

4.8 어느 기혼 여성단체에서 50%가 25세 전후에 결혼하였으며 그 중 60%가 학력이 대졸 이상이라 한다. 또한, 전체의 40%가 대졸 이상의 학력을 소유하고 있다. 이 여성단체에서 랜덤하게 한 사람을 뽑았을 때 그 사람의 학력이 대졸 이상이거나 25세 이후에 결혼하였을 확률을 구하라. 또한, 학력이 고졸 이하이고 결혼연령이 25세 미만일 확률을 구하라.

$$P(A) : \text{학력이 대졸 이상인 확률} \quad \frac{40}{100}$$

$$P(B) : \text{25세 이후에 결혼하였을 확률} \quad \frac{50}{100}$$

$$P(A \cap B) : \text{학력이 대졸 이상이고 25세 이후에 결혼하였을 확률} \quad \frac{60}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{30}{100}$$

$$\textcircled{1} P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{40}{100} + \frac{50}{100} - \frac{30}{100} = \frac{60}{100} = 0.6$$

$$\textcircled{2} 1 - P(A \cup B) = 1 - 0.6 = 0.4$$

4.14 다음의 각 확률변수가 이산확률변수인지 연속확률변수인지를 밝혀라.

- (a) 어느 식당에서 오후 1시 정각에 음식을 기다리는 손님의 수 이산확률변수
- (b) 한 슈퍼마켓에서 판매하는 사과 한 개의 무게 연속확률변수
- (c) 어느 농구팀의 한 선수의 키 연속확률변수
- (d) 어느 치과병원을 찾는 환자의 충치수 이산확률변수

4.16 다음은 어떤 확률변수의 확률분포이다. 빈 칸을 채워라.

x	확률
1	0.1
5	0.1
10	0.5
20	0.3

$$1 - (0.1 + 0.1 + 0.3) = 0.1$$

4.22 두 확률변수 X 와 Y 의 결합확률분포가 다음과 같다.

$y \backslash x$	1	2	3
2	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{20}$
4	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{5}$
6	$\frac{1}{10}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{1}{20}$

(a) X 와 Y 의 주변확률분포를 구하라.

X	1	2	n	Y	2	4	6
$P[X=X]$	$\frac{n}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$P[Y=Y]$	$\frac{n}{10}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{n}{10}$

(b) X 와 Y 의 평균과 분산을 각각 구하라.

$$E(X) = 1 \cdot \frac{n}{20} + 2 \cdot \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{n + 10 + 24}{20} = \frac{41}{20} = 2.05$$

$$E(X^2) = 1 \cdot \frac{n}{20} + 4 \cdot \frac{1}{4} + 9 \cdot \frac{2}{5} = \frac{n + 20 + 36}{20} = \frac{99}{20}, \quad (E(X))^2 = \frac{1681}{400}$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \frac{99}{20} - \frac{1681}{400} = \frac{1980 - 1681}{400} = \frac{299}{400} = \frac{7475}{10000} = 0.7475$$

$$E(Y) = 2 \cdot \frac{n}{10} + 4 \cdot \frac{2}{5} + 6 \cdot \frac{n}{10} = \frac{6 + 16 + 6n}{10} = \frac{40}{10} = 4$$

$$E(Y^2) = 4 \cdot \frac{n}{10} + 16 \cdot \frac{2}{5} + 36 \cdot \frac{n}{10} = \frac{12 + 64 + 36n}{10} = \frac{194}{10} = 19.4, \quad (E(Y))^2 = 16$$

$$V(Y) = E(Y^2) - (E(Y))^2 = 19.4 - 16 = 3.4$$

(c) X 와 Y 의 공분산과 상관계수를 구하라.

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X, Y) &= 1 \cdot 2 \cdot \frac{1}{10} + 1 \cdot 4 \cdot \frac{n}{20} + 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{10} + 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{20} + 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{20} + 2 \cdot 6 \cdot \frac{n}{20} \\ &\quad + 3 \cdot 2 \cdot \frac{n}{20} + 3 \cdot 4 \cdot \frac{1}{5} + 3 \cdot 6 \cdot \frac{1}{20} - \frac{41}{20} \cdot 4 \\ &= \frac{4 + 12 + 12 + 4 + 6 + 36 + 18 + 48 + 18 - 164}{20} \\ &= -\frac{4}{20} = -0.2 \end{aligned}$$

$$\text{Corr}(X, Y) = \frac{-0.2}{\sqrt{0.7475 \times 3.4}} = \frac{-\frac{2}{10}}{\sqrt{\frac{259}{100} \times \frac{34}{10}}} = \frac{-2\sqrt{10}}{129.16} = -\frac{2\sqrt{10}}{1794}$$