

수치해석 기말고사 1차 - 소프트웨어학부 2021년 1학기 동규원

1. 뉴턴법을 사용하여 다음의 방정식의 x_{n+1} 항을 계산하시오.

$$x^2 = R$$

$$f(x) = x^2 - R \text{ 라고 두면, } \dots \textcircled{1}$$

$$\text{뉴턴법에 의해 } x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \text{ 이다.}$$

$$\textcircled{1} \text{ 을 통해 } f'(x) = 2x \text{ 임을 알 수 있다.}$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } x_{n+1} &= x_n - \frac{x_n^2 - R}{2x_n} \\ &= \frac{2x_n^2 - x_n^2 + R}{2x_n} = \frac{x_n^2 + R}{2x_n} \\ &= \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{R}{x_n} \right) \text{ 이다.} \end{aligned}$$

$$\therefore x_{n+1} = \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{R}{x_n} \right)$$

2. 뉴턴법을 사용하여 다음의 방정식의 x_{n+1} 항을 계산하고, 초기값 $x_0 = 1$ 을

사용하여 $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 를 근사적으로 계산하시오. (단, 반복회수는 3회)

$$x^2 = \frac{1}{R}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= x^2 - \frac{1}{R}, \quad f'(x) = 2x \Rightarrow x_{n+1} = x_n - \frac{x_n^2 - \frac{1}{R}}{2x_n} \\ &= x_n - \frac{Rx_n^2 - 1}{2Rx_n} \\ &= \frac{2Rx_n^2 - Rx_n^2 + 1}{2Rx_n} = \frac{Rx_n^2 + 1}{2Rx_n} \\ &= \frac{1}{2} \left(x_n + \frac{1}{Rx_n} \right) \quad \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$x_0 = 1$ 이므로 ①을 사용, 반복회수 3회

$$\text{Step 1} \quad x_1 = \frac{1}{2} \left(x_0 + \frac{1}{x_0} \right) = \frac{1}{2} (1 + 1) = \frac{1}{2} (2.2261) = 1.618$$

$$\text{Step 2} \quad x_2 = \frac{1}{2} \left(x_1 + \frac{1}{x_1} \right) = \frac{1}{2} (1.618 + \frac{1}{1.618}) = \frac{1}{2} (2.999) = 1.499$$

$$\text{Step 3} \quad x_3 = \frac{1}{2} \left(x_2 + \frac{1}{x_2} \right) = \frac{1}{2} (1.499 + \frac{1}{1.499}) = \frac{1}{2} (2.990) = 1.495$$

$$\therefore 1.495$$