

Χρονοσειρές

Υπολογιστική Εργασία
13-1-2015



Ζαμπόκας Γεώργιος

AEM: 7173

zampokas@auth.gr

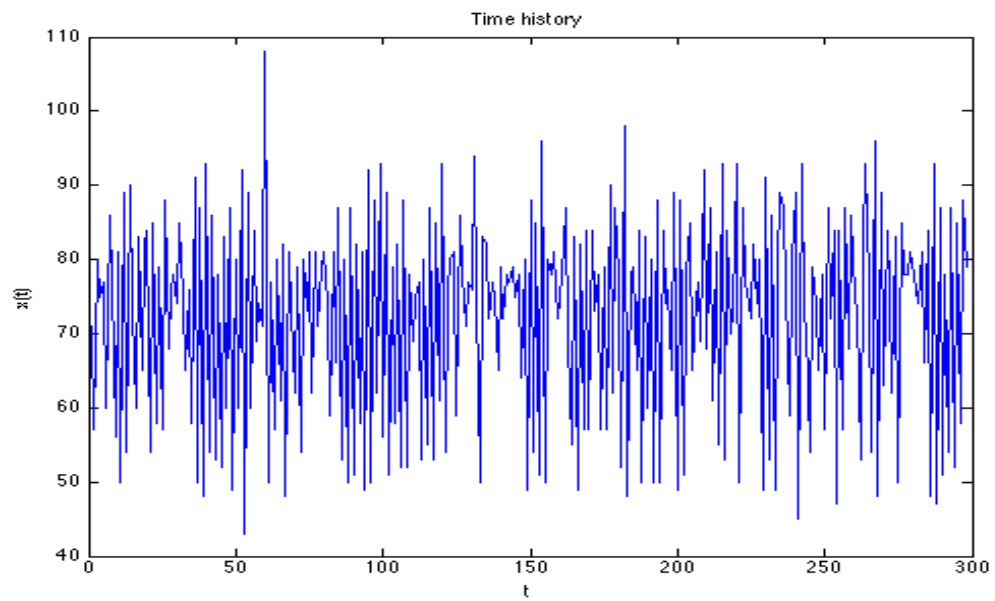
Εισαγωγικό σχόλιο

Για την ανάλυση των χρονοσειρών αλλά και για την παραγωγή των γραφημάτων χρησιμοποιούνται τα scripts **MY_arma.m**, **MY_sarma.m** καθώς και το **MY_Akaike.m**. Τα πρώτα στην ουσία είναι τα δοσμένα scripts **rexamplearma.m**, **rexamplesarma.m** αλλά με τις κατάλληλες αλλαγές ώστε να ανταποκρίνονται στην ζητούμενη ανάλυση. Το **MY_Akaike.m** υπολογίζει την τιμή του κριτηρίου Akaike για διάφορες τιμές των τάξεων του AR και MA και δημιουργεί ένα γράφημα με τις τιμές αυτές ώστε να μπορούμε εύκολα να δούμε την βέλτιστη τιμή. Στην πραγματικότητα χρησιμοποιήθηκαν διάφορα άλλα νέα scripts αλλά η ανάλυση συνοψίζεται από τα παραπάνω, ώστε να είναι πιο εύκολη η παρακολούθηση της διαδικασίας και η διόρθωση.

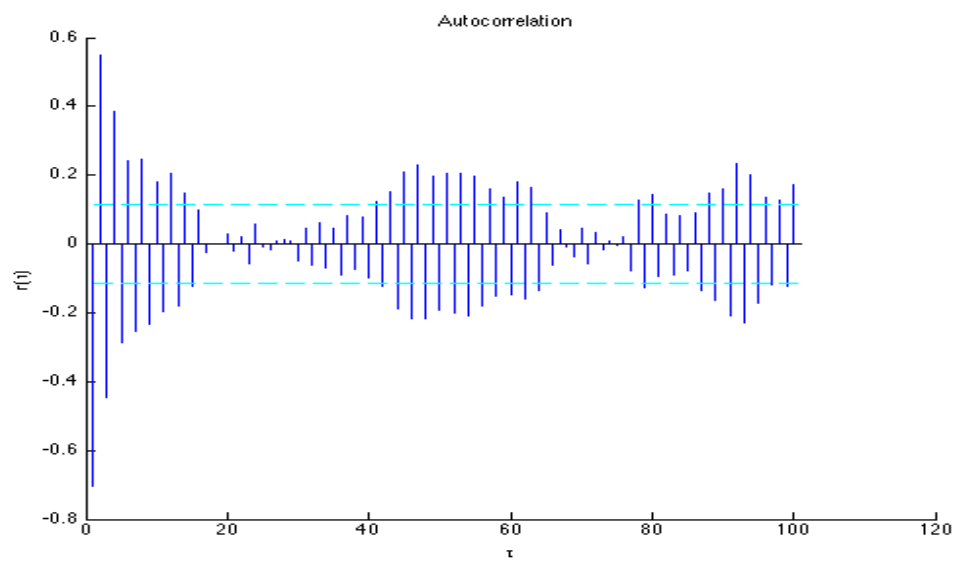
Πρώτο στάδιο - Γραμμική ανάλυση για το έτος 1989, 2000 και 2011

eruption1989.dat

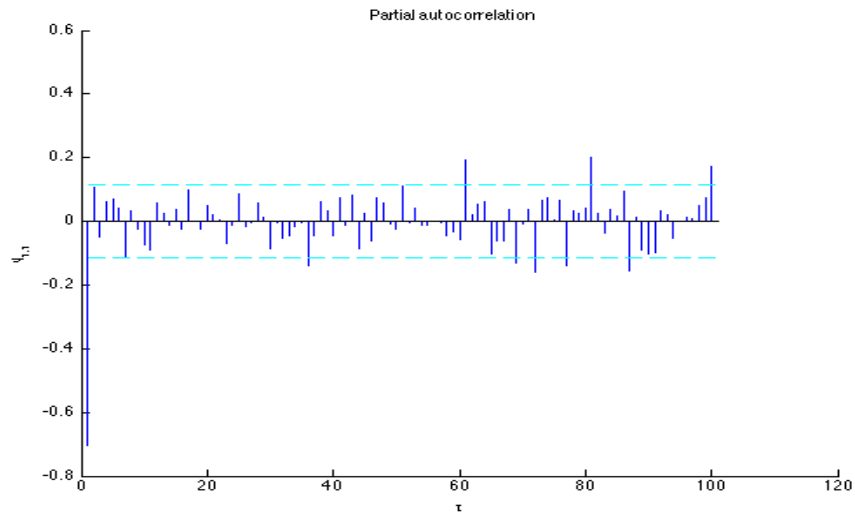
Ξεκινάμε με τη χρονοσειρά **eruption1989**. Αρχικά, κάνουμε ένα plot για να πάρουμε μια πρώτη εικόνα της χρονοσειράς (Σχ 1α). Στη συνέχεια, υπολογίζουμε την αυτοσυσχέτιση (Σχ 1β), καθώς επίσης και την μερική αυτοσυσχέτιση της (Σχ 1γ). Σύμφωνα με τον έλεγχο μηδενικής υπόθεσης παρατηρούμε ότι η υπόθεση $H_0: \rho_\tau=0$ δεν ισχύει, αφού αρκετά πάνω από το 5% των τιμών βρίσκεται έξω από την ζώνη του μηδενός (η οποία φαίνεται με την κόκκινη διακεκομμένη γραμμή στα σχήματα). Επίσης, από το σχήμα της αυτοσυσχέτισης παρατηρούμε ότι υπάρχει και εποχικότητα, την οποία θα λάβουμε υπ' όψη μας. Άρα η χρονοσειρά μας δεν είναι θόρυβος αλλά έχει σημαντικές συσχετίσεις.



Σχήμα 1α: Γράφημα χρονοσειράς eruption1989

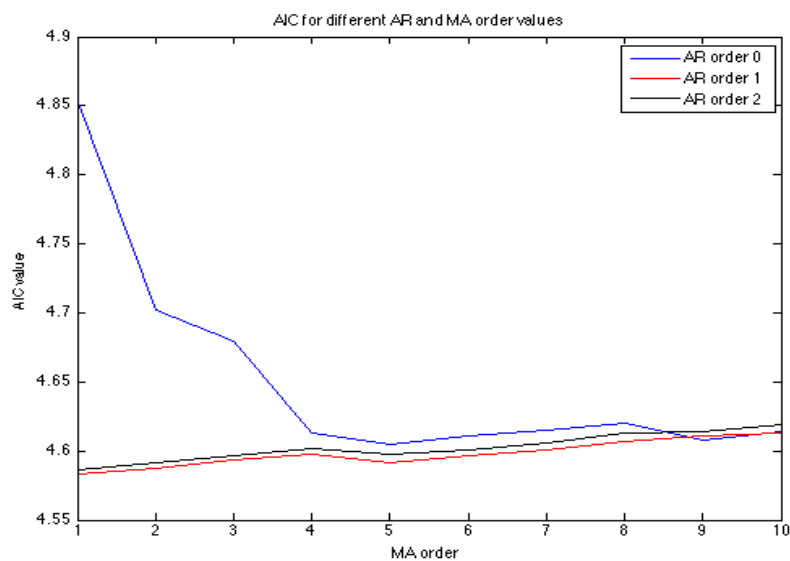


Σχήμα 1β: Γράφημα αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς eruption1989



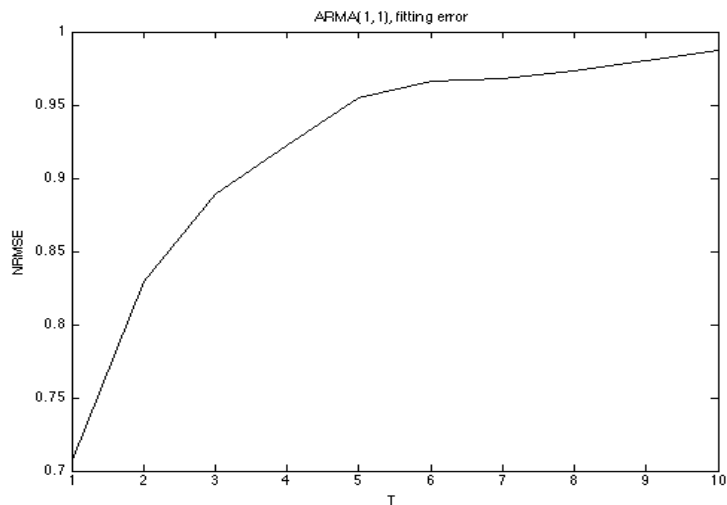
Σχήμα 1γ: Γράφημα μερικής αυτοσυσχετίσης χρονοσειράς eruption1989

