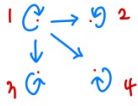


실습문제 7-17-1

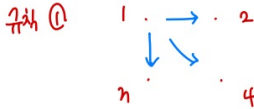
❖ 집합 $A = \{1,2,3,4\}$ 에 대한 관계 $R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,4), (3,3), (4,4)\}$ 가 부분순서관계인지 판별하고 부분순서관계라면 하세도표를 그리시오.

$$MA = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$



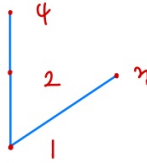
⇒ 반사관계

⇒ 반대칭 관계



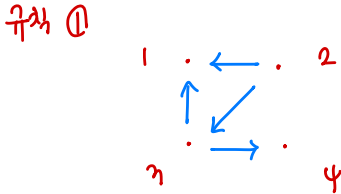
규칙 ② $a \neq b$ 일 때, $a \leq k \leq b$ 이면 $k \neq b$ 인 k 가 집합 A 에 존재하지 않으면 $a-b$ 선을 그린다.

규칙 ② $1 \leq 2, 1 \leq 3, 1 \leq 4$
 $2 \leq 4$



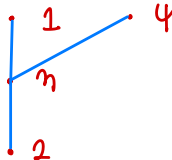
실습문제 7-17-2

❖ 집합 $A = \{1,2,3,4\}$ 에 대한 관계 $R = \{(1,1), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,3), (3,4), (4,4)\}$ 에 대한 하세도표를 그리시오.



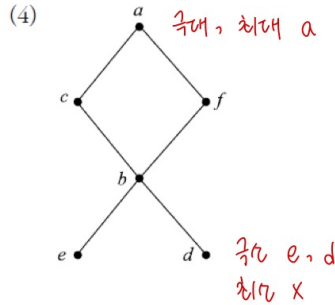
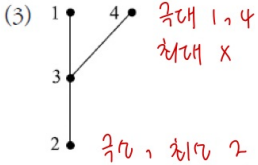
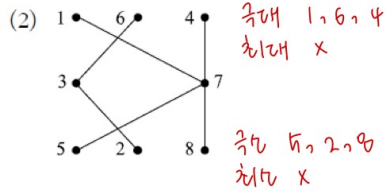
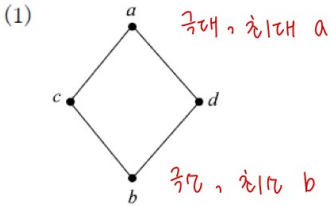
규칙 ② $(2,1) \times$
 $2 \leq 1 \leq 1$

규칙 ② $2 \leq 1, 2 \leq 3$
 $3 \leq 1, 3 \leq 4$



실습문제 7-18

다음 하세도표에서 극대원소, 극소원소, 최대원소, 최소원소를 구하라.

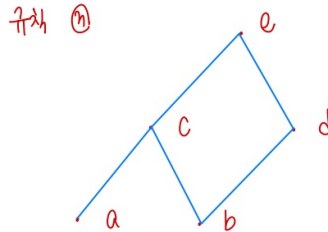
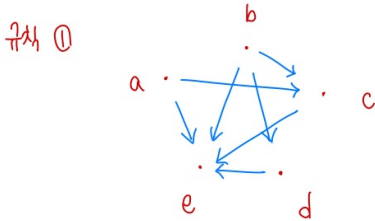


실습문제 7-19

집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$ 에 대한

관계 $R = \{(a, a), (a, c), (a, e), (b, b), (b, c), (b, d), (b, e), (c, c), (c, e), (d, d), (d, e), (e, e)\}$ 에 대해 답하라.

