

解舒丝长分布研究^①

白 伦¹ 王建民² 周 韶²

(1. 苏州大学, 苏州 215006; 2 苏州大学材料工程学院, 苏州 215021)

摘 要: 在假定茧丝长具有正态分布, 茧丝上的落绪具有任意形态的部位分布的条件下, 给出因落绪切断而形成的解舒丝长分布。就茧丝上各点的落绪率呈二次曲线形状分布的情况分析解舒丝长分布的形态以及落绪分布参数对该形态的影响。并讨论在实际缫丝工程中调查落绪部位分布参数的方法。通过电子计算机模拟实验对理论结果进行了验证并讨论了其应用问题。

关键词: 茧丝长; 解舒丝长分布; 落绪率; 落绪部位分布; 落绪率均一度

中图分类号: TS143. 1

文献识别码: A

在前文^[1]中, 对于给定的茧丝长, 导出了茧丝由于落绪切断而形成的解舒丝长的分布。但是在实际问题中原料茧丝长是一个变化的量。过去的许多研究与实际调查结果都显示, 各种原料茧庄口的茧丝长都可以视为是具有正态分布的随机变量^[2]。为此, 需要继续考虑茧丝长变化时的解舒丝长分布的构造问题。本文在假定茧丝长具有正态分布, 茧丝上的落绪具有任意形态的部位分布的条件下, 给出解舒丝长分布的数学表式。此外为了表征原料茧庄口中落绪部位的 L, U, J 等种种分布形状, 假定茧丝上各点的落绪率呈二次曲线形状分布。据此分析解舒丝长分布的形态以及落绪分布参数对该形态的影响。从理论上阐明茧丝通过一定规则的落绪形成解舒丝长这一演变的机理; 将茧丝长、落绪数、解舒丝长三者表达于同一模型中, 使原料茧特性、工艺条件与所形成的解舒丝长分布之间关系得以析明。此外, 本文还讨论在实际缫丝工程中调查落绪部位分布参数的方法等。通过电子计算机模拟实验对有关理论结果进行了验证并讨论了其应用问题。

1 茧丝平均落绪率

与前文^[1]同样地, 假设茧丝长为一取正整数值的随机变量 L_0 。并假设在茧丝上除两端点外, 每一单位长度处有一节点, 落绪只能发生在节点上。每个节点按照一定的落绪率决定该节点是否为一个落绪点。假设来自同一原料庄口的茧丝的节点平均落绪率为一定值 β 。

当茧丝长 $L_0 = m$ 时, 茧丝上共有 $m - 1$ 个节点。若记该茧丝上的落绪次数为 Z_m , 根据上

① 收稿日期: 1999-05-20

作者简介: 白 伦(1948-), 男, 教授, 主要从事制丝工程管理研究

基金项目: 本研究为纺织总会三项费用资助项目

述假设, 茧丝上的平均落绪次数为

$$E(Z_m) = \beta(m-1). \quad (1)$$

假设茧丝长 L_o 服从平均值为 μ , 均方差为 σ 的正态分布, 即

$$L_o \sim N(\mu, \sigma^2).$$

因此原料茧庄口总体的茧丝平均落绪次数为

$$E[\beta(m-1)] = \beta(\mu-1).$$

若在制丝工程实态调查中得到茧丝平均落绪次数的样本值为 \bar{Z} , 当调查样本的数量十分大时, 下面的等式近似值成立。

$$\bar{Z} = \beta(\mu-1).$$

这样原料茧庄口的节点平均落绪率可以用下式来估计。

$$\beta = \frac{\bar{Z}}{\mu-1} \quad (2)$$

2 落绪率的均一度

假设同一原料茧庄口的各茧丝上落绪率最小的节点的落绪率同为 b 。定义节点最小落绪率 b 与节点平均落绪率 β 之比落绪率均一度 C 。即

$$C = \frac{b}{\beta}. \quad (3)$$

节点最小落绪率 b 可以表示为

$$b = C\beta. \quad (4)$$

这里 C 为 0 与 1 之间的值, 其值越接近于 1, 表示落绪率在各节点上的分布均一度越大。落绪率均一化的原因可因茧子煮熟程度过大, 使茧丝被煮烂至整体强度下降, 各部位落绪率趋于一致; 或由于原料茧季节品种等原因, 茧丝内中外层纤度比较接近时, 丝条上的落绪率也相对地均一化。

