

2018, 44(5): 0723-0728
ISSN 0257-4799; CN 32-1115/S
DOI: 10.13441/j.cnki.cykx.2018.05.010

连续型茧丝逐步分拆模型的构建与分析

黄继伟^{1,2} 宁晚娥¹ 凌新龙¹ 岳新霞¹ 林海涛¹

(¹广西科技大学生物与化学工程学院, 广西 柳州 545006; ²苏州大学纺织与服装工程学院, 江苏 苏州 215123)

摘 要 茧丝落绪处理是缫丝过程中最重要的技术管理内容,模拟缫丝过程中茧丝落绪导致的茧丝分多段多次参与生丝并合的现象是开展计算机模拟缫丝的前提和基础,更是对生丝纵向上茧丝分布构造认识的重要手段。而以茧丝离散化为基础构建的落绪分拆模型和解舒丝段生成方法存在失真、使用不方便的问题。在构建连续型茧丝落绪率密度模型的基础上,通过理论分析和公式推演,构建了针对连续型茧丝的逐步分拆模型和解舒丝段模拟生成方法。经对茧丝长为一定值时的茧丝落绪分拆模拟结果的分析,确认该模型及方法正确,解决了离散化茧丝落绪分拆的解舒丝段使用不方便问题,提高了模拟的准确程度,有望在开展计算机模拟缫丝中被广泛应用,进而可成为指导缫丝生产工艺的有效手段和工具。

关键词 茧丝落绪; 解舒丝段; 茧丝逐步分拆模型; 计算机模拟缫丝

中图分类号 TS143.1 文章编号 0257-4799(2018)05-0723-06

Construction and Analysis of Stepwise Partition Model for Continuous Cocoon Filament

Huang Jiwei^{1,2} Ning Wan'e¹ Ling Xinlong¹ Yue Xinxia¹ Lin Haitao^{1*}

(¹College of Biological and Chemical Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou Guangxi 545006, China; ²College of Textile and Clothing Engineering, Soochow University, Suzhou Jiangsu 215123, China)

Abstract The handling for breakage of cocoon filament is the most important aspect of technical management in silk reeling. Simulating the phenomena of cocoon filament breakage during which a cocoon filament is split into multiple segments and merged into raw silk is the prerequisite and foundation of computational simulation of silk reeling process. Furthermore, it is an important measure for understanding the longitudinal distribution of cocoon filament in raw silk. However, partition model of cocoon filament breakage and generation method of non-broken filament segments based on discretized cocoon filament has the problems of distortion and inconvenience in use. Therefore, based on the construction of dropping probability density model of continuous cocoon filament, a stepwise partition model of continuous cocoon filament was reconstructed and generation method of non-broken filament segments was established by theoretical analysis and formula deduction. Analysis to simulation results of cocoon filament segments when the length of cocoon filament is constant confirmed that the model and method is correct. In this model, we solved the problems of distortion and inconvenience in use existing in the discretized cocoon filament model, and improved the accuracy of simulation. It is expected to be widely used in computational simulation of silk reeling process, and be an effective measure and tool to guide the process design of silk reeling.

Keywords Dropping end of cocoon filament; Non-broken filament segment; Stepwise partition model of cocoon filament; Computational simulation of silk reeling

收稿日期: 2018-04-18 接受日期: 2018-05-19

资助项目: 国家自然科学基金项目(No.51763001), 广西自然科学基金项目(No.2016GXNSFBA380015), 广西高校科研立项项目(No.KY2015LX174), 广西科技大学科学基金项目(No.校科自1419203)。