Εφ' όσον υπάρχουν σημαντικές αυτοσυσχετίσεις και μερικές αυτοσυσχετίσεις θα αναζητήσουμε το βέλτιστο μοντέλο ARMA για να προσεγγίσουμε την χρονοσειρά. Για την έρεση της βέλτιστης τάξης των διαδικασιών AR, MA του μοντέλου εξετάζουμε το κριτήριο του Akaike, σύμφωνα με το οποίο επιλέγουμε την μικρότερη τιμή του κριτηρίου. Με αυτήν την τιμή επιτυγχάνεται η τάξη μοντέλου, που εμφανίζει την περισσότερη πληροφορία διατηρώντας την μικρότερη πολυπλοκότητα. Εκτελούμε το **MY_Akaike.m** που εξετάζει τις τιμές του κριτηρίου AKAIKE για τάξεις ARMA από 0 μέχρι 8. Παρατηρούμε ότι η μικρότερη τιμή του κριτηρίου εμφανίζεται για το μοντέλο ARMA $(p,q) = (1,1)$.

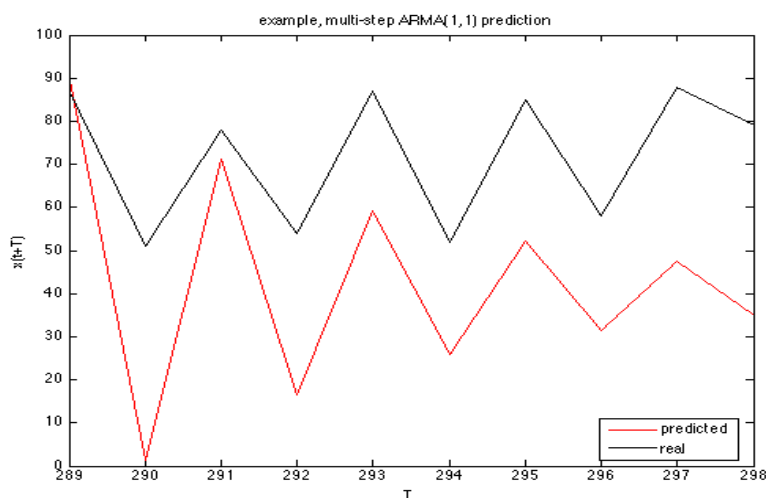


Σχήμα 1δ: Γράφημα τιμών κριτηρίου Akaike

Έχοντας πάρει τις βέλτιστες τιμές για την τάξη του μοντέλου ARMA θα επιχειρήσουμε να κάνουμε πρόβλεψη στην χρονοσειρά μας. Χρησιμοποιούμε το **MY_arma.m** και για τις τιμές $(p,q) = (1,2)$ που υπολογίσαμε παραπάνω. Από τα γραφήματα που προέκυψαν συμπεραίνουμε ότι έχει γίνει ικανοποιητική πρόβλεψη στην χρονοσειρά χρησιμοποιώντας ως training set τις πρώτες 288 τιμές και ως test set τις υπόλοιπες 10. Το αποτέλεσμα της χρονοσειράς που προκύπτει από την πρόβλεψη φαίνεται ότι σταδιακά χάνει ενέργεια εν αντιθέσει με το πραγματικό σύστημα, και αρχίζει να τείνει προς την μέση τιμή. Επίσης, παρά την καλή πρόβλεψη παρατηρούμε όχι και τόσο καλο fitting error το οποίο κυμαίνεται πάνω απο 0.7. Τα εν λόγω γραφήματα που λάβαμε ως αποτέλεσμα εμφανίζονται παρακάτω.

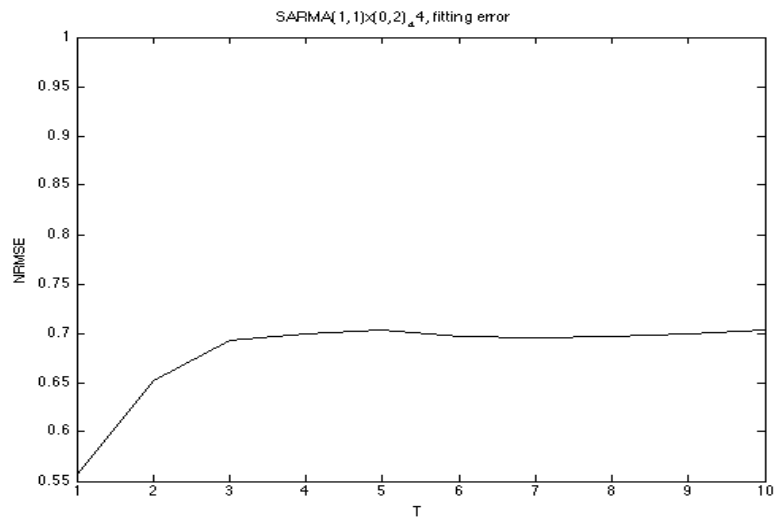


Σχήμα 1ε: Γράφημα τιμών σφάλματος NRMSE για ARMA(1,1)

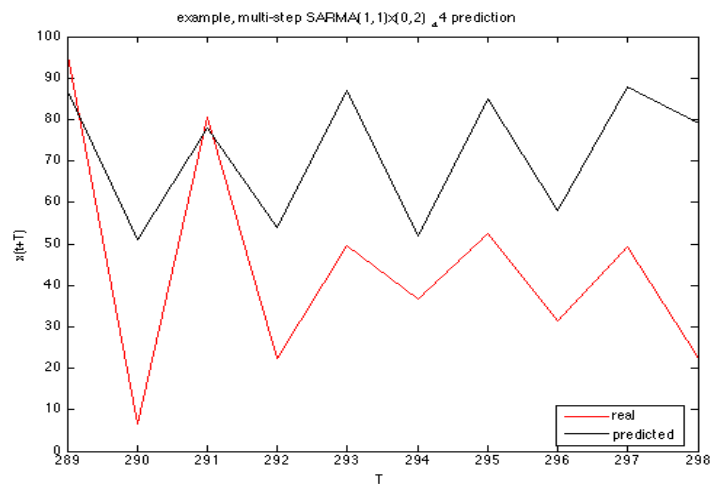


Σχήμα 1στ: Γράφημα τιμών χρονοσειράς πρόβλεψης για ARMA(1,1) και πραγματικής χρονοσειράς

Τέλος, όπως προαναφέρθηκε, παρατηρώντας την αυτοσυσχέτιση του σχήματος 1-β παρατηρούμε ότι η χρονοσειρά μας έχει εποχικότητα. Γι' αυτό τον λόγο επειχνοούμε μια πρόβλεψη με ένα μοντέλο SARMA. Η εποχικότητα εμφανίζεται με διαφορά περίπου 40-44 δείγματα. Έτσι, εκτελούμε πρόβλεψη με μοντέλο SARMA(1,1,44,0,2). Από τα γραφήματα που προκύπτουν παρατηρούμε ότι έχουμε επιτύχει αρκετά καλύτερο fitting error από το προηγούμενο μοντέλο ARMA το οποίο δεν λαμβανε υπόψη του την εποχικότητα. Επίσης, το αποτέλεσμα της πρόβλεψης είναι παρόμοιο σε σχέση με το ARMA.



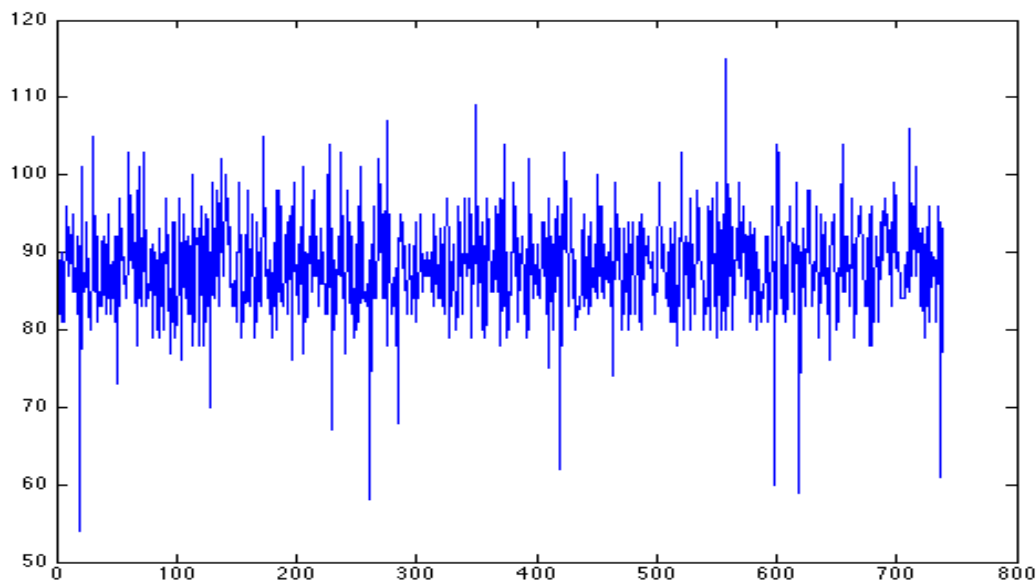
Σχήμα 1στ: Γράφημα τιμών σφάλματος NRMSE για SARMA(1,1,44,0,2)