3 节点上的落绪率

根据茧丝内外层落绪率大, 中层落绪率小的状况以及茧丝纤度曲线形状, 我们假设茧丝上各节点的落绪率具有开口向上的二次曲线型的分布。记当茧丝长 $L_o = m$ 时, 茧丝上第 i 个节点的落绪率为 $p_{m,i}$, 根据假设

$$p_{m,i} = k_m(i-a)^2 + b \quad (i = 1, 2, \dots, m-1) \quad (5)$$

式中, a 为最小落绪率的节点位置(简单地不妨视为最粗纤度部位的位置), b 为最小落绪率, k_m 为二次曲线开口率, 这是一个与茧丝长有关的参数。

对于同一原料茧庄口, 假定最小落绪率的节点在茧丝长中的百分比位置是一定的。即当茧丝长 $L_o = m$ 时,

$$a = \rho m. \quad (6)$$

式中 ρ 为 0 与 1 之间的值, 我们称之为最小落绪率部位。

根据最小落绪率部位之值, 这样假定落绪部位分布^[3] 的型:

当 $0 \leq \rho \leq 0.4$ 时, 落绪部位分布为 J 型;

当 $0.4 < \rho \leq 0.6$ 时, 落绪部位分布为 U 型;

当 $0.6 < \rho \leq 1$ 时, 落绪部位分布为 L 型。

关于落绪率二次曲线开口率 k_m , 可以用以下的方法确定。注意到

$$\begin{aligned} E(Z_m) &= \sum_{i=1}^{m-1} p_{m,i} = \sum_{i=1}^{m-1} [k_m(i-a)^2 + b] \\ &= [k_m(\frac{m}{6}(2m-1) - am + a^2) + b](m-1). \end{aligned}$$

利用(1)式即得到

$$k_m = \frac{6(\beta - b)}{m(2m-1) - 6am + 6a^2}. \quad (7)$$

又将(6)式代入可以得到

$$k_m = \frac{6(\beta - b)}{2m^2(1 - 3\rho + 3\rho^2) - m}. \quad (8)$$

4 解舒丝长分布

记 $P_m(n)$ 为茧丝长等于 m 的条件下, 解舒丝长 L 等于 n ($n \leq m$) 的概率。在前文定理 4 中已给出当茧丝长为一定值 m 时, 解舒丝长的概率分布为

$$P_m(1) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}} (p_{m,1} + p_{m,m-1} + \sum_{j=1}^{m-2} p_{m,j+1}), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} P_m(n) &= \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}} (p_{m,n} \prod_{j=1}^{n-1} q_{m,j} + \sum_{r=0}^{m-n-1} p_{m,r+1} \prod_{j=2}^n q_{m,r+j} - \sum_{r=1}^{m-n-1} p_{m,r} \prod_{j=1}^n q_{m,r+j}), \\ &\quad (1 < n < m) \end{aligned} \quad (10)$$

$$P_m(m) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}} \prod_{j=1}^{m-1} q_{m,j}. \quad (11)$$

式中, $q_{m,i} = 1 - p_{m,i}$ 。此外(10)、(11)式又可以近似地表示为

$$\begin{aligned} P_m(n) &= \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}} [p_{m,n} (1 - \sum_{j=1}^{n-1} p_{m,j}) + p_{m,m-n} (1 - \sum_{j=1}^{n-1} p_{m,m-n+j}) \\ &\quad + \sum_{j=1}^{m-n-1} p_{m,j} p_{m,j+n}], \quad (1 < n < m) \end{aligned} \quad (12)$$

$$P_m(m) = \frac{1}{1 + \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}} (1 - \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}). \quad (13)$$