第一作者信息: 黄继伟(1981—), 男, 副教授。

E-mail: jiwei Huang@yeah.net

通信作者信息: 林海涛, 教授, 硕士生导师。

E-mail: lhthost@163.com

* Corresponding author. E-mail: lhthost@163.com

计算机模拟缫丝是认识和掌握缫丝产量、品质和消耗之间相关关系的重要工具,更是缫丝系统

工程研究的基础,而茧丝纤度曲线的模拟生成及其落绪分拆是实现计算机模拟缫丝的前提和基础^[1]。其中,茧丝纤度曲线是对茧丝在其长度方向上粗细变化趋势的描述,是茧丝重要性状特征的体现,其形态由蚕品种、蚕吐丝的行为及吐丝时的环境和状态等因素决定^[2-4]。有关茧丝纤度曲线的统计特征^[5]、模拟模型和生成方法^[6-8]的研究已有广泛报道,且已达到相当的水平^[9-11],基本可满足计算机模拟缫丝的需要。进一步地,由于茧丝本身的瑕疵或缫丝工艺、设备和操作不当等原因,在实际缫丝中,茧丝在被抽离茧层表面时可能发生断裂(这一现象被称为“落绪”),导致一根完整的蚕茧茧丝实际上是被分拆成若干段(这些丝段被称为“解舒丝段”)分多次参与生丝并合^[12-13]。故此,为实现计算机缫丝就须在茧丝纤度曲线研究与模拟生成的基础上,实现茧丝纤度曲线的落绪分拆模拟,以提供符合实际情况的解舒丝段信息数据^[14-16]。

茧丝的落绪是缫丝中经常发生的情况,其结果及其统计指标(解舒率、落绪次数和解舒丝长等)是缫丝生产管理中重要的标识^[17],这些指标对缫丝及生丝品质的影响已有大量的研究^[18-19],相关的概率分布研究亦有广泛的报道^[20-21]。进一步地,就茧丝落绪分拆现象的模拟,白伦等^[22-24]提出将连续的茧丝离散化,假设茧丝上的落绪只可能发生在有限的等间距的离散点上,并基于此探讨了茧丝长与解舒丝长的关系,给出了相关的概率分布及其统计特征,设计出了模拟生成解舒丝段的方法,虽然,这一方法在统计学上符合解舒丝段的分布规律,具有很好的统计意义和实用效果^[25-27],但其所设计的生成解舒丝段的方法是根据一定的概率分布在一根茧丝上只取一段作为解舒丝段,其余丝段(包含纤度数据)则被丢弃,这不能反映出一根完整茧丝分多段多次参与生丝并合的情况。另外,这种生成解舒丝段的方法是一种离散化的茧丝落绪分拆模型,当离散化程度高时计算工作量巨大,而在离散化程度低时又有数据失真的风险。基于此,本文重构了茧丝落绪分拆模型,并设计出了新的茧丝落绪分拆模拟方法,该方法不仅能更好地反映缫丝过程中一根完整茧丝分多段多次参与生丝并合的情况,且是针对连续型的茧丝的分拆,具有更好的鲁棒性和可操作性,所生成的解舒丝段也具有更准确的统计特征,利用该模拟方法,可获得更多的缫丝系统信息。

1 茧丝落绪率模型

对于一根长度为 L (单位: m) 的茧丝,在缫丝时,其任意位置都可能发生断裂而导致落绪,但茧丝上各位置发生落绪的概率受茧丝的粗细、蚕茧前处理和缫丝工艺的影响而不同。前人对此已有系统的调查和研究^[27],为下文叙述方便,在此概述如下。

(1) 以蚕茧茧丝的头端作为原点,记茧丝长度上的区间 $[0, t]$ 内发生落绪的次数为 $X(t)$,则以茧丝长 t 为随机变量的系 $\{X(t), t \in [0, L]\}$ 构成了一个随机过程。另记 $X(t, h)$ 为茧丝长度上的一个微元区间 $(t, t+h]$ 内的落绪次数,其中 h 为该微元区间的长度,则: $X(t, h) = X(t+h) - X(t)$ 式(1)。当 $h \rightarrow 0$ 时, $P\{X(t, h) \geq 2\} = o(h)$ 。不妨设: $P\{X(t, h) = 1\} = p(t)h + o(h)$ 式(2); $P\{X(t, h) = 0\} = 1 - p(t)h + o(h)$ 式(3)。式(2)和式(3)中 $p(t)$ 被称为落绪率密度,基于茧丝纤度的连续性变化,可认为 $p(t)$ 是 t 在区间 $[0, L]$ 上的连续光滑函数,表示在茧丝的不同位置上单位丝长内发生落绪的概率。前人经过广泛的数据调查和统计分析^[15, 22]将 $p(t)$ 假设为关于 t 的开口向上的二次曲线,记为: $p_L(x) = k_L(x-a)^2 + b$ 式(4)。其中, $0 \leq x \leq L$, a 为茧丝上最小落绪率位置, b 为茧丝上最小落绪率, k_L 为与茧丝长有关的模型系数。

