

5.12 어느 대학의 한 통계학과 교수는 기초통계학 기말시험의 성적이 평균 71, 표준편차 11인 정규분포를 따름을 알았다. 이 통계학과 교수는 기말 시험성적만으로 교과목 성적을 산출한다고 할 때 다음 각 물음에 답하라.

- (a) 이 교과목이 패스 점수가 50점이라 할 때 수강학생 중 몇 퍼센트가 패스하겠는가?
- (b) 이 통계학과 교수가 수강학생 중 80%만 패스시키려 한다면 패스 점수는 몇 점으로 하여야 할까?
- (c) 이 통계학과 교수는 상위 10%의 학생들에게 A를 부여 한다. A를 받기 위하여 최소한 몇 점을 얻어야 하는가?

$$(a) P[X \geq 50] = P\left[Z \geq \frac{50-71}{11}\right] = P[Z \geq -1.9] = P[Z \leq 1.9] = 0.9719$$

$\therefore 97.19\%$

$$(b) \text{패스 점수 } \alpha_0, P[X \geq \alpha_0] = P\left[Z \geq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = 0.8$$

$$P\left[Z \geq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = P\left[Z \leq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = 0.8$$

$$\frac{\alpha_0 - 71}{11} = -0.94, \alpha_0 = -0.94 \times 11 + 71 = 61.76 \quad \therefore 61.76 \text{ 점}$$

$$(c) \text{상위 } 10\%, \text{ 가장 낮은 점수 } \alpha_0, P[X \geq \alpha_0] = P\left[Z \geq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = 0.1$$

$$P\left[Z \geq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = 1 - P\left[Z \leq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = 0.1, P\left[Z \leq \frac{\alpha_0 - 71}{11}\right] = 0.9$$

$$\frac{\alpha_0 - 71}{11} = 1.28, \alpha_0 = 1.28 \times 11 + 71 = 85.08 \quad \therefore 85.08 \text{ 점}$$

$$\rightarrow np = 50 > 5, n(1-p) = 50 > 5 \quad (\text{적합})$$

5.13 X 가 $n=100, p=0.5$ 인 이항확률변수일 때 다음 각 확률을 정규분포로 근사시켜 구하라.

(a) $P(X \geq 52)$

(b) $P(X < 47)$

(c) $P(46 < X \leq 48)$

(d) $P(51 \leq X < 56)$

$$E(X) = 50, \quad VC(X) = 25, \quad SDC(X) = 5$$

$$\begin{aligned} (a) \quad P(X \geq 52) &= P\left(Z \geq \frac{51.5 - 50}{5}\right) = P(Z \geq 0.3) = 1 - P(Z \leq 0.3) \\ &= 1 - 0.6179 = 0.3821 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (b) \quad P(X < 47) &= P\left(Z < \frac{46.5 - 50}{5}\right) = P(Z < -0.7) = 1 - P(Z < 0.7) \\ &= 1 - 0.7580 = 0.2420 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (c) \quad P(46 < X \leq 48) &= P\left(\frac{46.5 - 50}{5} < Z \leq \frac{48.5 - 50}{5}\right) = P(-0.7 < Z \leq -0.3) \\ &= P(Z < 0.7) - P(Z \leq 0.3) = 0.7580 - 0.6179 = 0.1401 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (d) \quad P(51 \leq X < 56) &= P\left(\frac{50.5 - 50}{5} \leq Z < \frac{55.5 - 50}{5}\right) = P(0.1 \leq Z < 1.1) \\ &= P(Z < 1.1) - P(Z \leq 0.1) = 0.8643 - 0.5398 = 0.3245 \end{aligned}$$

6.8 어느 공장에서 생산되는 제품의 무게는 과거의 경험으로 볼 때 평균이 6 kg이고, 표준편차가 2.5 g이라 한다. 이 공장에서 생산되는 제품 중 50개를 랜덤추출할 때 평균무게가 5.75 g과 6.25 g 사이일 확률은 얼마인가?

$$\text{중심극한정리에 의하면, } \bar{X} \sim N\left(6, \frac{2.5^2}{50}\right)$$

$$\begin{aligned} P(5.75 \leq \bar{X} \leq 6.25) &= P\left(\frac{5.75 - 6}{(2.5/\sqrt{50})} \leq Z \leq \frac{6.25 - 6}{(2.5/\sqrt{50})}\right) = P(-0.7071 \leq Z \leq 0.7071) \\ &= 2 \times (P(Z \leq 0.7071) - 0.5) \\ &\quad \leftarrow 0.7611 \text{ 계산} \\ &= 2 \times (0.7611 - 0.5) = 0.5222 \rightarrow 52.22\% \end{aligned}$$