

공학기초수학 4주차 온라인 과제

소프트웨어학부 20213015 송규원

8-10 원통껍질 방법을 이용해서, 다음 곡선으로 유계된 영역을 x 축 중심으로 회전시킬 때 생기는 입체의 부피를 구하라.

10. $x = 1 + (y - 2)^2, x = 2$

반지름 : y

원둘레 : $2\pi y$

$$\begin{aligned} \text{높이} : 2 - x &= 2 - 1 - (y - 2)^2 \\ &= -y^2 + 4y - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \int_1^2 2\pi y \cdot (-y^2 + 4y - 1) dy \\ &= 2\pi \int_1^2 y \cdot (-y^2 + 4y - 1) dy \\ &= 2\pi \int_1^2 (-y^3 + 4y^2 - y) dy \\ &= 2\pi \left[-\frac{1}{4}y^4 + \frac{4}{3}y^3 - \frac{1}{2}y^2 \right]_1^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &(\text{이어서}) \\ &= 2\pi \left\{ \left(-\frac{16}{4} + \frac{104}{3} - \frac{2}{2} \right) - \left(-\frac{1}{4} + \frac{4}{3} - \frac{1}{2} \right) \right\} \\ &= 2\pi \left(\frac{-16+1}{4} + \frac{104}{3} - \frac{4}{2} + \frac{1-2}{2} \right) \\ &= 2\pi \times \frac{90}{3} = \frac{16}{3}\pi \end{aligned}$$

공식 : $f_{\text{avg}} = f_{\text{평균}} = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x) dx$

46. 구간 $[0, 2]$ 에서 함수 $f(x) = 2xe^{-x^2}$ 의 평균값을 구하라.

$$\begin{aligned} f_{\text{평균}} &= \frac{1}{2-0} \int_0^2 2xe^{-x^2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^2 2xe^{-x^2} dx \text{ 에서} \end{aligned}$$

$x^2 = t$ 로 놓으면

$$\frac{dt}{dx} = 2x \text{ 이고, } x=0 \text{ 일 때 } t=0 \\ x=2 \text{ 일 때 } t=4 \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f_{\text{평균}} &= \frac{1}{2} \int_0^2 2xe^{-x^2} dx \\ &= \frac{1}{2} \int_0^4 e^{-t} dt \\ &= \frac{1}{2} [-e^{-t}]_0^4 = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{e^4} + 1 \right) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2e^4} \end{aligned}$$