7. Gyakorlat (2019.03.26.)

Bináris fa láncolt ábrázolása

Két pointeres csúcs. Node.

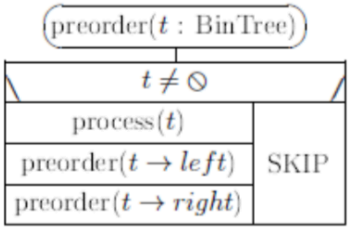
Node
+ $key : \mathcal{T}$ // $\mathcal{T}$ valamilyen ismert típus + $left, right$: Node*
+ Node() { $left = right = \oslash$ } // egycsúcsú fát képez belőle + Node($x : \mathcal{T}$) { $left = right = \oslash$; $key = x$ }

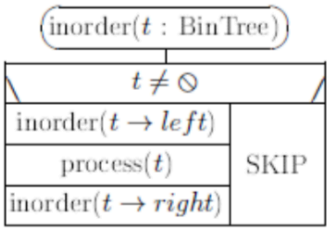
Három pointeres csúcs. Node3.

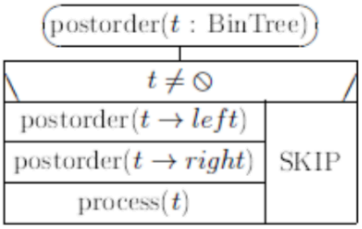
Node3
+ $key : \mathcal{T}$ // $\mathcal{T}$ valamilyen ismert típus + $left, right, parent$: Node3*
+ Node3(p:Node3*) { $left = right = \oslash$; $parent = p$ } + Node3($x : \mathcal{T}$, p:Node3*) { $left = right = \oslash$; $parent = p$; $key = x$ }

Jegyzetben szereplő három rekurzív algoritmus:

BinTree – absztrakt bináris fa típus, t→left, t→right helyett szokás left(t) és right(t) jelölést is használni. Az üres fát szokták Ω-val jelöli, így t = 0 helyett t = Ω is használható. Láncolt ábrázolású bináris fák esetében a bejáró algoritmusok paramétere lehetne t:Node*, vagy t:Node3*.

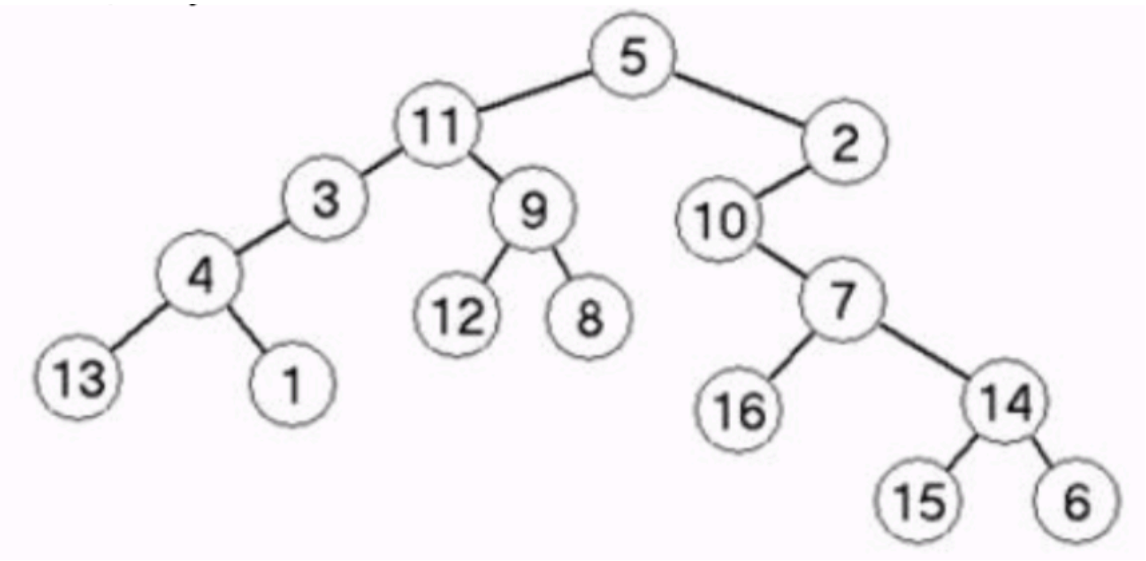






1. feladat

Egy konkrét bináris fa bejárása a tanult rekurzív algoritmusokkal, milyen sorrendben írják ki a kulcsokat?