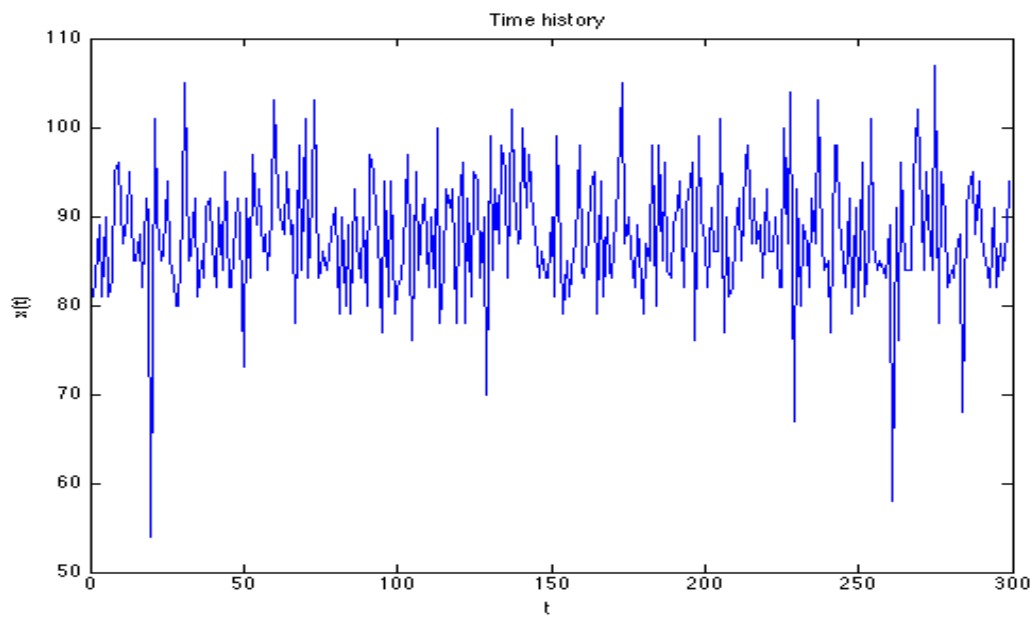
Σχήμα 1στ: Γράφημα τιμών χρονοσειράς πρόβλεψης για SARMA(1,1,44,0,2) και πραγματικής χρονοσειράς

eruption2000.dat

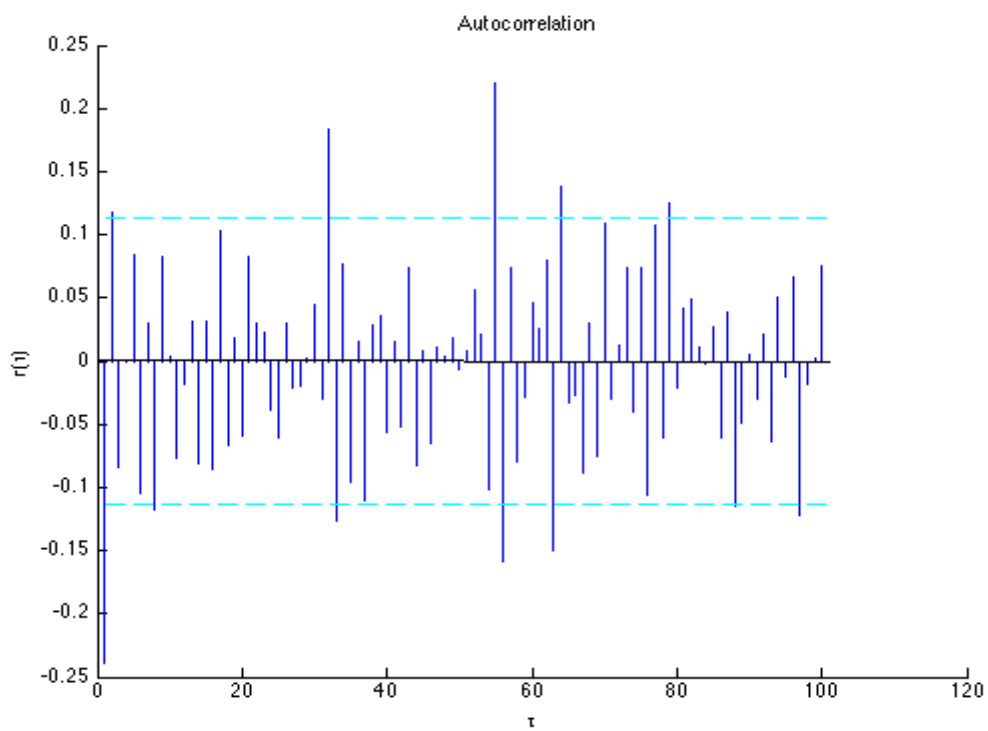
Προχωρούμε στην ανάλυση της χρονοσειράς **eruption2000**. Ακολουθείται η ίδια διαδικασία όσον αφορά τον υπολογισμό των αυτοσυσχετίσεων και μερικών αυτοσυσχετίσεων με την πρώτη χρονοσειρά. Έτσι, αρχικά κάνουμε ένα plot των τιμών της (Σχ 5-α). Από την υπάρχουσα χρονοσειρά απομονώνουμε ένα κομμάτι της μήκους 298 δειγμάτων και δημιουργούμε την νέα χρονοσειρά για ανάλυση (όπως ζητείται Σχ 5-β). Εξετάζοντας τα γραφήματα της αυτοσυσχέτισης (Σχ 5-γ) και της μερικής αυτοσυσχέτισης (Σχ 5-δ) είναι φανερό ότι η χρονοσειρά μας πληρεί τον έλεγχο μηδενικής υπόθεσης, καθώς δεν εμφανίζει σημαντικές αυτοσυσχετίσεις, και μετά βίας για υστέρηση 1 ξεπερνά το όριο της μηδενικής ζώνης. Άρα με ασφάλεια μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η χρονοσειρά αυτή αποτελεί θόρυβο και δεν περιέχει κάποια γραμμική πληροφορία (συσχέτιση) πάνω στην οποία μπορούμε να βασιστούμε για την προσαρμογή ενός γραμμικού μοντέλου.



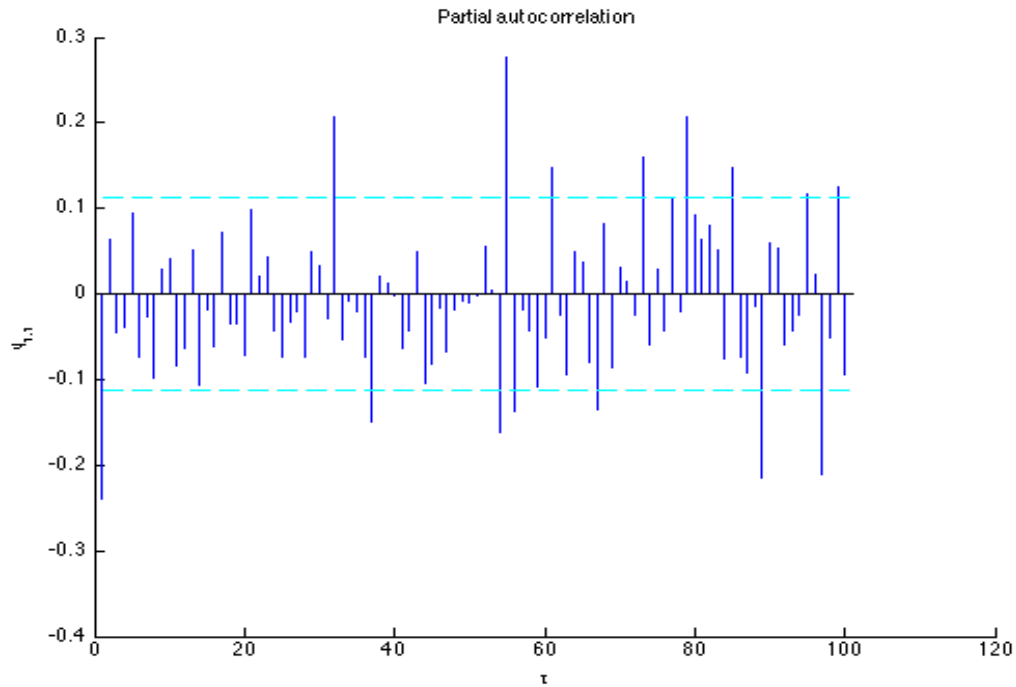
Σχήμα 2α-1: Γράφημα χρονοσειράς eruption2000



Σχήμα 2α-2: Γράφημα μέρους χρονοσειράς eruption2000



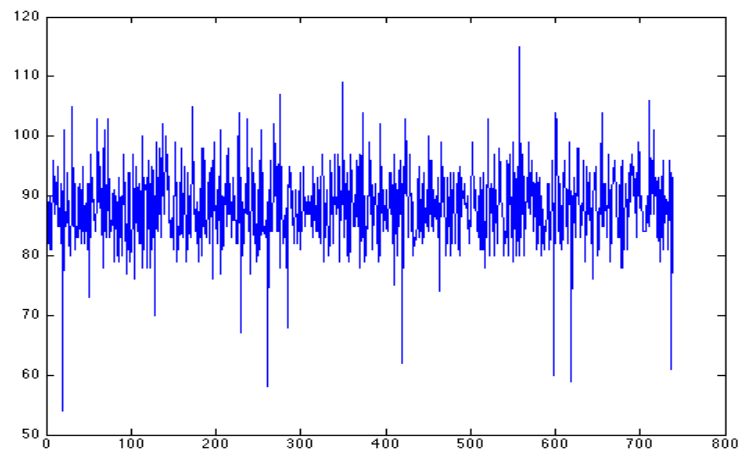
Σχήμα 2β: Γράφημα αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς eruption2000