当茧丝长 L_0 服从平均值为 μ , 均方差为 σ 的正态分布时, 记

$$f(n) = \int_{n-1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dx \doteq \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(n-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]. \quad (14)$$

将此视为茧丝长 L_0 等于 n 的概率。

记 $P(n) = P\{L = n\}$, 则由 (14) 式及 (9)、(10)、(11) 式, 可以得到解舒丝长分布为

$$P(n) = \sum_{m=n+1}^{\infty} P_m(n)f(m) + P_n(n)f(n), \quad (n = 1, 2, \dots) \quad (15)$$

需要指出的是, (9) ~ (13) 式中的落绪率 $p_{m,n}$ 可以是茧丝上具有任意形态的部位分布。

5 解舒丝长的平均值

由解舒丝长分布 (15) 可以直接算出其平均值与方差。即

$$E(L) = \sum_{n=1}^{\infty} nP(n); \quad (16)$$

$$D(L) = \sum_{n=1}^{\infty} n^2 P(n) - [E(L)]^2. \quad (17)$$

此外由前文^[1] 定理 5 得知, 当茧丝长为一定值 m 时, 解舒丝长的平均值

$$E(L_m) = \frac{m}{1 + \sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j}}.$$

类似地, 当茧丝上的平均落绪率一定, 即

$$E(Z) = \beta(\mu - 1)$$

时, 茧丝平均被切数成

$$1 + \beta(\mu - 1)$$

段, 故解舒丝长平均值为

$$E(L) = \frac{\mu}{1 + \beta(\mu - 1)}. \quad (18)$$

6 解舒丝长分布对于茧丝长分布的峰值移位

从前文^[1] 中得知, 在茧丝长一定时, 解舒丝长分布的最终值 (即解舒丝长等于茧丝长) 的概率远远高于前面任何取值的概率。并且当平均落绪率越小时这种状况越为显著。这表明当茧丝长按正态分布而变化时, 使解舒丝长分布形成后部的山头的原因正是在此。根据这种情况, 当茧丝上的平均落绪率较小时, 可以简单地估计解舒丝长分布的峰值对于茧丝长分布峰值的移位。

这时, 形成解舒丝长分布的峰值的主要概率成分是 (15) 式中的第二项。又由 (1) 式知

$$\sum_{j=1}^{m-1} p_{m,j} = \beta(m-1).$$

故 (15) 式的第二项可以表示为

$$P_m(m)f(m) = \frac{1 - (m-1)\beta}{1 + (m-1)\beta} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(m-\mu)^2}{2\sigma^2}\right].$$

当 β 很小时, 前面的因子利用近似式

$$\frac{1 - (m-1)\beta}{1 + (m-1)\beta} \approx \exp[-2\mu(m-1)].$$

可以得到 (15) 式第二项的近似表示。

$$P_m(m)f(m) = \exp[-2\beta(m-1)] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(m-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

$$= \varphi \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(m - (\mu - 2\beta\sigma^2))^2}{2\sigma^2}\right]. \tag{19}$$

式中

$$\varphi = \exp[-2\beta(\mu - 2\beta\sigma^2 - 1)]$$

可以看作是解舒丝长分布中正态分布成分的混合比例^[2]。而 $1 - \varphi$ 则为解舒丝长分布中其他分布(如指数分布)成分的混合比例。

由(19)式可以看到, 解舒丝长的正态分布成分的平均值为 $\mu - 2\beta\sigma^2$, 故解舒丝长分布的峰值对于茧丝长分布峰值的移位为

$$\Delta = 2\beta\sigma^2;$$

且其方向是指向原点的。

7 落绪率参数的调查

当我们假定茧丝上的落绪部位分布具有二次曲线型时, 为了计算各节点的落绪率 $p_{m,n}$, 需要推定原料茧庄口的落绪部位分布参数, 即节点平均落绪率 β , 落绪率均一度 C , 最小落绪率 b , 最小落绪率节点位置 a 。并由这些参数按(7)、(8)式计算出二次曲线的开口率 k_m 。

