 551.53 | 563 | 7.21 | 560 | 6.71 | 8 | 6.93 | 560 | 6.71 | 6 | 6.93 | 555 | 5.87 | 5 | 18.59 |
| Bg 3009 | 68 | 2842.92 | 2882 | 1.34 | 2880 | 1.27 | 9 | 5.22 | 2880 | 1.27 | 6 | 5.22 | 2874 | 1.07 | 8 | 20.15 |
| Bg 3010 | 37 | 1084.52 | 1112 | 2.71 | 1111 | 2.62 | 8 | 3.32 | 1108 | 2.36 | 6 | 12.92 | 1106 | 2.18 | 5 | 19.56 |
| Bg 3011 | 14 | 92.69 | 95 | 4.8 | 94 | 3.79 | 7 | 21.04 | 94 | 3.79 | 4 | 21.04 | 94 | 3.79 | 3 | 21.04 |



ALGORITMOS GRASP HÍBRIDOS PARA O PROBLEMA DE CORTE UNIDIMENSIONAL

Comparativo das perdas percentuais das instâncias do grupo BG 4

| Código | m | Simplex | FFD | | GRASP | | | | ALGOL HB1 | | | | ALGOL HB2 | | | |
|---------|----|--------------|-------------|-----------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|-------------|-----------|-------|---------|
| | | total barras | total barra | perda (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) | total barra | perda (%) | t (s) | red (%) |
| Bg 4001 | 67 | 2165.31 | 2273 | 4.89 | 2268 | 4.68 | 8 | 4.29 | 2060 | 4.34 | 11 | 11.25 | 2194 | 1.47 | 25 | 69.94 |
| Bg 4002 | 79 | 2124.62 | 2236 | 5.04 | 2230 | 4.78 | 8 | 5.16 | 2216 | 4.18 | 14 | 17.06 | 2168 | 2.06 | 25 | 59.13 |
| Bg 4003 | 43 | 1004.77 | 1018 | 1.33 | 1014 | 0.95 | 11 | 28.57 | 1014 | 0.95 | 5 | 28.57 | 1012 | 0.75 | 20 | 43.61 |
| Bg 4004 | 47 | 594.13 | 617 | 3.75 | 614 | 3.28 | 8 | 12.53 | 612 | 2.96 | 6 | 21.07 | 606 | 2.00 | 6 | 46.67 |
| Bg 4005 | 44 | 575.54 | 601 | 4.24 | 597 | 3.60 | 7 | 15.09 | 594 | 3.11 | 12 | 26.65 | 589 | 2.29 | 10 | 45.99 |
| Bg 4006 | 44 | 941.68 | 980 | 3.96 | 977 | 3.66 | 7 | 7.58 | 965 | 2.46 | 13 | 37.88 | 953 | 1.24 | 16 | 68.69 |
| Bg 4007 | 44 | 559.32 | 565 | 1.73 | 565 | 1.73 | 8 | 0.00 | 565 | 1.73 | 6 | 0.00 | 563 | 1.38 | 8 | 20.23 |
| Bg 4010 | 47 | 1212.92 | 1245 | 2.63 | 1244 | 2.55 | 8 | 3.04 | 1241 | 2.32 | 6 | 11.79 | 1240 | 2.24 | 5 | 14.83 |
| Bg 4011 | 24 | 126.02 | 129 | 4.63 | 128 | 3.88 | 8 | 16.20 | 127 | 3.13 | 4 | 32.40 | 127 | 3.13 | 4 | 32.40 |



CONCLUSÕES E SUGESTÕES

- As respectivas estratégias da busca local, utilizada nos três algoritmos híbridos apresentados, mostraram-se de grande eficiência para o tratamento de soluções iniciais e isto fica evidente quando se observa o percentual de redução que cada método alcançou com relação à heurística FFD.
- O algoritmo ALG HB2 mostrou um desempenho bastante satisfatório, conseguindo alcançar a solução ótima para algumas instâncias.
- Outros estudos podem ser realizados, explorando ainda mais procedimentos de melhoria, modificando a seleção dos esquemas para compor o subproblema, bem como desenvolver outros algoritmos para o reagrupamento dos itens do subproblema.

FIM