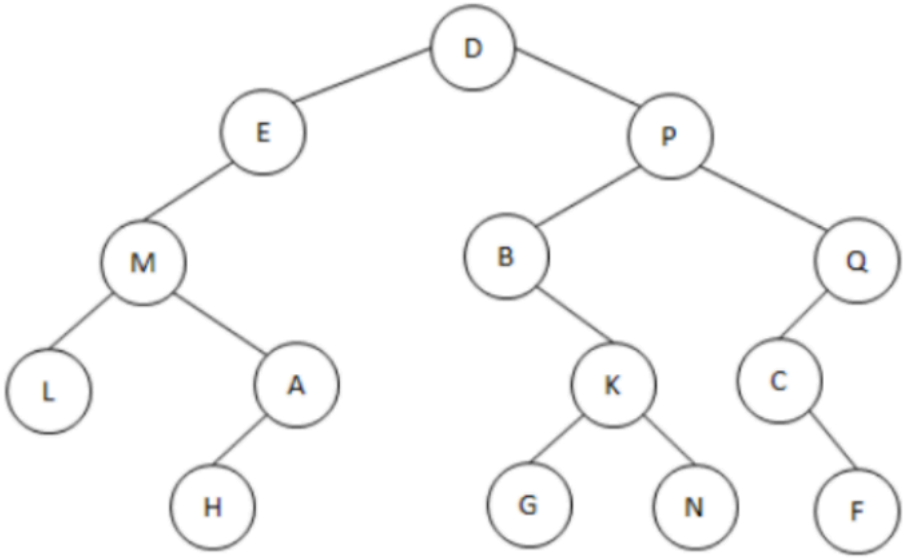


2. feladat

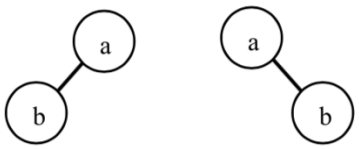
Egy nem teljes bináris fa preorder + inorder, vagy postorder + inorder bejárásból rekonstruáljuk, hogyan nézhetett ki a fa. Miért nem lehet rekonstruálni a preorder + postorder bejárásból?

PREORDER: D E M L A H P B K G N Q C F
INORDER: L M H A E D B G K N P C F Q

Megoldás:



Miért nem jó a preorder és postorder? Ha egy-gyerekes a csúcs, nem lehet tudni belőle, hogy az egy-gyerek melyik irányban van:

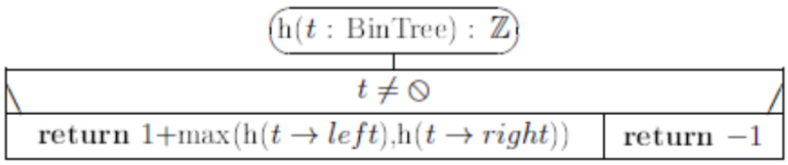


PRE: a b a b
POST: b a b a

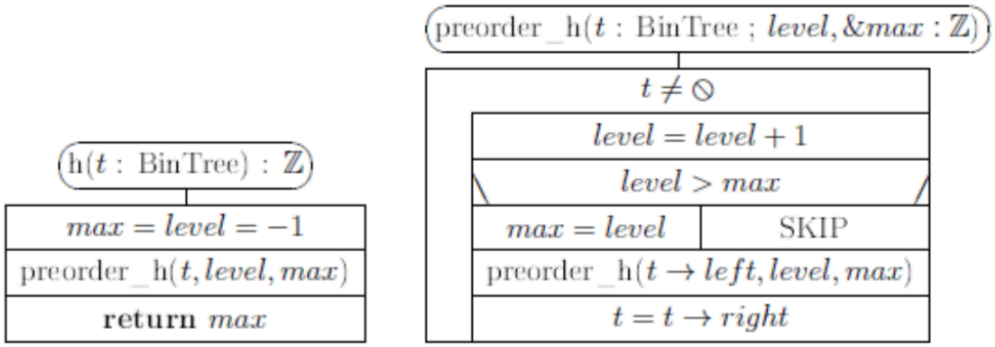
Rekurzív algoritmusok készítése bináris fákkal kapcsolatos feladatokhoz:

Előadáson szerepelt a magasság függvény kétféle módon: (a) a függvény visszatérési értéke a magasság, postorder bejárásra támaszkodba, (b) preorder bejárás+segédváltozó, ebben az esetben egy nem rekurzív algoritmus kerül a rekurzív fölé, ami gondoskodik a belső rekurzív algoritmus megfelelően paraméterezett meghívásáról és az abból kapott eredmény visszaadásáról. Így néznek ki:

(a)

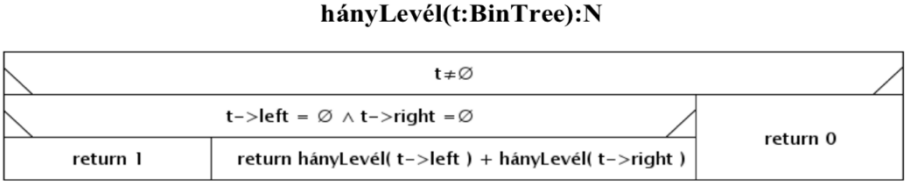


(b)



3. feladat

Hány levele vana fának?