前面已经得知, 节点平均落绪率 β 可以由(2)式进行推定。式中的茧丝平均落绪次数按通常制丝工程管理中的调查方法进行。假设调查时在制丝现场收集到落绪茧 N 粒, 其中中途落绪茧粒数为 z 粒, 其余而为自然落绪茧。并假设调查得到茧丝长平均值 μ 取整数值后为 μ_o 。当落绪茧样本数十分大时, 原料茧的茧丝平均落绪次数可以用下式近似推算,

$$\overline{Z} = \frac{z}{N - z}.$$

又将收集到的中途落结果茧按外层、外中层、中层、内中层、内层五个组, 又分别数出各组的落绪茧数并记为

$$f_i, \quad (i = 1, 2, \dots, 5)$$

其中最小落绪茧数为

$$f_{\min} = \min\{f_i, i = 1, 2, \dots, 5\}$$

相应的组序号为

$$I = i : f_i \leq f_j (j \neq i)$$

根据这些调查结果, 按照以下各式来推定落绪率有关参数。

节点平均落绪率 β :

$$\beta = \frac{z}{(N - z)(\mu_o - 1)};$$

最小落绪率 b :

$$b = \frac{5f_{\min}}{(N - z)(\mu_o - 1)};$$

落绪率均一度 C :