(2) 对于同一原料庄口的茧丝,不妨假设茧丝单位丝长上的平均落绪率为 β ,则对于长度为 L 的茧丝,其平均落绪次数(记为 Z)为: $Z = \beta L$ 。又由式(4)可知,茧丝平均落绪次数为: $E[X(L)] = \int_0^L p_L(t) dt = L \left[\frac{k_L}{3} (L^2 - 3aL + 3a^2) + b \right] = Z$,则: $k_L = \frac{3(\beta - b)}{L^2 - 3aL + 3a^2}$ 式(5)。

另外,若记庄口蚕茧的解舒率为 J ,由解舒率的定义可知 $J = 1/(Z+1)$ 。

(3) 同样地,假设同一原料茧庄口的各茧丝上最小落绪率密度同为 b ,则可定义一值 $C = b/\beta$,该值 C 被称为落绪均一度,用以表征蚕茧的煮熟程度,蚕茧煮熟程度越好, C 值越接近 1,各节点落绪率越趋于均等。

(4) 若定义茧丝最小落绪率的位置 a 与 L 的比值为 ρ ,即 $\rho = a/L$,则 ρ 可用以表征茧丝落绪部位分

布的类型,据相关研究报道,将茧丝落绪部位分布类型分为3种^[24-27],分别定义如下: $0 \leq \rho \leq 0.4$,落绪部位分布为J型; $0.4 < \rho \leq 0.6$,落绪部位分布为U型; $0.6 < \rho \leq 1$,落绪部位分布为L型。

根据前述假设,式(4)和式(5)可变换为: $k_L = \frac{3(\beta-b)}{L^2-3aL+3a^2} = \frac{3\beta(1-C)}{L^2(1-3\rho+3\rho^2)}$ 式(6); $p_L(x) = k_L(x-a)^2 + b = k_L(x-\rho L)^2 + C\beta$ 式(7)。

2 茧丝逐步落绪分拆模型

2.1 第一个落绪点的位置及其概率分布

现考虑一根长度为 L (单位: m) 的茧丝,假设在缫丝过程中直至 x_1 点才发生了第1次落绪,就此事件的概率分布,作如下分析。

(1) 对于茧丝长度范围内的子区间 $(0, x_1)$, 用微元长度 h 对其进行分割,可得到一个等间距的有序的区间序列: $\{(0, h], (h, 2h], (2h, 3h], \dots, [(i-1)h, ih], \dots, [(n-1)h, x_1]\}$ 式(8)。其中,分割区间总数为: $n = L/h$ 。

由式(2)和式(3)可知,当微元长度 h 很小时,在微元长度 h 内发生2次及以上的概率可被忽略,而发生1次落绪的概率为 $p_L(ih)h + o(h)$,不发生落绪的概率为 $1 - p_L(ih)h + o(h)$ 。

若定义 $Q_{L,i} = 1 - p_L(ih)h + o(h)$,则在茧丝长度内的子区间 $(0, x_1)$ 内不发生落绪的概率为:

$$\prod_{i=1}^n Q_{L,i}. \text{ 当 } h \rightarrow 0 \text{ 时, } n \rightarrow \infty, \text{ 则: } \prod_{i=1}^n Q_{L,i} = \prod_{i=1}^n [1 - p_L(ih)h + o(h)] = e^{\sum_{i=1}^n \ln[1 - p_L(ih)h + o(h)]} = e^{-\int_0^{x_1} p_L(t) dt} \text{ 式(10).}$$