- 1) 관계 R에 대한 하세도표를 그려라.
- 2) 관계 R에서 극대, 극소, 최대, 최소원소를 찾아라



- 규칙 ②
- $a \leq c, a \leq e$
 $b \leq c, b \leq d, b \leq e$
 $c \leq e$
 $d \leq e$

\therefore 극대 e, 최대 e
 극소 a, b, 최소 x

실습문제 8-1

집합 $A=\{a,b,c\}$ 에서 집합 $B=\{1,2,3,4\}$ 로 가는 관계가 다음과 같을 때 단사함수임을 보여라.

$$f_1 = \{(a, 2), (b, 1), (c, 4)\} \quad f(a) \neq f(b) \neq f(c) \rightarrow \text{단사함수}$$

$$f_2 = \{(a, 2), (b, 2), (c, 4)\} \quad f(a) = f(b) \neq f(c) \rightarrow \text{단사함수} \times$$

실습문제 8-2

집합 $A=\{a,b,c,d\}$ 에서 집합 $B=\{1,2,3\}$ 으로 가는 관계가 다음과 같을 때 전사함수임을 보여라.

$$f_1 = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1), (d, 3)\} \quad \text{ran}(f_1) = \{1, 2, 3\} = \text{codom}(f_1) = B$$

$$f_2 = \{(a, 2), (b, 1), (c, 1), (d, 2)\} \rightarrow \text{전사함수}$$

$$\text{ran}(f_2) = \{1, 2\} \neq \text{codom}(f_2) = B$$

$$\rightarrow \text{전사함수} \times$$

실습문제 8-3

다음 함수들은 어떤 함수인가?

(1) $f_1: R \rightarrow R$ 일 때, $f_1(x) = 2^x$

전사함수

(2) $f_2: Z \rightarrow N$ 일 때, $f_2(x) = |x| + 1$

(전사) 반례 $f_2(-1) = 2 \rightarrow \text{단사함수} \times$
 $f_2(1) = 2$

(전사) 어떤 x 를 넣어도 0의 정수, 0, 양의 정수
 자연수가 나옴 \rightarrow 전사함수 0

실습문제 8-4

세 개의 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1, 2, 3\}$, $C = \{x, y, z\}$ 에 대해 함수 $f: A \rightarrow B$, $g: B \rightarrow C$ 가 다음과 같이 정의될 때, 합성함수 $g \circ f$ 를 구하라.

$$f = \{(a, 2), (b, 3), (c, 1), (d, 2)\}$$

$$g = \{(1, z), (2, y), (3, x)\}$$

$$g(f(a)) = g(2) = y \quad g(f(b)) = g(3) = x \quad g \circ f = \{(a, y), (b, x), (c, z), (d, y)\}$$

$$g(f(c)) = g(1) = z \quad g(f(d)) = g(2) = y$$

실습문제 8-5

두 함수 $f: R \rightarrow R$, $g: R \rightarrow R$ 에 대해 $f(x) = x^2 + 2x$, $g(x) = x - 5$ 일 때 다음을 구하라.

(1) $g \circ f$

(2) $f \circ g$

(3) $f \circ f$

(4) $g \circ g$

(1) $g(f(x)) = g(x^2 + 2x) = x^2 + 2x - 5$

(2) $f(g(x)) = f(x - 5) = (x - 5)^2 + 2(x - 5) = x^2 - 10x + 25 + 2x - 10 = x^2 - 8x + 15$

(3) $f(f(x)) = f(x^2 + 2x) = (x^2 + 2x)^2 + 2(x^2 + 2x) = x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 2x^2 + 4x = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x$

(4) $g(g(x)) = g(x - 5) = (x - 5) - 5 = x - 10$

실습문제 8-6

실수 집합 R 에 대해 $f: R \rightarrow R$, $g: R \rightarrow R$, $h: R \rightarrow R$ 이고 $f(x) = x - 3$, $g(x) = 3x^2$, $h(x) = \frac{x}{2}$ 일 때, 다음을 구하라.