$$C = \frac{b}{\beta} = \frac{5f_{\min}}{z};$$

最小落绪率部位 ρ 按组中点的位置考虑为

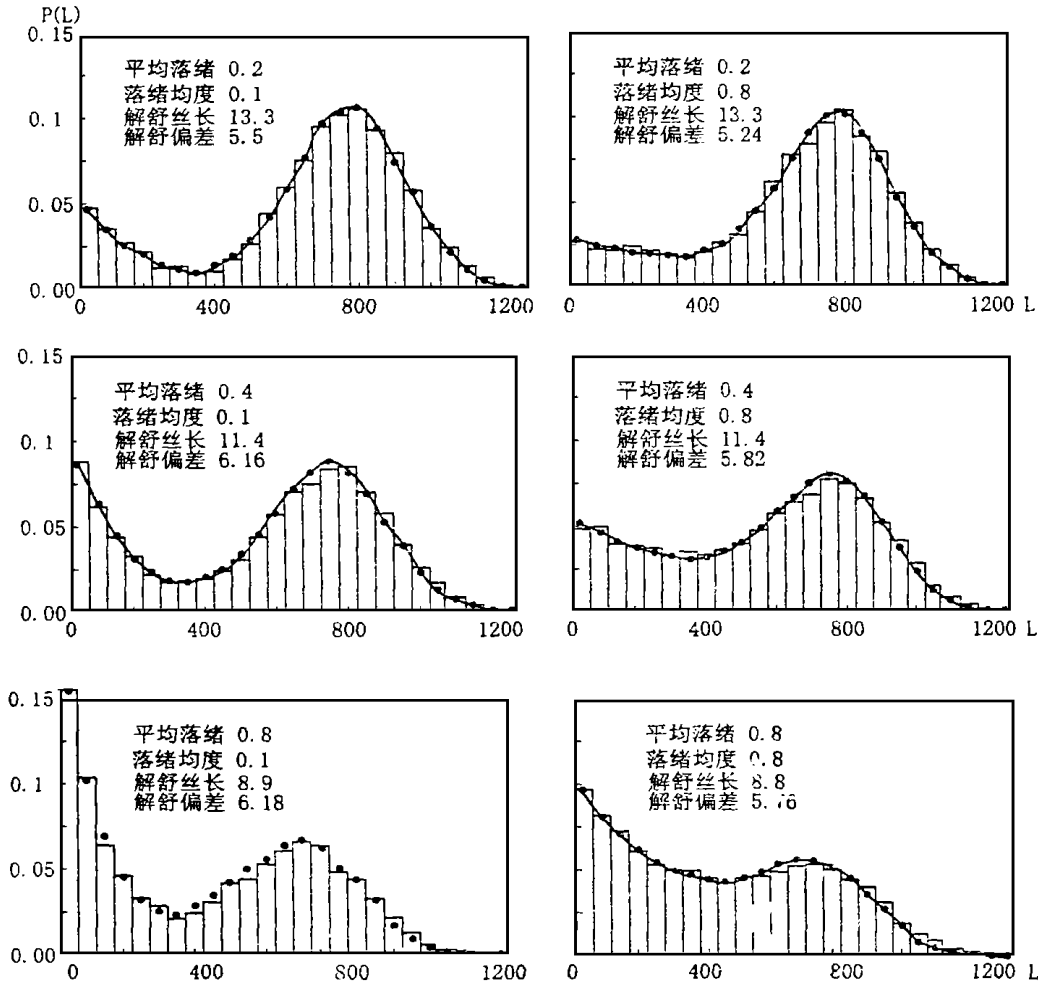
$$\rho = \frac{I - 0.5}{5};$$

当茧丝长为 m 时最小落绪率节点位置 a :

$$a = \rho(m - 1).$$

8 模拟试验考察

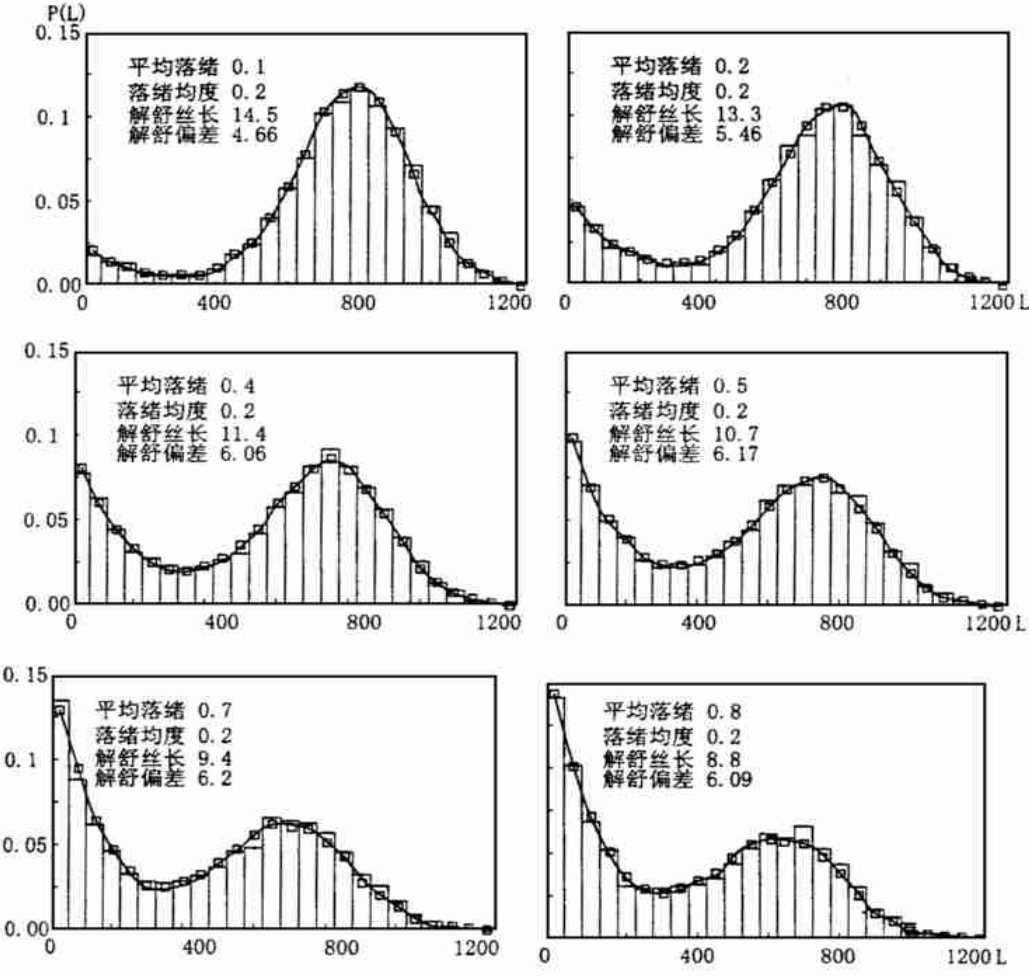
为了确认解舒丝长理论与实际分布的一致性并检验近似解舒丝长分布的适用条件, 通过电子计算机进行了模拟茧丝落绪实验。这里仍然假设按 50 米丝长为 1 单位测定茧丝长。设茧丝长 L_0 服从平均值 $\mu = 16$ 单位, 均方差 $\sigma = 3$ 单位的正态分布。调整最小落绪率部位 ρ 使其分别取 0.1、0.3、0.5、0.7、0.9, 代表 L 、 U 、 J 各种不同的分布型。茧丝平均落绪次数 Z 和落绪率均一度 C 分别在 (0, 1) 之间变化, 代表不同的茧质特性。在这样的条件下, 根据 (15) 式及 (5)、(9)、(10)、(11) 可以计算出解舒丝长分布的理论值; 又用 (12)、(13) 式代替 (10)、(11) 计算近似的解舒丝长分布。