(2) 由式(4)可知,茧丝上点 x_1 处发生落绪的概率为: $p_L(x_1)$ 。那么,茧丝上直至 x_1 点处才发生了第1次落绪的概率密度[记为 $H(L, x_1)$]为:

$$H(L, x_1) = p_L(x_1) e^{-\int_0^{x_1} p_L(t) dt} \text{ 式(12).}$$

(3) 若 $x_1 = L$, 存在2种情况。①茧丝的第一个落绪点恰好发生在茧丝的尾端,此刻该点的落绪率依然是 $p_L(x_1)$ 所示的计算值。②直到茧丝的尾端茧丝仍然未发生落绪,但是因为已至茧丝的尾端,其落绪(又称为自然落绪)是必然的,此刻该点的落绪率 $p_L(L) \equiv 1$,则第二种情况的概率密度为:

$$H[(L, L) | p_L(L) \equiv 1] = e^{-\int_0^L p_L(t) dt} \text{ 式(13).}$$

(4) 由式(12)所示的概率密度函数的累积分布

函数[记为 $F(L, x_1)$]为: $F(L, x_1) = \int_0^{x_1} H(L, x_1) dx_1 = \int_0^{x_1} p_L(x_1) e^{-\int_0^{x_1} p_L(t) dt} dx_1$ 式(14)。

(5) 由式(13)和式(14)的含义(已涵盖直至 x_1 点才发生了第1次落绪的所有可能)可知,应有式(15)成立: $F(L, x_1) + H[(L, L) | p_L(L) \equiv 1] = 1$ 。证明过程如下。将式(4)分别带入式(13)和式(14),并进行积分运算可得: $H[(L, L) | p_L(L) \equiv 1] = e^{-\int_0^L p_L(t) dt} = e^{-\frac{L}{3}[3b+k(3a^2-3aL+L^2)]}$ 式(16); $F(L, x_1) = \int_0^{x_1} [k_L(x_1 - a)^2 + b] e^{-\frac{x_1}{3}[3b+k(3a^2-3ax_1+x_1^2)]} dx_1 = 1 - e^{-\frac{L}{3}[3b+k(3a^2-3aL+L^2)]}$ 式(17)。由此得证下式成立:

$$F(L, x_1) + e^{-\int_0^L p_L(t) dt} = 1.$$

2.2 下一个落绪点的位置及其概率分布

考虑一根长度为 L (单位: m) 的茧丝,假设已知其内有一个落绪点的位置为 x_i ,直至 x_{i+1} 点才发生了下一次落绪。此时,可将此事件看作是起点是 x_i 的新茧丝,同样地,可推导出该事件的概率密度为:

$$H[(L, x_{i+1}) | x_i] = p_L(x_{i+1}) e^{-\int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(t) dt} \text{ 式(18);}$$

$$H[(L, L) | (x_i, p_L(L) \equiv 1)] = e^{-\int_{x_i}^L p_L(t) dt} \text{ 式(19).}$$

式(18)的累积分布函数为: $F[(L, x_{i+1}) | x_i] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} H[(L, x_{i+1}) | x_i] dx_{i+1} = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(x_{i+1}) e^{-\int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(t) dt} dx_{i+1}$ 式(20)。同样地,应有式(21)成立: $F[(L, x_{i+1}) | x_i] + H[(L, L) | (x_i, p_L(L) \equiv 1)] = 1$ 。

证明过程如下所述。将式(4)分别带入式(19)和式(20),并进行积分运算可以获得公式(22):

$$F[(L, x_{i+1}) | x_i] = \int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(x_{i+1}) e^{-\int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(t) dt} dx_{i+1} = 1 - e^{-\frac{1}{3}(L-x_i)[3b+k(3a^2-3aL+L^2)+kx_i(-3a+L+x_i)]}. H[(L, L) | (x_i, p_L(L) \equiv 1)] = e^{-\int_{x_i}^L p_L(t) dt} = e^{-\frac{1}{3}(L-x_i)[3b+k(3a^2-3aL+L^2)+kx_i(-3a+L+x_i)]} \text{ 式(23).}$$

由此得证下式成立: $F[(L, x_{i+1}) | x_i] + H[(L, L) | (x_i, p_L(L) \equiv 1)] = 1$ 。

3 茧丝逐步落绪分拆的模拟方法

根据第2小节分析,可通过逐步分拆的方法,完成茧丝的落绪分拆,具体步骤如下。

(1) 生成茧丝纤度曲线,获取茧丝的长度值 L 和茧丝纤度值最小位置 a ,计算纤度值最小位置 a 与茧丝的长度 L 的比值 ρ 。对于茧丝纤度曲线的生

成, 可根据需要, 选择阶梯式自回归模型^[5]、二次曲线解析模型^[6]、时变参数自回归模型^[7]或拟合模型^[8]进行模拟生成。

(2) 设置庄口解舒率参数 J , 茧丝落绪均一度参数 C , 由式(6)和式(7)可分别计算出茧丝落绪率密度模型性的系数 k_L , 进而可建立茧丝落绪率密度函数 $p_L(x)$ 。