4. feladat

Mi a legnagyobb kulcsa egy bináris fának? A fa esetleg lehet üres, azaz t = 0 eset is előfordulhat, Oldjuk meg (a) és (b) módszerrel is! Itt most (a) esetben is kell egy „indító" algoritmus, mert le kell ellenőrizni, hogy a fa nem üres-e? Ne használjuk a maximum kezdőértéknek a -∞ értéket. Ha nem üres a fa, induljunk a gyökér kulcsával, ha üres a fa, jelezzünk hibát!

(a) nem használ segéd paramétert. Üres fát le kell ellenőrizni!

maxKulcs(t:BinTree):T

t = 0	
EmptyTreeError	return(maxBejár(t))

maxBejár(t:BinTree):T

t->left = 0 ∧ t->right = 0			
	t->left ≠ 0 ∧ t->right ≠ 0	t->left ≠ 0 ∧ t->right = 0	t->left = 0 ∧ t->right ≠ 0
return t->key	max1 := maxBejár(t-> left)	max1:=maxBejár(t-> left)	max1:=maxBejár(t-> right)
	max2 :=maxBejár(t-> right)		
	max1 := max(max1, max2)		
	return max(max1, t->key)		

Megjegyzések: maxBejár algoritmus előfeltétele, hogy t nem lehet üres! Ezért a rekurzív hívásokat szét kell bontani a t fa alakja szerint.

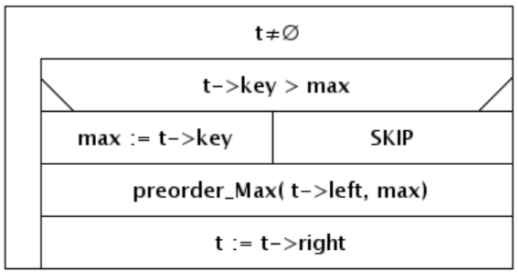
- *t lehet levél, vagy belső pont*
- *belső pont esetei: két gyerekes, csak bal-, illetve jobb gyerekkel rendelkező.*

(b) A másik megoldási lehetőséget választva a fő eljárás ellenőrzi az előfeltételt, és ha a fa nem üres, akkor gondoskodik a max változó kezdőértékéről, majd elindít egy bejáró algoritmust. A bejárás végeztével max változó a legnagyobb értéket fogja tartalmazni, így azzal visszatér.

maxKulcs(t:BinTree) : T

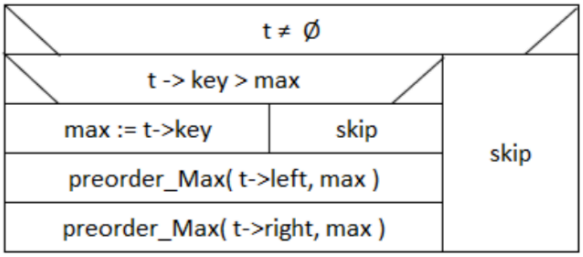
t≠∅	
max := t->key	EmptyTreeError
preorder_Max(t, max)	
return max	

preorder_Max(t: BinTree, &max : T)



Végrekurzió helyett ciklus (jegyzet ajánlása)

preorder_Max(t: BinTree, &max : T)



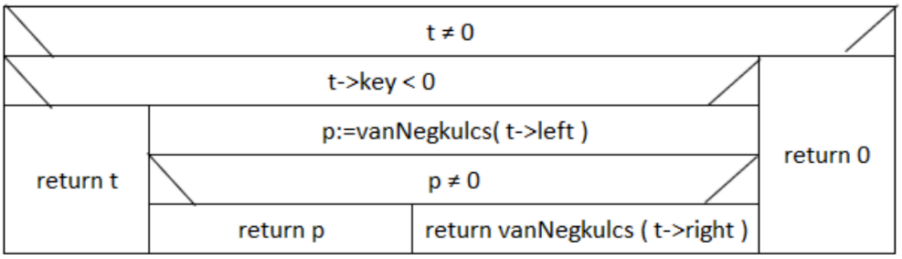
„Klasszikus preorder bejárással"

A bejáró algoritmus viszi magával a max változót, ha kell, módosítja. FONTOS, hogy a max cím szerint átadott paraméter legyen!