黑点线: 理论分布; 直方图: 模拟实验分布

图 1 解舒丝长分布理论与实验结果的比较

另一方面, 在相同的条件下, 用正态随机数模拟生成茧丝长, 按照(5) 式计算得到的落绪率, 在计算机上模拟生成落绪点, 并统计出各解舒丝长的实验分布。图 1 给出解舒丝长分布模拟试验与理论计算结果比较之若干例。图 2 给出解舒丝长实验分布与按近似计算的分布比较之若干例。模拟试验的每一种条件下生成 5000 根茧丝。



方点线: 近似计算分布; 直方图: 模拟实验分布
图 2 解舒丝长分布近似计算与实验结果的比较

由图 1 的结果可以看到, 在给出所有的条件下, 解舒丝长理论分布与模拟试验结果都是十分一致的。另一方面, 比较图 2 的实验分布与近似分布可以得知, 茧丝平均落绪率取各值时, 解舒丝长分布的近似计算有很好的近似度, 即使平均落绪率达到 0.7 及 0.8 时与模拟分布的差异仍是很小的。因此, (12)、(13) 的近似计算在实用上可行的。利用近似分布, 不但计算比较简单, 而且在分析解舒丝长分布时也是方便的。

图 3 表示出当落绪率比较小时解舒丝长分布中的正态分布成分。黑点线是按(19) 式计算的正态分布成分。图中虽只给出茧丝落绪率等于 0.1 与 0.2 时的结果。由图中可以推知, 当茧丝落绪率在 0.2 以下时, (19) 式的正态分布成分及其所示出的峰值移位是与解舒丝长分布比较吻合的。

9 原料茧及缫丝条件对解舒丝长分布的影响

图 4 给出解舒丝长的平均值和均方差随茧丝落绪率而变化的曲线。上图为解舒丝长平均值曲线，下图为解舒丝长均方差曲线。由图中可以看到，落绪率为 0 时，解舒丝长分布与茧丝长分布一致。随着落绪率增加，解舒丝长平均值呈现单调下降状，而均方差则在 0.6 前后有一最大值后呈渐减的趋势。这种变化也可以从图 1 所示解舒丝长分布形态演变中看到。当落绪率比较小时，解舒丝长分布以正态分布成分为主，随着落绪率增大，指数分布成分逐渐增加，正态分布山峰向原点推移，故解舒丝长平均值逐渐减少。此外，当落绪率增大到一定程度时，正态分布成分与指数分布成分达到一种均势状态，这时，解舒丝长的均方差最大。随着落绪率继续增大，茧丝长被切断成许多短丝段，分布向指数分布形态集中，故分布的均方差相对变小。

