

실습과제 6-1

행렬들이 다음과 같을 때, 식을 연산하라. 연산할 수 없는 식은 연산할 수 없는 이유를 써라

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 8 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

(1) $A \times B$ (2) $(D \times A) + B$ (3) $C \times B$ (4) $C - (A \times D)$ (5) $A + D$

$A \times B$
 $\begin{bmatrix} 1+12 & 1+15 \\ 5+4 & 5+5 \\ 8+0 & 0+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 13 & 16 \\ 9 & 10 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$

$(D \times A) + B$
 $\begin{bmatrix} 0+5+16 & 0+1+0 \\ 0+15+32 & 0+3+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 1 \\ 47 & 3 \end{bmatrix}$

$C \times B$
 $\begin{bmatrix} 0+0 & 1+9 & 2+12 \\ 0+0 & 5+7 & 10+4 \\ 0+0 & 9+0 & 16+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 14 \\ 0 & 12 & 14 \\ 0 & 9 & 16 \end{bmatrix}$

$C - (A \times D)$
 $\begin{bmatrix} 4 & -5 & -11 \\ 8 & -9 & -13 \\ 2 & -1 & -14 \end{bmatrix}$

$A + D$
 $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

실습과제 6-2

행렬들이 다음과 같을 때, 식을 연산하라. 연산할 수 없는 식은 연산할 수 없는 이유를 써라 (0 : 영행렬, I : 단위행렬)

$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 7 & 1 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 \\ 8 & 0 & 1 \\ 2 & 7 & 2 \end{bmatrix}$ $D = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$

(1) $B + 0$ (2) $C \times I$ (3) $3A$

$= B$ $= C$ $= \begin{bmatrix} 12 & 9 \\ 15 & 3 \\ 24 & 0 \end{bmatrix}$

실습과제 6-3

다음 행렬의 전치행렬을 구하고, 원래 대칭행렬인지 구별하라.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 3 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 3 \\ 8 & 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 & 8 \\ 8 & 2 & 3 & 7 \\ 5 & 1 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 4 & 8 \\ 5 & 3 & 2 & 0 \\ 4 & 2 & 5 & 3 \\ 8 & 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 8 & 5 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 8 & 7 & 5 \end{bmatrix}$$

∴ 대칭행렬

∴ 대칭행렬이 아님

실습과제 6-4

다음 부울행렬을 이용해 식을 연산하라.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(C \odot B) \vee A$$

$$(C \odot B)$$

$$= \begin{bmatrix} (1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) \vee (0 \wedge 1) & (1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) \vee (0 \wedge 1) \\ (0 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) \vee (1 \wedge 1) & (0 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) \vee (1 \wedge 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(C \odot B) \vee A$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(C \odot B) \wedge A$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(B \odot C) \wedge D$$

$$(B \odot C)$$

$$= \begin{bmatrix} (0 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0) & (0 \wedge 1) \vee (0 \wedge 0) & (0 \wedge 0) \vee (0 \wedge 1) \\ (1 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) & (1 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) & (1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) \\ (1 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) & (1 \wedge 1) \vee (1 \wedge 0) & (1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 1) \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$(B \odot C) \wedge D$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

실습과제 6-7

다음 정사각행렬의 행렬식을 구하라.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} \lambda & -1 \\ -4 & 2 \\ 1 & 4 \end{matrix}$$

$$\begin{aligned} \det(A) &= (-1)(-1 + \lambda \cdot 2) - (-12 + 12 - 4) \\ &= 1\lambda + 4 = 1\lambda \end{aligned}$$

실습과제 6-8

다음 정사각행렬의 가능한 소행렬을 모두 구하고 각각의 행렬식을 구하라.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -2 \\ -4 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & -3 \end{bmatrix}$$

$$M_{11} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad \det(M_{11}) = -6 - 4 = -10$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \quad \det(M_{21}) = -1 + 4 = 3$$

$$M_{12} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \det(M_{12}) = 12 - 1 = 11$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -4 & 1 \end{bmatrix} \quad \det(M_{22}) = 3 - 8 = -5$$

$$M_{13} = \begin{bmatrix} -4 & 2 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \det(M_{13}) = -16 - 2 = -18$$

$$M_{23} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -4 & 2 \end{bmatrix} \quad \det(M_{23}) = 6 - 4 = 2$$

$$M_{21} = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 4 & -3 \end{bmatrix} \quad \det(M_{21}) = 3 + 8 = 11$$

$$M_{22} = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -3 \end{bmatrix} \quad \det(M_{22}) = -9 + 2 = -7$$

$$M_{23} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \quad \det(M_{23}) = 12 + 1 = 13$$