(3) 生成 $(0, 1)$ 区间中的一个均匀分布随机数 u 。

(4) 设置茧丝起始落绪的位置 x_i (初始值为 0)。

计算 $e^{-\int_{x_i}^L p_L(t) dt}$ 的值 [在此, 记 $T = e^{-\int_{x_i}^L p_L(t) dt}$]。

(5) 如 $u \leq T$, 则返回茧丝的长度 L 作为下一次落绪的落绪点。否则, 另 $v = u - T$ 。

(6) 以 $p_L(x_{i+1}) e^{-\int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(t) dt}$ 为密度函数 (PDF), 以 $1 - e^{-\int_{x_i}^{x_{i+1}} p_L(t) dt}$ 为累积分布函数 (CDF), 以 x_i 为分

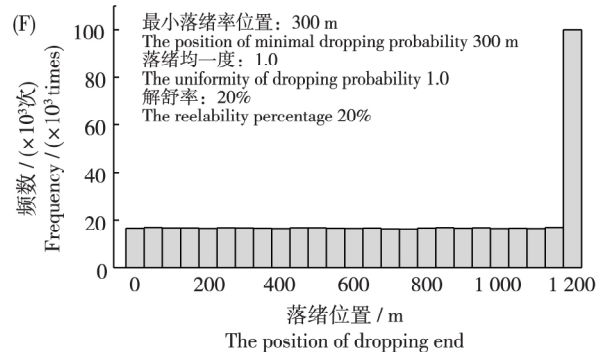
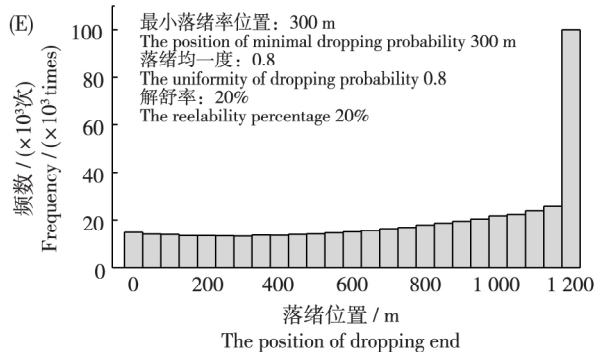
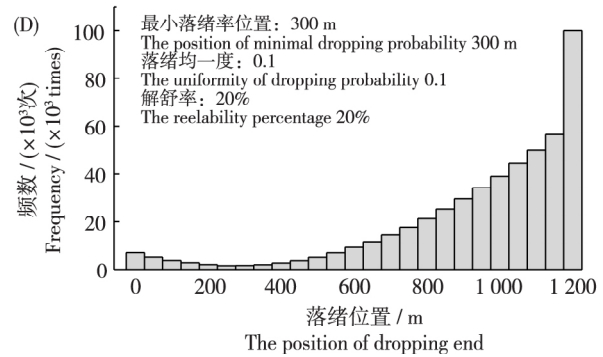
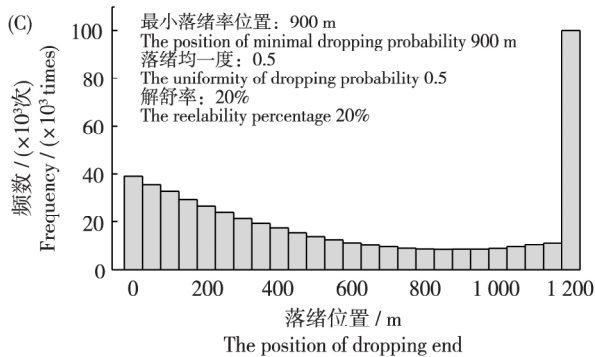
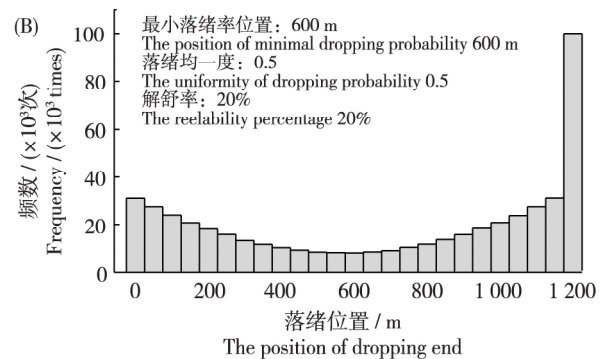
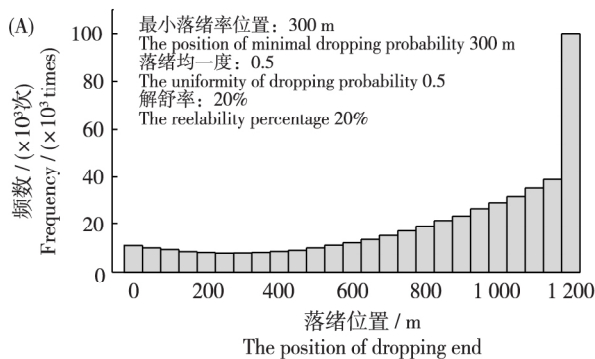
布下限 L 为分布上限, 以 v 值为累积概率值, 利用逆累积分布变换的方法^[28], 产生落绪位置 x_{i+1} 并返回该值, 并令 $x_i = x_{i+1}$ 。