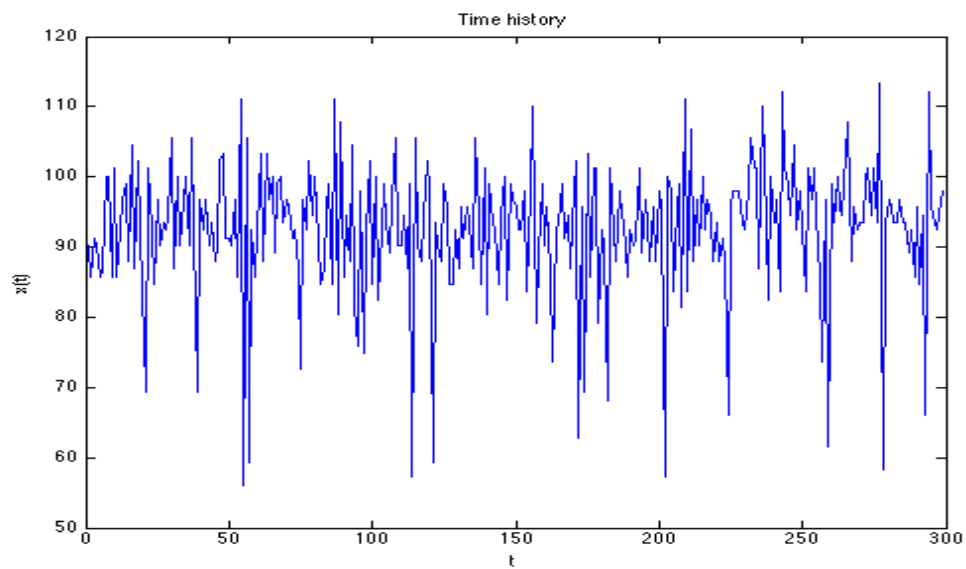
Σχήμα 2γ: Γράφημα μερικής αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς *eruption2000*

eruption2011.dat

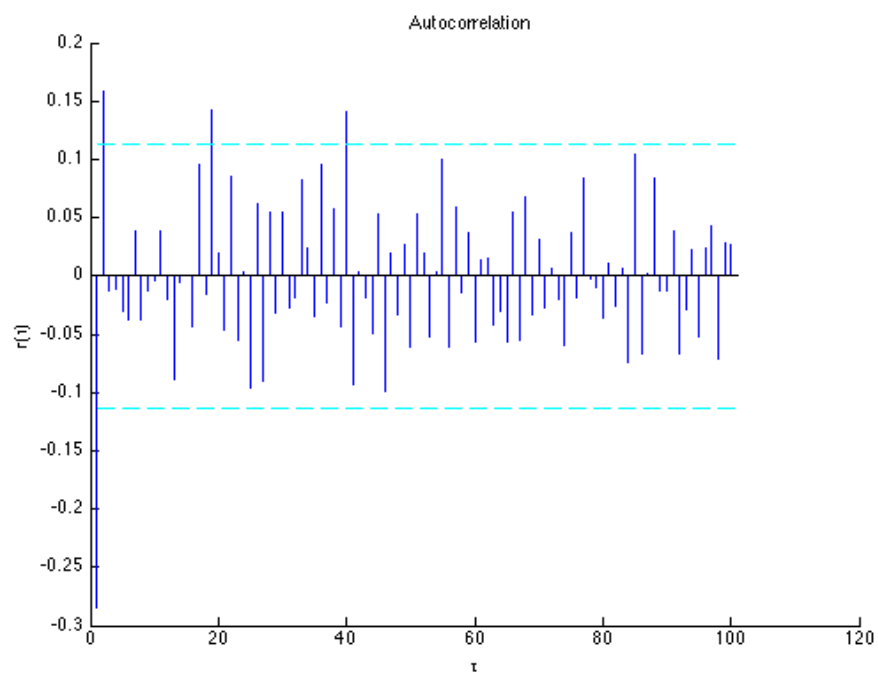
Εκτελούμε τα ίδια βήματα ανάλυσης και πάλι σε ένα κομμάτι 298 δειγμάτων της χρονοσειράς **eruption2011**. Από τα γραφήματα των αυτοσυσχετίσεων παρατηρούμε ότι οριακά σύμφωνα με τον έλεγχο της μηδενικής υπόθεσης δεν είναι θόρυβος αλλά υπάρχουν κάποιες -όχι και τόσο ισχυρές- αυτοσυσχετίσεις της τάξεως του 0.30 περίπου.



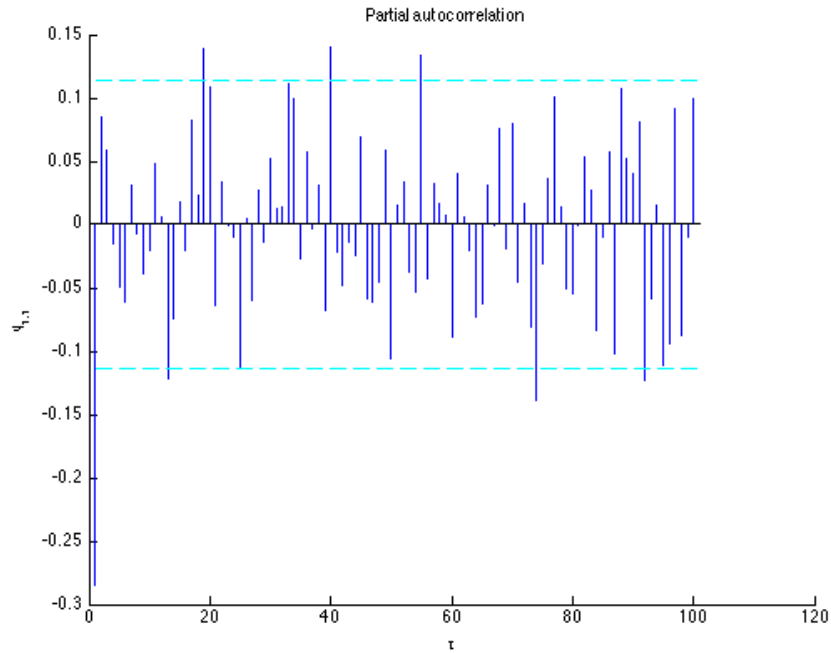
Σχήμα 3α-1: Γράφημα χρονοσειράς *eruption2011*



Σχήμα 3α-2: Γράφημα μέρους χρονοσειράς eruption2011

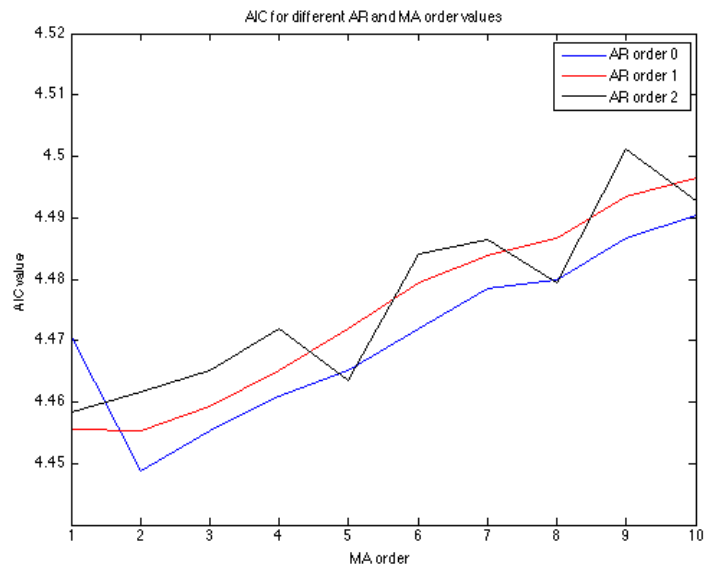


Σχήμα 3β: Γράφημα αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς eruption2011



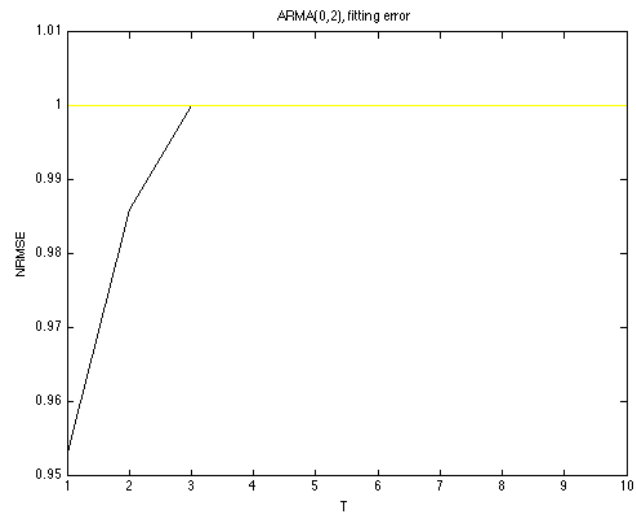
Σχήμα 2β: Γράφημα μερικής αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς eruption2011

Έτσι, λοιπόν αν και υποθέτουμε ότι δεν θα έχουμε ικανοποιητικό αποτέλεσμα πρόβλεψης με γραμμικό μοντέλο εξ' αιτίας των μικρών αυτοσυσχετίσεων επιχειρούμε να προσαρμόσουμε ένα μοντέλο ARMA για πρόβλεψη τιμών. Για την εύρεση των βέλτιστων συντελεστών σύμφωνα με το κριτήριο του ΑΚΑΙΚΕ καταλήγουμε σε μοντέλο ARMA $(p,q) = (0,2)$.

