

수치해석 중간고사 1차 - 소프트웨어학부 2021학년도 동규원

1. 다음 유사코드가 나타내는 수식을 구하시오.

㉑	㉒
integer i,n; real v,x real array(a_i) $_{0:n}$ $v \leftarrow a_n$ for i = 1 to n $v \leftarrow vx + a_{n-i}$ end for	integer i,n; real v,x real array(a_i) $_{0:n}$ $v \leftarrow a_n$ for i = 1 to n $v \leftarrow (v + a_{n-i})x$ end for

$$\begin{aligned} \text{㉑ } a_n x + a_{n-1} &\rightarrow (a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2} \\ &\rightarrow ((a_n x + a_{n-1})x + a_{n-2})x + a_{n-3} \\ &\vdots a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{㉒ } x(a_n + a_{n-1}) &\rightarrow x(x(a_n + a_{n-1}) + a_{n-2}) \\ &\rightarrow x(x(x(a_n + a_{n-1}) + a_{n-2}) + a_{n-3}) \\ &\vdots a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + a_{n-3} x^{n-3} + \dots + a x \end{aligned}$$

2. 호너 알고리즘을 사용하여 다항식을 주어진 각각의 점에서 계산하시오.

㉑ $x = -6$ 에서 $2x^4 + 9x^2 - 16x + 12$

㉒ $x = 2$ 에서 $2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 3x + 8$

$$\begin{array}{r} \text{㉑} \quad 2 \quad 0 \quad 9 \quad -16 \quad 12 \\ -6 \overline{) \quad -12 \quad 72 \quad -496 \quad 7012} \\ \underline{2 \quad -12 \quad 81 \quad -502 \quad 7024} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x^4 + 9x^2 - 16x + 12 \\ = (x+6)(2x^3 - 12x^2 + 81x - 502) + 7024 \\ \text{주어진 점 } x = -6 \text{ 일 때 } 7024 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \text{㉒} \quad 2 \quad -3 \quad -5 \quad 3 \quad 8 \\ 2 \overline{) \quad 4 \quad 2 \quad -6 \quad -6} \\ \underline{2 \quad 1 \quad -7 \quad -7 \quad 2} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \therefore 2x^4 - 3x^3 - 5x^2 + 3x + 8 \\ = (x-2)(2x^3 + x^2 - 7x - 7) + 2 \\ \text{주어진 점 } x = 2 \text{ 일 때 } 2 \end{aligned}$$

3. 다음 함수에 대해 원점을 기준으로 테일러 급수 전개에서 0이 아닌 첫 두 항을 구하시오.

㉠ $e^{\cos x}$

㉡ $\sin(\cos x)$

㉠ $f(x) = e^{\cos x}$ 라고 하면,

$$f(x) = P_n(x) + P_n(x), \quad P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k \text{ 이다. } \dots (1)$$

원점 기준 $\rightarrow x=0$ 일 때, 이를 (1)에 대입하면

$$P_n(0) = f(0) + f'(0)x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \frac{f'''(0)}{3!}x^3 + \dots$$

$$f(0) = e$$

$$f'(x) = -\sin x \cdot e^{\cos x} \rightarrow f'(0) = 0$$

$$f''(x) = -\cos x \cdot e^{\cos x} + \sin^2 x \cdot e^{\cos x} \rightarrow f''(0) = -e$$

$$f(0) \neq 0, \quad f'(0) = 0, \quad f''(0) \neq 0 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore \text{원점 기준의 0이 아닌 첫 두 항은 } e - \frac{ex^2}{2} \text{ 이다.}$$

㉡ $f(x) = \sin(\cos x)$ 라고 하면, $f(0) = \sin 1$ 이고,

$$f'(x) = -\sin x \cdot \cos(\cos x) \rightarrow f'(0) = 0$$

$$f''(x) = -\cos x \cdot \cos(\cos x) - \sin^2 x \cdot \sin(\cos x) \rightarrow f''(0) = -\cos 1$$

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}(x_0)}{k!} (x-x_0)^k \text{ 중 } x_0 = 0 \text{ 일 경우 많고, } x \text{ 많고}$$

$$f(0) \neq 0, \quad f'(0) = 0, \quad f''(0) \neq 0 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore \text{원점 기준의 0이 아닌 첫 두 항은 } \sin 1 - \frac{\cos 1}{2}x^2 \text{ 이다.}$$