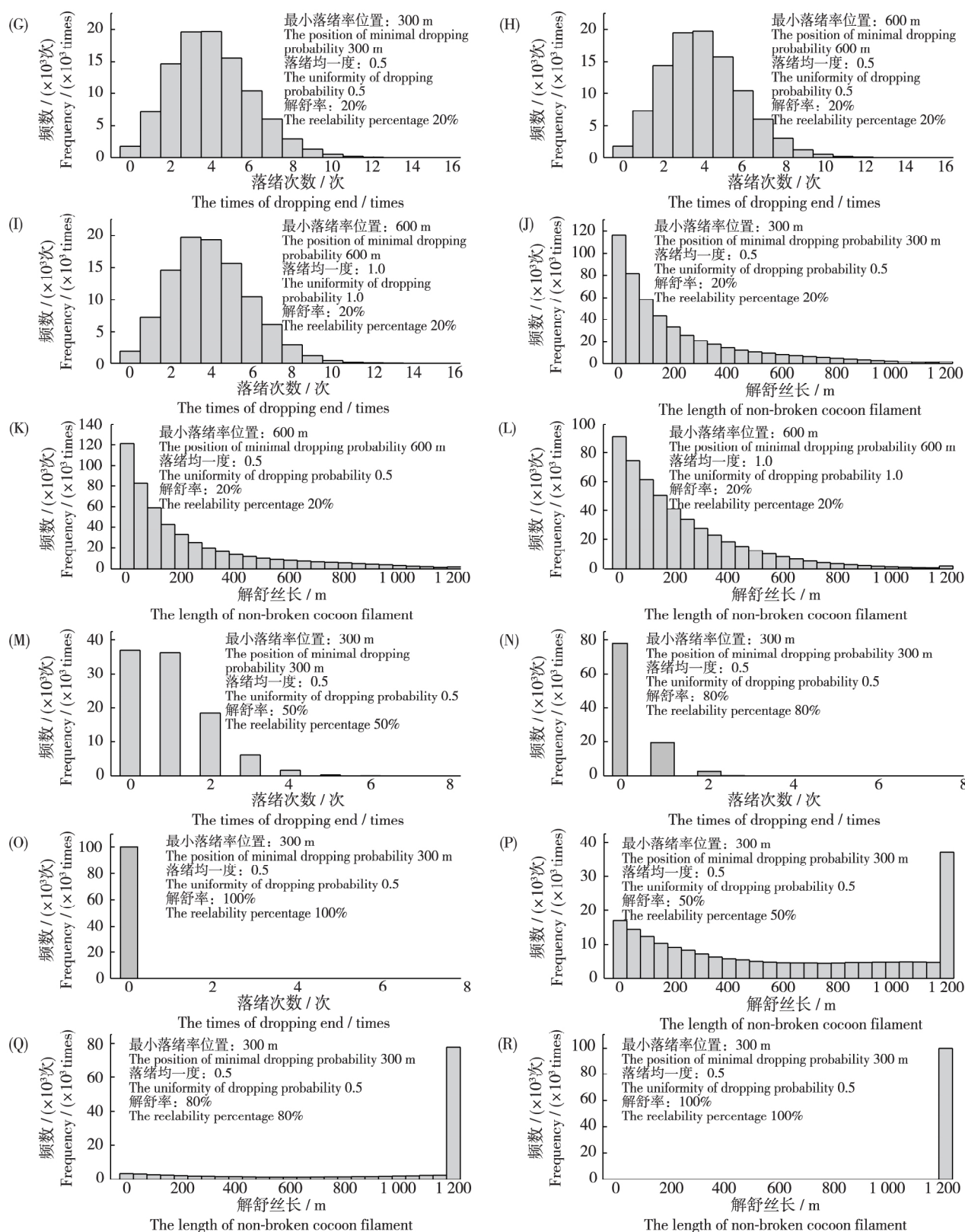
(7) 重复步骤 (3) ~ (6), 直到步骤 (5) 中茧丝的长度 L 的值返回, 至此一根完整的茧丝被分拆完成。

