공학기초수학 5주차 온라인 과제

소프트웨어학부 20213015 송규원

6.7절

37. $\int \frac{e^x}{1-e^{2x}}\,dx$

$e^x = t$, $e^x dx = dt$

$$\int \frac{e^x}{1-e^{2x}}dx = \int \frac{1}{1-t^2}dt$$

$$= -\int \frac{1}{t^2+1}dt$$

$$= -\int \frac{1}{(t-1)(t+1)}dt$$

$$= -\frac{1}{2}\int \left\{ \frac{1}{(t-1)} - \frac{1}{(t+1)} \right\} dt$$

$$= -\frac{1}{2}\left\{ \ln|t-1| - \ln|t+1| \right\} + c$$

$$= -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-1}{t+1}\right| + c = -\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right| + c$$

$\frac{1}{1-x^2} = \frac{d}{dx}(\tanh^{-1}x)$ 이므로, $-\frac{1}{2}\ln\left|\frac{e^x-1}{e^x+1}\right| + c$

$= \tanh^{-1}e^x + c$ 이다.

6.8절

5-35 다음 극한을 계산하라. 필요하면 로피탈 법칙을 이용하라. 보다 기본적인 방법이 있으면 그것을 이용하라. 로피탈 법칙을 적용할 수 없다면 그 이유를 설명하라.

34. $\lim_{x\to 0^+}(1+\sin 3x)^{1/x}$

$\lim_{x\to 0+}(1+\sin 3x)^{\frac{1}{x}}$ → 1^∞ 꼴 (부정형의 거듭제곱)

$y = (1+\sin 3x)^{\frac{1}{x}}$ 라고 두고 양 변에 ln 취하기

$$\ln y = \ln(1+\sin 3x)^{\frac{1}{x}}$$

$$= \frac{1}{x}\ln(1+\sin 3x)$$

$$= \frac{\ln(1+\sin 3x)}{x}$$ 양 변에 lim 취하기

$\lim_{x\to 0+}\ln y = \lim_{x\to 0+}\frac{\ln(1+\sin 3x)}{x}$ → $\frac{0}{0}$ 꼴

(이어서)

$\lim_{x\to 0+}\ln y = \ln y$ 이고,

$$\lim_{x\to 0+}\frac{\ln(1+\sin 3x)}{x} = \lim_{x\to 0+}\frac{3\cos 3x}{1+\sin 3x}$$

$= \frac{3}{1} = 3$ 이므로

즉, $\ln y = 3$

$y = e^3$ 이다.

$\therefore \lim_{x\to 0+}(1+\sin 3x)^{\frac{1}{x}} = \lim_{x\to 0+} y = e^3$