(1) $h \circ (g \circ f)$

$$\begin{aligned} \underbrace{g(f(x))}_{G} &= g(x-3) = 3(x-3)^2 \\ \underbrace{h(G(x))}_{H} &= h(3(x-3)^2) \\ &= \frac{3(x-3)^2}{2} \end{aligned}$$

(2) $(h \circ g) \circ f$

$$\begin{aligned} \underbrace{h(g(x))}_{H} &= h(3x^2) = \frac{3x^2}{2} \\ H \circ f &= H(f(x)) = H(x-3) \\ &= \frac{3(x-3)^2}{2} \end{aligned}$$

$$\therefore h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$$

실습문제 8-6-1

- 다음 함수들을 합성하고 합성함수의 특성을 판별하라. $A \rightarrow B$
- 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a, b, c, d\}$ 로 가는 함수 $f = \{(1, b), (2, c), (3, a), (4, a), (5, d)\}$
- 집합 $B = \{a, b, c, d\}$ 에서 집합 $C = \{x, y, z\}$ 로 가는 함수 $g = \{(a, z), (b, x), (c, y), (d, z)\}$ $B \rightarrow C$

$$\begin{array}{c} A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C \\ \Rightarrow g \circ f \end{array}$$

① $f(1) \neq f(2) \neq f(3) = f(4) \neq f(5)$

단사함수 X

$$\text{ran}(f) = \{a, b, c, d\} = \text{codom}(f) = B$$

전사함수

$\therefore g \circ f$ 는 전사함수

② $g(a) = g(d) \neq g(c) \neq g(b)$

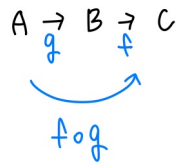
단사함수 X

$$\text{ran}(g) = \{x, y, z\} = \text{codom}(g) = C$$

전사함수

실습문제 8-6-2

- 다음 함수들을 합성하고 합성함수의 특성을 판별하라.
 - 집합 $B = \{a, b, c, d, e\}$ 에서 집합 $C = \{v, w, x, y, z\}$ 로 가는 함수 $f = \{(a, v), (b, z), (c, w), (d, y), (e, x)\}$
 - 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에서 집합 $B = \{a, b, c, d, e\}$ 로 가는 함수 $g = \{(1, a), (2, e), (3, d), (4, c), (5, b)\}$



$$\begin{aligned}
 f(g(1)) &= f(a) = v & \therefore f \circ g &= \{(1, v), (2, x), (3, y), \\
 f(g(2)) &= f(e) = x & & \{(4, w), (5, z)\} \\
 f(g(3)) &= f(d) = y & f \circ g & \text{는 전단사 함수} \\
 f(g(4)) &= f(c) = w \\
 f(g(5)) &= f(b) = z
 \end{aligned}$$

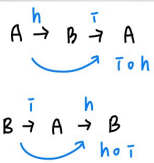
실습문제 8-6-3

- 다음 함수를 보고 가능한 합성함수 중 항등함수를 찾아라.
 - 집합 $A = \{x, y, z\}$, 집합 $B = \{a, b, c, d\}$ 일 때, 집합 A 에 대한 함수 $f = \{(x, x), (y, y), (z, z)\}$
 - $h : A \rightarrow B$ 일 때 $h = \{(x, b), (y, c), (z, d)\}$ $i : B \rightarrow A$ 일 때 $i = \{(a, z), (b, x), (c, y), (d, z)\}$

$$\begin{aligned}
 h \circ f &= h, \text{ 항등 } \times \\
 f \circ i &= i, \text{ 항등 } \times
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 f &: A \rightarrow A \\
 i &: B \rightarrow A
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 B &\rightarrow A \rightarrow A \\
 i & \quad f \\
 & \quad f \circ i
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 i(h(x)) &= i(b) = x \\
 i(h(y)) &= i(c) = y \\
 i(h(z)) &= i(d) = z \\
 i \circ h &= \{(x, x), (y, y), (z, z)\} \rightarrow i \circ h \text{는 항등함수}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 h(i(a)) &= h(z) = d \\
 h(i(b)) &= h(x) = b \\
 h(i(c)) &= h(y) = c \\
 h(i(d)) &= h(z) = d
 \end{aligned}$$

$$h \circ i = \{(a, d), (b, b), (c, c), (d, d)\} \rightarrow h(a) \neq a \text{ 이므로 항등함수 } \times$$