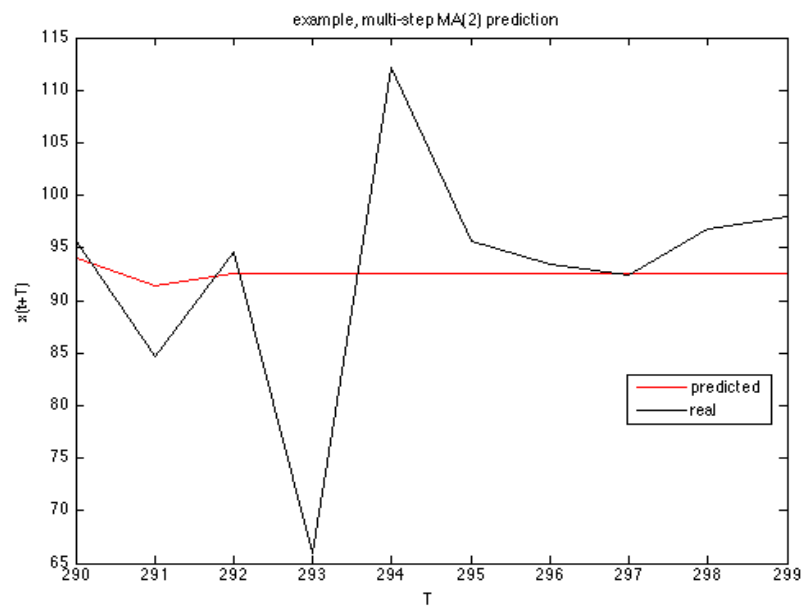


Σχήμα 2γ: Γράφημα τιμών κριτηρίου Akaike

Χρησιμοποιώντας το μοντέλο $ARMA(0,2)$ λοιπόν, τα αποτελέσματα που λαμβάνουμε δεν είναι ικανοποιητικά. Βλέπουμε ότι για το μοντέλο αυτό το fitting error είναι μεγάλο και κορυφώνεται και γρήγορα, καθώς και τα αποτελέσματα της πρόβλεψης δεν έχουν ικανοποιητική ακρίβεια. Σε καμία περίπτωση το μοντέλο $ARMA(0,2)$ δεν κάνει για την πρόβλεψη της χρονοσειράς αυτής.



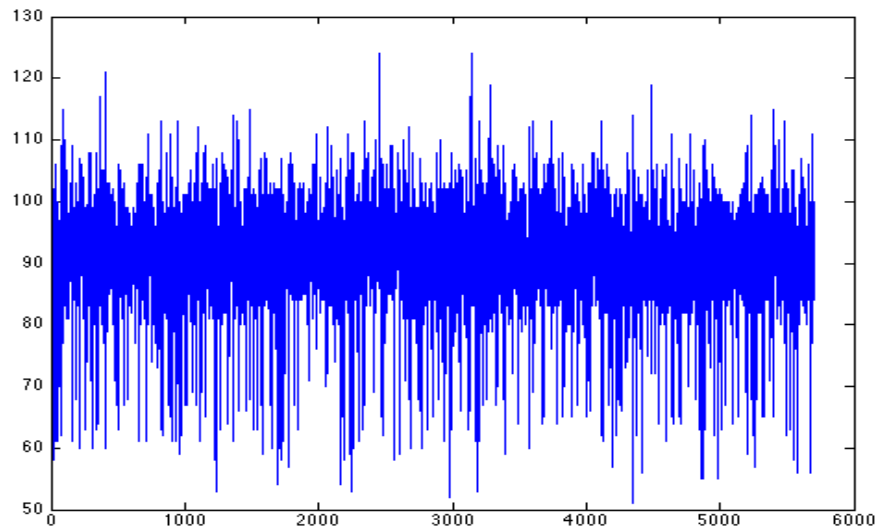
Σχήμα 3ε: Γράφημα τιμών σφάλματος $NRMSE$ για $ARMA(0,2)$



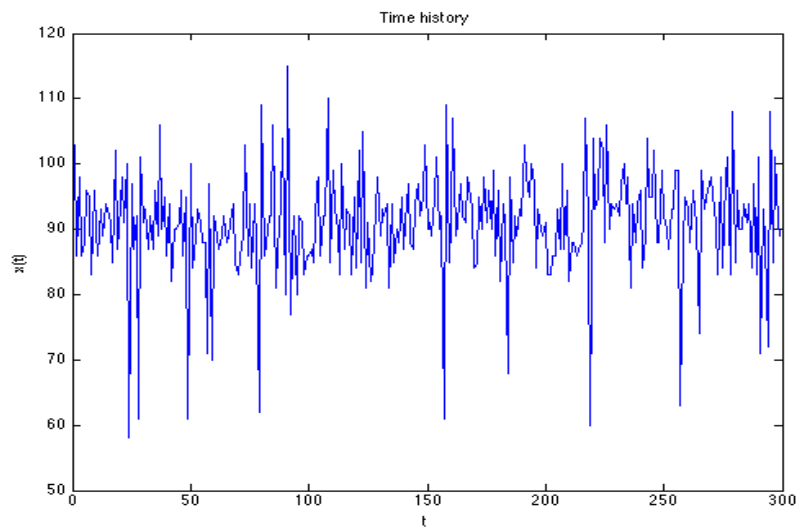
Σχήμα 3στ: Γράφημα τιμών χρονοσειράς πρόβλεψης για $ARMA(0,2)$ και πραγματικής χρονοσειράς

eruption2006.dat

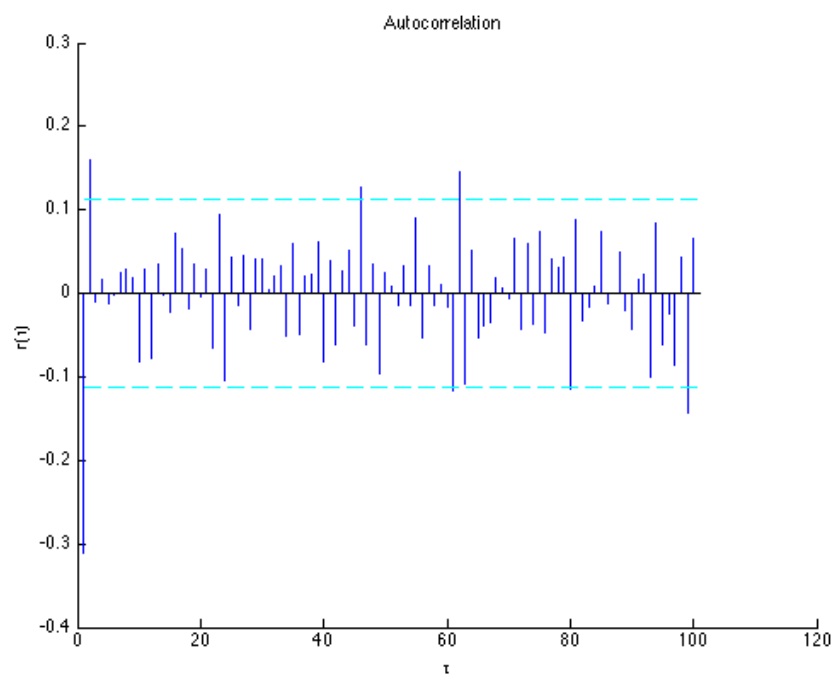
Στο τελευταίο κομμάτι της γραμμικής ανάλυσης εξετάζουμε τη χρονοσειρά **eruption2006**. Ακολουθώντας και πάλι τα γνωστά βήματα στην ανάλυση παρατηρούμε ότι τα γραφήματα των αυτοσυσχετίσεων μοιάζουν με αυτά της χρονοσειράς eruption2011 κυρίως ως προς το ότι η τάξη της μεγαλύτερης αυτοσυσχέτισης εμφανίζεται για υστέρηση 1 και έχει τιμή γύρω στο 0.30. Υποψιαζόμαστε λοιπόν ότι τα αποτελέσματα της πρόβλεψης θα μοιάζουν.



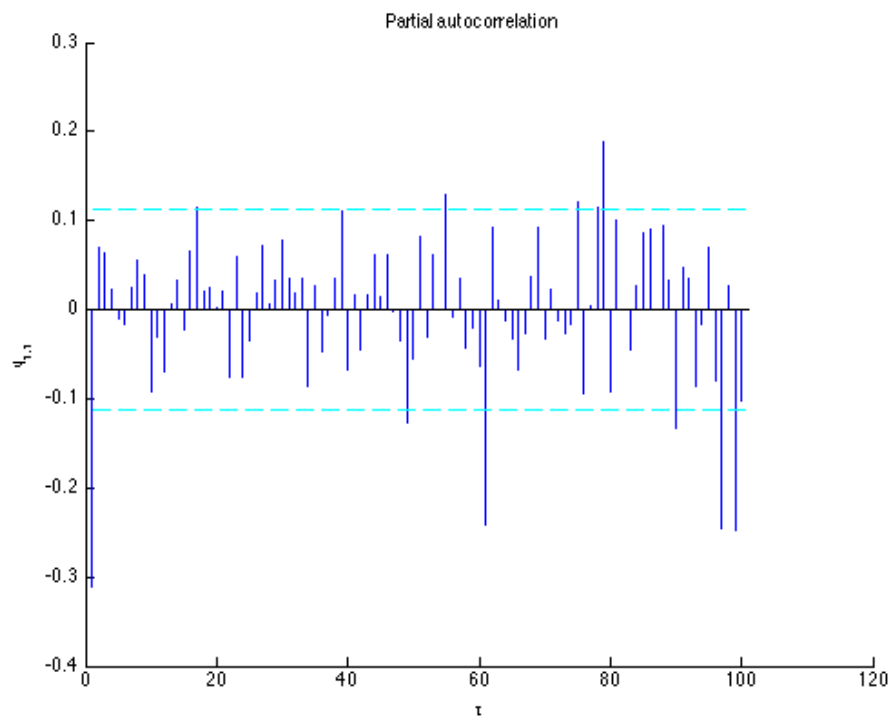
Σχήμα 4α-1: Γράφημα χρονοσειράς eruption2006