5. feladat

Keressünk egy negatív kulcsot a fában. Ha találunk, adjuk vissza a címét, ha nem találunk, adjunk 0 értéket vissza. Ügyeljünk a hatékonyságra, ha siekres a keresés, minl hamarabb térjen vissza a rekurzió.

vanNegKulcs(t.BinTree): Node*

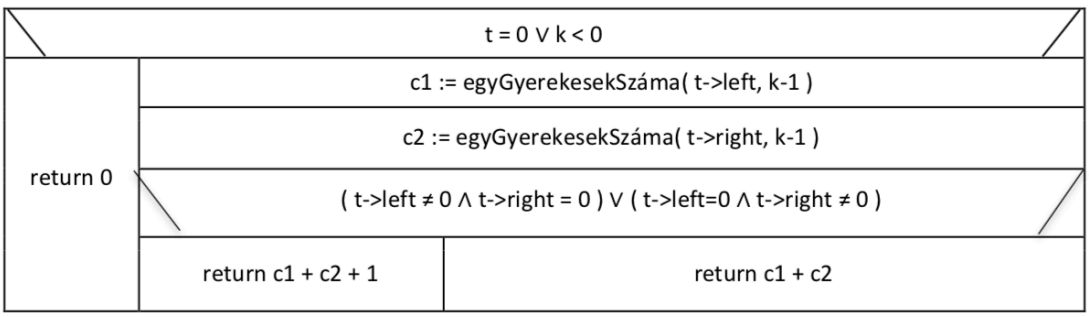


6. feladat

Bevezetjük a szint fogalmát. 0. szint a gyökér, majd 0. szint 2.szint stb. A feldolgozás csak egy adott szintig történik, vagy adott szinttől a teljes mélységig. Feladatok: (a) hány egy-gyerekes csúcsa van a fának a 0..k szinteken, vagy (b) a k-nál nagyobb szinteket?

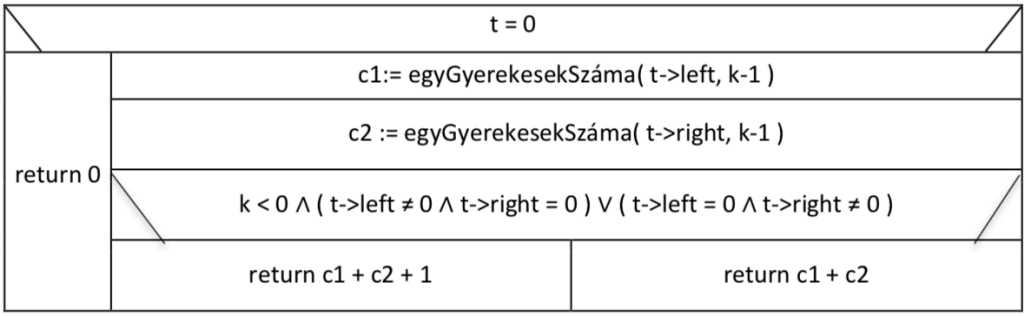
Megoldás:
(a)

egyGyerekesekSzáma(t:BinTree, k: Z):N



(b)

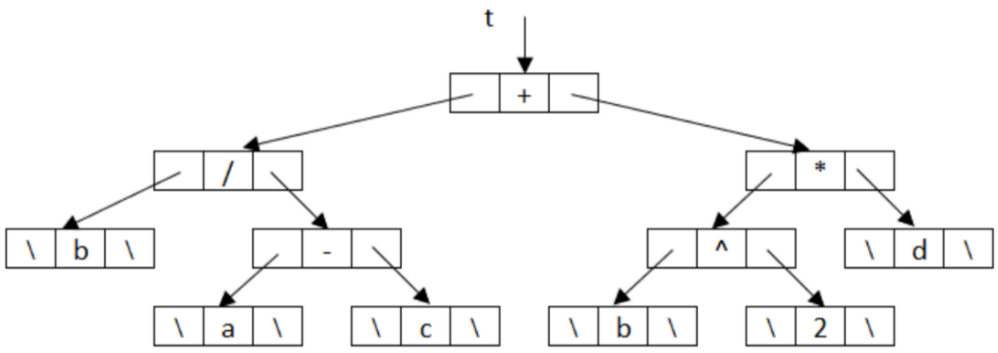
egyGyerekesekSzáma(t:BinTree, k: Z):N



7. feladat

Kifejezés fa. Az egy és két operandusú műveletekből álló kifejezést ábrázoljuk egy bináris fával. Például egy aritmetikai kifejezés fája:

A b/(a-c)+b^2*d kifejezést ábrázoló kifejezés fa:



A kifejezés fa postorder bejárása pont a lengyel formát adja:
b a c - / b 2 ^ d * +