

3. Gyakorlat (2019.02.26.)

Lengyel forma¹

Egy aritmetikai kifejezés postfix alakja. Jellemzői:

- Nincsenek benne zárójelek, a kiértékelés mégis egyértelmű, és könnyen elvégezhető
- Operandusok sorrendje nem változik, az infix kifejezéshez képes
- Operátorok sorrendje: az elvégzésük sorrendjében szerepelnek.
- Minden operátort közvetlen megelőznek az operandusai. Az operandus lehet változó, konstans, de lehet postfix kifejezés is.

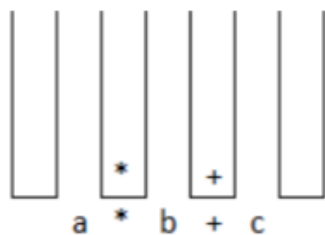
infix kifejezés	lengyel forma (postfix alak)	Megjegyzés
$a+b$	$ab+$	műveleti jel az operandusai mögött áll
$a+b*c$	$abc*+$	műveletek rangsorának hatása: $\text{prec}(*) > \text{prec}(+)$
$a*b+c$	$ab*c+$	műveletek rangsorának hatása: $\text{prec}(*) > \text{prec}(+)$
$a*(b+c)$	$abc*+$	zárójelezés felülbírhatja a műveletek rangsorát
$a/b*c$	$ab/c*$	azonos rangú műveletek általában balról jobbra sorrendben végzendők el
a^b^c	abc^{\wedge}	a fenti szabály alól akad néhány kivétel, például az egymást követő hatványozás sorrendje jobbról balra értendő

Feladat: $x = (a+b) * (c-d) / f ^ (g-h) + j -1 - i$ kifejezés lengyel-formára hozása.

Megoldás: $xab+cd-*fgh-^/j+1-i=-$

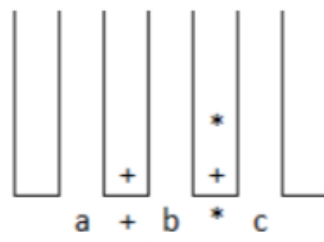
Lengyel formára hozás verem segítségével

1. $a * b + c$



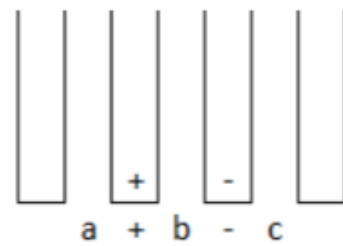
Kimenet: $a * b + c +$

2. $a + b * c$



Kimenet: $a b c * +$

3. $a + b - c$



Kimenet: $a b + c -$

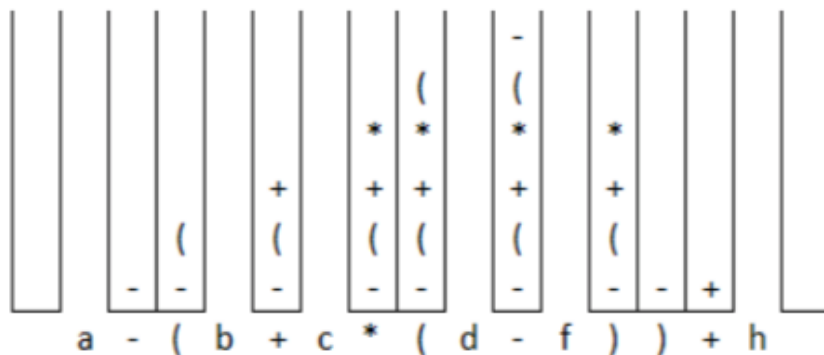
¹ – az eredeti prefix jelölés formát, **Jan Lukasiewicz** lengyel matematikus javasolta 1920-ban, később az ausztrál filozófus, **Charles Leonard Hamblin** javasolta a postfix alakot (1950), melyet emiatt „fordított lengyel formának” is szokás nevezni. (forrás: wikipedia)

Precedencia hatása:

- minden beolvasott műveleti jel bekerül a verembe, hogy „megvárja”, amíg az operandusai kiíródnak, de előtte a veremben várakozó műveleti jelek vizsgálata történik
- ha azonos rangú a beolvasott és a verem tetején lévő műveleti jel, kiírjuk a veremben lévő (balról jobbra sorrend esetén) – 3. példa
- ha a veremben magasabb prioritású művelet szerepel, mint ami bekerülne kiírjuk – 1. példa
- ha a verem tetején alacsonyabb rangú van, mint az olvasott, akkor bekerül a verembe – 2. példa

Feladat: $a-(b+c*(d-f))+h$ kifejezés lengyel-formára hozása verem segítségével. A verem tartalmát folyamatosan tartsuk nyilván!