(8) 重复步骤 (1) ~ (8) 可实现对一个庄口茧丝的分拆模拟。

4 模拟生成与分析

根据上述方法, 设置茧丝长 L 为 1 200 m, 分别设置最小落绪率的位置 a 为 300 m、600 m 和 900 m, 落绪均一度 C 为 0.1、0.5、0.8 和 1.0, 庄口解舒率 J 分别设置为 20%、50%、80% 和 100%, 对每一组参数进行 100 000 次模拟, 并统计落绪次数、落绪点部位和解舒丝段长度等指标, 结果如图 1 所示。





茧丝长度均为 1 200 m。 The length of cocoon filament was 1 200 m.

图 1 落绪模拟生成结果图

Fig. 1 The simulated results of dropping ends

图 1-A~C 分别设置了不同的最小落绪率位置参数(300 m、600 m、900 m),由图可以看出,随着最小落绪率位置的增加,模拟产生的落绪点位置的频数的最小值位置随之发生增大,且与所设置的最小落绪率位置参数完全一致。图 1-D~F、A 分别设置了不同的落绪率均一度参数(0.1、0.5、0.8 和 1.0),由图可知,随着落绪率均一度参数值的增加,模拟产生的落绪点位置的频数逐渐趋于均匀,且与落绪率均一度参数值的变化完全同步。图 1-G~I 和图 1-J~L 说明参数最小落绪率位置和落绪均一度对落绪次数和解舒丝长均没有影响,正如前文分析所知,最小落绪率位置和落绪均一度只对落绪率密度的形状存在影响,对蚕丝落绪的总体没有影响,即其落绪次数和解舒丝长不会发生变化。图 1-M~O 和图 1-P~R 分别设置解舒率参数对落绪次数和解舒丝长的影响,由图可知,随着解舒率参数的增加,落绪次数减小,解舒丝长增大,特别是出现极限的解舒率(100%)时,解舒丝长完全等于蚕丝长。上述结论与模型的假设完全相符,说明所提出的模拟生成方法具有高度的准确度和可靠性。

5 结论

本文针对缫丝中蚕丝的落绪现象,基于连续蚕丝的落绪率密度模型的假设,通过理论分析和公式推演,建立了连续型蚕丝逐步分拆模型和落绪点模拟生成方法。经过模拟验证后认为,所建立的落绪点模拟生成方法完全符合模型假设,可准确模拟出蚕丝的落绪率密度,具有较高的可靠性。该方法的提出解决了计算机模拟缫丝时必须先对蚕丝数据进行离散化的问题,大大地提高了计算机模拟缫丝系统的效率和准确性,有望在开展计算机模拟缫丝中被广泛的应用。进一步地,通过对蚕丝落绪分拆的模拟,可掌握缫丝时的蚕丝添绪和落绪纤度的分布,了解蚕丝添绪或落绪对生丝纤度的影响,为以后讨论生丝连续性变化及电子化检测提供有力的工具。同时,可用蚕丝落绪分拆模型及模拟方法验证实际缫丝中缫丝工艺的合理性,对缫丝生产工艺设计具有指导意义。

