

Neural Network Basic Assignment 1

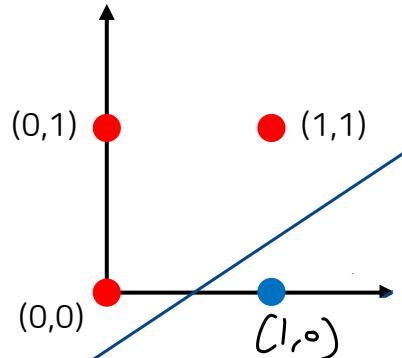
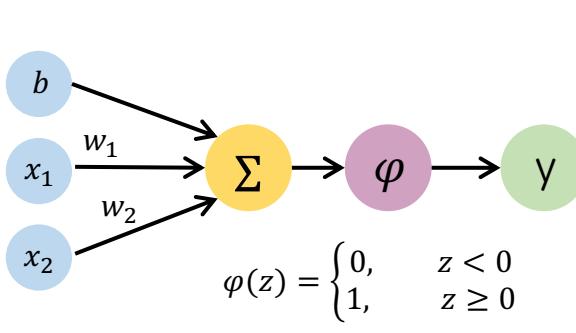
이름: 경민수

1. Sigmoid Function을 z 에 대해 미분하세요.

$$\sigma(z) = \frac{1}{1 + e^{-z}}$$

$$\frac{d}{dz} \sigma(z) = -\frac{(1+e^{-z})'}{(1+e^{-z})^2} = -\frac{-e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = \frac{e^{-z}}{(1+e^{-z})^2} = \frac{1}{1+e^{-z}} \cdot \frac{e^{-z}}{1+e^{-z}}$$

$$= \sigma(z)(1-\sigma(z))$$

2. 다음과 같은 구조의 Perceptron과 $\bullet (=1)$, $\circ (=0)$ 을 평면좌표상에 나타낸 그림이 있습니다.2-1. \bullet , \circ 를 분류하는 임의의 b, w 를 선정하고 분류해보세요.

$b > 0, w_2 + b > 0, \quad w_1 = -2$

$w_1 + b < 0, w_1 + w_2 + b > 0 \quad w_2 = 2$

$b = 1$

2-2. Perceptron 학습 규칙에 따라 임의의 학습률을 정하고 b, w 를 1회 업데이트 해주세요.

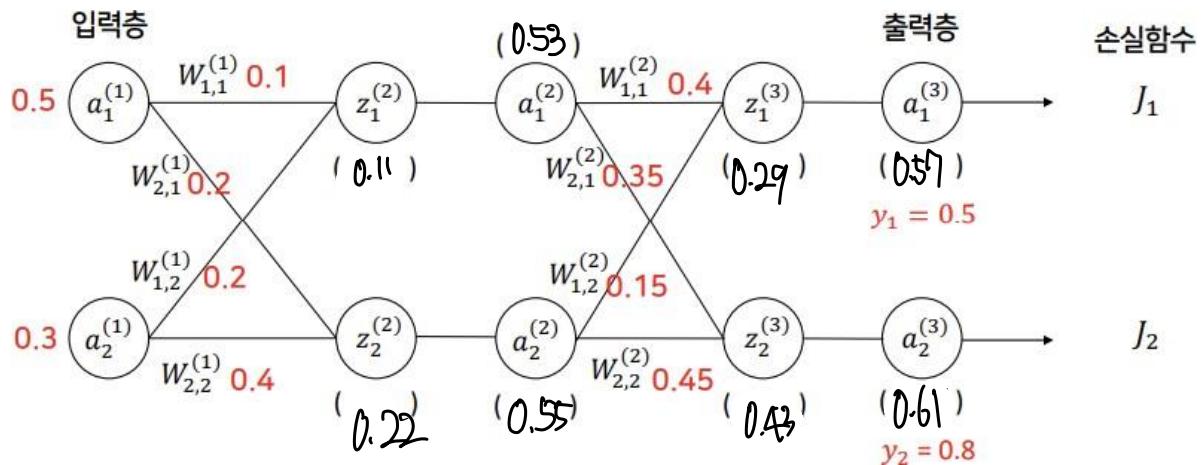
$\eta = 0.05, \quad w_i \leftarrow w_i + \eta(y - \hat{y})x_i$

$b \leftarrow 1 + 0.05(y - \hat{y})x_i$

$w_1 \leftarrow -2 + 0.05(y - \hat{y})x_i$

$w_2 \leftarrow 2 + 0.05(y - \hat{y})x_i$

3. 다음과 같이 입력과 가중치가 주어진 퍼셉트론이 있을 때, 아래의 물음에 답해주세요. 모든 문제는 풀이과정을 자세하게 적어주세요! (3-3까지 있습니다.)