Megoldás:



Kimenet: $a b c d f - * + - h +$

operátor	precedencia	elvégzés
=	1	JB
+ -	2	BJ
* /	3	BJ
^	4	JB

- A veremben a műveleti jeleket tárolja az algoritmus : **minden műveleti jel bekerül a verembe**, hiszen várakoznia kell, amíg mindkét operandusa kiíródik a lengyel formába.
- Ha az operátor **balról jobbra** típusú ("bj operátor"), akkor mielőtt betennénk a verembe, **az összes nála nagyobb vagy egyenlő** precedenciájú műveleti jelet ki kell írni.
- Ha az operátor **jobbról balra** típusú ("jb operátor"), akkor mielőtt betennénk a verembe, **csak a nála határozottan nagyobb** precedenciájú műveleti jeleket írjuk ki. A vele egyenlőket nem.

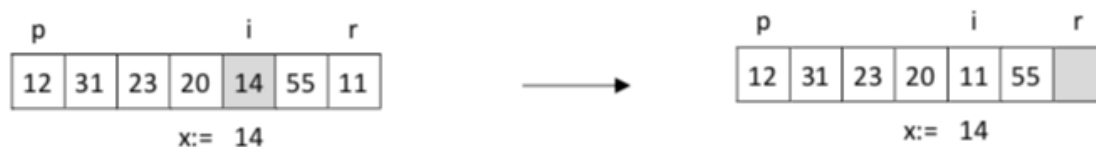
Algoritmus:

Bemenet: egy helyesen zárójelezett kifejezés: S

LengyelForma(S)				
V: Stack				
$x := \text{Read} (S)$				
$x \neq \epsilon$				
Operandus(x)	$x = ' ('$	$x = ') '$	Operator(x)	
Write(x)	V.push (x)	$V.\text{top} \neq ' ('$	BalJobbOperator(x)	
		Write(V.pop())	$!V.\text{IsEmpty}() \wedge V.\text{top}() \neq ' ('$ $\wedge \text{pr}(x) \leq \text{pr}(V.\text{top}())$	$!V.\text{IsEmpty}() \wedge V.\text{top}() \neq ' ('$ $\wedge \text{pr}(x) < \text{pr}(V.\text{top}())$
			V.pop()	Write(V.pop())
		V.push(x)		V.push(x)
$x := \text{Read} (S)$				
$! V.\text{IsEmpty}()$				
Write(V.pop())				

Quick sort

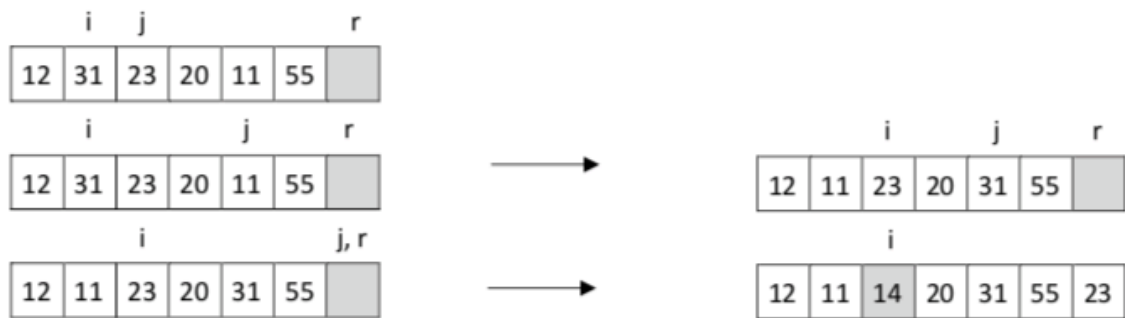
1. lépés: pivot elem véletlenszerű kiválasztása (indexe: i.). Kiírjuk a választott elemet az x segédváltozóba, majd a résztömb utolsó elemét az i-dik helyre másoljuk. A tömbrészt végén egy „lyuk”-at képzünk.



