

공학기초수학 2주차 온라인 과제

소프트웨어학부 20213015 송규원

30. $\cos x = x^n$ 에 대해

(a) 방정식이 적어도 하나의 실근을 가짐을 증명하라.

$$\cos x = x^n$$

$$\cos x - x^n = 0$$

$$f(x) = \cos x - x^n \text{ 이라고 두면,}$$

$$f(0) = 1 - 0 = 1$$

$$f(\pi) = -1 - \pi^n$$

$$f(0) > 0, f(\pi) < 0 \text{ 이므로}$$

$f(x) = 0$ 을 만족하는 x 가 적어도 한 개 존재한다.

따라서 주어진 방정식 $\cos x = x^n$ 은 적어도 하나의 실근을 가진다.

21. $xy + y^3 = 1$ 일 때, $x=0$ 에서 y'' 의 값을 구하라.

$$a. xy + y^n = 1$$

$$b. y + xy' + ny^2y' = 0$$

$$c. y' + y' + xy'' + 6y(y')^2 + ny^2y'' = 0$$

$$a \text{에 } x=0 \text{ 대입 : } 0 + y^n = 1 \Rightarrow y = 1$$

$$b \text{에 } x=0, y=1 \text{ 대입 : } 1 + 0 + ny' = 0 \Rightarrow ny' = -1 \\ y' = -\frac{1}{n}$$

$$c \text{에 } x=0, y=1, y' = -\frac{1}{n} \text{ 대입}$$

$$: -\frac{1}{n} - \frac{1}{n} + 0 + 6 \cdot \left(-\frac{1}{n}\right)^2 + ny'' = 0$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{n} + \frac{6}{n} + ny'' = 0$$

$$y'' = 0$$