

공학기초수학 3주차 온라인 과제

소프트웨어학부 20213015 송규원

3.1절 최댓값과 최솟값

30. $f(t) = 2\cos t + \sin 2t$, $[0, \pi/2]$

f 가 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 에서 영속이므로 폐구간 방법론을 이용할 수 있다.

f 의 도함수

$$\begin{aligned} f'(t) &= -2\sin t + 2\cos 2t \\ &= -2\sin t + 2(\cos t \cdot \cos t - \sin t \cdot \sin t) \\ &= -2\sin t + 2(1 - 2\sin^2 t) \\ &= -4\sin^2 t - 2\sin t + 2 \\ &= -2(2\sin^2 t + \sin t - 1) \\ &= -2(2\sin t - 1)(\sin t + 1) \text{ 이고,} \end{aligned}$$

$f'(t) = 0$ 이 되는 값은

$\sin t = \frac{1}{2}$ or $\sin t = -1$ 이므로

주어진 구간에 포함되는 임계수 $t = \frac{\pi}{6}$ 이다.

임계수에서 함수 f 의 값은

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) = 2\cos\frac{\pi}{6} + \sin\frac{\pi}{3} = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3} \text{ 이고,}$$

양 끝 점에서 함수 f 의 값은

$$f(0) = 2 + 0 = 2$$

$$\begin{aligned} f\left(\frac{\pi}{2}\right) &= 2\cos\frac{\pi}{2} + \sin\pi \\ &= 0 + 0 = 0 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

이 세 개의 값을 비교하면,

최대값은 $f\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{2}\sqrt{3}$, 최솟값은 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ 이다.

3.7절 최적화 문제

11. 뚜껑이 없는 육면체의 저장용기의 부피가 10 m^3 이다. 밑면

의 길이는 너비의 두 배이다. 밑면에 드는 재료비는 m^2 당 10달러이고 옆면에 드는 재료비는 m^2 당 6달러이다. 이런 용기를 만드는 데 드는 최소의 재료비를 구하라.

가로 : $2y$ 세로 : y 높이 : x

$$\begin{aligned} \text{부피} \quad 2xy^2 &= 10 \\ xy^2 &= 5 \end{aligned}$$

$$\text{재료비} \quad \text{밑면: } 2y^2 \times 10 = 20y^2$$

$$\text{옆면: } 2 \times (\pi y + 2xy) \times 6 = 76\pi y$$

$$\begin{aligned} f(y) &= 20y^2 + 76\pi y \\ &= 20y^2 + \frac{180}{y} = \frac{20}{y}(y^3 + 9) \dots \textcircled{1} \end{aligned}$$

$$f'(y) = 40y - \frac{180}{y^2}$$

$f'(y) = 0$ 이 되는 값 구하기

$$40y - \frac{180}{y^2} = \frac{40y^3 - 180}{y^2} \Rightarrow 40y^3 - 180 = 0$$

$$40y^3 = 180$$

$$y^3 = \frac{9}{2}, \quad y = \sqrt[3]{\frac{9}{2}}$$

①에 $\sqrt[3]{\frac{9}{2}}$ 대입

$$f\left(\sqrt[3]{\frac{9}{2}}\right) = \frac{20}{\sqrt[3]{\frac{9}{2}}} \left(\frac{9}{2} + 9\right)$$

$$= \frac{20}{\sqrt[3]{\frac{9}{2}}} \times \frac{27}{2} = \frac{270}{2} \times \sqrt[3]{\frac{81}{4}}$$

$$= 90 \times \sqrt[3]{6}$$

$$\therefore \$ 90 \times \sqrt[3]{6} \approx \$ 167.54$$