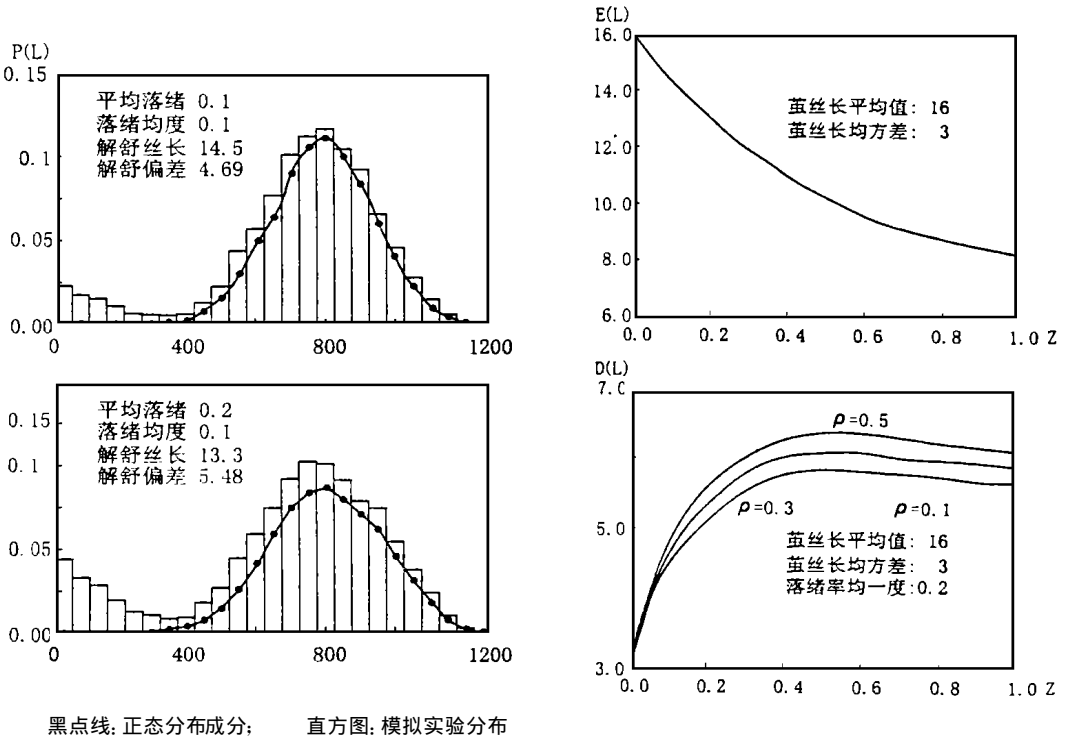
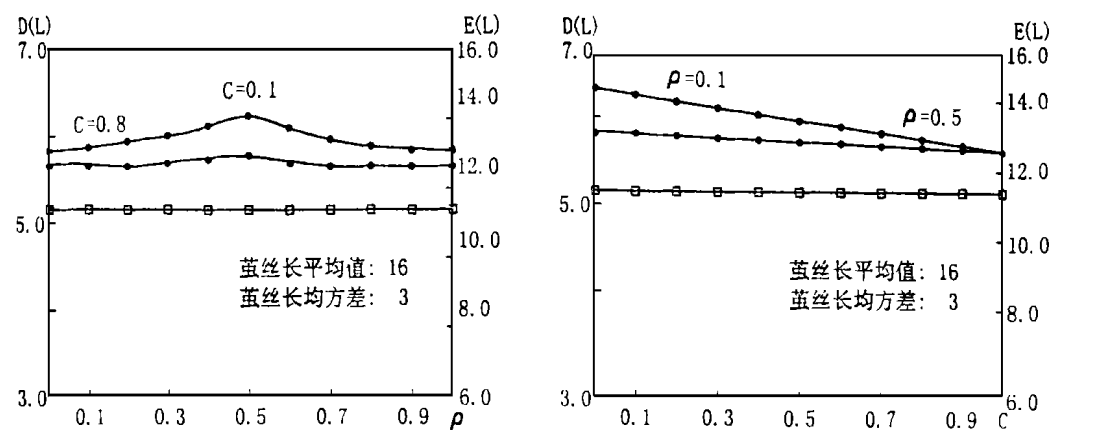