Σχήμα 4α-1: Γράφημα μέρους χρονοσειράς eruption2006

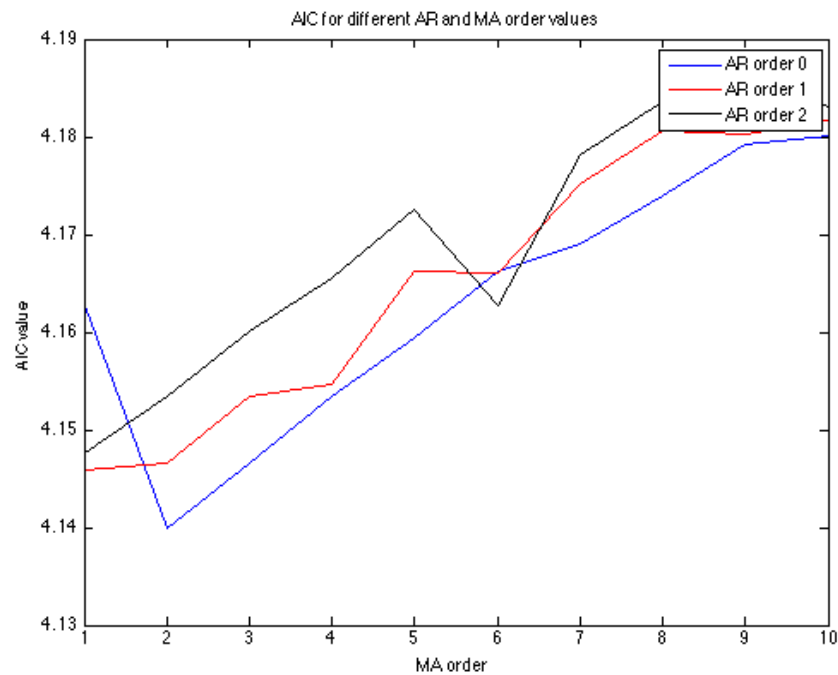


Σχήμα 4β: Γράφημα αυτοσυσχέτισης eruption2006



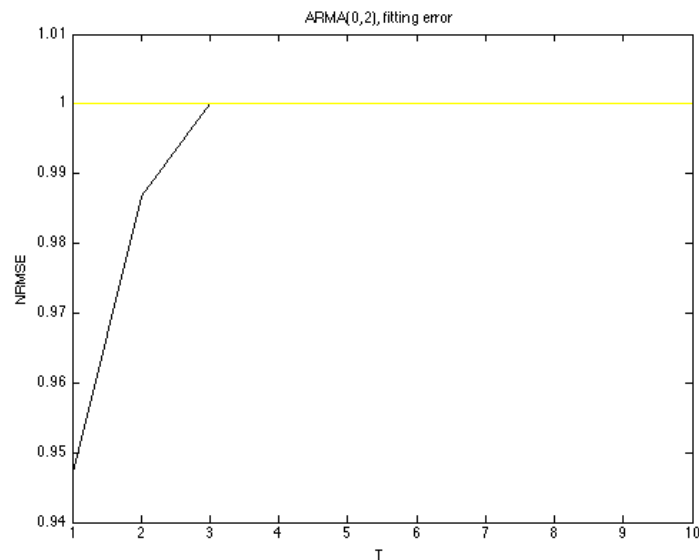
Σχήμα 4γ: Γράφημα μερικής αυτοσυσχέτισης χρονοσειράς eruption2006

Εφαρμόζουμε κριτήριο Akaike για επιλογή βέλτιστης τάξης μοντέλου. Προκύπτει το μοντέλο ARMA $(p,q) = (0,2)$.

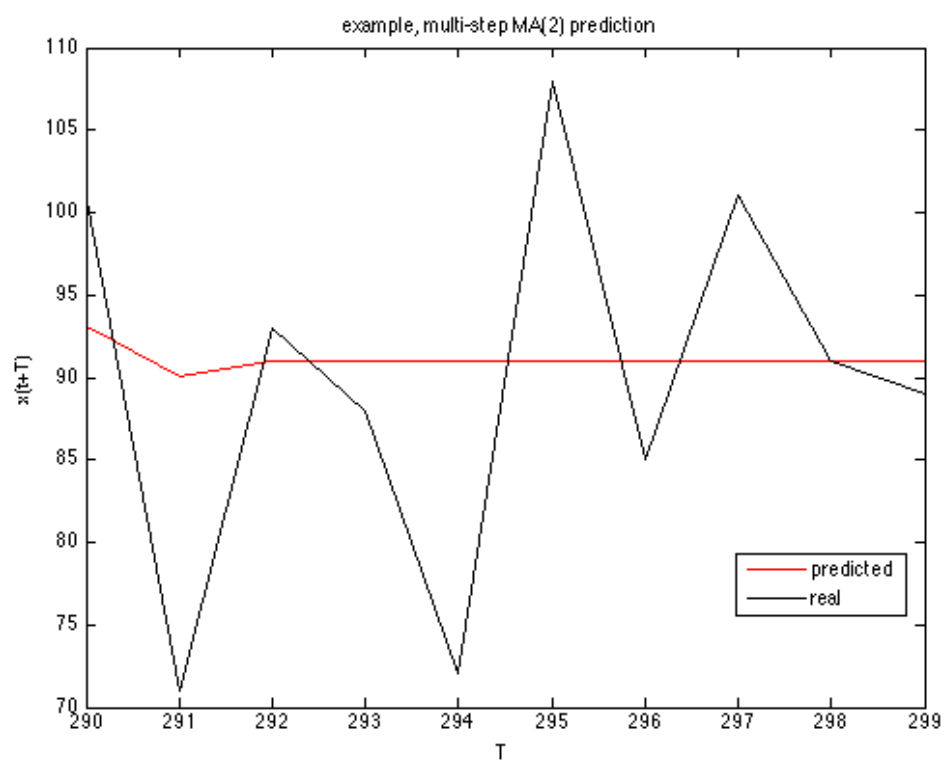


Σχήμα 4δ: Γράφημα τιμών κριτηρίου Akaike

Δοκιμάζουμε λοιπόν ένα μοντέλο ARMA(0,2) το οποίο όπως φαίνεται εμφανίζει όπως ήταν αναμενόμενο υψηλό fitting error και πραγματοποιεί κάκιστη πρόβλεψη.



Σχήμα 4ε: Γράφημα τιμών σφάλματος NRMSE για ARMA(0,2)



Σχήμα 4στ: Γράφημα τιμών χρονοσειράς πρόβλεψης για $ARMA(0,2)$ και πραγματικής χρονοσειράς

Δεύτερο στάδιο - Γραμμική και Μη-γραμμική ανάλυση για το έτος που σας αντιστοιχεί

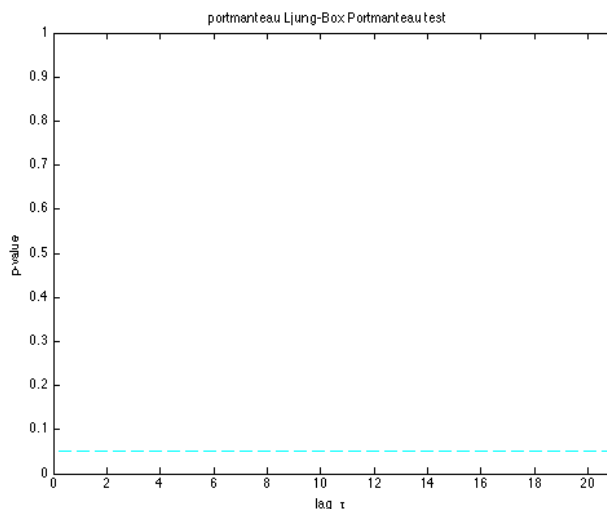
Εισαγωγικό σχόλιο

Για την ανάλυση των χρονοσειρών αλλά και για την παραγωγή των γραφημάτων χρησιμοποιείται το script **MY_nonlinear.m**. Σε αυτό περιέχονται όλες οι συναρτήσεις που θα χρησιμοποιηθούν στη συνέχεια για την διεξαγωγή της ανάλυσης.

Αρχικά, κάνουμε plot τη χρονοσειρά των 500 τιμών (1:501) που προκύπτει από το αρχείο eruption2006.m (το plot ολόκληρης της eruption2006 έχει παρουσιαστεί ήδη στο Σχήμα 4α-1). Έχουμε ήδη καταλήξει από την ανάλυση της χρονοσειράς που προκύπτει από τα 298 πρώτα δείγματα της eruption2006 ότι η χρονοσειρά αυτή δεν παρουσιάζει σημαντικές αυτοσυσχετίσεις ικανές να οδηγήσουν σε σχετικά καλή πρόβλεψη. Το αποτέλεσμα αυτό ανάγεται και για τις χρονοσειρές των 500 δειγμάτων και την ολόκληρη των 5701 δειγμάτων με μία γρήγορη ματιά στα γραφήματα των αυτοσυσχετίσεων και των μερκών αυτοσυσχετίσεών τους. Δεν θα παρουσιαστούν τα διαγράμματα αυτά αφού είναι σχεδόν πανομοιότυπα με τα διαγράμματα 4β, 4γ. Τα αποτελέσματα της πρόβλεψης θα χρησιμοποιηθούν σε επόμενο στάδιο για σύγκριση με την πρόβλεψη από το μη-γραμμικό μοντέλο.

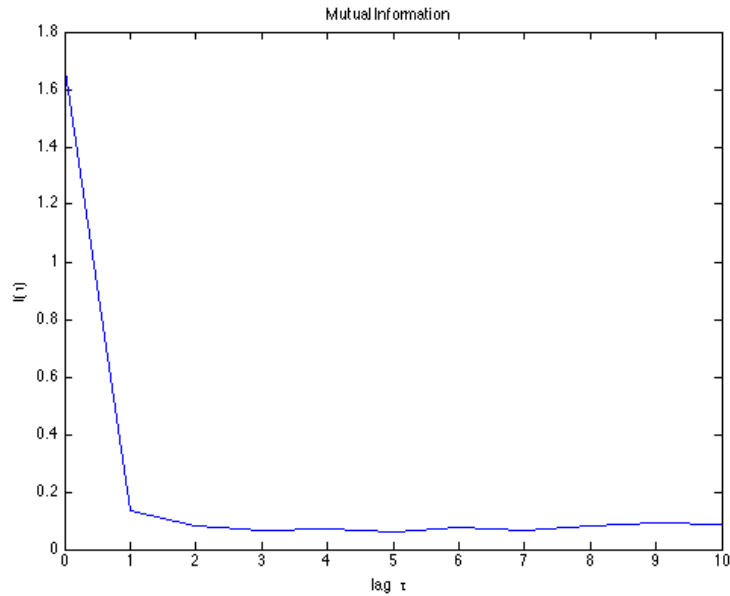
Θα ακολουθήσουμε τα βήματα που περιγράφονται στην εργασία. Σε πρώτη φάση κάνουμε έλεγχο portmanteau χρησιμοποιώντας το δοσμένο script. Προκύπτουν οι τιμές p-values οι οποίες εκφράζουν την πιθανότητα η χρονοσειρά να προέρχεται από θόρυβο κατανομής X^2 . Βλέπουμε από το σχήμα ότι αυτές οι πιθανότητες έχουν πολύ μικρή τιμή, πολύ κάτω από το όριο σημαντικότητας που ορίζεται. Έτσι, απορρίπτουμε την μηδενική υπόθεση H_0 που λέει ότι η χρονοσειρά μας είναι θόρυβος. Στην πραγματικότητα για την ολόκληρη χρονοσειρά (1:5701) και το κομμάτι (1:501) οι τιμές αυτές είναι μηδενικές (Σχ 5α) ενώ για διαφορετικά κομμάτια που ελέγχθηκαν εμφανίστηκαν μη μηδενικές τιμές αλλά πάντα μέσα στο όριο που απορρίπτει την μηδενική υπόθεση.