3-1. FeedForward가 일어날 때, 각 노드가 갖는 값을 빈칸에 써주세요. 단, 활성화함수는 sigmoid 함수입니다. (모든 계산의 결과는 소수점 셋째자리에서 반올림하여 둘째자리까지만 써주세요.)

$$\sum_{i=1}^{(2)} = 0.1 \times 0.5 + 0.3 \times 0.2 = 0.11 \quad a_1^{(2)} = \frac{1}{1+e^{-0.11}} \approx 0.53$$

$$\sum_{i=1}^{(2)} = 0.2 \times 0.5 + 0.4 \times 0.3 = 0.22 \quad a_2^{(2)} = \frac{1}{1+e^{-0.22}} \approx 0.55$$

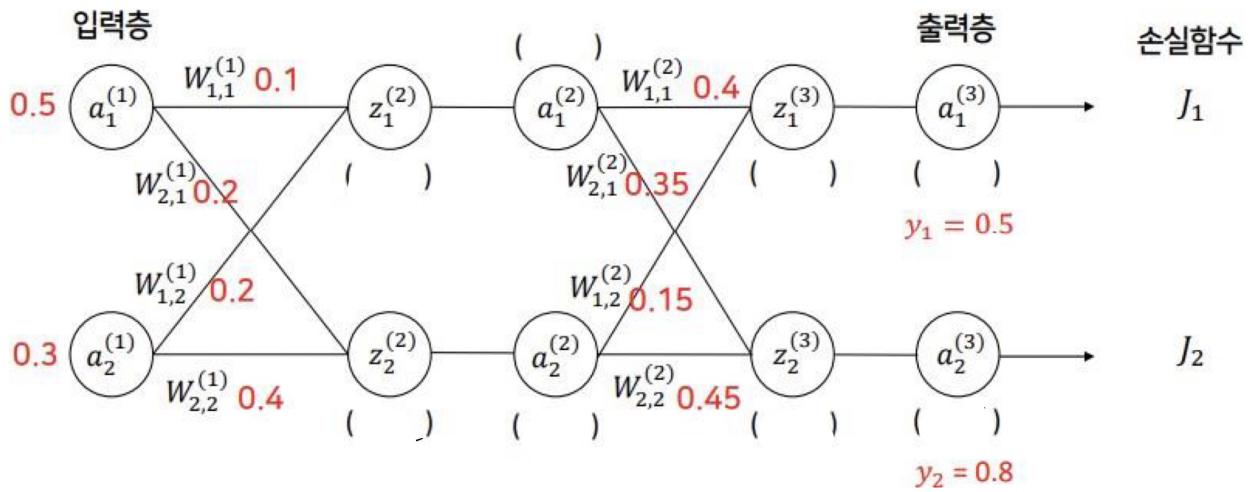
$$\sum_{i=1}^{(3)} = 0.4 \times 0.53 + 0.15 \times 0.55 \approx 0.29 \quad a_1^{(3)} = \frac{1}{1+e^{-0.29}} \approx 0.57$$

$$\sum_{i=1}^{(3)} = 0.35 \times 0.53 + 0.45 \times 0.55 \approx 0.43 \quad a_2^{(3)} = \frac{1}{1+e^{-0.43}} \approx 0.61$$

- 3-2. 3-1에서 구한 값을 이용하여 손실함수 J_1 과 J_2 의 값을 구해주세요. (J_1 과 J_2 는 반올림하지 말고 써주세요.)

$$J_1 = \frac{1}{2} (a_1^{(3)} - y_1)^2 = \frac{1}{2} (0.57 - 0.5)^2 = \frac{0.0049}{2} = 0.00245$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (a_2^{(3)} - y_2)^2 = \frac{1}{2} (0.61 - 0.8)^2 = \frac{0.0361}{2} = 0.01805$$



3-3. 위에서 구한 값을 토대로, BackPropagation이 일어날 때 $W_{2,2}^{(1)}$ 과 $W_{2,1}^{(2)}$ 의 조정된 값을 구해주세요.

단, learning rate는 0.1입니다. (계산 과정에서 소수점 넷째자리에서 반올림하여 셋째자리까지만 써주시고, 마지막 결과인 $W_{2,1}^{(1)}$ 과 $W_{2,2}^{(2)}$ 의 값만 반올림하지 말고 써주세요.)

$$W_j = W_j - \eta \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_j} \quad \leftarrow \text{출발 노드: } J_2$$

$$W_{2,1}^{(1)} = W_{2,1}^{(1)} - \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(1)}} \times \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(1)}} \times \frac{\partial z_2^{(1)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(1)}} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial a_2^{(1)}} (a_2^{(1)} - y_2)^2 = (a_2^{(1)} - y_2)$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\partial a_2^{(1)}}{\partial z_2^{(1)}} = \sigma(z_2^{(1)}) (1 - \sigma(z_2^{(1)})) = a_2^{(1)} (1 - a_2^{(1)})$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\partial z_2^{(1)}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = a_1^{(1)}$$

$$\frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(2)}} \times \frac{\partial a_2^{(3)}}{\partial z_2^{(2)}} \times \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}}$$

$$\textcircled{1} \quad \frac{\partial J_2}{\partial a_2^{(2)}} = a_2^{(2)} - y_2$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{\partial a_2^{(2)}}{\partial z_2^{(2)}} = a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)})$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\partial z_2^{(2)}}{\partial w_{2,2}^{(2)}} = a_1^{(2)}$$

$$\therefore W_{2,1}^{(1)} = W_{2,1}^{(1)} - \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,1}^{(1)}} = W_{2,1}^{(1)} - (a_2^{(1)} - y_2) \times a_2^{(1)} (1 - a_2^{(1)}) \times a_1^{(1)} \quad \therefore W_{2,2}^{(2)} = W_{2,2}^{(2)} - \frac{\partial J_{\text{total}}}{\partial w_{2,2}^{(2)}}$$

$$= 0.35 - (-0.19) \times 0.61 \times (-0.39) \times 0.53$$

$$= W_{2,2}^{(2)} - (a_2^{(2)} - y_2) \times a_2^{(2)} (1 - a_2^{(2)}) \times a_1^{(2)}$$

$$= 0.45 - (-0.19) \times 0.61 \times (-0.39) \times 0.55$$

$$= 0.34371632$$

$$= 0.42513945$$