图 3 解舒丝长分布的正态分布成分

图 4 解舒丝长特征数与落绪率的关系

图 5 给出解舒丝长特征数与最小落绪率部位之间的关系。此图在落绪率等于 0.4 的条件下作出。由前面所述可知，根据最小落绪率部位在茧丝区域的不同，落绪率部位分布区分为 L 、 U 、 J 型分布。从图中看到，不论最小落绪率部位为位值，只要平均落绪率一定，解舒丝长平均值均为一定。这一现象的原因由 (15) 式得到解释。而均方差则以最小落绪率部位为中点 (U 型) 呈对称状，最小落绪率部位在茧丝中点时均方差最大，随之偏离中点，向 L 或 J 型演变，均方差逐渐变小。落绪率均一度 C 越小，这种状况越明显。



方点线: 解舒丝长平均值; 黑点线: 解舒丝长均方差

图 5 解舒丝长特征数与落绪部位分布型的关系

方点线: 解舒丝长平均值; 黑点线: 解舒丝长均方差

图 6 解舒丝长特征数与落绪率均一度的关系

图 6 为解舒丝长特征数与落绪率均一度关系曲线。与图 5 同样假设落绪率等于 0.4。由图中看出, 随着落绪率均一度增大, 解舒丝长均方差渐次减小。这是由于落绪率均一度取低位时, 茧丝易切断部位与不易切断部位的落绪率差异, 使茧丝切断后长短悬殊的缘故。这种状况当落绪部位分布为 L 或 J 型时更为明显。

10 结语

本研究构造的解舒丝长模型, 提供了根据茧丝长分布与落绪茧分布状况, 推断解舒丝长分布的基本理论。这使在电子计算机上模拟试验生成解舒丝长的问题得以解决。文中给出的解舒丝长分布对于分析及至控制制丝工程中的原料茧及技术因素的影响也是有意义的。

参 考 文 献

[1] 白 伦等. 茧丝长与解舒丝长的关系研究[J]. 苏州丝绸工学院学报, 1999, (2)

[2] 山崎昭典. 落绪の分布特性について(Ⅳ)[J]. 日蚕杂, 1956, 25(5):352~356

[3] 山崎昭典. 落绪の分布特性について(Ⅲ)[J]. 日蚕杂, 1956, 25(1):65~70

[4] 山崎昭典. 生丝の品质管理に关する研究(Ⅳ)[J]. 日蚕杂, 1957, 26(4): 268~272

ON THE DISTRIBUTION OF NON—BROKEN FILAMENT LENGTH OF COCOON

BAI lun¹ WANG Jiamin² SHOU Zhao²

(1. *Suzhou University, Suzhou 21500062* 2. *College of Material Eng. of Suzhou University, Suzhou 215021*)

Abstract: In accordance with the hypotheses that the length of cocoon filament is normally distributed random variable and the ratio of dropping end has optionally distributed form on cocoon filament, we derived the distribution of non—broken filament length of cocoon. Basis on the condition that the ratio of dropping end is distributed on cocoon filament with a parabola—form, we discussed on the form of the distribution of non—broken filament length of cocoon and the relation between the form and the parameters of distribution of the ratio of dropping end. We gave a method to estimate these parameters from data of reeling process. The theoretical results have been tested and verified by computer simulation.

Key words: length of cocoon filament; distribution of non—broken filament length of cocoon; ratio of dropping end; distributed form of ratio of dropping end