参考文献 (References)

- [1] 罗军.定纤自动缫丝的计算机模拟及其应用[J].丝绸,2006(11):42-45

- [2] 郭冬阳,谭端,代方银.家蚕蚕丝纤度的研究现状及相关探究[J].蚕学通讯,2014,34(4):18-22
- [3] 鲁星星,费万春.时间序列分析上的丝绸之路[J].现代丝绸科学与技术,2011(1):38-40
- [4] 赵巧玲,魏兆军,夏定国,等.家蚕蚕丝纤度性状基因效应分析[J].中国蚕业,2001,23(1):43
- [5] 白伦,谢佳,李林甫,等.模拟蚕丝纤度曲线的统计特征[J].苏州丝绸工学院学报,1999,19(1):1-7
- [6] 白伦,费万春,罗军,等.蚕丝纤度曲线的解析模型及其在模拟缫丝中的应用[J].蚕业科学,2002,28(3):233-237
- [7] 费万春.蚕丝纤度曲线的预测研究[D].苏州:苏州大学,2002
- [8] 胡征宇,俞海峰.蚕丝线密度变化的拟合与预测[J].纺织学报,2008,29(10):29-33
- [9] 洛键.基于蚕丝纤度序列的多总体分类判别及其比较[D].苏州:苏州大学,2011
- [10] 黄洁.有限长非平稳时间序列的模拟方法[D].苏州:苏州大学,2012
- [11] 周桂霞.基于函数系数自回归的非线性时间序列分类[D].苏州:苏州大学,2012
- [12] 陈文兴,傅雅琴,江文斌.蚕丝加工工程[M].北京:中国纺织出版社,2013:16-17
- [13] 徐水,胡征宇.蚕丝学[M].北京:高等教育出版社,2016:30-42
- [14] 黎霞.定纤缫丝及质量检验模拟系统研究[D].苏州:苏州大学,2002
- [15] 罗军.定粒生丝纤度管理研究[D].苏州:苏州大学,2002
- [16] 张晓光,姚跃飞.缫丝模拟系统的设计[J].浙江工程学院学报,2004,21(3):169-173
- [17] 荣光远.制丝工艺设计与质量管理[M].北京:中国纺织出版社,1993:34-36;97-99
- [18] 唐科梦,谢启凡,杨明英,等.蚕茧的茧层表面形态和丝胶特性对解舒性状的影响[J].蚕业科学,2015,41(4):688-693
- [19] 朱红涛,杨继芬,白兴荣,等.上簇日数与烘茧温度对蚕茧解舒率的影响研究[J].北方蚕业,2013,34(1):14-16
- [20] 张克仁.解舒率的分布及其特征数[J].苏州丝绸工学院学报,1989,9(2):15-27
- [21] 费万春.混茧与中途落绪次数波动性的分析[J].江苏丝绸,2001(4):1-2
- [22] 白伦,王建民,周韶.茧丝长与解舒丝长的关系研究[J].苏州丝绸工学院学报,1999,19(2):8-16
- [23] 白伦,王建民,周韶.解舒丝长分布研究[J].苏州丝绸工学院学报,2000,20(1):15-24
- [24] 白伦,王建民,周韶.解舒丝长的模拟生成研究[J].苏州丝绸工学院学报,2000,20(5):5-11
- [25] 白伦,王建民,周韶.解舒丝长的特征函数及其应用[J].苏州丝绸工学院学报,2000,20(4):1-8
- [26] 白伦,王建民,周韶.解舒丝长分布的混合分布型解析[J].苏州丝绸工学院学报,2001,21(1):1-9
- [27] 白伦,王建民,周韶.关于连续型解舒丝长分布的解析[J].苏州丝绸工学院学报,2000,20(3):1-9
- [28] 莱维汀.算法设计与分析基础[M].潘彦,译.3版.北京:清华大学出版社,2015:32-39