Συνεχίζουμε λοιπόν με την χρονοσειρά για (1:501) που σύμφωνα με τον έλεγχο portmanteau εμφανίζει τη μικρότερη τυχαιότητα.



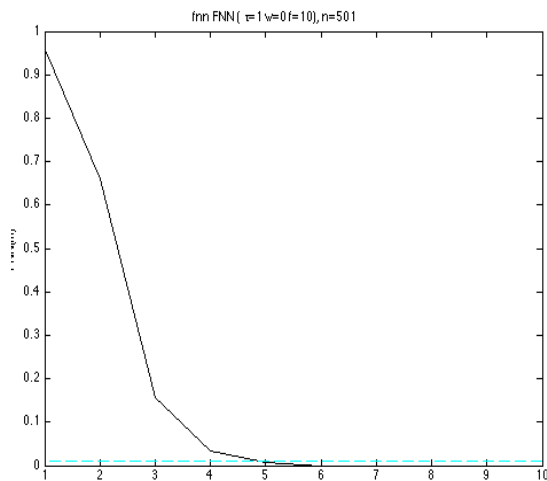
Σχήμα 5α: Γράφημα τιμών p -values από έλεγχο Portmanteau. Οι τιμές είναι πάνω στον άξονα χ γι' αυτό δεν απεικονίζονται καλά.

Παρατηρούμε λοιπόν ότι η χρονοσειρά μας δεν είναι θόρυβος και έχουμε κάποιες συσχετίσεις που δεν ικανές να μας δώσουν αξιόπιστο αποτέλεσμα πρόβλεψης από γραμμική ανάλυση. Έτσι, θα προχωρήσουμε σε εφαρμογή μεθόδων μη-γραμμικής ανάλυσης. Ξεκινάμε με την εφαρμογή του κριτηρίου αμοιβαίας πληροφορίας. Το κριτήριο αυτό μας δείχνει το πόση πληροφορία γνωρίζω από μια τυχαία μεταβλητή X γνωρίζοντας την Y . Στην περίπτωση μας τα X, Y αποτελούν τιμές της χρονοσειράς με διαφορά υστέρησης από 0-10 χρονικές στιγμές. Από το γράφημα που προκύπτει (Σχ 5β) παρατηρούμε ότι την μέγιστη πληροφορία την δίνει η γνώση της τιμής για υστέρηση $\tau=1$ (η τιμή για υστέρηση $\tau=0$ προφανώς αγνοείται αφού αναφέρεται στην ίδια την τιμή).



Σχήμα 5α: Γράφημα τιμών από το κριτήριο αμοιβαίας πληροφορίας

Στο επόμενο βήμα εφαρμόζουμε το κριτήριο των ψευδών γειτόνων (false nearest neighbours). Αυτό το κριτήριο μας δίνει την δυνατότητα να δούμε τι ποσοστό των 'γειτόνων', δηλαδή των κοντινών τιμών σε κάποια παρατήρηση είναι στην πραγματικότητα αρκετά μακριά εάν αυξήσουμε τις διαστάσεις του χώρου. Έτσι θα βρούμε την βέλτιστη τιμή διαστάσεων m σύμφωνα με την οποία οι γείτονες κάθε παρατήρησης είναι και στην πραγματικότητα κοντά μεταξύ τους. Από το γράφημα και τις τιμές που προκύπτουν (Σχ 5γ-1,2) βλέπουμε ότι η βέλτιστη τιμή σύμφωνα με το κριτήριο είναι ο αριθμός των 5 διαστάσεων, ωστόσο και για 4 διαστάσεις έχουμε αρκετά καλό αποτέλεσμα αλλά εκτός του κατωφλίου.



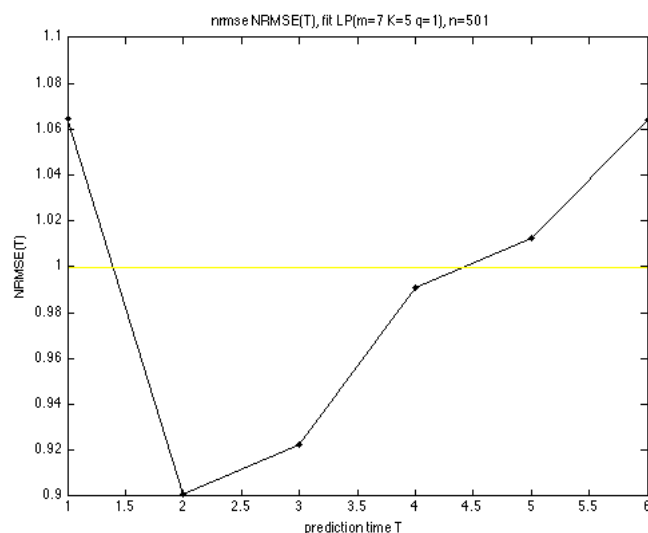
Σχήμα 5γ-1: Γράφημα τιμών από το κριτήριο ψευδών γειτόνων

fnnM =

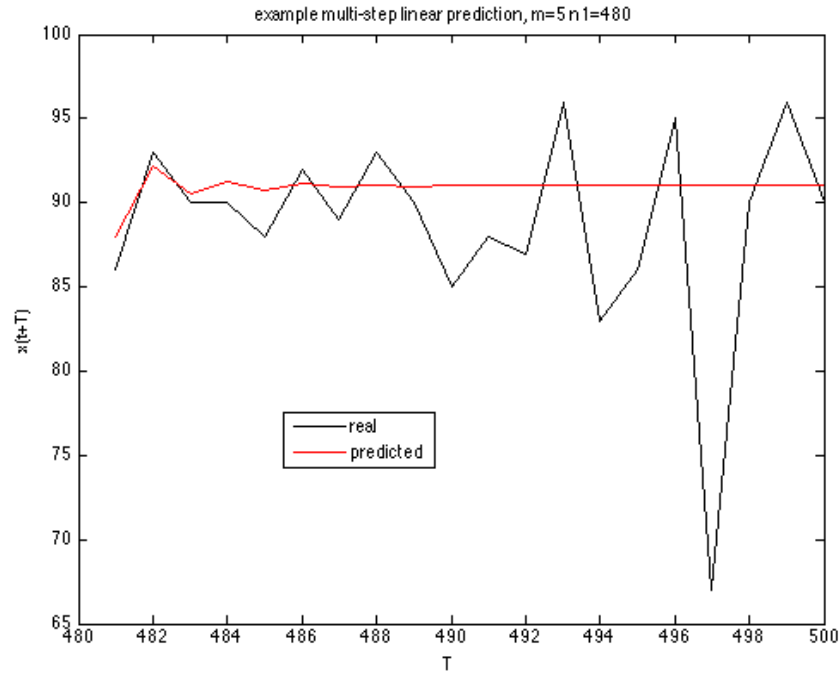
| | |
|---------|--------|
| 1.0000 | 0.9600 |
| 2.0000 | 0.6586 |
| 3.0000 | 0.1559 |
| 4.0000 | 0.0346 |
| 5.0000 | 0.0062 |
| 6.0000 | 0 |
| 7.0000 | 0 |
| 8.0000 | 0 |
| 9.0000 | 0 |
| 10.0000 | 0 |

Σχήμα 5γ-2: Πίνακας ποσοστών ψευδών γειτόνων για τις αντίστοιχες διαστάσεις

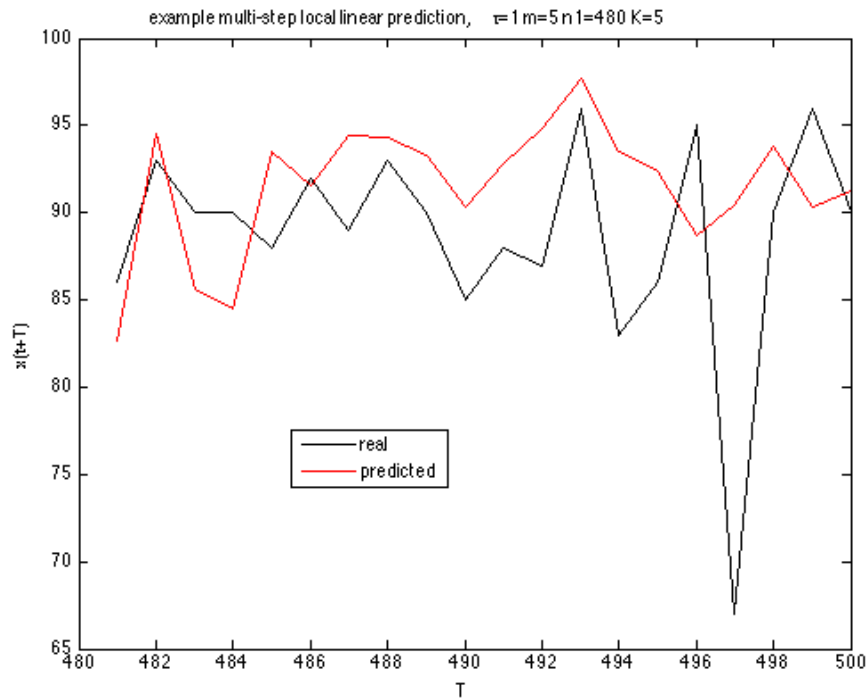
Χρησιμοποιώντας λοιπόν τα παραπάνω αποτελέσματα για την υστέρηση τ από το κριτήριο της αμοιβαίας πληροφορίας και την διάσταση εμπύθισης από το κριτήριο των ψευδών κοντινότερων γειτόνων χρησιμοποιούμε την **localfitnrmse.m** για να δούμε πόσο κοντά στον μέσο όρο είναι η πρόβλεψη μας, και την **predictmultistep.m** για να κάνουμε πρόβλεψεις. Ξεκινάμε με την μικρή χρονοσειρά, αυτή που αποτελείται από τα 500 πρώτα δείγματα της eruption2006.