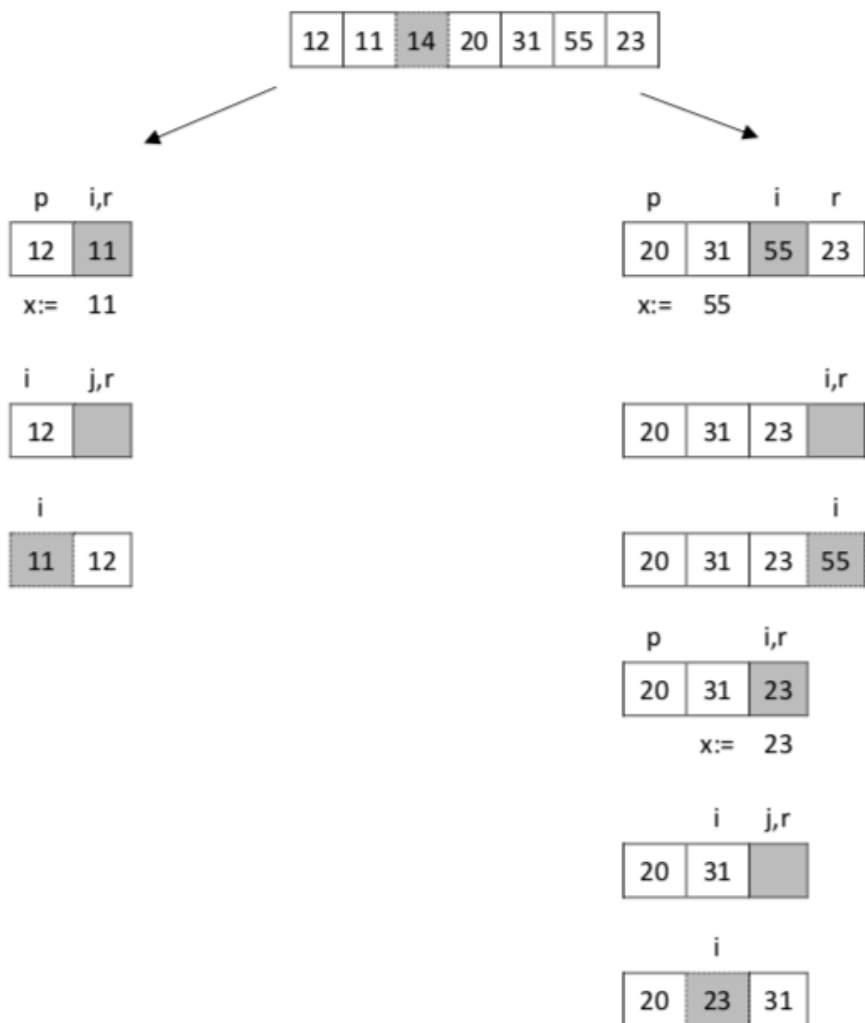
2. lépés: p-ről elindítva i-t, megkeressük az első olyan elemet, ami nagyobb, mint a pivot elem. i az algoritmus során mindig egy olyan elemre fog mutatni, amelyről tudjuk, hogy nagyobb, mint a pivot elem (ha van ilyen), és garantált, hogy előtte a pivotnál kisebbegyenlő értékek vannak. Ha nem találunk a pivot elemnél nagyobb, akkor az azt jelenti, hogy a pivot elemnek választott elem a legnagyobb, ekkor a pivot elemet betesszük a tömb végén lévő lyukba, és vége a particionálásnak.

3. lépés: egy másik változóval, j-vel az i utáni elemről indulva lépegetünk. Ha j-vel egy pivot elemnél kisebb elemhez értünk, felcseréljük az i és j indexű elemeket. i-t ilyenkor eggyel tovább léptetjük, majd j-vel folytatjuk a tömb bejárását. A p..i-1 elemek kisebbegyenlők. i tehát mindig a vízválasztó index.

Végül j-vel elérünk az r indexig, ami a résztömb végét jelenti. r-et már nem vizsgáljuk, mert ott a „lyuk” van! Mivel i az első olyan elem indexe, ami nagyobb a pivotnál, azt kell az r indexű helyre beírni, a pivot elemet pedig betesszük az i-dik indexre. A p..r tömbrészt ketté osztása az i indexnél történt, ezzel tér vissza az algoritmus.



Folytatódik a particionálás a $p..i-1$ és $i+1..r$ tömbrészen:



A rendezett tömb.

11	12	14	20	23	31	55
----	----	----	----	----	----	----

Algoritmus (előadáson szerepelt):