Σχήμα 5δ: Γράφημα τιμών από του σφάλματος NRMSE

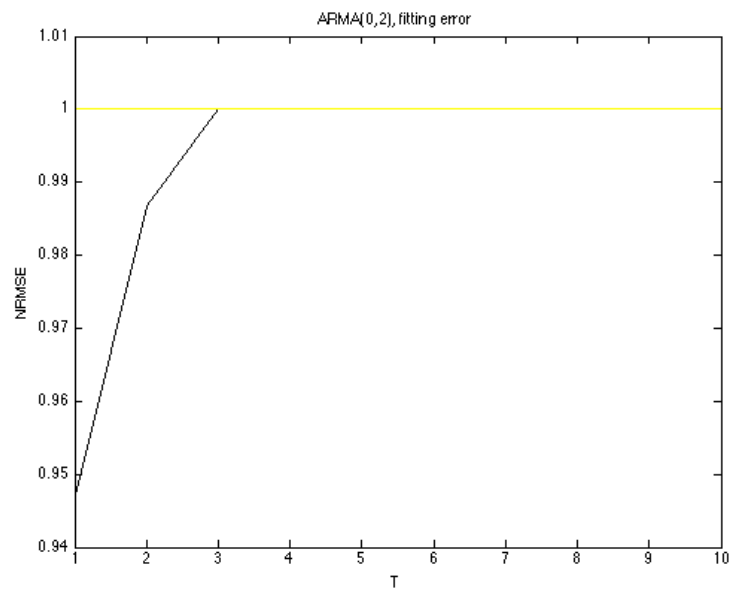


Σχήμα 5ε-1: Γράφημα προβλέψεων μικρής χρονοσειράς για 20 βήματα μπροστά με μοντέλο τοπικό μοντέλο μέσου όρου

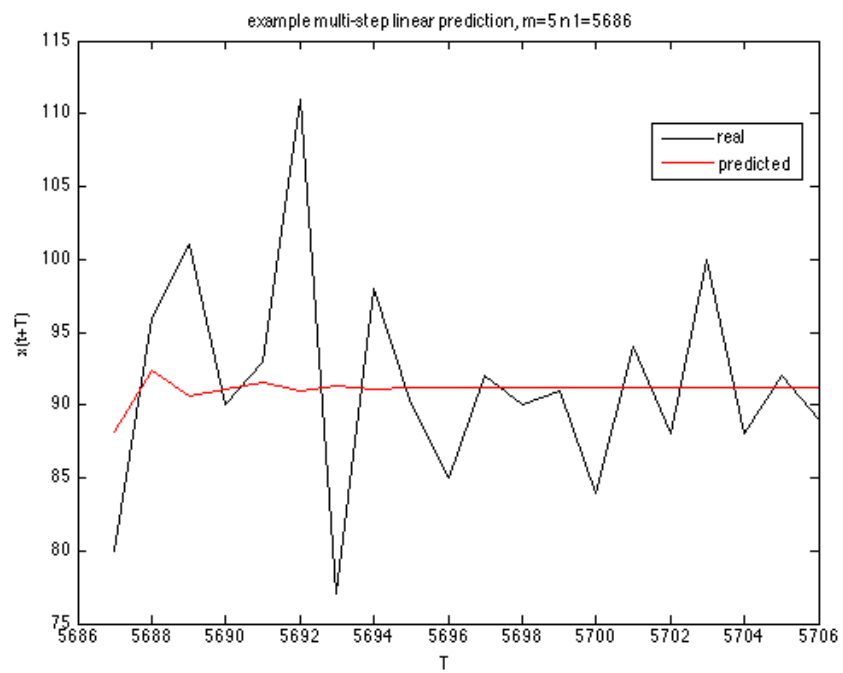


Σχήμα 5ε-2: Γράφημα προβλέψεων μικρής χρονοσειράς για 20 βήματα μπροστά με τοπικό γραμμικό μοντέλο

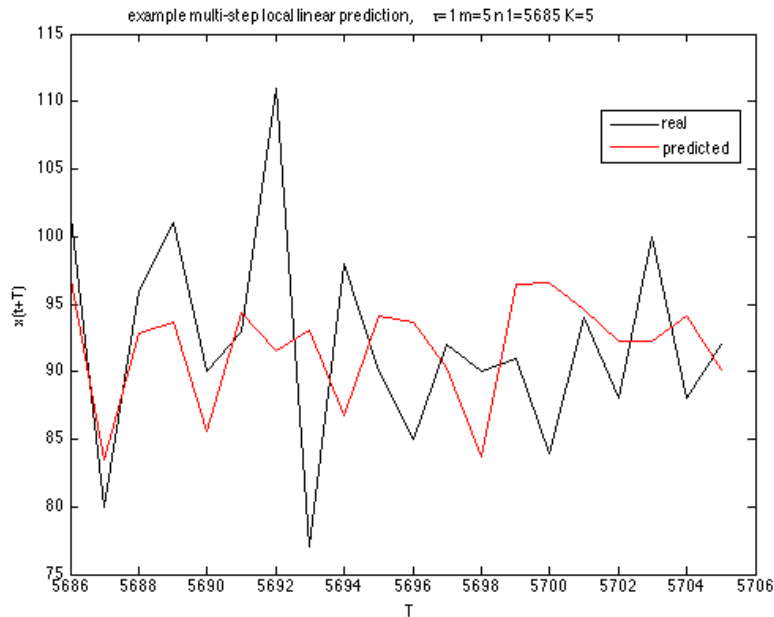
Συνεχίζουμε με την χρονοσειρά όλων των δειγμάτων.



Σχήμα 5στ: Γράφημα τιμών από του σφάλματος $NRMSE$



Σχήμα 5ζ-1: Γράφημα προβλέψεων μεγάλης χρονοσειράς για 20 βήματα μπροστά με μοντέλο τοπικό μοντέλο μέσου όρου



Σχήμα 5ζ-2: Γράφημα προβλέψεων μεγάλης χρονοσειράς για 20 βήματα μπροστά με τοπικό γραμμικό μοντέλο

Συμπεράσματα μη γραμμικής ανάλυσης

Από τα παραπάνω αποτελέσματα συμπεραίνουμε ότι η μικρή χρονοσειρά που προκύπτει από το αρχείο `eruption2006.m` κρατώντας τις 500 πρώτες τιμές, με μία πρώτη ματιά στις αυτοσυσχετίσεις δεν φαίνεται να έχει σημαντικές συσχετίσεις. Ωστόσο, με την χρήση του `portmanteau test` διαπιστώνουμε ότι στην πραγματικότητα υπάρχει συσχέτιση στις τιμές της. Πριν κάνουμε πρόβλεψη παρατηρώντας το NRMSE φαίνεται ότι η πρόβλεψη θα είναι αρκετά κακή (πολύ κοντά στον μέσο όρο). Κάνοντας όμως πρόβλεψη παρατηρούμε ότι αρχικά με το γραμμικό έχουμε ικανοποιητική πρόβλεψη για 3 τιμές μπροστά ενώ από και πέρα τείνει στο μέσο όρο. Παρόμοια αποτελέσματα έχουμε και για την πρόβλεψη της ολόκληρης της χρονοσειράς (5706 δείγματα). Παρ' όλο που το NRMSE είναι λίγο χειρότερο από της μικρής χρονοσειράς, **η πρόβλεψη μέχρι 3 βημάτων μπροστά φαίνεται ικανοποιητική**. Η παραπάνω πρόβλεψη είναι η βέλτιστη μετά από πολλές δοκιμες με διάφορες παραμέτρους στις συναρτήσεις `localfitnrmse.m`, `localpredictnrmse`, `linearpredictnrmse`.

Γενικά Συμπεράσματα

Έχοντας ολοκληρώσει την γραμμική ανάλυση των χρονοσειρών 1989, 2000, 2011, 2006 καθώς και την μη-γραμμική ανάλυση της 2006 είμαστε σε θέση να εξάγουμε κάποια συμπεράσματα. Αρχικά, να σημειώνεται ότι ισχυρές αυτοσυσχετίσεις καθώς και εποχικότητα συναντήσαμε μόνο στην χρονοσειρά του 1989, στην οποία και έγινε και η πιο επιτυχημένη πρόβλεψη. Αντίθετα, στις υπόλοιπες χρονοσειρές δεν είχαμε σημαντικές αυτοσυσχετίσεις γι' αυτό και τα αποτελέσματα της πρόβλεψης που κάναμε δεν ήταν, όπως αναμενόταν, ικανοποιητικά. Ωστόσο για την χρονοσειρά του 2006 στην οποία εφαρμόσαμε μη γραμμική ανάλυση, αφού υπολογίσαμε την υστέρηση τ που δίνει το κριτήριο της αμοιβαίας πληροφορίας, και την διάσταση εμβύθισης m που μας έδωσε το κριτήριο των ψευδών κοντινότερων γειτόνων, κάναμε αρκετά ικανοποιητική πρόβλεψη για έως 3 βήματα μπροστά. Θα λέγαμε λοιπόν ότι η χρονοσειρά 1989 είναι **γραμμική**, ενώ οι χρονοσειρές 2000, 2011, 2006 παρουσιάζουν **μη-γραμμική** συμπεριφορά.

Οδηγίες χρήσης

Τα `scripts` που αναφέρονται στην γραμμική ανάλυση βρίσκονται μέσα στο φάκελο **lab**, ενώ αυτά που αναφέρονται στη μη-γραμμική, στο φάκελο **labnonlinear**. Τα `scripts` που χρησιμοποιούμε είναι αυτά που αναφέρονται στις αρχές του κεφαλαίου.